





## Recursos semióticos mobilizados para o raciocínio abduutivo em uma atividade de modelagem matemática

### *Semiotic resources mobilized for abductive reasoning in a mathematical modelling activity*

**Tatiane Cristine Pessoa<sup>1</sup>**

<https://orcid.org/0000-0001-6880-1187> 

**Karina Alessandra Pessoa da Silva<sup>2</sup>**

<https://orcid.org/0000-0002-1766-137X> 

1. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, Lençóis Paulista, Brasil. E-mail: [tatianepessoa@alunos.utfpr.edu.br](mailto:tatianepessoa@alunos.utfpr.edu.br)

2. Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil. E-mail: [karinasilva@utfpr.edu.br](mailto:karinasilva@utfpr.edu.br)

**Resumo:** Este artigo foca no raciocínio abduutivo revelado na mobilização de recursos semióticos em uma atividade de modelagem matemática com alunos do 7º ano. A análise qualitativa fundamentada no quadro teórico sobre modelagem matemática e semiótica peirceana, relativo ao raciocínio abduutivo e aos recursos semióticos, foi subsidiada em registros escritos, fotografias e transcrições de falas de uma turma de 36 alunos. Os resultados revelaram que o raciocínio abduutivo incrementou os conhecimentos matemáticos e não matemáticos dos alunos a partir da mobilização de recursos semióticos como vídeos e experimentação. Todavia, os questionamentos da professora e o compartilhamento dos resultados entre os alunos desencadearam efetivamente o raciocínio abduutivo em que as hipóteses temporárias foram explicadas, validadas ou refutadas por meio de recursos semióticos disponíveis e escolhidos pelos alunos. Esses resultados indicaram que a comunicação e a troca de ideias possibilitaram que os alunos reconhecessem soluções que não eram coerentes com o analisado.

**Palavras-chave:** educação matemática, modelagem matemática, semiótica peirceana, raciocínio abduutivo, 7º ano do ensino fundamental.

**Abstract:** This paper focuses on abductive reasoning revealed in the mobilization of semiotic resources in a mathematical modelling activity with 7th grade students. The qualitative analysis based on the theoretical framework of mathematical modelling and Peircean semiotics, relating to abductive reasoning and semiotic resources, was supported by written records, photographs and transcriptions of speeches from a class of 36 students. The results revealed that abductive reasoning increased students' mathematical and non-mathematical knowledge through the mobilization of semiotic resources such as videos and experimentation. However, the teacher's questions and the sharing of results among students effectively triggered abductive reasoning in which temporary hypotheses were explained, validated or refuted through semiotic resources available and chosen by the



students. These results indicated that communication and exchange of ideas allowed students to recognize solutions that were not coherent with what was analyzed.

**Keywords:** mathematics education, mathematical modelling, peircean semiotics, abductive reasoning, 7th year of elementary school.

## Introdução

A Educação tem passado por transformações e mudanças e, no que compete ao ensino e à aprendizagem de matemática, diferentes abordagens tais como a Etnomatemática, a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, a Investigação Matemática e a Tecnologia têm se mostrado profícuas para abarcar temáticas de forma crítica e reflexiva, considerando situações que podem ser vivenciadas pelos alunos.

Em se tratando da Modelagem Matemática, as pesquisas relatadas no âmbito da literatura brasileira têm se subsidiado em diferentes caracterizações. Dentre elas estão metodologia de ensino e aprendizagem (Burak, 1992), ambiente de aprendizagem (Barbosa, 2001), “processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos” (Bassanezi, 2002, p. 24), “concepção de educar matematicamente” (Meyer et al., 2011, p. 33), alternativa didático-pedagógica (Almeida, 2022), como mecanismo de legitimação do discurso curricular (Caldeira et al., 2019). Entendemos que o uso de uma caracterização em detrimento de outra está em consonância com a natureza da atividade de modelagem<sup>1</sup> e com os objetivos do professor.

Em nossos estudos temos nos respaldado nos entendimentos de Almeida (2022), para a qual uma atividade de modelagem parte de uma situação inicial (problemática) que, de modo geral, faz parte da realidade e, por meio de procedimentos matemáticos, chega-se a uma situação final, uma solução para o que se está investigando. Trata-se de uma alternativa didático-pedagógica em que a construção e a ressignificação de conceitos tanto matemáticos quanto de outras áreas do conhecimento são associadas às ações dos alunos no desenvolvimento da atividade.

Por meio do estudo de uma situação nova, sobre a qual não apresentamos conhecimentos iniciais, mas sobre a qual queremos investigar, a partir de hipóteses “altamente falíveis, mas passíveis de passar pelas provas da experiência” (Santaella, 2004, p. 109), é desencadeado o raciocínio abdutivo. Esse tipo de

---

<sup>1</sup>Utilizamos o termo modelagem com a mesma denotação de modelagem matemática (Modelagem Matemática).

raciocínio “pode ser entendido como a formação de novos parâmetros de ordem sobre a influência de perturbações surpreendentes” (Gonzalez & Haselager, 2002, p. 30), quando estamos defronte de uma situação-problema a ser investigada. Todavia, o acesso a todo e qualquer tipo de raciocínio é subsidiado por signos que uma pessoa produz para se referir a algo (Peirce, 2005).

Os signos são meios que uma pessoa (intérprete) se refere, remete ou indica uma coisa (objeto), não em todos os aspectos desta coisa, mas de acordo com certa forma e capacidade (Peirce, 1972). Para Peirce (1972, p. 27), o signo não “precisa ser uma palavra; pode ser uma ação, um pensamento, ou enfim, qualquer coisa que admita um ‘interpretante’ – isto é, que seja capaz de dar origem a outros signos”. A comunicação verbal, a gesticulação, a expressão facial, a escrita são recursos utilizados para produzir signos quando queremos indicar algo para alguém. Os recursos escolhidos e utilizados na produção de signos são caracterizados como recursos semióticos (Mavers, 2004).

Permitir o acesso a diferentes recursos semióticos, bem como promover um ambiente investigativo em sala de aula, têm sido empreendimentos realizados por professores que não se intimidam defronte de políticas públicas que, de certo modo, inibem seu trabalho, imprimindo o cumprimento de um currículo pré-estabelecido, no qual são determinadas quantidades de aulas para a abordagem de cada conteúdo, além da indicação de como esse conteúdo precisa ser abordado. Entendemos que os recursos semióticos se tratam de oportunidades de auxiliar na construção do conhecimento dos alunos e temos nos dedicado a implementar práticas com modelagem matemática de modo a aproximá-los de situações da realidade no contexto escolar (Pessoa & Silva, 2023; Martins & Silva, 2024).

Honorato e Forner (2022, p. 105) asseveram que “desenvolver atividades de modelagem ‘mais direcionadas’ é uma possibilidade de cumprir o Currículo de Matemática, de modo a preservar ainda o trabalho com elementos como a criticidade, o diálogo, a investigação e a problematização”. Neste artigo, todavia, considerando a temática lançamento de foguetes em que os alunos investigaram de forma crítica e reflexiva a maior distância horizontal que um protótipo pode atingir, ao ser impulsionado a partir de um determinado ângulo, nos focamos em investigar: *De que modo os recursos semióticos mobilizados por alunos do 7º ano revelam o raciocínio abduutivo no desenvolvimento de uma atividade de modelagem sobre lançamento de foguetes?* Investigar o raciocínio abduutivo pode fornecer indicativos de construção do conhecimento quando, a partir da elaboração de uma hipótese, os alunos buscam meios no seu repertório cognitivo para aceitá-la, explicá-la ou refutá-

la. Ao considerar os recursos semióticos mobilizados pelos alunos para revelar tal raciocínio, nos atentamos a lançar nossa atenção para os meios escolhidos na apresentação de uma solução para um problema.

Com isso, nos respaldamos no quadro teórico da Modelagem Matemática e da Semiótica, mais especificamente relativa ao raciocínio abductivo e aos recursos semióticos, que discorremos no segundo tópico deste artigo. No terceiro tópico abarcamos a metodologia da investigação em que relatamos os encaminhamentos para o desenvolvimento da atividade de modelagem com uma turma de 36 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular de ensino localizada no interior do estado de São Paulo. Os resultados e as discussões que empreendemos são abordados no quarto tópico que é seguido das conclusões e referências.

### **Quadro Teórico**

Atividades de modelagem em sala de aula podem ser empregadas “para apoiar o aprendizado da matemática, oferecendo motivação para seu estudo, bem como interpretação, significado, compreensão adequada e retenção sustentável de seus conceitos, resultados, métodos e teorias” (Niss & Blum, 2020, p. 28). Setti et al. (2016, p. 567) afirmam que, para que uma atividade de modelagem “desencadeie a aprendizagem (seja da matemática, das estratégias de resolução ou acerca de contextos extramatemáticos), é importante que haja o interesse dos estudantes”. O interesse possibilita que os alunos mantenham seu envolvimento na resolução da atividade e aumentam “suas competências de modelagem a longo prazo” (Elfringhoff & Schukajlow, 2021, p. 27).

A partir do interesse e da mobilização dos alunos para se envolver com o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, procedimentos e técnicas podem se fazer necessários de modo a emergir uma abordagem matemática. Corroboramos Almeida (2022, p. 136), ao afirmar que, “a matemática a ser usada pode não ser previamente escolhida, mas ela emerge da matematização da situação”, ou seja, ao se “utilizar a linguagem matemática para conceituar situações sob consideração” (Vidigal & Bean, 2016, p. 252). Dependendo do nível de escolaridade e dos conhecimentos matemáticos do grupo de alunos em que uma atividade de modelagem é implementada, a “matematização da situação pode também conduzir a diferentes possibilidades de uso da matemática” (Almeida, 2022, p. 137).

A matematização da situação culmina na dedução de um modelo matemático. O modelo matemático é “uma representação de aspectos de um domínio extramatemático por meio de algumas entidades matemáticas e relações entre elas” (Niss & Blum, 2020, p. 6). De modo geral, o modelo matemático tem como objetivo “representar, explicar e ‘tornar presentes’ situações (que podem não ser matemáticas) que queremos analisar usando matemática” (Almeida et al., 2012, p. 13).

Para esse propósito, uma atividade de modelagem requer do aluno a formulação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a definição de hipóteses, a formulação de previsões e a apresentação de explicações e respostas para a situação em estudo, bem como a comunicação destas respostas e/ou explicações para outros (Almeida & Ferruzzi, 2009). Porém, é de se destacar a necessidade de os próprios alunos “fazerem a associação com conceitos e/ou procedimentos matemáticos capazes de conduzir a uma solução para o problema e possibilitar a sua análise” (Almeida & Silva, 2012, p. 627), enquanto interpretação e validação dos resultados com a situação em estudo.

Em se tratando de ações próprias dos alunos, essas associações podem se configurar como um processo de “busca e geração daquelas hipóteses que, se consideradas verdadeiras, poderiam resolver os problemas em questão” (Gonzalez & Haselager, 2002, p. 22). Esse processo é caracterizado como raciocínio abduutivo, em que, a partir da experiência, uma hipótese temporária pode tomar forma para ser sustentada, explicada e até mesmo refutada. Para isso, se fazem necessários atos abduitivos, relativos a ações experienciadas em outros momentos já vivenciados e que foram relevantes para a construção do conhecimento do intérprete, uma vez que ninguém “poderia tirar quaisquer inferências abdutivas sem apelar para experiências passadas” (Atkins, 2017, p. 37). O raciocínio abduutivo é o “tipo de operação mental responsável por todos os nossos *insights* e descobertas” (Santaella, 2012, p. 96).

É por meio do raciocínio abduutivo que uma nova ideia é apresentada sendo possível evidenciar conhecimentos, via produção de signos oriundos da experimentação e da aprendizagem mediadas por tentativa e erro (Simmons, 2017). Dessa forma, o raciocínio abduutivo “não segue uma fórmula lógica, mas inicia formas explicativas” (Gambarato, 2013, p. 425). Porém, há de se considerar:

(1) uma lógica da descoberta (i.e., a geração de hipóteses); (2) uma lógica de escolha de hipóteses (i.e., como uma hipótese é selecionada entre o conjunto de hipóteses já formuladas), e (3) uma teoria empírica da plausibilidade (i.e., como uma hipótese pode fornecer experimentalmente uma explicação plausível para um evento surpreendente). (Gonzalez & Haselager, 2002, p. 22)

Desse modo, a sustentação, a refutação ou a explicação de uma hipótese provisória, no âmbito do raciocínio abductivo, é subsidiada pela possibilidade de verificação de “todas suas possíveis consequências, de tal modo que se pode esperar que a persistência na aplicação do mesmo método acabe por revelar seu desacordo com os fatos, se desacordo houver” (Peirce, 2005, p. 6).

Um processo experimental pode ser subsidiado por recursos semióticos escolhidos e utilizados na produção de signos que permitem a análise da hipótese a ser experimentada. No sentido de produção de signos, concordamos com Leeuwen (2005, p. 3) que entende

[...] recursos semióticos como as ações e artefatos que utilizamos para comunicar, sejam eles produzidos fisiologicamente – com o nosso aparelho vocal; com os músculos que usamos para criar expressões faciais e gestos, etc. – ou por meio de tecnologias – com caneta, tinta e papel; com *hardware* e *software* de computador; com tecidos, tesouras e máquinas de costura, etc.

A multiplicidade de recursos semióticos presentes e disponibilizados no ambiente educacional pode auxiliar os alunos a revelar seus conhecimentos para o que está sendo estudado de modo a explorar e identificar as suas potencialidades e limitações (Ranker, 2014). Em pesquisa para evidenciar o raciocínio de alunos ao desenvolver uma atividade de modelagem, Yoon e Miskell (2016, p. 90) concluíram que a eficácia dos recursos semióticos “depende se eles permitem que os alunos visualizem, testem e examinem a existência de abordagens matemáticas incorretas à medida que avançam em torno do ciclo de modelagem”. A pesquisa de Araki (2020) corrobora essa conclusão a partir da evidência da atribuição de significado para os objetos matemáticos que emergiram a partir do uso de recursos semióticos no desenvolvimento de atividades de modelagem com experimentação no contexto de aulas regulares de Matemática com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

No contexto *online*, no Ensino Superior, Almeida et al. (2021a, p. 388) evidenciaram que os recursos semióticos atrelados à tecnologia possibilitaram “novas formas de comunicação, capazes de promover a participação ativa e intensificar o diálogo entre professor e alunos e entre os alunos” no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Conjecturamos, assim como Ramos (2016), que as diferentes ações requeridas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática são fortalecidas por *insights* de raciocínio abductivo dos alunos, de modo a estabelecer uma relação que pode incrementar sua aprendizagem e o seu desenvolvimento



matemático. Para Ramos (2016, p. 123), “atividades de modelagem matemática desencadeiam o raciocínio abdutivo”.

No tocante da nossa investigação, centramos atenção no raciocínio abdutivo revelado por meio dos recursos semióticos que alunos do 7º ano do Ensino Fundamental mobilizaram para desenvolver uma atividade de modelagem sobre lançamento de foguetes.

### Metodologia

Em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, formada por 36 alunos de uma escola da rede particular de ensino localizada no interior do estado de São Paulo, foi desenvolvida uma atividade de modelagem matemática sob a temática lançamento de foguetes que tinha como intuito trabalhar conteúdos de Geometria, mais precisamente com os ângulos, visto que era um conteúdo presente no material apostilado adotado.

Neste artigo apresentamos resultados parciais da pesquisa de mestrado da primeira autora, sob orientação da segunda, em que para seu desenvolvimento foi requerida a autorização da equipe gestora e pedagógica da escola, solicitando a utilização dos espaços físicos e de algumas aulas para o desenvolvimento da atividade. O desenvolvimento da atividade ocorreu em seis aulas de 45 minutos cada, no período de 03 a 24 de março de 2023. Na Tabela 1 apresentamos a organização das aulas para o desenvolvimento da atividade.

**Tabela1**

*Organização das aulas para a atividade lançamento de foguetes*

Data	Momento de desenvolvimento	Abordagem(ns) realizada(s)	Quantidade de aulas
03/03/2023	Aulas regulares da disciplina de Matemática na sala de aula	Apresentação da situação a ser investigada a partir do contato com um vídeo instrucional ( <a href="https://www.instagram.com/reel/CdCRRGqjdrI/?utm_source=ig_web_copy_link">https://www.instagram.com/reel/CdCRRGqjdrI/?utm_source=ig_web_copy_link</a> ) que mostra a construção e o funcionamento de um foguete com materiais recicláveis.	2
17/03/2023	Aulas regulares da disciplina de Matemática na sala de aula e campo de futebol da escola	Apresentação do vídeo tutorial da construção do foguete que cada grupo produziu.	2
24/03/2023	Aulas regulares da disciplina de Matemática na sala de aula	Análise, interpretação e obtenção de uma solução para o problema com o auxílio de recursos como: medidas utilizando pés, régua, trenas, aplicativo <i>protractor</i> e calculadora.	2

Pelo fato de os sujeitos da pesquisa serem menores de idade, foi enviado aos pais ou responsáveis, via formulário eletrônico, o termo de consentimento livre e esclarecido para o preenchimento e a assinatura, autorizando o desenvolvimento das atividades e o uso dos dados coletados, tais como registros escritos, fotos, gravações de áudios e vídeos feitas pela professora e um professor auxiliar da turma. Esse encaminhamento se fez necessário levando em consideração o caráter ético da pesquisa, bem como em cumprimento a um regulamento da escola.

Cada uma das ações apresentadas na Tabela 1 foi realizada com os alunos reunidos em seis grupos (G1, G2, ..., G6) com cinco, seis ou sete integrantes. Para manter o anonimato dos alunos, no texto, eles aparecem referenciados por A1, A2, ..., A36.

Com o objetivo de trazer reflexões para a questão de pesquisa – *De que modo os recursos semióticos mobilizados por alunos do 7º ano revelam o raciocínio abduutivo no desenvolvimento de uma atividade de modelagem sobre lançamento de foguetes?* – nos pautamos nos registros escritos entregues pelos grupos de alunos e nas gravações em áudio e vídeo produzidas durante a atividade, que foram transcritas na íntegra.

As transcrições dos áudios e as descrições das ações dos alunos capturadas nos vídeos, bem como os registros de fotos e de anotações da professora compuseram o *corpus* de análise. Esses dados, produzidos por meio de diferentes instrumentos de coleta, foram relevantes, pois a pesquisadora se inseriu no “ambiente estudado, imerso no fenômeno de interesse, anotando cuidadosamente tudo o que acontecia nesse ambiente” (Moreira, 2011, p. 50). Os instrumentos de coleta de dados capturaram, de certa forma, os signos falados, gesticulados e escritos produzidos pelos alunos, permitindo a realização de uma interpretação semiótica pelas pesquisadoras.

Do ponto de vista metodológico, realizamos uma pesquisa de abordagem qualitativa, embasada no processo de triangulação. Para Flick (2009, p. 62), “a triangulação implica que os pesquisadores assumam diferentes perspectivas sobre uma questão em estudo. Essas perspectivas podem ser substanciadas pelo emprego de vários métodos e/ou em várias abordagens teóricas”. Tuzzo e Braga (2016, p. 141), levam em consideração três elementos primordiais no processo de triangulação – objeto, sujeito e fenômeno. Segundo Tuzzo e Braga (2016, p. 152, grifos dos autores), “a partir dos vértices *objeto*, *sujeito* e *fenômeno*, com importância fundante ao *metafenômeno*”, podem ser subsidiados os resultados da



investigação. Na pesquisa, os 36 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental correspondem aos *sujeitos*, o raciocínio abdutivo constitui o *objeto* investigado e os recursos semióticos dizem respeito ao *fenômeno* em estudo; o *metafenômeno* está subsidiado nas abordagens teóricas pautadas na Modelagem Matemática e na Semiótica Peirceana.

## **Análises e Resultados**

No primeiro momento do desenvolvimento da atividade, em 03 de março de 2023, a professora apresentou para a turma um vídeo instrucional da construção e funcionamento de um foguete feito com materiais recicláveis. Ao iniciar o desenvolvimento da atividade de modelagem com o vídeo, “artefato digital permeado de multimodalidade” (Domingues & Borba, 2018, p. 49), buscou-se mobilizar a motivação e o interesse dos alunos, visto que o uso das redes sociais e a produção de vídeos diversos faziam parte da realidade e do dia a dia deles.

O encaminhamento proferido pela visualização do vídeo correspondeu ao primeiro contato com uma situação-problema a ser estudada – lançamento de foguetes. De acordo com Almeida et al. (2012, p. 15), esse primeiro contato “conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução”. Neste caso, a professora, mesmo não revelando o objetivo de os alunos produzirem os foguetes já intencionava suscitar neles o levantamento de alguma sugestão de encaminhamento que, de certa forma, poderia ser proferida por meio de um levantamento de hipóteses. Esse levantamento de hipóteses poderia, de imediato, ser mobilizado nas ações dos alunos ao produzirem e testarem seus foguetes, uma vez que o vídeo instrucional disponibilizado em uma rede social<sup>2</sup> já indicava alguns lançamentos.

No primeiro contato com a situação a ser investigada, ainda não problematizada, a professora sugeriu aos alunos que construíssem foguetes seguindo as orientações do vídeo e, posteriormente, montassem um tutorial sobre os encaminhamentos realizados. A solicitação do tutorial foi uma prerrogativa da professora, visto que não seria viável a construção do foguete em sala de aula, por conta do tempo da aula e por não terem acesso aos materiais necessários para a construção do protótipo.

Os alunos, em seus respectivos grupos, reuniram-se, extraclasse, para a construção do protótipo e a produção do tutorial. Por meio dos vídeos produzidos foi

---

<sup>2</sup>Disponível em [https://www.instagram.com/reel/CdCRRGqjdrI/?utm\\_source=ig\\_web\\_copy\\_link](https://www.instagram.com/reel/CdCRRGqjdrI/?utm_source=ig_web_copy_link), Acesso em: 03 maio 2025.

possível evidenciar que os alunos, além de construírem o foguete, testaram-no, observando o seu alcance. Inclusive, alguns grupos utilizaram garrafas PET de diferentes capacidades para fazerem testes. Se percebessem falhas de vedação entre os materiais utilizados, retomavam a construção. A Figura 1 mostra algumas das imagens capturadas do vídeo tutorial do G3.

### Figura 1

*Imagens da construção do foguete pelo G3*



*Nota.*[Descrição da imagem] Imagens capturadas do vídeo gravado pelo G3, com formato retangular, totalizando quatro imagens alinhadas em quatro colunas. Da esquerda para a direita: na primeira imagem aparecem as mãos de uma criança segurando um canudo feito com papel sulfite, ao fundo, uma mesa de granito; na segunda imagem, mãos de uma criança segurando um cone feito com papel sulfite, ao fundo, uma mesa de granito; na terceira imagem, mão esquerda de uma criança segurando foguete construído com papel sulfite, ao fundo um gramado; na quarta imagem, mãos de uma criança lançam o foguete apertando uma garrafa PET de 600 ml transparente de frente para um gramado em que dois carros, um escuro e um claro estão estacionados. [Fim da descrição].

O tutorial elaborado pelos grupos de alunos se configurou como um recurso semiótico para a professora compreender o que os alunos consideravam durante a construção do foguete, uma vez que teve acesso às ações e, em alguns casos, explicações dos alunos. No tutorial construído por outro grupo, o G1, a aluna A31 narrou todo o desenvolvimento no momento da construção do foguete conforme transcrição:

A31: Primeiro, a gente começou a desenhar no papel que a gente ia enrolar no canudo, a gente fez bem colorido. Depois a gente fez pelo círculo, bem colorido também, que vai se formar o cone. Depois a gente foi enrolar o papel colorido que a gente pintou, no canudo. E depois a gente foi cortar e colar o cone. Depois a gente foi cortar em tirinhas, daí a gente foi colar no cone e a gente foi pintar as asinhas do foguete. Colamos. Daí a gente foi testar para ver se tinha dado certo!  
(Narrativa de A31 no tutorial, 2023).

De acordo com o excerto supracitado, para a produção do foguete, especificamente a sua ponta, a aluna A31 mobilizou um raciocínio abduutivo que

considerou que, a partir da planificação de algumas formas geométricas, seria possível construir um cone. Essa hipótese foi explicada e confirmada com a produção empírica do cone com as formas geométricas. De fato, o vídeo instrucional deu indicativos de algumas formas geométricas que poderiam subsidiar a construção do foguete, porém não as nomeou nem mesmo explicitou a forma de construí-las. O tutorial produzido pelos alunos revelou para a professora seus conhecimentos sobre planificação para a obtenção de um sólido geométrico. A produção do protótipo pareceu, neste momento, começar a dar indícios de aspectos matemáticos que poderiam ser abarcados em sala de aula.

O vídeo tutorial, em certa medida, revelou um primeiro *insight* de raciocínio abduutivo. Mesmo não sabendo os propósitos para a aula de Matemática que eram objetivados pela professora, os alunos, na produção do protótipo, buscaram por realizar testes de alcance do foguete seja mudando a angulação, seja analisando uso de garrafas PET de diferentes capacidades. O vídeo instrucional que subsidiou a produção do protótipo, bem como o vídeo tutorial corresponderam a recursos semióticos que fizeram com que os alunos levantassem algumas hipóteses sobre o lançamento de foguetes, pelo menos, as primeiras hipóteses. Os alunos usaram recursos semióticos para testar a funcionalidade do protótipo construído, relacionando capacidade da garrafa e pressão exercida ao apertá-la (Figura 2). A escolha e a combinação desses recursos semióticos – garrafas de diferentes capacidades – dependeram da necessidade representacional do intérprete (aluno), bem como da capacidade em adaptá-los a seu favor.

## Figura 2

*Imagens do G1 testando o foguete*



*Nota.*[Descrição da imagem] Imagens capturadas do vídeo gravado pelo G1, com formato retangular, totalizando três imagens alinhadas em três colunas. Da esquerda para a direita, mãos de criança segurando uma garrafa PET transparente com o foguete construído ainda conectado à garrafa, ao fundo uma cozinha, com três banquetas de madeira com encosto e assento marro, sobre uma bancada de granito preto, um fogão *cooktop* de cinco bocas, pia de granito preto, escorredor de louças e um bebedouro; na segunda imagem, no mesmo ambiente, a garrafa está levemente inclinada, sendo pressionada pelas mãos da crianças; na terceira imagem, no mesmo ambiente, a garrafa está totalmente pressionada e sem o foguete que foi lançado. [Fim da descrição].

Os grupos, de modo geral, não se atentaram, no momento da construção, para a coleta de medidas de lançamento dos foguetes; seguiram o que constava no vídeo disponibilizado na rede social e fizeram as experimentações para observar se o foguete estava bem construído, no sentido de alcançar alguma distância. Essa ação revelou que os alunos se fundamentaram em atos abduativos que “tomam a experiência como ponto de partida e resultam na criação ou adoção de signos para interpretar a experiência” (Kehle & Lester, 2003, p. 105). Neste caso, a experiência estava vinculada às imagens de lançamentos de foguetes presentes no vídeo instrucional, em que os alunos se basearam para averiguar se a construção atenderia a esse propósito – foguete alcançar alguma distância a partir de seu lançamento.

Em sala de aula, no dia 17 de março de 2023, os grupos levaram os foguetes construídos, bem como os vídeos tutoriais e os apresentaram para a turma. Apenas o grupo G4 não fez o vídeo tutorial, justificando não conseguir se reunir, pois moram distantes e dependiam do responsável para levá-los, mas confeccionaram um foguete como solicitado. Antes da apresentação do vídeo tutorial de cada grupo, a professora fez questionamentos para evidenciar o que os alunos sabiam a respeito da construção do foguete, conforme transcrição:

Professora: Gostaria de saber de vocês, por que o foguete? Por que a construção do foguete?

A14: Porque é legal.

A12: Porque você pediu.

A4: Porque tem formas geométricas.

Professora: Tem formas geométricas? Alguém mais percebeu isso?

Alunos: Sim.

Professora: E quais são essas formas geométricas que vocês perceberam?

Alunos: Cone, retângulo, triângulo, cilindro e círculo. [alguns alunos gesticularam com as mãos].

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

A primeira questão da professora tinha como objetivo evidenciar se os alunos relacionaram a situação com aspectos matemáticos, considerando a disciplina em que a atividade foi solicitada, além de iniciar um primeiro movimento para a matematização, em que os alunos precisavam “transcender a situação do mundo em que um problema é formulado, convertendo esta situação na estrutura organizada em linguagem matemática” (Almeida, 2018, p. 19). Embora reconhecendo que as formas geométricas também fizeram parte da construção do foguete, os alunos focaram a atenção para os formatos que elas apresentavam – retângulo, triângulo, cilindro e círculo.

Um dos alunos – o A30 –, para se referir ao formato de um cone da ponta do foguete, juntou os dedos polegares e indicadores das duas mãos, representando por meio de um gesto uma indicação para esse objeto matemático. A aluna A24, para se referir à posição ideal para o lançamento do foguete, juntou as duas mãos com os dedos entrelaçados, representando por meio de um gesto e da fala uma indicação da angulação ideal para a posição do foguete.

Uma análise preliminar com relação às explicações de cada um dos alunos – A30 e A24 – seja sobre o formato da ponta do foguete ou seja sobre a posição ideal para o foguete atingir a maior distância, não revelavam algum objeto matemático. Porém, com o recurso da gesticulação mobilizado por ambos os alunos, a professora entendeu que se tratava de uma imagem associada à seção meridiana de um cone (no caso de A30) e da posição angular ideal para o lançamento do foguete (no caso de A24). Neste sentido, a gesticulação compreendeu um meio para a produção de signos para cada um dos objetos, pois afetou uma mente que determinou “algo que é mediatamente devido ao objeto” (Santaella, 2008, p. 58). A gesticulação, neste caso, permitiu que os alunos expressassem o que queriam dizer com relação ao objeto matemático que conheciam. Se com palavras não estavam se fazendo entender, os gestos subsidiaram a revelação do raciocínio abduutivo para com o estabelecimento de signos oriundos da experimentação e da aprendizagem via tentativa e erro (Simmons, 2017), que realizaram durante a construção do foguete e sob a qual atos abdutivos estavam associados. De fato, os alunos tomaram como hipótese que os gestos produzidos seriam aceitos e validados pela professora no âmbito da aula.

A partir das discussões e dos questionamentos da professora aos alunos, foi possível, a partir das experiências com a construção do foguete para as aulas de matemática, mobilizar conhecimentos já construídos de modo que hipóteses fossem elencadas, o que nos permitiu evidenciar indícios de raciocínio abduutivo por meio da geração de signos, conforme as transcrições:

Professora: Além de todas essas formas geométricas, vocês perceberam mais alguma coisa? Por que eu pedi para vocês construírem esse foguete?

A25: Porque a gente tem que calcular algo.

A31: Foi legal! [aponta para o foguete que está em suas mãos].

A27: Para medir os ângulos? [o aluno gesticula com a mão].

Professora: Podemos utilizar [o foguete] para medir os ângulos?

Alunos: Podemos.

Professora: E quais instrumentos podemos utilizar para medir os ângulos?

A7: Transferidor.

A5: Aplicativo do celular.

A30: Esse aqui! [mostrando o aplicativo no telefone celular]

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

Com os diálogos promovidos na sala de aula, foi possível evidenciar que os alunos tinham conhecimento colateral, ou seja, experiência prévia a respeito dos ângulos e do instrumento utilizado para medir ângulos – o transferidor – que poderia ser o físico ou o digital, em um aplicativo do telefone celular. Ao mostrar o aplicativo, o A30 revelou um signo produzido de imediato quando a professora questionou: *E quais instrumentos podemos utilizar para medir os ângulos?*. O signo, segundo Peirce (1972, p. 27), não “precisa ser uma palavra; pode ser uma ação, [...] que seja capaz de dar origem a outros signos”. Os questionamentos da professora fizeram os alunos produzirem signos que se remetiam ao objeto matemático ângulo, revelando seus conhecimentos colaterais. De fato, os alunos partiram da “adoção provisória de uma hipótese em virtude de serem possíveis de verificação experimental” (Peirce, 2005, p. 6). Da hipótese de que o ângulo poderia ser medido pelo transferidor e da experimentação a partir de lançamentos de foguetes.

A comunicação mediada pela professora deu voz aos alunos e esta foi ouvida, revelando conhecimentos com relação ao lançamento de foguetes. Defronte de tais conhecimentos, com o intuito de testar as hipóteses já estabelecidas via gestos de A24 e indicação de A27 (Para medir os ângulos?), bem como coletar dados para dar continuidade ao desenvolvimento da atividade, os alunos foram convidados a ir ao campo de futebol da escola e participar do “campeonato de lançamento de foguetes”, em que um representante de cada grupo ficou responsável pelo lançamento enquanto os outros integrantes fizeram registros escritos e gravações em vídeos do que estava acontecendo.



No momento da coleta de dados sobre a distância horizontal que cada foguete atingiu no campeonato, os grupos utilizaram diversos recursos, tais como: medidas com os pés, régua, calculadora, trena, transferidor, telefone celular e aplicativo *protractor*. Os grupos que não tinham uma trena para medir a distância, utilizaram os pés (medida não convencional) e, em seguida, transformaram-na em centímetros com a ajuda de uma régua. Neste caso, tanto os pés quanto a régua se configuraram como recursos semióticos para a produção do signo relativo à medição da distância de alcance do foguete, abarcada pelos alunos.

Os alunos mobilizaram “o recurso mais próximo que estava disponível em seu repertório semiótico” (Mavers, 2004, p. 60), que foi o uso de instrumentos de medida que tinham em mãos. Utilizar o tamanho dos pés quando não se tinham instrumentos de medidas convencionais, revelou um processo abduutivo para a resolução de um problema – determinar a distância horizontal atingida pelo foguete – que, defronte da “percepção de anomalias ou de problemas aparentemente insolúveis [...]” – falta de instrumento de medida convencional – ocorreu “[...] busca e geração daquelas hipóteses que, se consideradas verdadeiras, poderiam resolver os problemas em questão” (Gonzalez & Haselager, 2002, p. 22) – considerar a quantidade de pés como uma medida que poderia, posteriormente, ser comparada com uma medida convencional, em centímetros.

A comparação, a *posteriori*, da medida do pé com a régua de fato ajudaria a determinar a distância em uma unidade de medida convencional a partir da multiplicação da quantidade de pés contabilizadas com o tamanho do pé do integrante do grupo. Porém, os alunos tinham ciência de que seriam medidas aproximadas pela imprecisão da coleta quando o integrante posicionava um pé imediatamente a frente do outro.

O uso do aplicativo e dos outros recursos semióticos na produção dos dados quantitativos proporcionaram “meios para que o estudante se engaje nas ações, tome decisões, esteja em interação com o professor, com os colegas e com os meios que lhe permitem experimentar no desenvolvimento de atividades de modelagem” (Almeida et al., 2021b, p. 144). Esse engajamento revelou conhecimentos dos alunos quanto à ação de uso de instrumentos de medidas para o desenvolvimento da atividade de modelagem, pois tinham o interesse em determinar a distância que o foguete de cada grupo alcançou. Os alunos perceberam que os recursos tecnológicos podiam auxiliá-los em sala de aula, uma vez que permitiram “produzir dados, visualizar o comportamento dos dados” (Silva et al., 2018, p. 385).

Os alunos notaram que alguns foguetes alcançaram maior distância do que outros e, para analisar a situação, algumas hipóteses foram consideradas, conforme falas no decorrer do “campeonato de lançamento de foguetes”, como segue na transcrição:

Professora: Por que será que um dos foguetes não se soltou da garrafa? Outros foram mais distantes? Outros foram mais próximos?

A19: O peso.

A4: O vento.

A32: A garrafa era muito pequena.

Professora: Será que somente essas informações que vocês falaram interferem na distância que o foguete foi percorrer?

A15: A força que aperta também.

A1: Hã, a posição do foguete!

Professora: Ah, mas a posição do foguete envolve o quê?

A3: Professora, o ângulo interfere na distância que o foguete irá mais longe.

Professora: Se o ângulo interfere, qual seria o melhor ângulo para soltar o foguete?

A32: O ângulo de 90°.

A15: Não... se for de 90° o foguete vai para cima. [a aluna gesticula com a mão, indicando o ângulo de 90° e um possível deslocamento do foguete]

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

O protótipo utilizado pelos alunos e o campeonato em que puderam comparar o alcance do foguete lançado por grupo foram meios utilizados para se evidenciar alguns aspectos que interferiram no resultado. Dentre esses aspectos, a massa do protótipo (que os alunos se remeteram por meio da unidade quilograma), o vento (interferência no foguete lançado), o tamanho da garrafa (que foi associada ao empuxo e à pressão), a força (para o empuxo) e o ângulo de lançamento (inclinação da garrafa). Tratava-se da alusão de inferências abduativas, relacionadas às observações dos alunos na produção do vídeo tutorial ou mesmo na observação dos diferentes grupos nos lançamentos dos foguetes que emergiram a partir dos questionamentos da professora.

Com isso, entendemos que os alunos se remeteram a essas inferências, considerando a experimentação realizada com os foguetes no campo de futebol, comparando os resultados com os colegas e via confronto com os questionamentos da professora por meio da criação de dúvidas sobre o que estava sendo observado, suspeitando da veracidade das hipóteses elencadas sobre o fenômeno estudado (Ramos, 2016), que dizem respeito aos diferentes aspectos indicados como massa do foguete, a interferência do vento, o tamanho da garrafa e o ângulo de lançamento.

A manipulação do protótipo por diferentes intérpretes permitiu as ações de “visualizar, testar e examinar as abordagens matemáticas” (Yoon & Miskell, 2016, p.

89), inclusive indicando correção entre os próprios alunos sobre a resposta incorreta de A32 que mencionou o ângulo de  $90^\circ$ , pois com a experimentação com o protótipo, ao lançar o foguete com a garrafa inclinada segundo esse ângulo, *o foguete vai para cima* (fala de A15). De fato, ao mencionar o ângulo de  $90^\circ$ , para o maior alcance horizontal, A32 lançou o seu raciocínio abduutivo enquanto uma hipótese altamente falível que foi passível “de passar pelas provas da experiência” (Santaella, 2004, p. 109), realizada por A15. Neste sentido, enquanto operação de geração de ideia nova, não existem “regras exatas para a ocorrência da abdução porque a liberdade é a sua principal característica. A abdução não segue uma fórmula lógica, mas inicia formas explicativas” (Gambarato, 2013, p. 425), que podem ser explicadas ou refutadas. O lançamento com o ângulo de  $90^\circ$  foi testado e a hipótese de que o foguete alcançaria a maior distância horizontal foi refutada. Realizar o teste por meio do recurso semiótico protótipo de foguete, confrontou o raciocínio abduutivo do A32 com relação à distância horizontal, mas serviu de meio para a observação do alcance vertical, que geralmente um foguete é lançado.

Na aula do dia 24 de março de 2023, os alunos reuniram-se em grupos para realizar a análise, a interpretação e a obtenção de uma solução para o problema – *Qual o melhor ângulo para que o foguete atinja a maior distância?* Para isso, levaram novamente os foguetes construídos e as anotações que fizeram.

Durante esse momento de reunião dos grupos na sala de aula, a coleta de dados foi organizada. Na Figura 3 temos os registros do G3, que apresentou por meio de uma tabela os ângulos utilizados, os lançamentos, a distância em pés e a distância em metros. Discutir os aspectos quantitativos e organizá-los de modo a auxiliar nas análises, correspondeu à resolução da situação em uma atividade de modelagem com o objetivo de “responder às perguntas formuladas sobre o problema [...] e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões sobre o problema em estudo” (Almeida et al., 2012, p. 16). O registro produzido pelos alunos “não é qualquer signo, mas um signo que interpreta o fundamento” (Santaella, 2008, p. 43) relativo à análise da distância horizontal atingida pelo foguete, de acordo com o ângulo de lançamento.

**Figura 3**

Registros de G3 para a organização dos dados coletados no lançamento do foguete

Ângulos	Lançamentos	Distância (pés)	Distância (metros)
30°	1º lançamento	12 pés	3,12 m
30°	2º lançamento	12 pés	3,12 m
45°	3º lançamento	8 pés	2,08 m
60°	4º lançamento	5 pés	1,30 m

• 1 pé da garrafa mede 26 cm

1º lançamento: 3,12 m

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 26 \\ \hline 72 \\ + 240 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$312 \div 100 = 3,12$$

2º lançamento: 3,12 m

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 26 \\ \hline 72 \\ + 240 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$312 \div 100 = 3,12$$

3º lançamento: 2,08

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 26 \\ \hline 208 \end{array}$$

$$208 \div 100 = 2,08$$

4º lançamento: 1,30

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 26 \\ \hline 130 \end{array}$$

$$130 \div 100 = 1,30$$

*Nota.* [Descrição da imagem] Registros escritos dos alunos do G3 em uma folha de papel sulfite com o desenho de um quadro com anotações das medidas coletadas relativas aos ângulos de 30, 45 e 60 graus, a indicação de lançamentos, a distância em pés 12, 8 e 5 pés e a distância em metros, sendo 3,12 metros, 2,08 metros e 1,30 metros, obtidos por operações de multiplicação expressas via algoritmos nos registros abaixo do quadro. [Fim da descrição].

De acordo com os registros, os integrantes do G3 obtiveram como solução para o problema que, quando a garrafa está inclinada a 30°, o foguete atingiu a maior distância de 3,12 metros, sendo a maior distância dos três ângulos por eles medidos. O grupo considerou o tamanho do pé (26 cm) de um dos integrantes do grupo e realizou os cálculos da distância em pés para chegar nos valores disponíveis na tabela. Os registros escritos e a conjectura do tamanho do pé considerado foram os recursos semióticos que subsidiaram a resposta de G3 para o fenômeno em estudo.

No entanto, os integrantes do G2, ao perceber que outros grupos estavam chegando em resultados diferentes, solicitaram para a professora se poderiam coletar novamente os dados. O que podemos evidenciar é que, na obtenção da solução, os alunos “aplicaram seus conhecimentos matemáticos, exploraram estratégias possíveis, avaliaram seu pensamento, compararam soluções” (Baker & Galanti, 2017, p. 4). Na comparação de soluções, evidenciaram que, provavelmente, a solução obtida poderia estar equivocada, necessitando retomar a coleta de dados. Diante dessa ação, houve a necessidade de buscar “uma nova hipótese (como uma possível solução para um determinado problema)” (Gonzalez & Haselager, 2002, p. 24). Defronte de soluções diferentes, houve a necessidade de retomar os dados e,

também, produzir novos dados para confrontar qual grupo estava procedendo a abordagem de forma mais fidedigna ao fenômeno. Esse procedimento é recorrente no desenvolvimento de atividades de modelagem, em que a troca de ideias entre os integrantes do grupo e entre grupos diferentes podem mobilizar ações que se fazem necessárias para se chegar a uma solução plausível. Antes mesmo de finalizar o desenvolvimento da atividade, um dos grupos – G2 – sinalizou que algo poderia ter interferido nos dados.

A tabela, enquanto um modelo matemático, se configurou como um recurso semiótico que subsidiou a tomada de decisão do grupo de alunos a coletar novos dados, visto que as hipóteses de que o ângulo de lançamento interferia no alcance horizontal do foguete estava sendo confrontada e os resultados estavam divergentes uns dos outros. A tabela se constituiu enquanto um meio para a produção de signos com relação à produção de dados, mobilizando novas ações por parte de um dos grupos que atingiu aos demais grupos. O que pudemos conjecturar foi que esse grupo de alunos (G2) não estava confortável com os resultados, desencadeando o que Gonzalez e Haselager (2002, p. 22) caracterizam como “uma lógica de escolha de hipóteses” em que poderiam ter a liberdade para a escolha dos dados que utilizariam para responder o problema. Em práticas com modelagem, a liberdade de escolha se configurou pelas orientações e concessões da professora em possibilitar que os grupos retomassem a coleta de dados.

Então, todos os grupos se dedicaram a realizar novos lançamentos do foguete, agora se atentando ao uso de instrumentos de medida convencional. Essas ações permitiram aos alunos se inteirarem novamente da situação, “por meio de uma coleta de dados quantitativos e qualitativos” (Almeida et al., 2012, p. 15), de forma sistematizada. Ou seja, partiram para o desenvolvimento de “uma teoria empírica da plausibilidade (i.e., como uma hipótese pode fornecer experimentalmente uma explicação plausível para um evento surpreendente)” (Gonzalez & Haselager, 2002, p. 22), permitindo a evidência de ações em que o raciocínio abduutivo pode ser mobilizado.

Cada um dos recursos utilizados pelos alunos permitiu a produção de “novos” dados para a situação de lançamento de foguetes. O G2, por exemplo, além do lançamento no campeonato, em que não coletaram o valor do ângulo, fez outros quatro, considerando as posições angulares de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  com o intuito de identificar qual ângulo seria o ideal para que o foguete atingisse a maior distância horizontal, conforme consta no quadro da Figura 4. O aplicativo *protractor* permitiu os alunos calibrarem o ângulo de lançamento e a trena foi utilizada para determinar

a distância atingida pelo foguete. As ações de medir e comparar foram subsidiadas por recursos semióticos – instrumentos de medida e quadro com as anotações – em que os alunos puderam inferir sobre a solução para o problema.

**Figura 4**

*Resolução do G2 para a atividade sobre lançamento de foguetes*

Ângulos	Lançamentos	Distância em pés	Distância em metros
—	1º lançamento	—	4,10 Metros
30°	2º lançamento	—	3,90 Metros
45°	3º lançamento	—	3,50 Metros
60°	4º lançamento	—	3,20 Metros
90°	5º lançamento	—	1,50 Metros

- Concluímos que o ângulo que tem a maior distância de lançamento é o de 45°

*Nota.*[Descrição da imagem] Imagem do registro escrito da tabela em uma folha de papel sulfite dos alunos do G2 com os ângulos de 30, 45, 60 e 90 graus, os lançamentos, no total de cinco, e as distâncias em metros alcançadas, sendo 4,10 metros, 3,90 metros, 3,50 metros, 3,20 metros e 1,50 metros. Abaixo da tabela, a conclusão dos alunos de que o ângulo que tem a maior distância de lançamento é o de 45 graus. [Fim da descrição].

A partir da análise do quadro (modelo matemático), chegaram a uma solução para o problema: “Concluímos que o ângulo que tem a maior distância de lançamento é o de 45°”. Ou seja, os alunos concluíram que segurando a garrafa com um ângulo de 45° o foguete atingiu a maior distância – 3,50 metros, dentre a coleta que realizaram. Esse resultado refutou a hipótese de que os ângulos de 30° (obtido no campeonato de lançamento) e o de 90° (apresentado no início das discussões) correspondiam à solução para o problema. A experimentação viabilizada pelos protótipos de foguetes, bem como os instrumentos de coleta de dados, foram recursos semióticos considerados pelos alunos, sob orientação da professora, para a indicação da solução, em que hipóteses foram elaboradas, refutadas e validadas, via raciocínio abduutivo dos integrantes dos grupos, o que auxiliou na construção de conhecimentos matemáticos e extra matemáticos.



Após a coleta e a organização de dados para a obtenção de solução para o problema em estudo, os alunos socializaram as medidas que obtiveram em seus grupos e foi discutido sobre qual o ângulo de lançamento atingiu a maior distância horizontal. Algumas medidas foram consideradas, conforme constam nos diálogos transcritos a seguir:

Professora: Após a coleta dos dados, o que vocês perceberam?

A19: Para o foguete atingir a maior distância é preciso que ele tenha o menor ângulo.

A8: O nosso atingiu a maior distância quando o ângulo foi de  $45^\circ$  [gesticula como se estivesse lançando o foguete].

A15: A distância que o foguete vai atingir depende do ângulo, quando a gente colocou o ângulo de  $90^\circ$  ele foi para cima e caiu bem pertinho.

A8: No nosso primeiro lançamento livre a distância foi de 4,10 metros, mas não utilizamos o aplicativo para medir o ângulo, depois que fizemos as medidas certinhas conseguimos encontrar qual era exatamente o ângulo que o nosso foguete iria mais distante.

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

O compartilhamento dos resultados em uma atividade de modelagem, correspondeu a uma ação cognitiva em que os alunos argumentaram sobre os métodos e procedimentos implementados e “implica essencialmente o desenvolvimento de uma argumentação que possa convencer aos próprios modeladores e àqueles aos quais esses resultados são acessíveis de que a solução apresentada é razoável e é consistente” (Almeida et al., 2012, p. 19). Além disso, segundo Guerreiro et al. (2015, p. 282), a comunicação na perspectiva da semiótica “valoriza a significação, a interpretação e o valor informativo das mensagens que os sujeitos trocam entre si”.

### **Considerações Finais**

Implementar atividades de modelagem matemática em sala de aula tem sido uma das possibilidades de se considerar diferentes transformações e mudanças pelas quais o ensino de matemática tem passado, principalmente em motivar o interesse dos alunos em aprender matemática. Neste sentido, a partir de uma temática que se almejava manter o interesse dos alunos – lançamento de foguetes – para estudar Geometria, a professora vislumbrou planejar uma atividade de modelagem, seguindo o currículo pré-estabelecido pelo material apostilado adotado pela escola.

Ponderando que, em atividades de modelagem, o raciocínio abdutivo poderia ser revelado a partir dos recursos semióticos que os alunos mobilizassem, focamos

nossa atenção em trazer reflexões para a questão de pesquisa: *De que modo os recursos semióticos mobilizados por alunos do 7º ano revelam o raciocínio abduutivo no desenvolvimento de uma atividade de modelagem sobre lançamento de foguetes?*

Um vídeo instrucional presente em uma rede social foi o mote para o início do desenvolvimento da atividade. Esse recurso semiótico, disponibilizado pela professora, revelou inferências abdutivas sobre possibilidades de abarcar a matemática, visto que os alunos o seguiram para produzir foguetes a partir de planificação de figuras geométricas para a construção de suas partes, além de suscitar neles hipóteses provisórias relacionadas à capacidade da garrafa PET para auxiliar a obter maior distância horizontal no lançamento. Essas inferências abdutivas foram reveladas via vídeo tutorial produzido pelos alunos, a partir da sugestão da professora. No entanto, entendemos que se trataram de especulações, visto que de antemão não conheciam as intenções da professora, porém entendiam que algum conteúdo matemático poderia se fazer presente, principalmente por revelarem em suas falas gravadas nos vídeos aspectos matemáticos para a construção de sólidos geométricos. De antemão, o vídeo instrucional não apresentava explicação alguma sobre esse procedimento.

Todavia, foi nas aulas de matemática que o raciocínio abduutivo foi revelado de modo substancial, seja em um campeonato de lançamento de foguetes ou seja na coleta de dados quantitativos, em que a experimentação com o protótipo subsidiada por medidas convencionais e não-convencionais se configuraram como recursos semióticos para embasar as argumentações dos alunos a partir do estabelecimento de hipóteses. A atividade de modelagem possibilitou essa ação de levantar hipóteses de forma natural, pois foi relevante para a produção de dados quantitativos para a obtenção de uma solução para o problema. Porém, foi com os questionamentos da professora e o compartilhamento e a comparação de respostas entre os grupos de alunos que o raciocínio abduutivo incrementou os conhecimentos construídos no contexto da atividade de modelagem matemática.

A professora, intentando encaminhar as discussões para o fato de o foguete atingir determinada distância horizontal a partir de uma angulação, desconsiderando outros fatores como a massa do protótipo, o vento (interferência no foguete lançado), o tamanho da garrafa (que foi associada ao empuxo e à pressão) e a força (para o empuxo), orientou os alunos por meio de questionamentos que poderiam estruturar uma simplificação para o que estavam investigando. A partir disso, os alunos consideraram hipóteses explicativas utilizadas na construção do foguete

(lógica de escolha) ou mesmo adaptaram suas considerações a partir do que haviam experienciado na competição de foguetes como uma geração de hipóteses temporárias (lógica da descoberta), considerando medidas convencionais e não convencionais, bem como o uso de instrumentos de medidas e a possibilidade de nova coleta de dados a partir da comparação de resultados entre os diferentes grupos, enquanto hipóteses plausíveis para um evento surpreendente (teoria empírica da plausibilidade).

Os recursos semióticos mobilizados no desenvolvimento da atividade de modelagem em seus diferentes ambientes – extraclasse, na construção do protótipo; no campo de futebol, com o campeonato de lançamento e coleta de dados em dois momentos, um de competição e outro de coleta sistematizada; em sala de aula, na sistematização de uma solução para o problema –, em certa medida, disponibilizaram à professora informações sobre os conhecimentos dos alunos sobre aspectos matemáticos e não matemáticos presentes nas falas e nas ações, como medir, calcular, hipotetizar, elaborar registros escritos e comparar com os dos colegas, empreendidas no desenvolvimento da atividade de modelagem.

A liberdade com relação à produção de dados, troca de ideias, compartilhamento de resultados e retomada da experimentação é genuína no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. O foco em interpretar essas ações, segundo pressupostos da semiótica, coloca o pesquisador em um ambiente em que precisa estar atento ao que os alunos falam, agem e registram, de modo que conhecimentos sejam mobilizados a partir desses signos que são produzidos subsidiados por diferentes recursos semióticos. Colocar na lente de investigação o raciocínio abduutivo tem como objetivo apontar para a escuta atenta para as hipóteses elencadas, refutadas e validadas pelos alunos que desenvolvem a atividade de modelagem.

Ressaltamos que a produção do vídeo tutorial, além de um recurso semiótico, se mostrou como um meio de acompanhar o desenvolvimento da atividade de modelagem quando da não possibilidade de presença física da professora. Vídeos produzidos pelos alunos podem ser um objeto de investigação para a análise do raciocínio abduutivo em outras etapas de desenvolvimento de uma atividade de modelagem, principalmente após sua finalização, com o objetivo de evidenciar o que “ficou” para os alunos, se configurando como possibilidade de pesquisa futura.

## Referências

- Almeida, L. M. W. (2018). Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM - Mathematics Education*, 50(1), 19-30.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-017-0902-4>
- Almeida, L. M. W. (2022) Uma abordagem didático-pedagógica da Modelagem Matemática. *Vidya*, 42(2), 121-145. <https://doi.org/10.37781/vidya.v42i2.4236>
- Almeida, L. M. W., Castro, E. M. V. de., & Silva, M. H. S. (2021a). Recursos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática e o Contexto On-line. *Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 14(2), 383-406.  
<https://doi.org/10.5007/1982-5153.2021.e77227>
- Almeida, L. M. W., & Ferruzzi, E. C. (2009). Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. *Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 117-134.  
<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37952>
- Almeida, L. M. W., & Silva, K. A. P. (2012). Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência. *Ciência & Educação*, 18(3), 623-642.  
<https://doi.org/10.1590/S1516-73132012000300009>
- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., & Borssoi, A. H. (2021b). Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. *Quadrante*, 30(2), 123-146.  
<https://doi.org/10.48489/quadrante.23605>
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. Contexto.
- Araki, P. H. H. (2020). *Atividades Experimentais Investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica*. [Dissertação de mestrado, Universidade Tecnológica Federam do Paraná].  
<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4898>
- Atkins, R. K. (2017). Inferential Modeling of Percept Formation: Peirce's fourth cotary proposition. In: K. A. Hull, & R. K. Atkins (Eds.), *Peirce on Perception and Reasoning*. (pp. 25-39). Routledge Studies in American Philosophy.

- Baker, C. K., & Galanti, T. M. (2017). Integrating STEM in elementary classrooms using model-eliciting activities: responsive professional development for mathematics coaches and teachers. *International Journal of STEM Education*, 4(10), 1-15. <https://doi.org/10.1186/s40594-017-0066-3>
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, 14(15), 5-23.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Contexto.
- Burak, D. (1992). *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. [Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas]. <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/46030>
- Caldeira, A. D., Magnus, M. C. M., & Duarte, C. G. (2019). Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma legitimação do discurso curricular. *Revista de Educação Matemática*, 16(21), 38-56. <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/230>
- Domingues, N. S., & Borba, M. C. (2018). Compreendendo o I Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática. *Revista de Educação Matemática*, 15(18), 47-68. <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/274>
- Elfringhoff, M. S., & Schukajlow, S. (2021). What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. *Quadrante*, 30(1), 8-30. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23861>
- Flick, U. (2009). *Introdução à pesquisa qualitativa*. Artmed.
- Gambarato, R. R. (2013). Peircean semiotics in the context of design praxis: abduction and perception in dialogue. *Sign Systems Studies*, 41(4), 424-432. <https://doi.org/10.12697/SSS.2013.41.4.03>
- Gonzalez, M. E. Q., & Haselager, W. (Pim) F. G. (2002). Raciocínio abdutivo, criatividade e auto-organização. *Cognitio*, (3), 22-31.
- Guerreiro, A., Ferreira, R. A. T., Menezes, L., & Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório da

- matemática. *Zetetiké*, 23(4), 279-295.  
<https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>
- Honorato, A. H. A., & Forner, R. (2022). Atividades de modelagem matemática na educação básica. *Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 15(1), 87-107. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2022.e79934>
- Kehle, P. E., & Lester, F. K. Jr. (2003). A semiotic look at modeling behavior. In: R. Lesh, & H. M. Doerr, H. M. (Ed.), *Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. (pp. 97-122). Erlbaum.
- Leeuwen, T. (2005). *Introducing Social Semiotics*. Routledge.
- Martins, N., & Silva, K. A. P. (2024). Mobilização de recursos semióticos para a percepção da matemática em atividades de modelagem matemática. *REVEMAT*, 19, 1-25. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2024.e99834>
- Mavers, D. E. (2004). *Multimodal design: the semiotic resources of children's graphic representation*. [PhD Thesis, University College London].  
[https://www.researchgate.net/publication/320242153\\_Multimodal\\_design\\_the\\_semiotic\\_resources\\_of\\_children's\\_graphic\\_representation](https://www.researchgate.net/publication/320242153_Multimodal_design_the_semiotic_resources_of_children's_graphic_representation)
- Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2011). *Modelagem em Educação Matemática*. Autêntica.
- Moreira, M. A. (2011). *Metodologias de Pesquisa em Ensino*. Livraria da Física.
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge.
- Peirce, C. S. (2005). *Semiótica*. Perspectiva.
- Peirce, C. S. (1972). *Semiótica e filosofia: textos escolhidos*. Cultrix.
- Pessoa, T. C., Silva, K. A. P. (2023). Recursos Semióticos em uma Atividade de Modelagem Matemática Integrada à Educação STEAM. *Perspectivas da Educação Matemática*, 16, 1-21. <https://doi.org/10.46312/pem.v16i43.18111>



- Ramos, D. C. (2016). *O raciocínio abduutivo em atividades de Modelagem Matemática*. [Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Londrina]. <https://repositorio.uel.br/handle/123456789/14582>
- Ranker, J. (2014). The emergence of semiotic resource complexes in the composing processes of young students in a literacy classroom context. *Linguistics and Education*, 25(1), 129-144. <https://doi.org/10.1016/j.linged.2013.10.002>
- Santaella, L. (2004). *O método anticartesiano de C. S. Peirce*. UNESP.
- Santaella, L. (2008). *O que é Semiótica*. Brasiliense.
- Tuzzo, S., & Braga, C. (2016). O processo de triangulação da pesquisa qualitativa: o metafenômeno como gênese. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 4(5), 140-158. <https://repositorio.bc.ufg.br/items/93df7d2a-cc42-47a0-97c1-2aa8e412c1e2>
- Vidigal, C., & Bean, D. (2016). Levantando aspectos, formulando pressupostos e matematizando em modelagem matemática. *Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 9(2), 249-269. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2016v9n2p249>

## Notas

### TÍTULO DA OBRA

Recursos semióticos mobilizados para o raciocínio abduutivo em uma atividade de modelagem matemática.

### Tatiane Cristine Pessoa

Mestrado em Ensino de Matemática

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC - SP), Lençóis Paulista, São Paulo, Brasil

[tatianepessoa@alunos.utfpr.edu.br](mailto:tatianepessoa@alunos.utfpr.edu.br)

 <https://orcid.org/0000-0001-6880-1187>

Professora da Educação Básica da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC - SP). Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Faculdade Estadual de Filosofia Ciências Letras de Cornélio Procópio (2007). Especialista em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT), Cornélio Procópio/Londrina da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. Tem experiência na área da Educação, como professora do ensino Fundamental e Médio, com ênfase em Matemática, desde 2008.

### Karina Alessandra Pessoa da Silva

Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento Acadêmico de Matemática, Londrina, Brasil

[karinasilva@utfpr.edu.br](mailto:karinasilva@utfpr.edu.br)

Professora do Magistério Superior, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina, atuando nos cursos de Engenharia e no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Estadual de Londrina (2000). Especialista em Educação Matemática pela UEL (2007). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL (2008). Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (2013). Tem experiência na área de Educação Matemática com ênfase em Ensino e Aprendizagem da Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Semiótica Peirceana, Registros de Representação Semiótica e Livro Didático. Coordenadora do grupo de pesquisa Modelagem Matemática no Contexto Educacional, vinculado à UTFPR. Membro da diretoria regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Paraná) (2013-2019). Coordenadora do GT 10 - Modelagem Matemática - da SBEM (2019-2021). Bolsista Produtividade em Pesquisa da Fundação Araucária (2025-2027).

#### **Endereço de correspondência do principal autor**

Rua Cel Virgílio Rocha, 604, CEP: 18683-371, Lençóis Paulista, SP, Brasil.

#### **AGRADECIMENTOS**

Não se aplica

#### **CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA**

**Concepção e elaboração do manuscrito:** T. C. Pessoa, K. A. P. da Silva

**Coleta de dados:** T. C. Pessoa

**Análise de dados:** T. C. Pessoa, K. A. P. da Silva

**Discussão dos resultados:** T. C. Pessoa, K. A. P. da Silva

**Revisão e aprovação:** T. C. Pessoa, K. A. P. da Silva

#### **CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA**

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

#### **FINANCIAMENTO**

Não se aplica.

#### **CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM**

O colégio particular em que a atividade de modelagem matemática foi desenvolvida, detinha o direito de uso de imagens e de gravações realizadas nas aulas. Com isso, não foi exigido, pelo referido colégio, que a pesquisa tivesse a aprovação no comitê de ética. Todavia, o colégio assinou uma autorização para o desenvolvimento da pesquisa e um termo de consentimento livre e esclarecido por assinado pelos pais dos estudantes.

#### **APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA**

Não solicitada pelo colégio em que a pesquisa foi desenvolvida, devido ao direito de uso de imagem assinado pelos pais dos estudantes no momento da matrícula.

#### **CONFLITO DE INTERESSES**

Não se aplica.

## LICENÇA DE USO

Os autores cedem à revista **Alexandria** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que terceiros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

## PUBLISHER

Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

## HISTÓRICO

Recebido em: 07-05-2024 – Aprovado em: 21-08-2025 – Publicado em: 15-12-2025