ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

Interações discursivas de futuros professores sobre a estrutura algébrica de Grupos: um olhar para a matemática escolar

Discursive interactions of pre-service teachers on the algebraic structure of Groups: a look at school mathematics

Vania Batista Flose Jardim[1]
https://orcid.org/0000-0001-7325-267X
Alessandro Jacques Ribeiro [2]
https://orcid.org/0000-0001-9647-0274
Marcia Aguiar[2]
https://orcid.org/0000-0001-5824-0697

1. Departamento de Ciências e Matemática, Instituto Federal de São Paulo, São Paulo, Brasil/ Universidade Federal do ABC, Santo André, Brasil. E-mail: vaniaflose@ifsp.edu.br
2. Centro de Matemática, Computação e Cognição, Universidade Federal do ABC, Santo André, Brasil. E-mail: alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br; marcia.aguiar@ufabc.edu.br

Resumo: Diversas práticas discursivas estão presentes em sala de aula. Neste artigo, busca-se identificar potenciais relações entre as interações discursivas, o papel do formador e as tarefas formativas, além de compreender de que modo tais relações promovem aprendizagens acerca do ensino da matemática escolar em uma disciplina de álgebra num curso de licenciatura em matemática. Utilizando uma abordagem qualitativa-interpretativa e o método *Design Based-Research*, foram conduzidos dois ciclos de pesquisa. Esses ciclos analisaram o planejamento, as interações discursivas entre os participantes de uma disciplina de álgebra enquanto resolviam tarefas formativas sobre a estrutura algébrica de Grupos, bem como suas avaliações. Os resultados mostram que as interações discursivas foram influenciadas pelas escolhas das tarefas matemáticas e pelos propósitos dos formadores durante o planejamento. Além disso, a estrutura dessas tarefas forneceu ferramentas para que os futuros professores discutissem sobre casos de ensino envolvendo o uso do elemento simétrico contextos escolares distintos.

Palavras-chave: Interações Discursivas, Estruturas Algébricas, Linguagem Matemática, Tarefas Formativas, Licenciatura em Matemática.

Abstract: Several discursive practices are present in the classroom. In this article, we seek to identify potential relationships between discursive interactions, the role of the trainer and training tasks, in addition to understanding how such relationships promote learning about the teaching of school mathematics in an algebra subject in a mathematics degree course. Using a qualitative-interpretive approach and the Design Based-Research method, two research cycles were conducted. These cycles analyzed planning, discursive interactions between participants in an algebra discipline while solving formative tasks on the algebraic structure of Groups, as well as their evaluations. The results show that discursive interactions were influenced by the choices of mathematical tasks and the trainers' purposes during planning. Furthermore, the structure of these tasks provided tools for future teachers to discuss teaching cases involving the use of the symmetric element in different school contexts.

Keywords: Discursive Interactions, Algebraic Structures, Mathematical Language, Formative Tasks, Degree in Mathematics.

Introdução

Ao considerar a formação inicial de professores, é essencial direcionar o foco para sala de aula da Educação Básica e proporcionar momentos de reflexão baseados na vivência das práticas de ensino com o objetivo de aproximar os futuros professores (FP) das situações que enfrentarão em sua carreira (Marcelo, 2009). Tais práticas podem ajudar os licenciandos a perceber e compreender a matemática presente nos processos de aprendizagem, seja por meio de exemplos da sala de aula seja por momentos narrados por professores (Fiorentini & Oliveira, 2013).

Nesses momentos, os formadores podem utilizar tarefas formativas e estratégias que promovam discussões matemáticas e didáticas para auxiliar a aprendizagem dos professores, como a abordagem do ensino exploratório (Cyrino & Oliveira, 2016; Ribeiro & Ponte, 2020; Aguiar, et al., 2021). Embora alguns estudos indiquem o potencial de abordagens que promovem boas discussões na formação de professores, ainda é necessário explorar como essas abordagens se dão em diferentes disciplinas de um curso de licenciatura em matemática (Ribeiro & Ponte, 2020; Marins et al., 2021), incluindo a álgebra, a ser melhor explorada na formação do professor (Ribeiro, 2016).

O ensino da álgebra, por sua vez, pode ser amparado pelo o estudo de estruturas algébricas como Grupos, que apesar de ser abordada em disciplinas de álgebra, apresenta conexões com outras áreas da matemática como a aritmética e a geometria (Zazkis & Marmur, 2018).

No que diz respeito às discussões, para evitar que se tornem superficiais em sala de aula, Sasseron (2013) destaca a importância de ter um objetivo bem definido. Esse objetivo deve estar relacionado às perguntas feitas, à proposta de problemas ou tarefas, bem como às questões, aos comentários e às informações a serem abordados. Além disso, é fundamental considerar as respostas dos participantes, que podem ser expressas por meio de palavras ou gestos (Kendon, 2004).

Considerando que o ambiente de discussões pode ser uma sala de aula na qual os alunos estão se formando professores e realizando tarefas formativas e que as ações do formador podem influenciar as discussões que ocorrerão (Trevisan et al*.,* 2020; Aguiar et al., 2021; Trevisan *et al.*, 2023), neste artigo[1], temos por objetivo: Identificar potenciais relações entre as interações discursivas, o papel do formador e as tarefas formativas, além de compreender de que modo tais relações promovem aprendizagens acerca do ensino da matemática escolar em uma disciplina de álgebra num curso de licenciatura em matemática. Para operacionalizar tal objetivo, pretendemos responder a seguinte questão: Como as interações discursivas entre os participantes de uma disciplina de álgebra são antecipadas pelo formador e alavancadas por tarefas formativas, de modo a promover aprendizagens acerca do ensino da matemática escolar? Que relações são estabelecidas entre as interações discursivas, o papel do formador e as tarefas formativas, quando se aborda a álgebra em um curso de licenciatura em matemática?

Referencial Teórico

O referencial teórico busca estabelecer uma base sólida e conceitual a partir de abordagens e modelos que evidenciam as interações discursivas para ampliar a compreensão das complexidades subjacentes à formação inicial de professores de matemática.

A formação inicial de professores e as práticas discursivas

Muitos são os desafios enfrentados pelos professores em seu início de carreira até que estes desenvolvam sua autonomia e constituam sua identidade profissional enquanto professores de matemática. Neste sentido, Barretto e Cyrino (2023) propõem ações voltadas para a aprendizagem profissional, como reflexões sobre a prática letiva, para investigar de que maneira a interação entre os pares pode contribuir na constituição da identidade profissional.

As práticas de discussão matemática envolvem apresentar ideias, argumentar, justificar e negociar significados no trabalho com tarefas matemáticas desafiadoras (Canavarro et al., 2012; Marcatto, 2022), e podem proporcionar momentos de aprendizagem produtivos aos estudantes da Educação Básica. Além disso, tais práticas podem ajudar FP acerca da tomada de decisões eficazes em

[1] Esse artigo compõe a tese de doutorado em formato *multipaper* da primeira autora, sob a orientação dos demais autores, no Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da UFABC.

sala de aula, as quais podem ser abordadas com o apoio do ensino exploratório, em que os FP podem discutir e aprimorar seus conhecimentos matemáticos e didáticos, enquanto se envolvem com tarefas matemáticas e suas possíveis aplicações em sala de aula (Aguiar et al., 2021; Marins et al., 2021).

Nesse sentido, recursos como as tarefas formativas para professores, que têm como ponto de partida a exploração de tarefas matemáticas, podem influenciar a visão de mundo dos professores, além de suscitar propósitos para a constituição da identidade, enquanto estes desenvolvem a autoconfiança durante momentos de formação (Cyrino & Estevam, 2023). Esse processo representa um desafio ainda maior para o futuro professor.

Por sua vez, as tarefas formativas apoiadas ou construídas a partir de vídeos que retratam casos de ensino podem ser utilizados para promover a reflexão sobre a prática docente ou servirem como ponto de partida para o desenvolvimento de discussões matemáticas e didáticas (Rodrigues et al*.,* 2018; Jardim et al., 2023a). Tais discussões coletivas e reflexões, motivadas pelo uso de tarefas formativas, têm potencial para criar condições para que o professor construa e reformule conhecimentos de forma autônoma, possibilitando a reflexão e a modificação de suas concepções (Sousa & Paiva, 2023).

O Modelo de Oportunidades de Aprendizagem Profissional (PLOT) e as Interações Discursivas

Ribeiro e Ponte (2019) tomam por "oportunidades de aprendizagem profissional (OAP) os momentos coletivos em que os professores em exercício trabalham e discutem situações matemáticas e didáticas a fim de ampliar seus conhecimentos profissionais para a docência" (p. 50, tradução nossa).

Para apoiar a formação de professores no que diz respeito as OAP, Ribeiro e Ponte (2020) apresentam um modelo para subsidiar o design de processos de desenvolvimento profissional, denominado modelo PLOT. Esse modelo se baseia em uma perspectiva interativa e interconectada de três domínios: o Papel e as Ações do Formador (PAF), as Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), que buscam elucidar o uso de tarefas matemáticas no ensino, e as Interações Discursivas entre os Participantes (IDP). Ao interconectar tais domínios, espera-se que as OAP possam ser efetivadas por meio de um processo aglutinador.

Esses domínios estão relacionados em três fases de operacionalização. A primeira fase envolve a organização realizada pelos formadores, a segunda fase inicia as interações entre os participantes (professores e formadores) e a terceira fase visa promover a aprendizagem profissional de professores por meio da aglutinação dos três domínios. Cada domínio apresenta quatro componentes, sendo duas na dimensão conceitual, que caracterizam a estrutura e a base teórica, e duas na dimensão operacional, que orientam o uso do modelo.

Em relação ao domínio IDP, as quatro componentes que o compõem são constituídas a partir dos sentidos ligados ao envolvimento entre os participantes em discussões e são divididas e caracterizadas conforme a Tabela 1:

Tabela 1:

Características e sentidos das componentes do domínio IDP

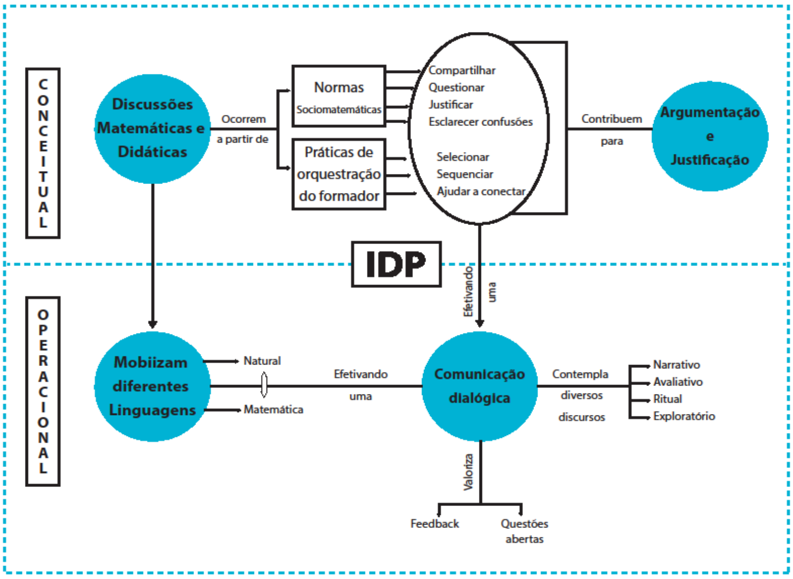
	Componente	***Característica da componente***	***Constituição da componente no sentido de***
Dimensão conceitual	*Discussões Matemáticas e Didáticas*	Contemplar de forma articulada, as discussões matemáticas e didáticas relacionadas às Tarefas Matemáticas.	promover discussões matemáticas e didáticas como um meio para favorecer a aprendizagem profissional aos professores.
	Argumentação e Justificação	Envolver argumentação e justificação matemáticas e didáticas válidas.	envolver os professores em um ambiente que promova argumentação e justificação quando se discute tarefas matemáticas para os estudantes.
Dimensão operacional	*Linguagem Mobilizada*	Contemplar a utilização de linguagem matemática e didática adequada e pertinente ao nível de ensino das Tarefas Matemáticas.	estimular o uso de linguagem matemática correta e adequada ao nível de ensino dos estudantes.
	Comunicação Dialógica	Promover a comunicação dialógica e interativa entre todos os participantes.	levar os professores a reconhecer a importância da comunicação dialógica entre estes e seus estudantes.

Fonte: Construído a partir de Ribeiro e Ponte (2020).

Com o objetivo de aprofundar o entendimento do domínio IDP, assim como Sasseron (2020) ao abordar a sala de aula, consideramos as interações discursivas como formas pelas quais o formador e os FP se relacionam com materiais e conhecimentos profissionais construídos durante um processo formativo. Isso ocorre por meio de debates envolvendo a troca de ideias e a fundamentação. A partir disto e da transposição das ideias apresentadas por Sasseron (2013) sobre promover interações discursivas, Trevisan et al. (2023) propõem um modelo (Figura 1) que considera aspectos relacionados às diferentes componentes da IDP.

Figura 1

Modelo para analisar as IDP em um processo formativo



Fonte: Trevisan et al. (2023, p. 696).

Dessa forma, a partir do que foi proposto por Trevisan et al. (2023), o qual apresenta as conexões entre as componentes do domínio IDP e, incorporando elementos considerados pertinentes para as discussões em um contexto de formação inicial, detalharemos cada componente do Domínio IDP com o objetivo de analisar, nos dados, as interações ocorridas durante uma disciplina de álgebra.

As discussões e argumentações no domínio IDP

No contexto da licenciatura em Matemática, Rodrigues et al. (2018) abordaram aspectos comunicativos entre professores ao realizarem discussões matemáticas e didáticas sobre aulas de matemática para a Educação Básica. Durante essas discussões, os professores manifestaram diferentes formas de raciocínio e reconstrução de significados relacionados à maneira de fornecer *feedback* aos alunos.

Ao observar tais discussões em ambiente de formação continuada de professores, Trevisan et al. (2023) (Figura 1) utilizam as normas sociomatemáticas promovidas por meio de ações como compartilhar, justificar, questionar e expor confusões (Elliott et al., 2009) e práticas voltadas à orquestração de discussões para descrever como as discussões matemáticas e didáticas contribuem para a argumentação e justificação.

No que diz respeito à argumentação, Sasseron (2020) enfatiza a sua importância como base para o conhecimento (que aqui especificamos como conhecimento profissional, incluindo o conhecimento matemático ou didático). A autora a define como um processo que permite o estabelecimento de uma afirmação que relaciona, por meio de uma justificação ou refutação, uma proposição e uma conclusão. De acordo com Sasseron (2020), as ações dos professores para promover o uso da argumentação em sala de aula têm como base propósitos pedagógicos e epistemológicos. Os primeiros estão relacionados ao desenvolvimento de ações que abordam o espaço e gerenciamento do tempo em sala de aula, enquanto os segundos se relacionam ao trabalho e à construção de argumentos científicos. Em uma nova transposição, considerando o contexto da licenciatura em matemática, as ações dos formadores devem se basear em propósitos didáticos e matemáticos vinculados aos conhecimentos profissionais o que vai ao encontro das ideias de Ribeiro e Ponte (2020) e Aguiar et al. (2021).

No que diz respeito à argumentação e justificação no âmbito da matemática, Aguilar e Nasser (2012) defendem que o professor deve compreender e aceitar diversos níveis de argumentação apresentados pelos estudantes. Além disso, estes autores descrevem que muitos educadores matemáticos têm enfatizado a concepção de prova como um argumento convincente. Isso pode estar relacionado ao ensino de prova como uma maneira de validar uma afirmação, o que requer o desenvolvimento do raciocínio dedutivo dos alunos. Portanto, é importante considerar a faixa etária dos estudantes, bem como os conhecimentos subjacentes deles.

Aguilar e Nasser (2012) consideraram que os tipos de prova apresentados por Sowder e Harel (1998) visam elucidar como a argumentação e justificação podem ser discutidas e abordadas em aulas de matemática na Educação Básica. Segundo Sowder e Harel (1998), os tipos de prova podem ser categorizados da seguinte maneira: i) *esquema de prova baseado em elementos externos,* que ocorre por meio do convencimento com o uso de símbolos de forma ritual e autoritária; ii) o *esquema de prova empírico*, no qual as justificações são exclusivamente realizadas por meio de exemplos e; iii) o *esquema de prova analítico,* considerado o tipo mais rigoroso de prova, com justificações que se aproximam do modelo formal lógico-dedutivo amplamente abordado na academia.

Por sua vez, Elliott *et al*. (2009) utilizam o termo “justificação” para incluir o “como” e “porque” um método de solução matemática para um problema ou tarefa é válido. Eles afirmam que as justificações consistem em um argumento matemático que permite aprofundar a compreensão das ideias envolvidas. Isso é de grande importância, considerando que os FP devem aprimorar sua compreensão e interpretação em relação ao seu conhecimento matemático e ao que poderá ser apresentado por seus alunos.

A Linguagem e a Comunicação no domínio IDP

A partir do ponto de vista operacional, a linguagem mobilizada e a comunicação dialógica efetivada demonstram como as práticas de discussão e argumentação são exercidas em prol da aprendizagem profissional dos professores (Ribeiro & Ponte, 2020). Esses aspectos desempenham um papel mediador nas interações entre os indivíduos, contribuindo para o desenvolvimento de um conhecimento (David, 2004).

O uso da linguagem na educação matemática tem ampliado o entendimento quanto ao uso das palavras e símbolos matemáticos para considerar a complexidade presente na variedade dos meios comunicativos, como o falado, escrito, visuais, gestuais, entre outros, compreendidos como parte da comunicação em sala de aula, conforme apontam Morgan et al. (2014). Dentre estes meios comunicativos, os gestos são entendidos como ações visíveis na interação entre sujeitos, nos quais seus movimentos constituem uma parte do que é comunicado por uma pessoa, direcionam a atenção e podem envolver a manipulação de objetos (Kendon, 2004). Ainda segundo Morgan et al. (2014), fazer matemática envolve falar, escrever ou usar meios comunicativos, pois suas entidades não são diretamente acessíveis, sendo uma prática discursiva ligada à linguagem.

Nesse sentido, Lorensatti (2009) considera a linguagem matemática como um sistema com símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras e que é entendido pela comunidade que o utiliza, sendo indissociável do desenvolvimento do conhecimento matemático. É por meio da linguagem matemática que se torna possível decifrar os códigos matemáticos e interpretar problemas e/ou tarefas matemáticas (Lorensatti, 2009).

Por fim, considerando o contexto da sala de aula, o professor deve utilizar as linguagens natural e matemática para interpretar o que é apresentado pelos alunos, conectar e sistematizar ideias e conceitos com a finalidade de ensinar de acordo com o contexto escolar, conforme apontado por Morgan *et al.* (2014). A essa abordagem específica do professor, chamamos de "linguagem didática".

Agregando a linguagem e a comunicação, Heyd-Metzuyamin et al*.,* (2016) descreveram algumas oportunidades de aprendizagem oferecidas à FP ao analisar o tipo de discurso utilizado, baseando-se nas ideias de Sfard (2008). Sfard propõe que a aprendizagem ocorre por meio da participação de um discurso e a matemática é considerada um tipo de discurso com características específicas. De acordo com Sfard (2008), o discurso é composto por certas palavras-chave, narrativas e rotinas, enquanto a participação neste pode ser *ritual*, quando o foco está em conectar-se ou agradar outros participantes, ou *exploratória*, quando o objetivo é produzir narrativas matemáticas por si próprias.

A participação ritual envolve a manipulação de símbolos matemáticos sem referência a objetos significativos e faz uso de ações humanas na manipulação desses símbolos (p. e. multiplique, reduza, inverta). Já a participação exploratória apresenta um discurso matemático desenvolvido por meio de um processo de objetivação, valorizando a experimentação com erros e a exploração de caminhos improdutivos para chegar a uma conclusão de maneira não direta.

Em relação ao discurso pedagógico, Heyd-Metzuyanim e Shabtay (2019) apontam que ele molda e orienta os professores sobre *o que* ensinar aos seus alunos, *como* ensiná-los, *por que* certas ações de ensino são mais eficazes do que outras e *quem* (não) pode aprender.

Por outro lado, Nemirovsky et al. (2015) identificaram dois tipos de discursos pedagógicos utilizados pelos professores ao discutirem casos de ensino apresentados por vídeos. O primeiro tipo, chamado de *narrativo fundamentado*, articula descrições de eventos em sala de aula, considera as evidências disponibilizadas aos professores, buscando estabelecer uma conexão entre a realidade e a ficção para conectar um conjunto de evidências apresentadas nos vídeos e em outros registros relacionados à prática profissional. O segundo tipo de discurso identificado por Nemirovsky et al. (2015) é o discurso *avaliativo*, no qual são considerados os valores, as virtudes e os compromissos envolvidos no caso em questão, enquanto os participantes tentam avaliar o uso de boas ou más práticas com base em seus próprios critérios de avaliação. Esse discurso pode envolver situações hipotéticas sobre o que deveria ter sido feito pelos professores e alunos observados.

A aritmética e a álgebra da Licenciatura

É esperado em um curso de licenciatura em Matemática que as áreas de aritmética e a álgebra sejam abordadas de forma a aprofundar e solidificar conhecimentos matemáticos, ampliando as discussões referentes ao seu ensino na Educação Básica (Brasil, 2001). Isso requer que disciplinas como Álgebra, segundo a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que forneçam uma “fundamentação que permitam a almejada prática docente com entendimento de conceitos e não apenas de domínios de procedimentos algoritmos” (SBEM, 2013, p. 23).

Ribeiro (2016) aponta que as possíveis conexões entre a álgebra e a matemática escolar nem sempre são realizadas de maneira descomplicada e objetiva. O autor indica que um possível caminho para abordar essa questão seria pensar em uma disciplina que discuta conceitos matemáticos escolares, como funções e números, por exemplo, à luz da prática docente. Isso incluiria considerar as estruturas algébricas como base e suporte para a constituição de um conhecimento matemático próprio do professor de matemática.

Nesse sentido, ao abordar estruturas algébricas, como Grupos, é necessário que sua definição e propriedades não sejam abordadas apenas de forma abstrata. Em vez disso, seus princípios devem ser enfatizados como um recurso em que os FP possam extrair exemplos e contraexemplos, além de apoiar a discussão de tarefas matemáticas com o uso dessas propriedades, sejam elas implícitas ou explicitas.

Ao considerar a estrutura algébrica de Grupos, que consiste em um conjunto associado a uma operação que satisfaz as propriedades de associatividade, existência do elemento neutro e do elemento simétrico para todo elemento, algumas outras propriedades são consequentes da sua definição. Conforme denotam Domingues e Iezzi (2018, p. 145), se (G, *) é um Grupo, então é possível assegurar as seguintes propriedades: i) unicidade do elemento neutro de (G, *) ii) unicidade do elemento simétrico de cada elemento de G; iii) se $a \in G$ então (a’)’= a; iv); se a, *b* $\in$G, então (a * b)’=b’ * a’. entre outras.

A partir de tais propriedades e com propósitos didáticos bem definidos, o formador pode buscar abordagens que proporcionem aos FP oportunidades de aprendizagem que revelem procedimentos e desvelem conceitos abordados na Educação Básica (Jardim et al., 2023b). Nesse sentido, é possível discutir o significado do elemento simétrico, em contextos aritméticos, algébricos (Wasserman, 2014; Zazkis; Marmur, 2018) e até mesmo em contextos geométricos, nos quais é possível explorar o conceito de simetria de forma associada à álgebra (Gonçalves et al., 2022).

Contexto do Estudo

Este estudo foi realizado em um curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de São Paulo, campus São Paulo, na disciplina de Álgebra e com ênfase no momento em que se abordou a estrutura algébrica de Grupos. Para isso, um conjunto de aulas foi planejado, desenvolvido e refletido (ciclo PDR) (Trevisan et al., 2020), utilizando-se duas TAP, que foram refinadas de um ano para o outro.

O planejamento ocorreu por meio de reuniões *on-line* em que a formadora e a pesquisadora e primeira autora deste artigo discutiram sobre os propósitos, a elaboração e como cada uma das duas TAP seriam desenvolvidas. Foram realizadas um total de nove reuniões para o planejamento, sendo sete no primeiro ciclo (P0, $P_1 1$, $P_1 2$,..., $P_1 6$), para a elaboração das TAP e seus respectivos planos de aula, e duas reuniões para o refinamento destes materiais no segundo ciclo ($P_2 1$, $P_2 2$).

O processo formativo, com base no ensino exploratório (Canavarro *et al.,* 2012), ocorreu em três etapas, conforme indicado pelo ensino exploratório: i) introdução com uma Tarefa Inicial (TI); ii) realização das TAP em pequenos grupos (PG) e, iii) discussão e sistematização em plenárias gerenciadas pelas duas formadoras. Na primeira etapa, os FP resolveram individualmente a TI, composta por cinco tarefas matemáticas de nível escolar, acompanhadas de perguntas para reflexão sobre as dificuldades dos alunos da educação básica ao resolver tais tarefas. Em seguida, as turmas foram divididas em PG, sendo três no primeiro ciclo ($PG1_1$, $PG2_1$ e $PG3_1$) e cinco no segundo ciclo ($PG1_2$, $PG2_2$, $PG3_2$, $PG4_2$ e $PG5_2$), de modo que pudessem discutir sobre a resolução de cada uma das TAP (T1 e T2) de forma autônoma em um ambiente *online*.

As TAP retomavam as tarefas matemáticas resolvidas na TI que envolviam números racionais, matrizes e funções e, a partir delas, exploravam a estrutura algébrica de Grupos. Cada TAP apresentava questões com base nos registros de prática (protocolos de alunos da Educação Básica, manuais didáticos, vinhetas e relatos de aulas) que compunham cada umas das três partes da TAP, a saber: a primeira contava com protocolos com resoluções das tarefas matemáticas vistas na TI, realizadas por estudantes da educação básica; a segunda apresentava protocolos de manuais didáticos que abordam conceitos matemáticos de um ponto de vista acadêmico, como definições e propriedades e a terceira apresentava vídeos e relatos de aulas que envolviam as ideias matemáticas tratadas nas partes anteriores, constituindo o que foi chamado de “casos de prática”.

No total, foram tratados quatro casos de prática, dos quais dois serão analisados e discutidos neste artigo. Cada TAP foi desenvolvida por cada PG em reuniões assíncronas realizadas na plataforma *TEAMS* e, posteriormente, houve uma plenária gerenciada pelas formadoras para que todos os PG pudessem compartilhar, discutir e sistematizar as resoluções. No primeiro ciclo, as plenárias ocorreram em formato remoto e, no segundo ciclo, em formato presencial e ao fim de todo o processo, os futuros professores responderam a um questionário de avaliação *on-line* sobre o uso de TAP na disciplina de Álgebra.

Metodologia

Este artigo insere-se em uma abordagem qualitativa com uma perspectiva interpretativa do construtivismo social (Esteban, 2010) e utiliza o método *Design Based-Research* (DBR) com a execução de dois ciclos, de modo a possibilitar o delineamento acerca da forma como utilizar as TAP, desenvolvê-las e avaliar os resultados, visando a execução de novos ciclos (Barbosa & Oliveira, 2015).

A recolha de dados[2] contou com a colaboração de uma formadora, que nomeamos por "Paulista", a qual apresentada quase uma década de experiência com a disciplina de Álgebra para a licenciatura. Além disso, Paulista apresenta formação em licenciatura e mestrado em Matemática e é doutora em Educação Matemática, ou seja, uma formação diversificada e propícia à proposta apresentada para a pesquisa, que por sua vez, consistia em elaborar, desenvolver e refletir sobre o uso TAP em uma disciplina de álgebra, em parceria com a pesquisadora e primeira autora deste artigo.

Em cada um dos ciclos, participaram FP, sendo 15 no primeiro e 20 no segundo, cujo os nomes foram codificados com nomes de bairros ou cidades. A maioria destes já tinha alguma experiência com o ensino na escola básica, seja por meio de estágio e (ou) de programas de iniciação à docência.

Os dados utilizados no estudo consistiram em vídeos do planejamento das formadoras e do desenvolvimento das TAP junto aos FP nos PG, além dos planos de aula. Tais dados fazem parte um relatório descritivo com detalhamento de todo processo, de onde foram extraídos três episódios para compor o corpus deste artigo.

Com esses dados disponíveis e utilizando as componentes de IDP apresentadas por Ribeiro e Ponte (2020) (Tabela 1) e exploradas no modelo proposto por Trevisan et al. (2023) (Figura 1), utilizamo-nos dos referenciais teóricos adotados neste artigo para delinear um conjunto de categorias que pudessem nos

[2] Os nomes da formadora e dos futuros professores são fictícios e foram escolhidos com o consentimento dos mesmos após assinarem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFABC, vinculado ao projeto de pesquisa de número 96044518.4.0000.5594 (CAAE – Certificado de Apresentação de Apreciação Ética). Resolução 466/2012 de 12 de dezembro de 2012.

auxiliar a identificar como se deram as discussões entre os participantes (Tabela 2), assim como relacionar tais discussões ao papel do formador e às TAP utilizadas. As categorias organizadas para subsidiar nossas análises foram construídas, tomando-se por base Bardin (2016):

Tabela 2:

Categorias para análise

Componente	**Categoria**	**Indicadores**
Discussões Matemáticas e Didáticas	Normas sociomatemáticas (DMD-Sm) (Elliott et al., 2009)	- Compartilhar, questionar, justificar e/ou elucidar confusões em relação à Tarefa Matemática e conceitos matemáticos
Argumentação e Justificativa	Estruturas iniciais (AJ-De) (Elliott et al., 2009)	- Mencionar definições, conceitos ou ideias matemáticas com o intuito de encontrar uma justificativa.
	Tipos de Prova por esquemas de prova (AJ-Pr) (Aguilar; Nasser, 2012)	- Explicar sobre o uso de símbolos (baseado elementos externos); - Exemplificar para justificar (empírico); - Usar de forma analítica argumentos matemáticos (analítico).
Linguagem Mobilizada	Uso da linguagem matemática (LI-Ma) (Morgan, et al., 2014; Lorensatti, 2009)	- Utilizar a linguagem natural ou materna para explicitar ideias matemáticas; - Utilizar símbolos, termos e nomenclaturas considerados em um ambiente matemático.
	Uso de linguagem didática (LI-Di) (Morgan et al., 2014)	- Mencionar/criar situações com linguagem apropriada para o ensino e aprendizagem a partir do contexto escolar.
Comunicação Dialógica	Discurso matemático (DI-Ma) (Sfard, 2008; Heyd-Metzuyamin et al., 2016)	- Manipular símbolos matemáticos e usar ações humanas para apresentar ideias ou posicionar-se (discurso ritual). - Experimentar caminhos, utilizar *feedback* e questões abertas para apresentar ideias ou posicionar-se (discurso exploratório).
	Discurso Pedagógico (DI-Pe) (Nemirovsky et al., 2015)	- Narrar ou descrever um caso de ensino projetando a visão de ficção dos participantes (narrativa fundamentada). - Avaliar o uso de práticas em uma situação hipotética (avaliativo).

Resultados

Apresentamos nossos resultados por meio de três episódios. O primeiro, intitulado "*Previsão de discussões*", mostra como algumas discussões foram previstas pelas formadas. Os dois episódios seguintes, "*Desvendando a inversão*" e "*A incrível simetria do professor Lambarildo*", revelam algumas discussões dos FP ao resolverem as duas TAP durante o trabalho autônomo em PG.

1º episódio: Previsão de discussões

No planejamento, as formadoras elencaram discussões que poderiam emergir dos registros de prática. Elas destacaram alguns propósitos das TAP em questão:

> Pesquisadora - *Eu tentei redigir uma tarefa* [matemática] *que caísse no 'meio vezes um terço', que é bem clássico* [...] *e com base nas minhas experiências em sala de aula, eu montei esse protocolo* [apresentado na Figura 2]. [...] *eu achei um exercício que pedia para dividir um meio por três e ele dava* [...] *para fazer a observação do processo de forma geométrica* [pictórica]. *Aí eu pensei: se um aluno da* [educação básica] *teve contato com esse processo é capaz de fazer a multiplicação usando esse processo* [...] *A ideia é discutir com os alunos [da licenciatura] que* [...] *uma hora que você precisa ir para o procedimento, usando um desenho ou justificando o porquê daquele procedimento*.[$P_1$1, 2021]

A pesquisadora, no papel de formadora, ao elaborar a TAP-1, delineou propósitos matemáticos relacionados aos elementos neutro e inverso implícitos no procedimento de divisão de frações. Ela antecipou as discussões entre os FP a partir da tarefa matemática e dos registros de prática apresentados na TAP (DMD-Sm).

Além disso, as TAP-1 apresentavam registros em diversas linguagens, como mostrado na Figura 2.

Figura 2

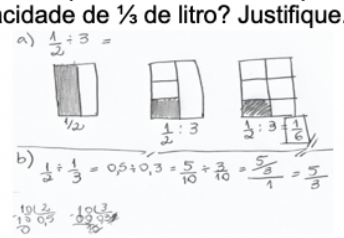
Tarefa Matemática e Registros de Prática da TAP-1

Tarefa Matemática 1 com protocolo utilizado na 1ª parte da TAP-1:

Renato pretende colocar ½ litro de refrigerante em vários copos.

a) Qual será a medida em litros de refrigerante se Renato dividir em três copos iguais?

b) É possível encher 2 copos com capacidade de ⅓ de litro? Justifique.



Definição da estrutura algébrica de Grupo apresentada na 2ª parte da TAP-1:

Um sistema matemático constituído de um conjunto não vazio G e uma operação sobre G é chamado *Grupo* se essa operação satisfaz aos axiomas a seguir:

(i) Associativa

$(a * b) * c = a * (b * c)$, quaisquer que sejam $a, b, c \in G$;

(ii) *Existência do elemento neutro*

Existe um elemento $e \in G$ tal que para $a * e = a = e * a$, qualquer que seja $a \in G$;

(iii) *Existência de simétricos*

Para todo $a \in G$, existe $a' \in G$ tal que $a * a' = e = a' * a$.

Se, além desses axiomas, cumprir o axioma da *comutatividade* o Grupo será chamado de *Grupo comutativo* ou *abeliano*.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Na TAP-1, a tarefa matemática acompanha uma interpretação com desenho de "barras" e a definição formal da estrutura algébrica de Grupos era apresentada na 2ª parte da TAP-1.

Ainda na fala da formadora, ela descreve como utilizar vinhetas na TAP:

> Pesquisadora: *Daí vem o vídeo* [com a transcrição] [...] *A ideia é eles* [FP] *enxergarem que se a professora* [da vinheta] *tivesse usado o elemento neutro, elemento inverso e explicasse o sentido deles para que os alunos entendessem, e matematicamente eles enxergarem que é um Grupo: os racionais sem o zero em relação a multiplicação. E* [na 2ª parte da TAP-1] *a gente vai estar dando uma dica, tentando relacionar esses exemplos* [de tarefa matemática] *com essa definição matemática* [da estrutura algébrica de Grupos]. [$P_1$1, 2021]

Os registros de prática usados ao longo da TAP-1 apresentavam uma variedade de linguagens matemáticas, pois se apoiam em protocolos de alunos (Figura 2) e transcrições de vídeos (Figura 3), os quais exploram a linguagem natural e as definições extraídas de manuais didáticos (Figura 2), com uma linguagem matemática mais formal (LI-Ma; LI-Di).

Figura 3

Parte da 3ª parte da TAP-1

1º Caso de Prática: Uma aula sobre divisão de frações

Durante uma aula destinada para o 7º ano do Ensino Fundamental, foi apresentada o seguinte procedimento para realizar a divisão entre duas frações:

Vinheta 1 - *Recorte do vídeo: 7:44 a 8:43*

Utilize o QR-Code ao lado para acessar o vídeo.

1. Sabendo que (Q^*, ·) é um exemplo de grupo, responda às seguintes questões:

a) O que significa dizer "*a gente inverte essa operação* [multiplicação] *e para compensar, a gente tem que inverter esta última fração*"? Indique as conexões com a estrutura algébrica de Grupos apresentada acima.

b) Como você se utilizaria dessas conexões com a estrutura algébrica de Grupos para explicar o procedimento apresentado no vídeo para seus alunos?

Fonte: Dados da Pesquisa.

Além disso, a forma como as formadoras pretendiam apresentar os recursos selecionados na TAP-1 previa o estabelecimento de uma comunicação dialógica entre os participantes, pautada no discurso matemático e/ou pedagógico, enquanto observam e analisam a vinheta, direcionados pelas questões orientadoras da TAP-1, como exemplificado na Figura 3 (DI-Ma; DI-Pe).

Os objetivos relacionados ao conhecimento matemático, mencionados por uma das formadoras, indicam a expectativa de que os FP justifiquem o procedimento de divisão entre duas frações, usando argumentos ligados aos conceitos de elemento neutro e simétrico (AJ-De; AJ-Pr), o que é confirmado pela outra formadora:

> Paulista - *São os modos de produzir significado. Se eu vou trabalhar com o inverso do jeito que eu te falei* [em outra reunião, sobre o material do Pró-letramento], *eu estou produzindo significado para o inverso. Então eu se tenho um número* [racional na forma a/b]*dividido por outro, se eu multiplicar pelo inverso do denominador em cima e embaixo* [...] *se eu multiplico pelo elemento neutro, eu não altero o valor, então eu estou usando todas as propriedades matemáticas e não simplesmente um algoritmo* [...] .[$P_1$1, 2021]

A formadora "Paulista" prevê o uso de argumentos matemáticos e aponta para uma discussão esperada dos FP que desvele o procedimento, ao passo que os elementos simétrico e neutro podem ser desvelados ao reescrever a/b : c/d como a uma fração com numerador a/b e denominador c/d, com b, d $\neq 0$, o que aponta para o uso de um discurso matemático.

Por sua vez, ao planejar como as vinhetas da TAP-2, poderiam desencadear discussões, as formadoras expõem alguns propósitos didáticos para o uso das duas TAP:

> Pesquisadora - *Lá* [na TAP-1] *a gente só trabalhou com a aula expositiva* [nas vinhetas], *que é uma coisa que eles* [FP] *estão presos ainda* [...]. *Eles só olharam o professor. Aqui na TAP-2 não é só olhar o professor, eles têm que pensar como se eles fossem o professor. Então tem essa transição de uma TAP para outra. Aqui por mais que comece observando a aula do professor Lambarildo* [...] *eles têm que dar respostas pensando como se eles estivessem no lugar dele.*
> Paulista - *Sim! Sim!*
> Pesquisadora - *É eles também se vendo como professores. Não são eles analisando o que professor fez. São eles se colocando no lugar dos professores, eu acho que tem esse pulo em relação a prática das duas TAP. Eu observo e critico. A outra não, é como é que você vai fazer*
>
> Paulista - *É. 'Você apresentou uma crítica, então me dá a melhor solução'.* [$P_1$5, 2021]

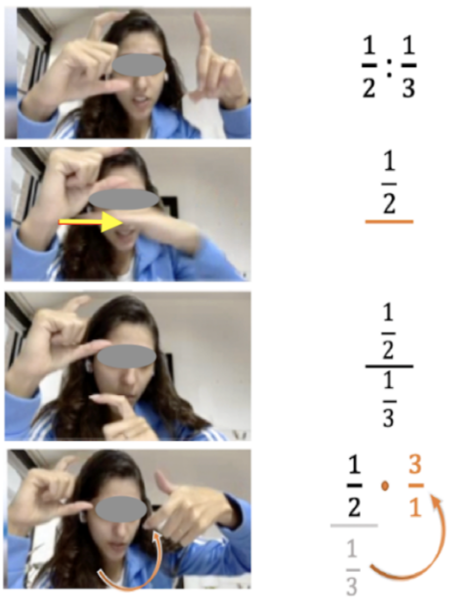
As formadoras colocam que as TAP devem apoiar os FP nas tomadas de decisão que são relacionadas às situações dos casos de prática, o que requer a mudança de um olhar observador e reflexivo para um olhar crítico e construtivo entre o desenvolvimento das duas TAP. Para que isto ocorra, é necessário que os licenciandos se vejam como docentes por meio de uma comunicação dialógica que utiliza do discurso matemático e didático.

2º episódio: Desvendando a inversão

A TAP-1, intitulada "Mundo Paralelo", usou registros de prática vistos nas Figuras 2 e 3 para promover uma discussão sobre as conexões entre a divisão de frações e as propriedades algébricas. Ao explorar as questões da TAP inspiradas na vinheta 1 (Figura 3), a FP Itaquera, integrante do $PG1_1$ expressou-se com gestos (Figura 4):

Figura 4

Gestos, ilustração e fala da FP Itaquera



[...] *quando eu aprendi a dividir frações e ... nesse exercício que a professora está explicando, ela coloca a fração, o sinal de divisão e a outra fração.* [indica cada fração com uma mão]

Se a gente colocar, a fração com aquele tracinho [indica com a mão a barra que representa a divisão]

e a outra fração, [indica com a mão a fração abaixo da barra de divisão]

a gente consegue, acho que, explicar melhor para os alunos a questão da inversão. [inverte a segunda mão levando para o lado da primeira mão que representava a primeira fração]

Fonte: Dados da Pesquisa.

Ao passo que Itaquera *narra um caso de ensino* vivenciado por ela mesma (*quando eu aprendi frações*), ela *compartilhou* sua experiência com o procedimento (DMD-Sm) e utiliza gestos para *explicar com a finalidade de convencer* sobre a inversão da fração 1/3 ao "transformar" a divisão em uma multiplicação (AJ-Pr). Ainda que tal explicação não estabeleça a conexão com a estrutura algébrica, conforme foi pedido pela TAP-1, a FP buscou elucidar o real significado do uso do elemento simétrico, acenando o uso da linguagem didática, pois a FP *menciona uma situação com uma linguagem apropriada para a sala de aula* (LI-Di). E ela continua, mas, agora, apresentando novos exemplos para o procedimento:

> Itaquera - *Porque quando a gente tá fazendo a divisão, a gente fala que, sei lá, 2/3 dividido por 5 a gente fala que tem o '1' embaixo do 5 para os alunos, e a gente fala dessa inversão. Acho que ficaria mais fácil de entender essa inversão do que deixar só aquele sinal* [com dois pontos] *da divisão* [$PG1_1$-T1, 2021].

Ao *exemplificar para justificar* o procedimento (AJ-Pr), a FP refletiu sobre a linguagem didática a ser utilizada em sala de aula (LI-Di) e reforçou a importância dos símbolos matemáticos para representar a divisão, *avaliando o uso de prática em uma situação hipotética* (DI-Pe).

A partir do argumento da FP, os demais integrantes $PG1_1$ se engajaram em responder às questões da TAP-1 (Figura 3).

> Moema - [...] *quanto a inverter, o que ela* [a professora da vinheta] *quer dizer na questão propriamente dita, é explicar o que acontece quando a gente inverte.*
> Itaquera - *Por que que inverte e continua dando a mesma coisa...*
> Moema - *E a conexão quanto a multiplicação, por que o Grupo, pelo o que a gente viu na atividade passada* [2º parte da TAP-1- Figura 2] *tem uma relação com as operações, não é* [...] *tem a questão para as operações para os racionais serem fechadas* [...] *Eu acredito que a gente possa colocar essa justificativa, para indicar a conexão com a estrutura algébrica de Grupos, mas quanto a explicação da inversão das operações para a multiplicação, eu não saberia explicar* [$PG1_1$-T1, 2021].

A FP Moema *menciona conceitos e ideias com o intuito de encontrar uma justificativa* (AJ-DE) a com a finalidade de encontrar a conexão com a estrutura algébrica de Grupos e, assim, justificar a inversão da fração e a mudança de operação (de divisão para multiplicação) a partir dos conceitos tratados durante as aulas de Álgebra e apresentados na 2ª parte da TAP-1 (operações, inverso (simétrico) e números racionais). Após algumas discussões, o FP Capão Redondo apresenta novos argumentos para completar as ideias que foram colocadas:

> Capão Redondo - *Seria mais ou menos assim: o elemento neutro da multiplicação seria o 1* [...] *e quando a gente inverte um elemento o* *a* *do Grupo a gente encontra o* *a'*, *que no caso dos racionais em relação a multiplicação o* *a'* *é a fração inversa. E usando a fração inversa de* *a* *gente consegue construir um algoritmo* [procedimento] *que permita a gente fazer o cálculo da operação inversa* [divisão].
> Mooca - *E que se a gente multiplicar uma fração pelo seu inverso vai dar o elemento neutro que é o 1.*
> Moema - *Dá pra fazer essa relação* [...] *relacionar com o algoritmo, pois ele que constrói toda a operação. Acredito que seja só isso. Só consigo fazer essa conexão* [$PG1_1$-T1, 2021].

A partir dos conceitos matemáticos elencados por Moema, Capão Redondo *usa símbolos, termos e nomenclaturas considerados em um ambiente matemático* para construir sua justificativa (AJ-Pr), mas não atingiu uma argumentação analítica capaz de delinear as nuances do procedimento em questão. Uma razão para isso pode estar associada ao uso do *discurso ritual*, pois os integrantes do $PG1_1$ *manipularam símbolos matemáticos e utilizaram ações humanas para apresentar ideias,* o que pode ter limitado a argumentação (DI-Ma).

Ao fim do processo formativo, os futuros professores avaliaram o uso das TAP por meio de um formulário on-line, e a futura professora Butantã, participante do $PG1_1$ compartilhou sua experiência:

> Butantã- *A vantagem de fazer as atividades [tarefas matemáticas], primeiro de forma individual, depois em grupos e depois nas plenárias faz com que a gente perceba as diversas formas de pensar naqueles exercícios* [naquelas tarefas]. *E muitas vezes as pessoas percebem algo que você não havia notado no primeiro momento e essa interação ajuda com a reflexão.* [Butantã, Avaliação, 2021].

Na avaliação de Butantã, é possível observar que a interação nos momentos de pequenos grupos e plenárias auxiliou a participante a perceber outras maneiras para resolver as tarefas matemáticas e identificar possíveis conexões que não foram evidentes quando ela enfrentou os desafios individualmente. Além disso, a futura professora menciona, as etapas do ensino exploratório como um ambiente que facilitou as interações e reflexões ao longo do processo.

3º episódio A incrível simetria do professor Lambarildo

A TAP-2, intitulada “Mundo Antagônico”, retomava as três tarefas matemáticas da TI que envolviam o conteúdo de funções e apresentava protocolos com resoluções de alunos da Educação Básica, como exemplificado na Figura 5:

Figura 5

Tarefa matemática 4 e protocolos de alunos - 1ª parte da TAP-2

Tarefa Matemática 4: *O desafio do professor Lambarildo*

Enantiomorfismo consiste na simetria de objetos que não podem ser sobrepostos e é uma característica de imagens formadas em espelhos.

Uma de suas aplicações é a escrita ao contrário da palavra “ambulância” em carros de emergência, permitindo que motoristas ao ver tais veículos no espelho retrovisor de seus carros possam ler de maneira mais rápida a identificação e dar passagem em situações de urgência.

Ao explorar o conceito de enantiomorfismo em sua aula, o professor Lambarildo apresentou a figura abaixo que relaciona o número da reta com quadrinhos em uma barra (figura ao lado).

Em seguida, o professor pediu ao seu aluno Jandysvaldo que completasse a imagem e construísse uma outra figura que fosse enantiomorfa à sua. Vamos ajudar Jandysvaldo nessa tarefa respondendo as questões abaixo:

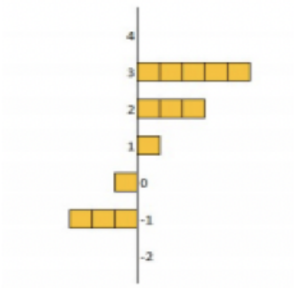


Figura do Prof. Lambarildo

c) Escreva uma regra que permita calcular a quantidade de blocos na figura do professor em qualquer posição.

e) $y = 2x - 1$ Regra do professor Lambarildo
y = blocos x = posição

d) Para atender a tarefa dada pelo professor, Jandysvaldo deve elaborar uma regra para uma nova figura que deve ser enantiomorfa à figura do professor. Qual deve ser esta regra?

d) $y = -2x + 1$ Regra do aluno Jandysvaldo
y = blocos x = posição

Fonte: Dados da pesquisa

Além disso, a 2ª parte da TAP-2 explorava se algumas propriedades da estrutura algébrica de Grupos, extraídos de livros de álgebra abstrata, e a 3ª parte apresentava um relato de aula, acompanhado de duas vinhetas para subsidiar a discussão nos PG. Tudo isso foi elaborado com o intuito de que os FP respondessem a seguinte questão: *Como você aproveitaria o conceito apresentado pelo professor Lambarildo para tratar de simetria na educação básica?*

Figura 6

Relato da aula do professor Lambarildo – 3ª parte da TAP-2

Caso de Prática: A aula do professor Lambarildo

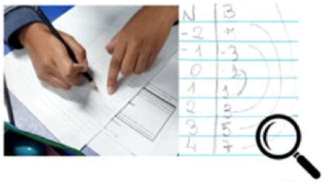
O professor Lambarildo desenvolveu com sua turma de 8º ano a tarefa matemática 4 por meio do ensino exploratório, em que o professor introduziu a tarefa, depois deixou que os alunos resolvessem em grupos e por fim, após os grupos exporem suas resoluções ele sistematizou as ideias apresentadas pelos alunos.

Vejam um pouco do que aconteceu nessa aula ao assistir a vinheta 3 extraída da introdução da tarefa matemática 4 pelo professor Lambarildo a seus alunos.

A aula rendeu muitas discussões e uma delas tratou o uso do sinal “-”. A vinheta 4 que mostra parte de um diálogo entre o professor e uma das alunas enquanto os alunos discutiam a tarefa em grupos.

Vinheta 3: Explicação do prof. Lambarildo

Vinheta 4: Diálogo com uma aluna.



Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação ao relato apresentado e à questão associada apresentada na TAP, o PG1$_1$ apresentou a seguinte discussão:

> Moema - *A gente pode associar o conceito de simetria como um tipo de Grupo* [...]
> Capão Redondo - *O Enantiomorfismo você diz? Relacionado a simetria.*
> Moema - *É. Pode ser.*
> Capão Redondo - *O enantiomorfismo acho que é a operação, né? E o Grupo* [conjunto] *seria os Grupos* [conjuntos] *das funções, das imagens, o que seja.*
> Moema - *Não. O que eu tô afirmando é que provavelmente tem um Grupo* [...] *que fala de simétricos. Não sobre funções em si*. [...] *É que na vinheta ele* [professor Lambarildo] *fala sobre simetria e sobre não de função em si.*
> Butantã - *Elementos simétricos, né?*
> Moema - *Isso. Tanto que nas anotações da aluna aparece a posição, lógico. Mas a principal discussão está entre os elementos serem simétricos, apesar das posições não serem as mesmas.* [...] *É que na vinheta ele [professor Lambarildo] está falando sobre simetria. Ele não está falando sobre função em si* [PG1$_1$-T2, 2021].

Ao iniciar as discussões, os FP buscam *expor as ideias relacionados à tarefa matemática* e *mencionam conceitos* oriundos desta (enantiomorfismo, funções) na tentativa de conectá-los às ideias matemáticas apresentadas na TAP-2 (propriedades envolvendo elementos simétricos, operação) (DMD-Sm; AJ-De). Ainda que os FP não tenham percebido, até então, que as funções abordadas pela tarefa matemática poderiam fazer parte de um Grupo aditivo de funções, eles levantaram suspeitas na tentativa de justificar a relação entre o enantiomorfismo e a existência de um elemento simétrico. E a discussão continuou:

> Capão Redondo - *Talvez se a gente usasse o fato de que o inverso do inverso é a própria figura, que é uma consequência daqui* [referindo-se as propriedades] [...]
> Mooca - *Mas você usaria isso para tratar de simetria?*
> Capão Redondo - *Isso! Por que essas propriedades elas estão relacionadas com a...* [simetria]

> Moema - *Explicar através das propriedades. Claro que você vai usar exemplos como segundo plano, condizentes, exato. Mas a gente pode usar uma linguagem diferente. Porque o professor, neste caso, usa a linguagem corporal* [...] *ele mostra pelo corpo* [$PG1_1$-T2, 2021].

Ainda direcionados pela questão, os FP discutiram sobre como eles ensinariam o conceito de simetria, utilizando uma linguagem natural conectada ao contexto da tarefa *(inverso do inverso é a própria figura)* (LI-Ma) para indicar a propriedade que envolve o elemento simétrico ((a')'=a). Eles ainda *avaliam* o exemplo dado pelo professor e reconhecem que este faz uso de gestos (*linguagem corporal*) como uma linguagem apropriada para o ensino do conceito em questão (DI-Pe; LI-Di). Observa-se, ainda, que o $PG1_1$**,** na resolução da TAP-2, passa a *experimentar caminhos para apresentar suas ideias e posicionar-se,* como visto nas falas de Mooca (*Mas você usaria isso para tratar de simetria),* o que caracteriza um discurso exploratório (DI-Ma).

Já no segundo ciclo de desenvolvimento das TAP, com uma nova turma de FP, um PG apresentou outras argumentações para conectar a ideia de simetria apresentada na tarefa matemática e a estrutura algébrica de Grupos.

> Morumbi - *Eu achei bacana a ideia dele, mas o que acontece: o jeito que ele ensinou simétrico é para a operação de adição, né?*
> Pirituba - *É verdade!*
> Morumbi - *Por que ele diz que os elementos iguais têm que estar na mesma distância do eixo principal. E por que tem que estar a mesma distância? Porque quando você juntar [adicionar] os dois vai dar o eixo principal. Teria o 1 e o -1, o 2 e o -2...*[...]. *No conceito que ele apresentou,* [...] *a gente poderia complementar tratando a simetria buscando referência sobre o que é esse eixo de simetria, que ele escolhe* [...].
> Interlagos - *No caso, é uma margem para falar da reta numérica.*
> Morumbi - *Aproveitando o conceito que ele* [o professor] *apresentou, eu ia procurar mostrar para os alunos que esse eixo que a gente ia tomar como referência depende da operação que a gente está falando.* [...] *e esse no caso, seria para a operação de adição, e por isso os elementos têm que estar à mesma distância desse eixo* [$PG4_2$-T2, 2022].

O PG42 busca justificar o enantiomorfismo visto na tarefa matemática (DMD-Sm) a partir da avaliação da linguagem didática utilizada pelo professor Lambarildo (DI-Pe). O FP Morumbi argumenta sobre a existência de elementos simétricos à operação de adição, o que os leva a mencionar a equidistância em relação ao eixo de simetria e sobre a reta numérica como sendo elementos matemáticos interconectados ao se explorar simetria. Desta forma, o PG42 menciona conceitos com o intuito de encontrar uma justificativa para conectar o conceito de simetria e o Grupo aditivo em questão (AJ-De) e utiliza a linguagem natural para tratá-los, como visto na fala de Morumbi (Porque quando você juntar os dois vai dar o eixo principal (a*a'=e) (LI-Ma). O discurso utilizado pelo PG pautou-se na avaliação do uso de práticas e eles complementam as ações do professor, experimentando caminhos para posicionar-se em relação ao que foi apresentado pela vinheta e questionado pela TAP-2 (DI-Ma).

Assim como no 1º ciclo, o terminar o desenvolvimento das TAP, os futuros professores escreveram suas avaliações sobre a experiência, e as discussões foram enfatizadas novamente:

> Morumbi: *A tarefa inicial, feita de maneira individual, me colocou a frente de conceitos e problemas que eu não estava acostumado a reparar e refletir. Com o pequeno grupo eu percebi que haviam outras opiniões e visões diferentes da minha, que de fato embasaram as discussões e me trouxeram novos conhecimentos. Quanto a plenária, as discussões foram ampliadas ainda mais e, como consequência, a aprendizagem e novos posicionamentos também* [Morumbi, Avaliação, 2022].

Morumbi afirma que as discussões nos pequenos grupos ampliadas para as plenárias lhe oportunizaram a aprendizagem de novos conhecimentos ao passo que este se envolveu com outras opiniões. Tal ponto também é defendido pelo futuro professor Interlagos:

> Interlagos: A contribuição que a discussão teve de revelar nossas dúvidas e as dos colegas, dividirmos e ajudarmos uns aos outros naquilo que cada um pode compreender e relacionar as dúvidas com possíveis dúvidas que surgirão de alunos quando estivermos praticando a docência (Interlagos, Avaliação, 2022).

Interlagos e Morumbi apontam que as TAP provocaram inquietações as quais as interações com os pares permitiram compartilhar ideias e conhecimentos. Interlagos, por sua vez, destaca como ponto positivo que o compartilhamento de ideias pode auxiliar no exercício da profissão, ainda que este seja apenas idealizado, até então.

Discussão dos Resultados

Nesta seção, apresentamos as relações entre os episódios e os sentidos que constituem cada componente do domínio IDP (Ribeiro & Ponte, 2020) a partir do modelo de Trevisan et al. (2023), amparados pelos demais referenciais.

No primeiro episódio, as formadoras estabeleceram propósitos matemáticos e didáticos ao selecionar tarefas matemáticas e registros de prática que delineavam como esses propósitos seriam explorados por meio de questões apresentadas na TAP (Rodrigues et al., 2018; Jardim et al., 2023a), de modo a proporcionar discussões pautadas na argumentação e justificação de procedimentos (Elliott et al., 2009). Além disso, as TAP incorporaram diversas linguagens matemáticas e didáticas por meio de diferentes discursos (Sfard, 2008; Morgan et al., 2014; Heyd-

Metzuyamin et al., 2016; Nemirovsky et al., 2015), com o intuito de explorar discussões entre os FP que os levassem ao se identificarem como professores (Barretto & Cyrino, 2023; Cyrino & Estevam, 2023). Em suma, as ações das formadoras em prol da constituição das TAP caracterizam um direcionamento desses dois domínios em prol do domínio IDP (Ribeiro & Ponte, 2020).

Nas discussões dos PG, nos episódios seguintes, observamos que as expectativas das formadoras foram atendidas. No segundo episódio, foram observadas discussões matemáticas e didáticas alavancados pela questão apresentada na TAP-1 (Trevisan et al., 2023; Jardim et al., 2023b), embora com certa limitação na argumentação esperada, possivelmente devido ao uso do discurso ritual (6-Metzuyamin et al., 2016). Neste episódio foi possível observar como a comunicação com uso de gestos pode ter auxiliado na comunicação entre os futuros professores (Kendon, 2004; Cyrino & Estevam, 2023), o que pode ser melhor explorado em ambientes presenciais de formação.

No terceiro episódio, identificamos discussões matemáticas e didáticas ao conectar os conteúdos escolares e de álgebra por meio da linguagem natural (Lorensatti, 2009; Morgan et al., 2014;). Isso demonstra que os FP conseguiram internalizar a linguagem matemática apresentada na 2ª parte da TAP-2 e utilizá-la em uma discussão didática, embora nenhum dos dois PG analisados tenham feito uso de uma linguagem matemática amplamente aceita em outros ambientes matemáticos (Aguilar & Nasser, 2012). Observa-se, ainda, que o $PG1_1$ apresentou discursos matemáticos distintos ao lidar com diferentes TAP, provavelmente relacionados ao uso da linguagem didática e à avaliação do discurso pedagógico, evidenciados especialmente na TAP-2 (Nemirovsky et al., 2015).

Além disso, ao analisar as avaliações de alguns participantes sobre o uso das TAP, eles apontaram que as discussões promovidas lhes oportunizaram novos entendimentos quanto os conceitos abordados nas tarefas matemáticas, bem como refletir sobre como abordá-las em sala de aula, o que parece ser uma OAP (Ribeiro & Ponte, 2019).

De maneira geral, notamos que os propósitos matemáticos e didáticos (Ribeiro & Ponte, 2020; Sasseron, 2020) apresentados pelas formadoras foram refletidos nas discussões dos PG, envolvendo diversas linguagens matemáticas e incentivando uma comunicação dialógica (Cyrino & Estevam, 2023). Essas discussões partiram de normas sociomatemáticas (Elliott et al., 2009) e contribuíram para a argumentação e justificação em diferentes contextos matemáticos (Elliott et al., 2009; Aguilar & Nasser, 2012;). Além disso, os FP estabeleceram conexões entre as tarefas matemáticas apresentadas e as propriedades da estrutura algébrica de Grupos de forma autônoma, explorando o significado do elemento simétrico em diversos contextos escolares, devido à estrutura algébrica que os conecta, desde conteúdos aritméticos à conteúdos geométricos (Wasserman, 2014; Ribeiro, 2016; Zazkis & Marmur, 2018) e puderam ter uma experiência com o ensino exploratório enquanto alunos (Cyrino & Oliveira, 2016; Aguiar et al., 2021).

Conclusões

Ao buscar identificar potenciais relações entre as interações discursivas, o papel do formador e as tarefas formativas, e compreender de que modo tais relações promovem aprendizagens acerca do ensino da matemática escolar em uma disciplina de álgebra num curso de licenciatura em Matemática, observamos como as componentes do domínio IDP emergem nas discussões entre FP e como as formadoras desenvolvem os propósitos matemáticos e didáticos na definição dos objetivos de aula (Sasseron, 2020; Jardim et al., 2023a).

Para responder sobre como interações discursivas entre os participantes de uma disciplina de álgebra são antecipadas pelo formador e alavancadas por tarefas formativas, de modo a promover aprendizagens acerca do ensino da matemática escolar, observamos que as componentes do domínio IDP foram observadas nas discussões nos PG, que surgiram a partir dos registros de prática e das questões das TAP que, por sua vez, foram delineados pelas formadoras. Isso demonstra a eficácia desse recurso associado ao ensino exploratório na promoção de discussões no contexto da formação docente (Fiorentini & Oliveira, 2013; Cyrino & Oliveira, 2016; Marins et al., 2021; Cyrino & Estevam, 2023).

Para indicar que relações são estabelecidas entre as interações discursivas, o papel do formador e as tarefas formativas, quando se aborda a álgebra em um curso de licenciatura em matemática, observamos que o papel do formador na previsão dessas discussões e a garantia de que não se tornem apenas momentos de troca de ideias sem propósito (Sasseron, 2013; 2020) foram estabelecidos por meio das escolhas dos registros de prática e das questões da TAP, que direcionaram o trabalho autônomo nos PG em prol da reflexão dos FP acerca da álgebra (Sousa & Paiva, 2023). Isso reforça a interconexão entre os domínios do modelo PLOT para facilitar a aprendizagem profissional dos professores (Ribeiro & Ponte, 2019; 2020).

O modelo proposto por Trevisan et al. (2023) foi essencial para estruturar a análise das IDP, embora tenhamos considerado outros elementos, como os tipos de prova (Sowder & Harel, 1998; Aguilar & Nasser, 2012). Além disso, a forma como as componentes se conecta indica que o modelo pode ser aplicado para analisar discussões na formação inicial, especialmente quando se analisam tarefas matemáticas escolares sob a perspectiva da matemática acadêmica. Diante disso, novos encaminhamentos podem ser considerados, como a compreensão sobre quais oportunidades foram oferecidas aos professores e quais indícios de aprendizagem foram apresentados ao final da disciplina.

Vale ressaltar que a transição do futuro professor de ex-aluno da Educação Básica para docente é um processo fundamental que requer a aproximação deste com a prática profissional que exercerá. Isso pode ser facilitado por situações hipotéticas direcionadas pelos formadores e apoiadas por recursos que visam aprimorar a aprendizagem profissional do FP (Marcelo, 2009; Fiorentini & Oliveira, 2013; Cyrino & Estevam, 2023).

Referências

Aguiar, M., Ponte, J. P., & Ribeiro, A. J. (2021). Conhecimento Matemático e Didático de Professores da Escola Básica acerca de Padrões e Regularidades em um Processo Formativo Ancorado na Prática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *35*, 794-814. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a12

Aguilar, C. A. A., & Nasser, L. (2012). Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental. *VIDYA*, *32*(2), 15-15.

Barbosa, J. C., & Oliveira, A. M. P. (2015). Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática?. *Perspectivas Da Educação Matemática*, *8*(18).

Barretto, A. C., & Cyrino, M. C. D. C. T. (2023). A busca do sentido de agência profissional de professores de matemática no início da docência. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *16*(2), 231-255. https://doi.org/10.5007/1982-5153.2023.e91442

Brasil. (2001) *Parecer 1.302/2001*. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Brasília: MEC/CNE/CES. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf Acesso em: 20 dez. 2020.

Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. *Investigação em educação matemática*, 255-266.

Cyrino, M. C. C. T., & Estevam, E. J. G. (2023). Tarefas Matemáticas na Formação de Professores que Ensinam Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, *16*(42), 1-30. https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.18262

Cyrino, M. C. C. T., & OLIVEIRA, H. (2016). Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: Elaboração e perspectivas*, 19-32.

David, M. M. M. S. (2004). Interações discursivas na sala de aula e o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. *Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII*, 1-16.

Domingues, H. H., & Iezzi, G. (2018). *Álgebra moderna*. reform. São Paulo: Saraiva.

Elliott, R., Kazemi, E., Lesseig, K., Mumme, J., Carroll, C., & Kelley-Petersen, M. (2009). Conceptualizing the work of leading mathematical tasks in professional development. *Journal of teacher education*, *60*(4), 364-379. https://doi.org/10.1177/0022487109341150

Esteban, M. P. S. (2010). *Pesquisa qualitativa em educação:* fundamentos e tradições. Tradução Miguel Cabrena. Porto Alegre: AMGH.

Fiorentini, D., & Oliveira, A. T. D. C. C. D. (2013). O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *27*, 917-938. https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000400011

Gonçalves, M. M., Ribeiro, A. J., & Aguiar, M. (2022). Ressignificando conhecimentos profissionais de um professor em pesquisa sobre a própria prática: o ensino de álgebra e o conceito de simetria. *Boletim GEPEM*, 80, 193-230. https://doi.org/10.4322/gepem.2022.050

Heyd-Metzuyanim, E., & Shabtay, G. (2019). Narratives of 'good'instruction: Teachers' identities as drawing on exploration vs. acquisition pedagogical discourses. *ZDM*, *51*, 541-554. https://doi.org/10.1007/s11858-018-01019-3

Heyd-Metzuyanim, Einat, Tabach, Michal, & Nachlieli, Talli. (2016). Opportunities for learning given to prospective mathematics teachers: Between ritual and explorative instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 19, 547-574, https://doi.org/10.1007/s10857-015-9311-1

Jardim, V. B. F., Aguiar, M., & Ribeiro, A. J. (2023b). Professional learning tasks and mathematical knowledge involving the algebraic structure of Groups: an experience in the degree in Mathematics teaching. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, *13*(4), 1-21. https://doi.org/10.37001/ripem.v13i4.3621

Jardim, V. B. F., Ribeiro, A. J., & Aguiar, M. (2023a). O uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional para o ensino da estrutura algébrica de Grupos na Licenciatura em Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, *16*(42), 1-21. https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.17932

Kendon, A. (2004). *Gesture: Visible action as utterance*. Cambridge University Press.

Lorensatti, E. J. C. (2009). Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. *Conjectura: filosofia e educação*, *14*(2), 89-99.

Marcatto, F. S. F. (2022). Modelo exploratório de resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *13*(5), 1-23. https://doi.org/10.26843/rencima.v13n5a08

Marcelo García, C. (2009). Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. *Revista de ciências da educação, 8, 7-22*.

Marins, A. S., Teixeira, B. R., & Savioli, A. M. P. D. D. (2021). Práticas de ensino exploratório de matemática ea mobilização/desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino por participantes do PIBID. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *35*(69), 314-342. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a15

Morgan, C., Craig, T., Schütte, M., & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: An overview of research in the field. *Zdm*, *46*, 843-853. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0624-9

Nemirovsky, R., DiMattia, C., Ribeiro, B., & Lara-Meloy, T. (2005). Talking about teaching episodes. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8*(5), 363-392. https://doi.org/10.1007/s10857-005-3848-3

Ribeiro, A. J. (2016). Álgebra e seu ensino: dando eco às múltiplas "vozes" da educação básica. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *7*(4), 1-14. https://doi.org/10.26843/rencima.v7i4.1197

Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. (2019). Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. *Acta Scientiae, 21*(2), 49-74. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5002

Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetike*, *28*, e020027. https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8659072

Rodrigues, R. V. R., Cyrino, M. C. D. C. T., & Oliveira, H. M. (2018). Comunicação no Ensino Exploratório: visão profissional de futuros professores de Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *32*, 967-989. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a11

Sasseron, L. H. (2013). Interações discursivas e investigação em sala de aula: o papel do professor. *Ensino de ciências por investigação: condições para implementação em sala de aula. São Paulo: Cengage Learning*, 41-62.

Sasseron, L. H. (2020). Interações discursivas e argumentação em sala de aula: a construção de conclusões, evidências e raciocínios. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências* (Belo Horizonte), 22, e20073. https://doi.org/10.1590/1983-21172020210135

Sociedade Brasileira de Educação Matemática (2013). A Formação do Professor de Matemática no Curso de Licenciatura: Reflexões produzidas pela comissão paritária SBM/SBEM. *Documento comissionado por Termo de Referência*.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge university press.

Sousa, T. B., & Paiva, M. A. V. (2023). Interações e discussões coletivas docentes: investigações relacionadas ao ensino da álgebra. *Matemática para o Ensino na Formação de Professores*, 39.

Sowder, L., & Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *The mathematics teacher*, *91*(8), 670-675. https://doi.org/10.5951/MT.91.8.0670

Trevisan, A. L., Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. (2020). Professional Learning Opportunities Regarding the Concept of Function in a Practice-Based Teacher Education Program. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(2), 1-14. https://doi.org/10.29333/iejme/6256

Trevisan, A. L. Silva D. B., Silva, J. M. P., Ribeiro, A. J. (2023). Oportunizando aprendizagens profissionais a professores: interações discursivas em um processo formativo. *Bolema, 76(3), 688-708. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a15*

Wasserman, N. H. (2014). Introducing algebraic structures through solving equations: Vertical content knowledge for K-12 mathematics teachers. *Primus, 24(3), 191-214. https://doi.org/10.1080/10511970.2013.857374*

Zazkis, R., & Marmur, O. (2018). Groups to the rescue: Responding to situations of contingency. *Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, for Secondary Mathematics Teachers, 363-381.*

Notas

TÍTULO DA OBRA
Interações discursivas de futuros professores sobre a estrutura algébrica de grupos: um olhar para a matemática escolar

Vania Batista Flose Jardim
Doutorado em Ensino e História das Ciências e da Matemática
Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Departamento de Ciências e Matemática (DCM), São Paulo, Brasil
Universidade Federal do ABC, Santo André, Brasil
vaniaflose@ifsp.edu.br
https://orcid.org/0000-0001-7325-267X

Doutora em Ensino e História das Ciências e da Matemática na UFABC; Mestre Matemática Universitária (2011) e Licenciada em Matemática (2009), ambos pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Também é Licenciada em Pedagogia pela Universidade Metodista de São Paulo. Atualmente, é professora de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico no Instituto Federal de São Paulo (IFSP), campus São Paulo, com experiência na área de Matemática e Ensino. Sua atuação abrange temas como ensino, pensamento algébrico, ensino de álgebra e formação inicial de professores.

Alessandro Jacques Ribeiro
Doutor em Educação Matemática
Universidade Federal do ABC (UFABC), Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC), Santo André, Brasil
alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br
https://orcid.org/0000-0001-9647-0274

Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2007); Mestre em Educação Matemática (2001) e Licenciado em Matemática (1998) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Realizou dois estágios de Pós-Doutoramento: na Rutgers, The StateUniversityof New Jersey, Estados Unidos (2015); no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal (2017). Atualmente é Professor Associado no Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC e Docente Permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da UFABC. Experiência acadêmica e profissional nas áreas de Matemática e de Educação Matemática, atuando principalmente nos temas: Educação Algébrica e Formação de Professores que Ensinam Matemática.

Marcia Aguiar
Doutora em Educação
Universidade Federal do ABC (UFABC), Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC), Santo André, Brasil
marcia.aguiar@ufabc.edu.br
https://orcid.org/0000-0001-5824-0697

Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (2014), Mestre em Educação (1999) e em Matemática (2005), ambos pela Universidade de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo (1994). Realizou um estágio de Pós-Doutorado no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal (2018-2019). Lecionou em escolas públicas e particulares no Ensino Básico e, em Ensino Superior. Autora de Matemática do Programa Acelera Brasil do Instituto Ayrton Senna. Atualmente é professora adjunto da Universidade Federal do ABC, coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática da UFABC (2023-2025) e professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da UFABC. Sua área de pesquisa está relacionada ao Ensino de Matemática, Ensino de Álgebra e Formação de Professores que ensinam matemática.

Endereço de correspondência do principal autor
Rua: Pedro Vicente, 625 – Canindé DCM/SAM, CEP: 01109-010 – São Paulo, Brasil

AGRADECIMENTOS
Agradecemos aos membros do grupo de pesquisa Formação Matemática para o Ensino(ForMatE), sediado na Universidade Federal do ABC. A primeira autora agradece ao IFSP que proporcionou um afastamento para a realização do doutorado na qual deu origem a este trabalho.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito:V. B. F. Jardim, A. J. Ribeiro, M. Aguiar.
Coleta de dados:V. B. F. Jardim.
Análise de dados: V. B. F. Jardim.
Discussão dos resultados:V. B. F. Jardim, A. J. Ribeiro, M. Aguiar.
Revisão e aprovação:V. B. F. Jardim, A. J. Ribeiro, M. Aguiar.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp) a qual concedeu financiamento ao Projeto APPEA, o por meio do processo 2018/14429-2, coordenado pelo Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Foi obtido o consentimento escrito dos participantes.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
O estudo mencionado aqui compõe os resultados do projeto intutilado "Aprendizagem profissional do professor de Matemática e o ensino de Álgebra: umestudo envolvendo os contextos da escola básica e da universidade (APPEA), aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFABC, com número 96044518.4.0000.5594 (CAAE – Certificado de Apresentação de ApreciaçãoÉtica). Resolução 466/2012 de 12 de dezembro de 2012.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITORES
Fábio Peres Gonçalves

HISTÓRICO
Recebido em: 20-05-2024 – Aprovado em: 02-12-2024 – Publicado em: 28-02-2025