ALEXANDRIA
Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

Ensino de Limite de Funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas

Teaching Limit Functions of a real variable: a systematic literature review exploring difficulties, challenges and the implementation of tasks

Daniele dos Santos Silva[1]
https://orcid.org/0000-0002-0914-1681
Tania Cristina Rocha Silva Gusmão[2]
https://orcid.org/0000-0001-6253-0435
Galvina Maria de Souza[2]
https://orcid.org/0009-0009-5773-2257
Elias Santiago de Assis[3]
https://orcid.org/0000-0002-5925-8810

1. Departamento de Matemática, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Brasil. E-mail: daniele.silva@ufma.br
2. Departamento de Matemática, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, Brasil. E-mail: professorataniagusmao@gmail.com; galvina.souza@uesb.edu.br
3. Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Amargosa, Brasil. E-mail: eliassantiago@ufrb.edu.br

Resumo: O ensino do limite de funções reais de uma variável real, em algumas licenciaturas e outros cursos das áreas de Ciências Exatas e Naturais, requer tarefas progressivamente complexas, para que os alunos consolidem o conhecimento e o apliquem em novos contextos matemáticos ou na sua área de atuação. Isso posto, trazemos neste estudo, parte de uma tese de doutorado, uma Revisão Sistemática da Literatura, que teve como objetivo analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando dificuldades, desafios e avaliando a implementação das tarefas aos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT). Por meio de uma abordagem qualitativa, com base na análise de documentos (teses e dissertações), identificamos entre outros obstáculos, dificuldades na compreensão da definição formal de limite e desafios relacionados aos conhecimentos prévios dos estudantes. Na análise das tarefas propostas, verificamos se os CDT foram cumpridos e observamos os esforços dos pesquisadores em produzir diferentes tipos de tarefas. O predomínio de tarefas fechadas, como exercícios e problemas, de notável exigência cognitiva, que estimulam a interação e a abertura do pensamento.

Palavras-chave: desenho de tarefas, limite de funções, dificuldades e desafios de aprendizagem.

Abstract: The teaching of limits of real functions of a real variable in some undergraduate programs and other courses in the areas of Exact and Natural Sciences requires progressively complex tasks for students to consolidate their knowledge and apply it in new mathematical contexts or in their field of work. That said, this study, part of a doctoral thesis, presents a Systematic Literature Review aimed at critically analyzing the existing knowledge on tasks in the teaching of limits of real functions, exploring difficulties, challenges, and evaluating the implementation of tasks according to the Task Design Criteria (TDC). Thus, adopting a qualitative approach based on the analysis of relevant documents (theses and dissertations), we identified, among other obstacles, difficulties in understanding the formal definition of limit and challenges related to prior knowledge. In the analysis of the proposed tasks, we verified whether the TDC were met; we observed researchers' efforts to produce different types of tasks, predominantly closed tasks such as exercises and problems, which demonstrated good cognitive demand and promoted interaction and open thinking.

Keywords: task design, limit of functions, learning difficulties and challenges

Introdução

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é um componente curricular presente nos cursos de graduação em Engenharia, Tecnologias e algumas Licenciaturas da área de Ciências da Natureza, que permite aos estudantes construir conhecimento a partir da realização de diferentes tarefas com certo grau de abstração, que variam de tarefas mais simples às tarefas mais complexas. Além disso, esse conhecimento contribui para a assimilação de conteúdos de outras disciplinas (Silva, 2019).

Lima (2012), a partir da uma pesquisa sobre o histórico do componente curricular Cálculo, percebeu-se a necessidade de que essa disciplina tivesse uma mudança de caráter didático, “levando em conta a maturidade matemática dos estudantes, o curso no qual a disciplina estava inserida e o perfil do profissional que se desejava formar” (Lima, p.7). Tal fato, culminou na criação da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, mas que ainda seguia um caráter analítico, com uma alteração gradual na proposta didática-pedagógica.

O modelo em vigor no Brasil relativo à disciplina de CDI, nesses cursos de graduação, tem influência europeia. Ele foi implementado inicialmente na Universidade de São Paulo (USP) em 1934, destinando-se à formação em Matemática Pura. Nele os conteúdos e conceitos dessa disciplina eram abordados com níveis de sistematização elevados e alto rigor de práticas algorítmicas e algébricas mais específicas e avaliações baseadas em tais abordagens (Bertolazi, 2017; Lima, 2012).

É sabido que o desempenho dos estudantes está frequentemente relacionado aos conhecimentos prévios destes sujeitos. No entanto, muitos ingressam na universidade sem uma compreensão dos fundamentos matemáticos, o que se torna evidente ao enfrentarem a necessidade de interpretar a linguagem matemática.

Por exemplo, ao tentar entender o conceito de limite, alguns alunos apresentam dificuldade ao calcular $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$, quando não compreendem os conceitos básicos de trigonometria e limites. Essa dificuldade pode se refletir na incapacidade de discernir, se um determinado procedimento está correto ou não, comprometendo a resolução desse limite e de outros problemas, que envolvam limites com maior grau de dificuldade, o que exemplifica a importância de uma base matemática sólida para o desenvolvimento acadêmico desse conteúdo (Lochhead, 1995).

Uma alternativa, que encontramos para minimizar fatos como este, é pensar nas tarefas produzidas pelo professor, neste sentido, problemas dessa natureza podem ser minimizados a partir das tarefas produzidas ou selecionadas pelo professor. As primeiras poderão centrar-se nos conhecimentos básicos, que constituem os pilares para a compreensão do tema principal da aula.

Já as tarefas seguintes poderão ser dedicadas ao conteúdo propriamente dito. Contudo, enfatiza Gusmão (2019), não basta simplesmente substituirmos os exercícios, que enfatizam a repetição de tarefas, normalmente do tipo “calcule”, pela resolução de problemas de investigação: “O ensino da matemática necessita variar as tarefas, diversificar os seus tipos e dar oportunidades para o estudante conhecer outras formas de aprendê-la” (Gusmão, 2019, p. 4).

Os estudos sobre tarefas matemáticas, com foco nas respostas dos alunos e no trabalho dos professores, destacam a importância central destas, nos processos de ensino e de aprendizagem. Hiebert e Wearne (1997) ressaltam que a aprendizagem dos estudantes é amplamente moldada pelas tarefas oferecidas pelos professores.

De acordo com Gusmão e Font (2021) as tarefas matemáticas desempenham papel fundamental no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, na avaliação de conhecimentos, na aproximação com a matemática, no estímulo aos pensamentos convergente e divergente, na aprendizagem de conceitos e representações matemáticas, na ampliação do conhecimento matemático dos alunos, no fomento de processos criativos, e no aprimoramento das competências didático-matemáticas dos professores.

Dentre os conteúdos abordados em Cálculo, o estudo dos limites de funções reais é frequentemente considerado complexo devido à sua natureza abstrata e à necessidade de compreender conceitos fundamentais, como a proximidade de valores e o comportamento assintótico de funções. Neste sentido, tanto os alunos, quanto os professores enfrentam desafios ao abordar esse tópico, pois ele demanda uma compreensão sólida dos princípios básicos do Cálculo e uma capacidade de pensar de maneira abstrata.

Neste sentido, entendemos, que a concepção de tarefas diferenciadas, exemplos concretos, aplicações práticas e uma abordagem gradual dos conceitos e propriedades de limites, podem favorecer para que a complexidade seja gradualmente distribuída, se constituindo em um meio, que possa vir a minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Assim, este trabalho tem como objetivo realizar uma revisão sistemática de dissertações e teses produzidas nos últimos dez anos (isto é, de 2013 a 2023), que abordam estudos sobre a utilização de tarefas no processo de ensino e aprendizagem de limites de funções reais, e conhecer as dificuldades, desafios e em que medida, as características das tarefas propostas no material analisado cumprem os CDT.

Percurso Metodológico

A presente pesquisa é do tipo bibliográfica, mais especificamente, uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL). Segundo Ramos, Faria e Faria (2014) uma revisão sistemática é aplicada no intuito de identificar pesquisas sobre um assunto específico, por meio de critérios, métodos e seleção de fontes bibliográficas, com rigor, a fim de gerar confiabilidade no trabalho desenvolvido.

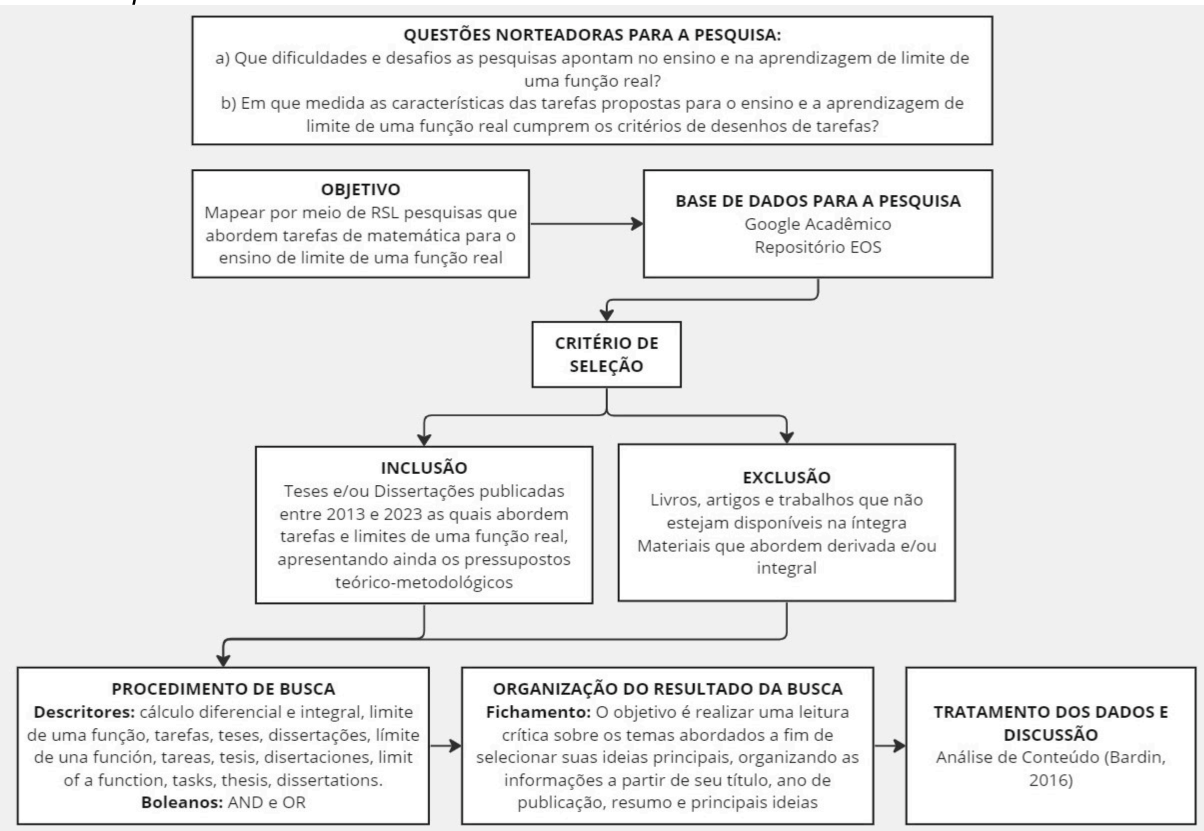
Conforme Costa e Zoltowski (2014, p.57), o problema de pesquisa de revisão pode ser decomposto em algumas partes, que visam facilitar a busca e a organização dos resultados encontrado. Nesse sentido, elaboramos as seguintes questões como elementos norteadores para o processo de investigação:

a) Que dificuldades e desafios as pesquisas apontam no ensino e na aprendizagem de limite de uma função real?

b) Em que medida as características das tarefas propostas para o ensino e a aprendizagem de limite de uma função real cumprem os critérios de desenhos de tarefas?

Segundo Ramos e Faria (2014), há um protocolo a ser seguidos em qualquer RSL, o qual pode ser visualizado na figura 1.

Figura 1
Protocolo para Revisão Sistemática de Literatura



Nota.[Descrição da imagem] Diagrama de fluxo com fundo branco e texto preto, detalhando etapas de uma pesquisa sistemática de literatura (RSL) sobre tarefas no ensino de limite de uma função real. No topo, em um retângulo, há as questões norteadoras para a pesquisa: a) Que dificuldades e desafios as pesquisas apontam no ensino e na aprendizagem de limite de uma função real? b) Em que medida as características das tarefas propostas para o ensino e a aprendizagem de limite de uma função real cumprem os critérios de desenhos de tarefas? Abaixo, há o objetivo, destacado em outro retângulo: Mapear por meio de RSL pesquisas que abordem tarefas de matemática para o ensino de limite de uma função real. Esse objetivo é ligado por setas a duas caixas: À direita: Base de dados para a pesquisa – Google Acadêmico e Repositório EOS. Abaixo: Critério de seleção, conectado a dois blocos: Inclusão: Teses e/ou dissertações publicadas entre 2013 e 2023 que abordem tarefas e limites de uma função real, apresentando ainda os pressupostos teórico-metodológicos. Exclusão: Livros, artigos e trabalhos que não estejam disponíveis na íntegra; materiais que abordem derivada e/ou integral. Na sequência, há mais duas etapas: Procedimento de busca: descritores em português, inglês e espanhol; booleanos: AND e OR. Organização do resultado da busca: Fichamento com leitura crítica e resumo das ideias principais. Por fim, a última etapa é o tratamento dos dados e discussão, fundamentado na análise de conteúdo de Bardin (2016). [Fim da descrição].

A figura 1 ilustra o delineamento do Protocolo da Revisão Sistemática, destacando os elementos essenciais do processo. Explicitamos o objetivo da revisão, seguido das bases de seleção dos trabalhos.

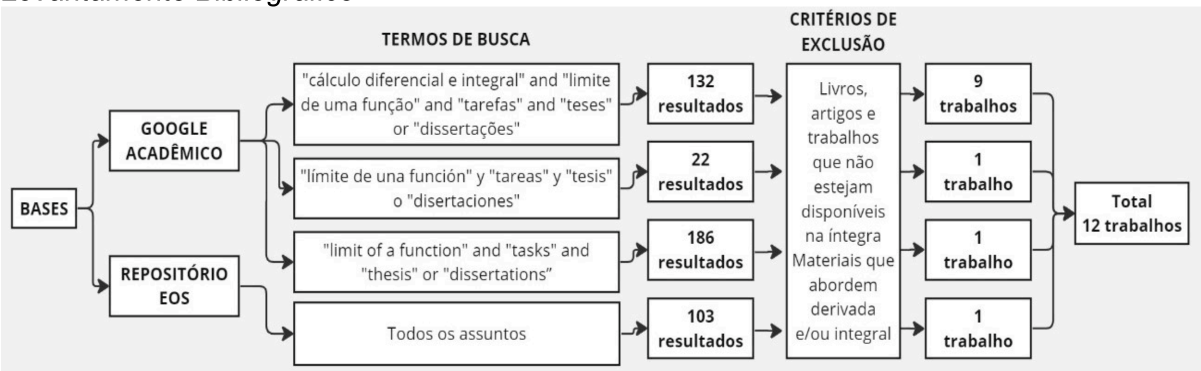
Optamos por utilizar a base de dados Google Acadêmico, por ser uma plataforma de pesquisa *on-line* de origem acadêmica que disponibiliza acesso a estudos, e o Repositório do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução (EOS)[1] sendo este a base de maior fundamentação para este trabalho. O Repositório EOS compila diversos trabalhos, que articulam abordagens e modelos

[1] Base teórica da pesquisa em andamento da primeira autora.

teóricos diversos sobre pesquisas, que envolvam pressupostos antropológicos e semióticos sobre a matemática e seu ensino, nas investigações em Educação Matemática (EOS, 2023).

Os critérios de seleção, descritores e operadores booleanos empregados nas buscas foram também especificados, fornecendo transparência ao método, de modo, que se seguiu para uma organização planejada dos resultados da busca, sendo possível delinear as estratégias para o tratamento dos dados, proporcionando uma visão do processo metodológico adotado, conforme nos mostra a figura 2.

Figura 2
Levantamento Bibliográfico



Nota.[Descrição da imagem] Diagrama de processo que apresenta os resultados de buscas em bases de dados e critérios de exclusão aplicados a uma pesquisa sistemática. Na lateral esquerda, há um bloco intitulado Bases, com duas opções listadas verticalmente: Google Acadêmico; Repositório EOS. De cada base, partem setas que levam a diferentes termos de busca (em português, espanhol e inglês): 1. Google Acadêmico: "cálculo diferencial e integral" and "limite de uma função" and "tarefas" and "teses" or "dissertações" (132 resultados). "límite de una función" y "tareas" y "tesis" o "disertaciones" (22 resultados). 2. Repositório EOS: "limit of a function" and "tasks" and "thesis" or "dissertations" (186 resultados). "Todos os assuntos" (103 resultados). À direita dos resultados, há um bloco chamado Critérios de exclusão, que elimina: Livros, artigos e trabalhos que não estejam disponíveis na íntegra. Materiais que abordem derivada e/ou integral. Os números de trabalhos restantes após a exclusão são mostrados ao lado de cada conjunto de resultados: 9 trabalhos (primeira busca). 1 trabalho (segunda busca). 1 trabalho (terceira busca). 1 trabalho (quarta busca). Ao final do diagrama, um bloco centraliza o total: 12 trabalhos. [Fim da descrição].

A seleção no Repositório de Teses do EOS abarcou todos os assuntos dentro da temática Cálculo Diferencial Integral, uma vez que, a base de dados permite que sejam incluídos diferentes termos matemáticos em suas especificidades. A pesquisa iniciou com 103 teses, sendo duas delas abordando limite de funções reais, mas apenas uma, se encaixava quanto ao critério de período (2013 a 2023) pois, um dos trabalhos era datado de 2008.

Ao realizar a primeira busca no Google Acadêmico, utilizamos os termos e operadores booleanos "cálculo diferencial e integral" and "limite de uma função" and "tarefas" and "teses" or "dissertações", resultando em 132 resultados. Contudo, a maioria desses trabalhos consistia em artigos ou livros. Após aplicar critérios de inclusão e exclusão, identificamos 9 trabalhos específicos sobre o tema do limite de uma função real. Vale ressaltar, que a inclusão dos termos “tese” e “dissertação” teve como objetivo filtrar, uma vez que, a maioria dos resultados no Google Acadêmico, inicialmente, apresentava artigos e livros.

No Google Acadêmico, a segunda seleção se efetivou pelos termos e associações com operadores boleanos "límite de una función" y "tareas" y "tesis" o "disertaciones", obtendo-se 22 resultados. No entanto, apenas um trabalho satisfez aos critérios de inclusão e exclusão.

A terceira seleção efetuada por meio do Google Acadêmico foi realizada a partir de termos e associações com operadores boleanos "limit of a function" and "tasks" and "thesis" or "dissertations, a partir do qual alcançou-se 186 resultados, com apenas um trabalho satisfazendo os critérios de inclusão e exclusão.

Ao seguir esses procedimentos, alcançamos um conjunto de 8 teses e 4 dissertações, que foram objeto de nossa dedicação durante a fase de análise. A lista desses trabalhos é apresentada na Tabela 1 e organizada pela ordem em que foram identificados nas bases de dados.

Tabela1

Elenco de Trabalhos selecionados para o estudo

Cód	Título	Autor	Ano	Tipo	Instituição	Pressuposto Teórico
01	Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable	Daniela Andrea Araya Bastias	2022	T	Universidad de Los Lagos	Idoneidade Didática que propõe o Enfoque Ontosemiótico (EOS) assim como critérios de design de tarefas.
02	As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral	Líviam Santana Fontes	2021	T	Universidade de Brasília - UnB	método fenomenológico, Engenharia Didática
03	Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado.	Maria Bethânia Sardeiro dos Santos	2013	T	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Teoria Antropológica do Didático, Registros de Representação Semiótica, teoria de Bakhtin
01	Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de	Maria Alice de Vasconcelos Feio	2013	D	UFPA	Teoria de Tall e Vinner (1981) e Vinner (1991)

	estudantes universitários acerca do conceito de limite de função	Messias				
04	A noção de limite: um estudo da organização didática de um percurso formativo digital	Osnildo Andrade Carvalho	2022	T	Universidade Federal da Bahia Universidade Estadual de Feira de Santana	Teoria Antropológica do Didático, Engenharia Didática
05	Os Registros de Representação Semiótica na Aprendizagem de Limites de Funções Reais	Aécio Alves Andrade	2021	T	Universidade Cruzeiro do Sul	Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, Engenharia Didática
06	Documentação de professores para o ensino remoto de limite em cursos de exatas	Danilo dos Santos Christo	2022	T	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – SP	Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e a teoria da Abordagem Documental do Didático (ADD)
07	Teaching and Learning limits at the Secondary Level in Lebanon	Najwa Riad Thabet	2015	T	Lebanese American University	Teorias cognitivas da aprendizagem de Piaget; Teoria APOS
02	A construção do conceito de limite através da resolução de problemas	Matheus Marques de Araujo	2020	D	Universidade Estadual da Paraíba	Modelo Metodológico de Romberg-Onuchic
03	Compreensão do conceito de limite por alunos de Cursos de ciências exatas	Ronaldo Dias Ferreira	2021	D	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRSS) e Teoria do Pensamento Matemático Avançado (PMA), Engenharia Didática
08	Três Estudos Sobre o Discurso de Limite: uma abordagem comunicacional	José Alves de Oliveira Neto	2021	T	Universidade Federal da Bahia Universidade Estadual de Feira de Santana	Teoria Commognitive de Sfard (2008)
04	O Ensino de Limites de Funções por Atividades	Weber da Silva Mota	2017	D	Universidade do Estado do Pará	Engenharia Didática

A partir das análises, concluímos que a maioria das pesquisas foi defendida no Brasil (D01, D02, D03, D04, T02, T03, T04, T05, T06), com três universidades apresentando mais de um trabalho concluído - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP (D03, T03, T06), Universidade Federal do Pará - UFPA (D01, D04), e uma parceria entre Universidade Federal da Bahia-UFBA e Universidade Estadual de Feira de Santana- UEFS (T04 e T08). Além disso, a pesquisa T01 foi defendida no Chile e T07 no Líbano. Os principais pressupostos teóricos abordados nas pesquisas incluem a Teoria do Registro de Representação Semiótica (D03, T03, T05), Teoria Antropológica do Didático (T03, T04) e a Engenharia Didática (D03, D04, T04, T05). Destacamos também o EOS- Enfoque Ontossemiotico T01 como base da pesquisa de doutorado em andamento da primeira autora.

A partir desse percurso, que conduziu o protocolo de revisão, foi possível ter uma visão do rigor metodológico de seleção e análise dos trabalhos relativos à temática em questão, além de compreender todas as abordagens adotadas no uso de tarefas para o ensino de Cálculo. Essa contextualização permite uma visão holística das pesquisas realizadas, evidenciando nuances metodológicas e enfoques teóricos empregados. A compreensão do caminho percorrido foi fundamental para situar as contribuições no contexto acadêmico e identificar lacunas ou tendências emergentes.

A revisão também foi examinada à luz da Análise de Conteúdo (Bardin, 2016). Na qual fizemos a pré-avaliação dos trabalhos selecionados, a partir das etapas que compõem a RSL para elaboração do corpus de análise, a leitura flutuante dos textos e a preparação do material a ser interpretado. Em seguida realizamos, com todos os materiais separados e organizados, conforme quadro 2, a exploração do material, estabelecendo categorias a priori de análise.

Segundo Bardin (2016), a categorização desempenha um papel fundamental na pesquisa, proporcionando uma estrutura organizada para a análise e interpretação dos dados. Os resultados foram distribuídos em duas categorias, visando compreender tanto as "Dificuldades Impulsionadoras do Estudo do Limite de uma função real" quanto as "Tarefas Propostas pelos Autores".

No intuito de analisar as características das tarefas propostas e o seu efetivo cumprimento, quanto aos Critérios de Desenhos de Tarefas (CDT), nos subsidiamos em Gusmão e Font (2020) e apresentamos no quadro 5 esses critérios e seus indicadores.

Tabela2

Relação Critérios de desenho de tarefa e os indicadores

Critério de Desenho de Tarefas	Indicadores
Natureza	Aberta (intinitas respostas, multiplas respostas, nenhuma resposta, admite subjetividade etc.). Fechada (normalmente resposta única e com objetividade).
Exigência Cognitiva	As tarefas devem atender a diferentes objetivos de aprendizagem, levando os resolvedor a desenvolver diferentes competências cognitivas e metacognitivas (domínio do conhecimento do conteúdo, reflexão mais ampla sobre a solução do problema etc.).
Interatividade, atração, diversão, inclusão	As tarefas devem envolver os resolvedores em um trabalho que lhes cause prazer, vontade de continuar resolvendo, que eleve sua autoestima e confiança para se sentirem incluídos e capazes de resolver.
Desafios	As tarefas devem permitir abertura na forma de abordagem, apresentando várias soluções ou representações; proporcionar formas de pensamento reversível, flexível, descentrado, em oposição ao pensamento inflexível e centrado em um único ponto de vista.
Criatividade, originalidade, autenticidade	As tarefas devem estimular o uso de alternativas diferentes, uma solução original, podendo ser uma aplicação em outros contextos, e demonstrar criatividade

Fonte: (Gusmão & Font, 2021)

No artigo "Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas” Gusmão e Font (2021), destacam-se a presença do quadro 5, que expõe os critérios de desenho de tarefas propostos por esses autores. Este quadro serviu como uma ferramenta essencial para analisar e compreender a estrutura e a abordagem das tarefas adotadas em cada pesquisa.

Nas próximas seções, detalhamos os resultados obtidos, abordando essas duas categorias, que proporcionaram a análise do panorama atual de pesquisas, que trabalham com tarefas para o ensino de Limite de uma função real.

Dificuldades Impulsionadoras do Estudo do Limite de uma função Real

Ao analisar as teses e dissertações em nosso corpus, enquanto buscávamos compreender as dificuldades e desafios no ensino de limites de uma função real, identificamos a necessidade de criar subcategorias a posteriori. Adotamos o processo em que "o título conceitual de cada categoria é fornecido apenas no final da operação" (Bardin, 2016, p.15). Desta maneira, as subcategorias foram definidas da seguinte forma:

a) obstáculos de aprendizagem - apontados pelos teóricos que sustentaram as pesquisas analisadas;

b) dificuldades citadas por outros autores nas pesquisas analisadas;

c) dificuldades oriundas das pesquisas analisadas.

Obstáculos de Aprendizagem

Ao explorar as dificuldades e desafios em vários dos trabalhos analisados, a primeira categoria identificada refere-se aos obstáculos de aprendizagem. Dada a peculiaridade desses obstáculos, optaremos por realizar uma breve apresentação, fundamentada em Brousseau (1983), para elucidar o entendimento sobre sua natureza e impacto no contexto do ensino de limites de uma função real.

Em 1976, Guy Brousseau introduziu a ideia de obstáculo epistemológico na Didática da Matemática, fundamentando-se na noção de obstáculos proposta por Bachelard em 1938. Ao iniciarmos a revisão, surgiu uma confusão entre os termos "dificuldades", "desafios" e "obstáculos" que foi esclarecida ao perceber que, conforme Brousseau (1983), um obstáculo não é simplesmente uma falta de conhecimento, mas sim, de um conhecimento específico. Este conhecimento gera respostas apropriadas em um contexto determinado, porém, fora desse contexto, produz respostas equivocadas. Além disso, esse conhecimento é resistente a contradições e à assimilação de um conhecimento mais aprimorado. Brousseau (1983) destaca a importância de investigar os obstáculos epistemológicos relacionados a conceitos matemáticos, bem como, os métodos didáticos para auxiliar os alunos na superação dessas barreiras. Desde então, diversos pesquisadores têm realizado estudos abordando esses obstáculos.

Segundo Brousseau (1976), os obstáculos no processo de aprendizagem podem ser categorizados em três tipos distintos: de origem ontogenética[2], de origem epistemológica e de origem didática[3]. No escopo desta revisão, focalizaremos os obstáculos de origem epistemológica, uma vez que, este foi predominante nas análises das pesquisas examinadas.

Os obstáculos epistemológicos referem-se a conflitos conceituais ligados à trajetória histórica da Ciência. Eles podem surgir da falta de compreensão aprofundada do conteúdo ou até mesmo do desconhecimento de seu desenvolvimento ao longo da História, influenciando os processos de ensino e de aprendizagem. Sierpiriska (1985) destaca que esses obstáculos envolvem conflitos e problemas na comunidade matemática em determinados períodos, refletindo

[2] Os obstáculos de origem ontogenéticas incluem condições genéticas específicas nos alunos advindas de limitações neurofisiológicas, entre outras, que são próprias de cada indivíduo em um momento de seu desenvolvimento.

[3] Os obstáculos de origem didática estão relacionados ao processo de ensino, principalmente em relação à comunicação do saber e à escolha de abordagens pedagógicas.

diretamente nesses processos. Além disso, ele enfatiza que tais conflitos são essenciais para o desenvolvimento e compreensão de um conceito, defendendo a realização de estudos históricos, em paralelo com estudos experimentais. A Tabela 3 apresenta os obstáculos epistemológicos mais citados nas pesquisas analisadas.

Tabela3

Relação entre os obstáculos epistemológicos e as pesquisas estudadas

Obstáculos Epistemológicos	Autores Citados	Cód.
• "O erro de ligar a geometria aos números" • "A noção do infinitamente grande e do infinitamente pequeno” • "O aspecto metafisico da noção de limite" • "O limite foi atingido ou não?"	(Cornu,1983)	T01 T03 T04 D04 T05 T06 D03 T08
• Os alunos não compreendem o limite como uma ferramenta para compreender o comportamento das funções • A noção formal de limite causa problemas ao aluno, pois considera dois processos distintos, um sobre a variável e outro sobre as imagens da função.	(Artigue, 1995)	T01 T06
• Horror ao infinito • Obstáculos relacionados à noção de função • Obstáculos geométricos • Obstáculos lógicos • Obstáculo do símbolo	(Sierpinska, 1985)	T01 D01 T04 T06 T08
• Obstáculos causados pelo uso de quantificadores tais como: "todo", "alguns" entre outros. • A utilização de expressões como "se aproxima", "chega perto", "tende a" levam a ideia de que $f(x) \neq L$	(Tall & Vinner, 1981)	D01 D03

O obstáculo epistemológico "O erro de ligar a geometria aos números" (Cornu, 1991, p.159) é abordado em várias obras, incluindo T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08. Este obstáculo remete aos estudos gregos realizados entre 400 e 250 a.C., centrados na resolução de problemas geométricos[4], utilizando o método de exaustão. Cornu (1991) destaca a falta de conexão entre a noção de limite e números, resultando em um obstáculo epistemológico. O método de exaustão, sendo fundamentalmente geométrico, prova resultados sem lidar com o

[4] Um equívoco é pensar que fatos geométricos dos Elementos de Euclides sejam expressos numericamente como o são para nós hoje. Para exemplificar, enquanto para nós a área de um triângulo é dada por uma fórmula exprimindo metade do produto da base pela altura, para Euclides a área de um triângulo é metade da área do paralelogramo que se obtém com a junção de dois triângulos iguais ao triângulo dado; a área do paralelogramo é igual à área de um retângulo de mesma base e mesma altura, e assim por diante. Para nós, hoje, a área de um círculo é πr^2mas para Arquimedes, que viveu algumas décadas depois de Euclides, a área do círculo é igual à área de um triângulo de base igual ao comprimento da circunferência e altura igual ao raio do círculo. Para nós o volume da esfera é 4rr3/3, enquanto o que Arquimedes nos diz é que o volume da esfera está para o volume do cilindro circular reto a ela circunscrito assim como 2 está para 3; e isto é informação suficiente. Na Matemática grega, antes e durante o período helenístico, não havia fórmulas como é tão comum hoje em dia; tudo era dado em termos de proporções, como no caso do volume da esfera que acabamos de mencionar. E isso perdurou no Ocidente por mais um milênio após o declínio da civilização helenística (Ávila, 2006).

infinito, sem realizar uma transferência efetiva para o domínio numérico. Da mesma forma, o desafio "Obstáculos Geométricos" (Sierspinska,1985, p.52), explorado em T01, D01, T04, T06 e T08, manifesta-se na projeção do círculo como limite de polígonos inscritos ou circunscritos. Este obstáculo também envolve a concepção da tangente como limite secante variável, introduzindo a complexidade da mudança de significado do termo "diferença" com a alteração da magnitude em questão. Ambos os obstáculos representam desafios substanciais na transição das abordagens geométricas para as numéricas.

Já o obstáculo epistemológico "A noção do infinitamente grande e do infinitamente pequeno" (Cornu, 1991, p.160) é abordado nas obras T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08. Este obstáculo destaca a controvérsia na matemática em relação à possibilidade de um número ser tão pequeno, quanto desejado, sem ser o número zero, contrastando as visões de D'Alembert, Cauchy, Newton e Euler. A complexidade dessas discussões é refletida no ensino da noção de limite, em que a representação simbólica do *epsilon* pode gerar equívocos sobre sua natureza. Quanto ao desafio "Horror ao infinito" de Sierpinska (1985), abordado em T01, D01, T04, T06 e T08, concentra-se na aversão ao procedimento de "passo até o limite". Este método envolve aproximações e, em alguns casos, uma "indução incompleta", na qual apenas um número finito de termos de uma sequência é considerado para obter o limite. Além disso, há obstáculos epistemológicos de origem algébrica, relacionados à transferência de métodos de álgebra de quantidades finitas para infinitas, e a concepção dinâmica do "passo até o limite" contrasta com a abordagem estática da noção formal de limite. Sierpinska (1985) destaca aspectos históricos, revelando a persistência desses obstáculos até o século XIX e a evolução na formalização da construção de números reais por Weierstrass, Méray, Cantor e Dedekind para corrigir equívocos lógicos e resolver o problema da existência do limite de sequências convergentes (Sierspinka, 1985).

Os obstáculos abordados nos trabalhos T01, D01, T04, T06 e T08, relacionados à noção de função conforme discutido por Sierspinka (1985), evidenciam a falta de precisão nas definições de limite de Cauchy e D'Alembert. A autora destaca a importância da introdução do conceito geral de função no século XIX, enfatizando que isso foi crucial para estabelecer uma formulação clara do conceito de limite, desvinculando-o de intuições geométricas e físicas. No entanto, o obstáculo epistemológico, nomeado "O aspecto metafísico da noção de limite" (Cornu, 1991, p.161) citado nos trabalhos T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08, traz à tona problemas filosóficos e metafísicos associados à noção de infinito dos números reais. Cornu (1991) destaca que essa dificuldade é percebida pelos matemáticos, desde os tempos gregos até D'Alembert, que minimizou a importância da metafísica do infinito no Cálculo Diferencial. A complexidade em compreender a noção de infinitesimal e a cardinalidade infinita dos números reais, conforme apontado por Cornu (1991), se torna um obstáculo epistemológico para os estudantes de cálculo, dificultando a compreensão do conceito de limite, especialmente devido à impossibilidade de calcular limites, usando diretamente métodos familiares de álgebra e aritmética.

O obstáculo epistemológico discutido por Cornu (1991, p. 161), que se refere à confusão dos estudantes sobre "se o limite foi atingido ou não," é abordado em T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08. Esse desafio é agravado pela divergência histórica na concepção do limite, destacada por Cornu, em que D'Alembert enfatizava a inatingibilidade do limite, enquanto Cauchy defendia que o limite poderia ser alcançado. Essa ambiguidade na percepção do limite é associada ao obstáculo epistemológico proposto por Cornu (1981) e reforçado por Tall & Vinner (1981) ao afirmarem que a utilização de expressões como “se aproxima”, “chega perto”, “tende a” levam a ideia de $f(x) \neq L$.

Artigue (1995) adiciona a perspectiva ao mencionar que os alunos enfrentam desafios ao compreender o limite, como uma ferramenta para entender o comportamento das funções, presente em T01 e T06. A autora concorda com alguns dos obstáculos epistemológicos apontados por Cornu (1991), notando que os alunos encaram o limite como uma barreira inatingível e interpretam o processo de convergência como estritamente monótono. Além disso, destaca a percepção equivocada de que o procedimento para calcular limites segue um processo algébrico semelhante a outros assuntos, sem reconhecer as particularidades do conjunto dos números reais. Artigue (1995) enfatiza a importância de compreender o processo limite como distinto das operações algébricas comuns, evitando assim equívocos relacionados à continuidade[5] (Artigue, 1995, p.112). Ambos os autores convergem ao abordar obstáculos relacionados à natureza do limite e à sua compreensão pelos estudantes.

Os "obstáculos lógicos" abordados nos trabalhos T01, D01, T04, T06 e T08 revelam desafios fundamentais na compreensão do conceito de limite. Sierspinka

[5] Quando Artigue (1995) menciona "continuidade", ela se refere à continuidade matemática, mas não no sentido específico de funções contínuas. Em vez disso, ela destaca como os alunos podem erroneamente tratar o processo de calcular limites como uma operação algébrica comum, sem considerar as particularidades e regras específicas associadas aos limites.

(1985) destaca a necessidade de considerar quantificadores para uma compreensão completa, ressaltando que a linguagem natural e intuitiva frequentemente carece de formalidade e símbolos, resultando em uma definição imprecisa do limite. Além disso, a falta de clareza na dependência entre a vizinhança do ponto em que se calcula o limite e, a do ponto que é o limite, como observado por Cauchy, contribui para essa complexidade. Paralelamente, a autora ressalta a importância da ordem dos quantificadores na definição de limite, associando-a ao estudo do limite por meio do gráfico da função. No entanto, o "obstáculo do símbolo" apresentado por Sierpinska (1985) destaca a ambiguidade e perda de significado decorrentes do uso da notação "lim". Embora essa notação tenha facilitado operações algébricas, sua associação com a álgebra pode confundir os alunos, revelando um conflito histórico na busca por um algoritmo universal para resolver equações infinitas, no contexto do Cálculo Diferencial e Integral.

Cornu (1991) ressalta que a análise desses obstáculos epistemológicos oferece uma oportunidade de aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem. Ao reconhecer esses desafios, os professores podem melhorar suas práticas pedagógicas, auxiliando os alunos a superá-los e compreendê-los como componentes essenciais da noção de limite. Seguimos na próxima seção discutindo sobre as Dificuldades citadas por autores nas pesquisas analisadas.

Dificuldades Citadas por Autores nas Pesquisas Analisadas

Nesta seção, abordaremos as dificuldades identificadas em estudos tanto internacionais quanto nacionais. A Tabela 4 apresenta uma síntese dessas dificuldades.

Tabela4

Dificuldades listadas nas pesquisas internacionais e nacionais

Dificuldades dos estudantes	Autores Citados	Cód.
• Solucionar tarefas não rotineiras; • Entender características específicas da noção de limite; • Calcular limites que contenham indeterminações; • Perceber o que é o limite de função e a função; • Estabelecer/entender o significado dos quantificadores envolvidos na definição de limite;	Juter (2006)	**T03** **D01**
• Solucionar tarefas não rotineiras; • Entender características específicas da noção de limite; • Calcular limites que contenham indeterminações; • Perceber o que é o limite de função e a função; • Estabelecer/entender o significado dos quantificadores envolvidos na definição de limite.	Corica; Otero (2009)	**T03**
• Dominar manipulações algébricas; • Discernir limite de função e limite de sucessão;	Cottrill et al. (1996)	**D01**
• Compreensão do limite de uma função em um ponto como uma noção estática que não difere do valor da função no ponto, ou seja, $f(x) = f(a)$; • Apresentar uma noção superficial das inequações envolvidas na definição formal de limite de função.	Jordaan (2005)	**D01**
• Compreensão do limite de forma parcial: como sendo uma fronteira; como sendo inalcançável; como sendo uma aproximação; • Entender que a função nem sempre apresentará limite em determinado ponto; • Entender que a função nem sempre está definida em um ponto para que ela apresente limite naquele ponto.; • Compreender a continuidade e sua relação com a existência ou não de limite.	Zuchi (2005)	**D01**
• Compreender a relação entre, noção de infinito, abstração, matemática básica e aplicação prática de limites; • Compreender a linguagem matemática; • Compreender conceitos de funções e inequações.	Nair (2010)	**D01**
• Entender que a função nem sempre está definida em um ponto para que ela apresente limite em um determinado ponto; calcular limites infinitos e limites no infinito; • Compreender as condições de existência ou não de limites e sua relação com limites laterais;	Santos (2005)	**T03**
• Compreender a linguagem matemática específica dos limites; • entender o limite além de um procedimento algébrico que resulta em um número.	Nunes (2001)	**T03**
• Aplicar conceitos de Matemática Básica: comparação de números negativos, operações com frações	Robert (1982)	**T03**
• Em sequências não consideram o caráter variável de n; • Fazer aparecer uma representação mental da convergência;	Celestino (2008)	**T03**
• Entender sequências • Discernir o significado dos termos “ser limitado” e “ter limite”; “a sequência é limitada” e “a sequência tem limite”	Abreu e Reis (2011)	**T03**
• Compreender a definição rigorosa limite e continuidade se revelou sem sentido para os alunos; • Associar a continuidade a existência dos limites.	Fernández e Mora (2019)	**D02**

• Usar, adequadamente, a notação matemática; • Usar, adequadamente, procedimentos e manipulação algébrica; • Compreender o conceito de limite.	Cabral e Baldino (2008)	**D04**
• Compreender e aplicar limites devido a forma devido a forma como é abordado, ou seja, pela via da matemática pura.	Rezende (2003)	**T04**
• Aplicar ideias e problemas essenciais de cálculo matemático que deveriam ser consolidadas durante a Educação Básica. • Compreender a definição formal de limite	Burigato (2019)	**T04**

Os trabalhos T03 e D01 abordaram a pesquisa de Juter (2006) a qual aponta como dificuldades apresentadas pelos estudantes: solucionar tarefas não rotineiras; entender características específicas da noção de limite, tais como decidir se a função pode alcançar o valor do limite e/ou determinar o que os componentes da definição representam; calcular limites, como por exemplo, $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$; estabelecer/entender o significado dos quantificadores envolvidos na definição de limite; decorrentes de certa confusões entre limite de função e função; do fato das imagens conceituais dos indivíduos acerca do conceito de limite se mostraram incoerentes com sua definição.

A pesquisa T03 aborda diversas pesquisas sobre dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao lidar com conceitos de limite de funções e sequências. Corica e Otero (2009) identificam dificuldades em calcular limites e manipular expressões algébricas, enquanto Santos (2005) destaca a confusão dos alunos em conceber o limite como número real e a busca excessiva por técnicas algorítmicas. Nunes (2001) observa problemas na comparação de números negativos e na compreensão de conjuntos infinitos. Robert (1982) aponta dificuldades na noção de convergência de sequências e na consideração do caráter variável de n. Celestino (2008) identifica confusões sobre os conceitos de limite e sequência limitada. Abreu e Reis (2011) constatam que os alunos têm dificuldades com a notação rigorosa[6] de limites e continuidade, associando esses conceitos principalmente à intuições gráfico-geométricas.

A dissertação D01 aborda várias pesquisas, que identificam dificuldades enfrentadas pelos estudantes com o conceito de limite. Cottrill et al. (1996) relatam que muitos estudantes têm uma visão estática do limite, confundindo-o com o valor da função no ponto, e apresentam noções vagas das inequações envolvidas na definição formal. De acordo com Jordaan (2005) os alunos veem o limite como uma

[6] Termo utilizado pelo autor.

fronteira[7] inalcançável, um processo dinâmico, e acreditam que a função deve estar definida no ponto para ter um limite. Zuchi (2005) destaca dificuldades na compreensão do limite devido à relação com a noção de infinito, linguagem matemática e a transição da intuição para a definição formal. Segundo Nair (2010), os estudantes frequentemente confundem os papéis de x e f(x), acreditam, que o limite não existe se a função não estiver definida no ponto, e têm dificuldades com limites infinitos e indeterminações, focando apenas em processos de substituição direta e simplificação.

A tese T04 aborda pesquisas de Rezende (2003) e Burigato (2019), destacando dificuldades epistemológicas no ensino de Cálculo. Rezende aponta, que a principal fonte de dificuldades no ensino superior é a omissão das ideias e problemas fundamentais do Cálculo no ensino básico, sugerindo a importância de introduzir esses conceitos desde cedo. Burigato foca na definição (ε,δ), destacando, que os estudantes encontram dificuldades com as noções implícitas nas expressões, devido à sua complexidade e diferença do ensino anterior, misturando módulos, inequações, funções e quantificadores, e reforça a necessidade de introduzir o conceito de limite no Ensino Médio.

Na próxima seção destacamos as dificuldades oriundas das atividades decorrentes das pesquisas analisadas nesta revisão.

Dificuldades Oriundas das Pesquisas Analisadas

A terceira subcategoria são as dificuldades encontradas pelos próprios autores dos estudos na aplicação das tarefas. Essas dificuldades foram sintetizadas na tabela 5.

Tabela5

Relação das dificuldades apresentadas pelos estudantes listadas nas pesquisas estudadas

Dificuldades	Cód.
• Compreender o limite como uma ferramenta;	**T02**
• Compreender conteúdos e conceitos relacionados a funções matemáticas.	
• Compreender a definição de Limite;	
• Reprodução de conceitos.	
• Decorrentes da visão negativa dos alunos em relação a disciplina de Cálculo	**T05**
• Decorrentes das lacunas de conteúdos matemáticos básicos não consolidados	**D02**

[7] Definição1: Sejam $a \in R$ e $r > 0$ um número real positivo. A bola aberta de raio r e centro a é o conjunto $B(a; r) = \{x \in R : |x – a| < r\}$.
Definição 2: Seja $X \subseteq R$. Dizemos que $a \in X$ é um ponto interior de X se existe $r > 0$ tal que $B(a; r) \subseteq X$. O conjunto de todos os pontos interiores de X é chamado interior de S e denotado por int(X).
Definição 3: Seja $X \subseteq R$. Dizemos que $a \in R$ é um ponto exterior de X se existe $r > 0$ tal que $B(a; r) \cap X = \emptyset$. O conjunto de todos os pontos exteriores de X é chamado exterior de X e denotado por ext(X).
Definição 4: Seja $X \subseteq R$. Dizemos que $a \in R$ é um ponto fronteira de X se a não é ponto interior nem ponto exterior de X. O conjunto de todos os pontos fronteira de X, denotado por Front(X), é chamado fronteira de X.

durante a Educação Básica., tais como fatoração; produtos notáveis; simplificação

Na tese T02 a autora traz os erros conceituais no estudo de limite, em que os estudantes apresentaram dificuldade na compreensão de conteúdos e conceitos relacionados a funções matemáticas, em compreender a definição de limite e na reprodução de conceitos. Já o autor da tese T05 concluiu que visões dos alunos sobre Cálculo, podem interferir também negativamente no aprendizado dos alunos e essa foi a principal dificuldade observada. Na D05, as dificuldades destacadas foram observadas pelo autor ao longo do curso que ministrou durante o período de realização de sua pesquisa. No que se refere à ausência de conhecimentos prévios de álgebra, a partir dos erros, foi possível evidenciar que existem lacunas em aberto na compreensão dos conceitos de: Fatoração; Produtos notáveis; Simplificação e operações com frações algébricas e; Expressões indeterminada que, provavelmente, foram os fatores que inflamaram as dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Na próxima subseção abordamos a segunda categoria de análise elaborada para esta RSL, as tarefas propostas nas pesquisas analisadas.

Tabela5

CDT apontados em cada artigo estudado

Cód	Nº	Natureza			EC	Int	Des	Tipologia				AP	Crt
		A	A/F	F				Ex	Prb	VA	SD		
	1			x	x	x	x		x			x	x
	2			x	x	x	x		x			x	x
	3			x	x	x	x		x			x	
	4			x	x	x	x		x			x	
	5			x	x	x	x		x			x	
T1	6			x	x	x	x		x			x	
	7			x	x	x	x		x			x	
	8		x		x	x	x		x			x	
	9		x		x	x	x		x			x	
	10		x		x	x	x		x			x	
	11		x		x	x	x		x			x	
T2	1		x		x	x	x	x				x	x
	2		x		x	x	x	x				x	x
	3			x	x	x			x				
	4			x	x	x			x				
T3	1	x			x	x			x			x	x
	2	x			x	x			x			x	x
	3	x			x	x			x			x	x
D1	1			x	x			x					
T4	1		x		x	x	x		x				
T5	1			x	x			x		x			
T7	1			x	x			x					
	2			x	x			x					
	3		x		x				x				
	4		x		x				x				
D2	1			x	x			x					

D3	**1**	**x**	**x**	**x**
	2	**x**	**x**	**x**
	3	**x**	**x**	**x**
	4	**x**	**x**	**x**
	5	**x**	**x**	**x**
	6	**x**	**x**	**x**
D4	**1**	**x**	**x**	**x**

Legenda: A = aberta; **A/F** = aberta e fechada, **F** = fechada; **EC** = Exigência Cognitiva; **Int** = Interatividade; **Des** = Desafios; **AP** = Abertura de Pensamento; **Crt** = Criatividade; **Ex**= Exercícios**; Prb**=Problemas**; VA**= vídeo aula**; SD**= Sequência Didática.

Na pesquisa T01, Araya (2022) apresentou um capítulo com seis Configurações Epistêmicas (CE): Limite como aproximação na matemática grega; Limite na concepção de Indivisíveis; Noção Intuitiva de Limite de Newton; Ideia de Infinitesimais de Leibniz; Concepções de Limite Pré-formal; A noção de limite de Weierstrass. Em um outro capítulo, a autora apresentou os CDT. A proposta detalhada foi validada tanto pelos pesquisadores (doutorando e professor orientador) quanto pelo professor, que aplicou as tarefas a um grupo de 11 alunos pertencentes a um programa de formação de professores de matemática de uma Instituição de Ensino Superior. As tarefas foram implementadas no início da disciplina de Cálculo Diferencial.

As tarefas delineadas pelo estudo de T01 possuem natureza predominantemente fechada, com apenas algumas exceções de caráter aberto, e foram trabalhadas em grupos. Elas demandam uma boa exigência cognitiva, fomentam a interatividade e são desafiadoras, adotando a tipologia de problemas e incorporando diferentes formas de representação, tais como gráficos, figuras geométricas, tabelas e como recurso didático software GeoGebra. Embora as tarefas tenham sido elaboradas com formas de representação variada e objetivos claros. A maioria dos alunos encontrou dificuldades em respondê-las, sendo que em algumas, apenas, um grupo apresentou respostas parciais. Notavelmente, uma tarefa intuitiva registrou um desempenho satisfatório por parte dos alunos. Importante ressaltar, que a pesquisadora da tese T01 ofereceu soluções para todas as tarefas propostas, e após a implementação, especialistas analisaram as tarefas, e elas foram (re)desenhadas. Na Figura 3 apresentamos uma tarefa de natureza fechada, presente em pesquisa.

Figura 3

Tarefa de natureza fechada contida na pesquisa

Tarea N°1: Triángulo de Sierspinka

Considere un triángulo equilátero, trace sus medianas y elimine el triángulo del centro, repite el proceso anterior con los tres triángulos restantes, y después con los nueve triángulos restantes, tal como se muestra en la siguiente figura.

Figura 4.1: Triángulo de Sierspinka (creación propia)

1. Si el triángulo tiene lado a, determine las áreas de la figura obtenida en la iteración 1,2,3 y 4.
2. Determine el área de la figura obtenida en la iteración n.
3. Según los datos obtenidos en (1) y (2) completa la siguiente tabla:

Tabla 4.1: Tabla de Áreas

$N°$ de iteración	Cantidad de triángulos	Área de la figura
1		
2		
3		
4		
n		

Fonte: (Bastias, 2022)

Nota. [Descrição da imagem] Imagem de uma tarefa escrita em espanhol, com fundo branco. A tarefa apresenta a seguinte instrução: "Considere um triângulo equilátero, trace suas medianas e elabore o triângulo do centro. Repita o processo anterior com os 3 triângulos restantes e depois com os 9 triângulos restantes, tal como se mostra na seguinte figura." Abaixo, há três figuras sequenciais: 1. Um triângulo equilátero com bordas azuis e fundo branco.2. O mesmo triângulo com um triângulo menor azul no centro. 3. O triângulo com mais três triângulos azuis adicionados ao redor do triângulo central. Logo após as figuras, são apresentadas três perguntas:**1.** Se o triângulo tem lado a, determine as áreas da figura obtida nas iterações 1, 2, 3 e 4. **2.** Determine a área da figura obtida na iteração n. **3.** Utilize os dados obtidos em 1 e 2 para completar a seguinte tabela:A tabela contém três colunas: "Número de interações", "Quantidade de triângulos" e "Área da figura". [Fim da descrição].

A Figura 3 ilustra uma tarefa fechada, pois é solicitanda a área da figura em cada interação e é obtida apenas uma solução. Destacamos a busca por generalização ao ser requerida a área na n-ésima iteração, promovendo uma abordagem mais abrangente do processo.

Na tese T02, no estudo de Fontes (2021), antes de iniciar as aulas, com as metodologias ativas na turma investigada, os estudantes realizaram duas tarefas com o objetivo de familiarizarem-se com o GeoGebra e para trabalhar a mudança do registro algébrico para geométrico e vice-versa. As atividades foram realizadas no laboratório de informática, em duplas, devido à pouca quantidade de computadores disponíveis.

Na tese T02 foram trabalhadas 4 tarefas, as duas primeiras tratam de funções, em que ambas têm natureza aberta e fechada, boa exigência cognitiva, promovem iteratividade, são desafiadoras, apresentam tipologia de exercícios, e usam como recurso didático o GeoGebra. As duas últimas tarefas abordaram limite, fechadas do tipo problema. A Figura 4 mostra uma das tarefas da T02 de natureza fechada, do tipo problema.

Figura 4

Tarefa de natureza fechada do tipo problema

Eduarda montou uma equipe para participar do Torneiro de Robótica da Semana da Física na UEG. Ao realizar os testes, a equipe constatou que a velocidade média do carrinho foi de 2,5 m/s. Com os conhecimentos físicos e matemáticos, a equipe conseguiu obter uma fórmula para o espaço percorrido pelo carrinho: $s(t) = \left(\frac{t}{3}\right)^3$, sendo s o espaço percorrido e t o tempo.

1. Considerando essas informações:

a) represente o espaço percorrido pelo carrinho por tabela e graficamente.

b) qual será a velocidade do carrinho no instante 5 segundos após largada?

2. A equipe também obteve a fórmula para a velocidade (v) do carrinho em função do tempo (t), que é $v(t) = \frac{t^2}{9}$,

a) represente graficamente a função.

b) essa fórmula obtida para a velocidade está correta?

Fonte: (Fontes, 2021)

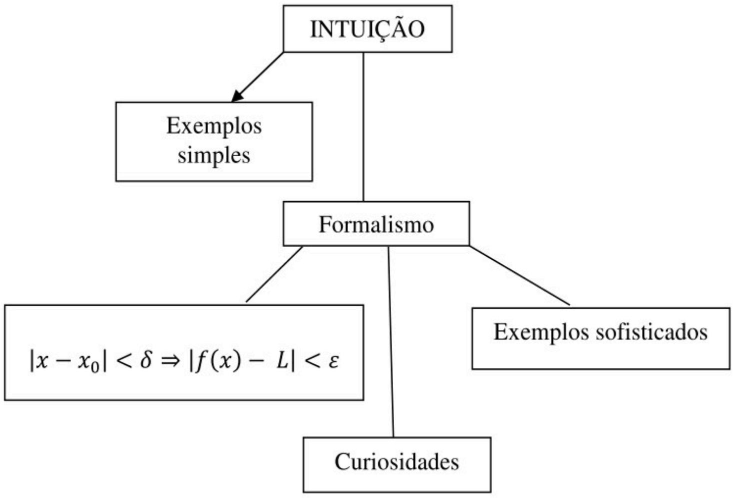
Nota.[Descrição da imagem] Imagem de uma tarefa escrita em português, com fundo branco e texto centralizado. O enunciado apresenta o seguinte problema: Eduarda montou uma equipe para participar do Torneio de Robótica da Semana da Física na UEG. Ao realizar os testes, a equipe constatou que a velocidade média do carrinho foi de 2,5 metros por segundo. Com os conhecimentos físicos e matemáticos, a equipe conseguiu obter uma fórmula para o espaço percorrido pelo carrinho: $s(t)=(t/3)^3$, onde s representa o espaço percorrido e t o tempo. Segue-se a tarefa dividida em itens: 1. Considere essas informações. a. Represente o espaço percorrido pelo carrinho por tabela e graficamente. b. Qual será a velocidade do carrinho no instante 5 segundos após a largada? 2. A equipe também obteve a fórmula para a velocidade (v) do carrinho em função do tempo (t), que é $v(t)=t^2/2$. a. Represente graficamente a função. b. Essa fórmula obtida para a velocidade está correta? A imagem inclui elementos simples, com texto predominantemente em preto, e alguns detalhes matemáticos destacados em itálico e com notação matemática adequada. [Fim da descrição].

É uma tarefa simples, fechada do tipo problema, em que o limite aparece aplicado ao contexto de estudo de derivadas.

Na Tese T03, a pesquisadora Santos (2013), conduziu um estudo em três etapas. Inicialmente, aplicou questionários à professores de Cálculo Diferencial e Integral na Universidade Federal de Goiás, buscando construir uma visão geral de como esses professores abordam o Cálculo durante o processo de ensino. Em seguida, aplicou questionários à alunos da Licenciatura em Matemática para avaliar a compreensão do conceito de limite. Na terceira etapa, após analisar os dados, desenvolveu uma atividade livre para os professores da licenciatura, visando confirmar os resultados anteriores e proporcionar espaço para uma abordagem mais aberta e dialogada. Este diálogo, durante a resposta à atividade, revelou elementos adicionais, que enriqueceram a compreensão dos professores em relação ao conceito de limite e outros aspectos relevantes da sala de aula.

As tarefas propostas em T03 são abertas, tem boa exigência cognitiva, promovem iteratividade, são do tipo problemas, promovem abertura de pensamento e criatividade. A Figura 5 mostra a resposta de um professor sobre a tarefa de construir um mapa conceitual sobre o assunto de limite.

Figura 5
Mapa conceitual construído por participante



Fonte: (Santos, 2013)
Nota.[Descrição da imagem] Imagem de fundo branco com um mapa conceitual construído por um participante. O mapa apresenta os seguintes elementos: a palavra "Intuição" está centralizada e conectada a dois conceitos, "Exemplos simples" e "Formalismo". "Formalismo", por sua vez, está ligado a outros três conceitos: "Definição em termos de delta e epsilon", "Exemplos sofisticados" e "Curiosidade". Todas as palavras estão organizadas em forma de diagrama com linhas que conectam os conceitos relacionados. [Fim da descrição].

Observamos que essa é uma tarefa aberta, possibilitando que os professores construam seus mapas conceituais sobre limites de maneiras variadas. Essa abordagem flexível estimula a criatividade e diversidade no processo de ensino.

Na primeira etapa da pesquisa D01, foram investigados os conhecimentos sobre o conceito de limite de função, em que os sujeitos da pesquisa eram 25 estudantes universitários de Licenciatura em Matemática de duas universidades públicas –localizadas no Pará, um estado brasileiro. Esses alunos já haviam cursado a disciplina Cálculo I. A coleta de dados ocorreu por meio de questionários respondidos, e os participantes levaram aproximadamente 60 minutos para completá-los. Foi uma tarefa de natureza fechada, do tipo exercício.

A análise dos resultados foi conduzida, classificando as respostas em diferentes categorias, visando compreender as imagens conceituais evocadas pelos estudantes ao lidarem com questões relacionadas ao limite de função. Essas categorias foram, então, utilizadas para iniciar uma discussão, apoiada nos referenciais teóricos apresentados no segundo capítulo da dissertação. Destaca-se que algumas questões apresentaram uma maior variedade de classes devido à diversidade de imagens conceituais evocadas pelos participantes.

Na tarefa presente em T04, o autor simulou uma turma fictícia, com um professor fictício com uma pergunta sobre a definição de limite, na primeira parte, com 19 itens (afirmações) de 19 estudantes também fictícios, simulou uma resposta para cada estudante de acordo com a pergunta do professor. As respostas foram manuscritas a caneta, scaneadas e projetadas (projetor multimídia – Datashow) a estudantes de uma turma de Cálculo II, para que eles pudessem julgar a veracidade das respostas, o que produziu os dados analisados. Esse cenário foi construído para que os estudantes se sentissem na posição de avaliadores das repostas, e não como avaliados, no momento da experimentação. Essa é uma tarefa aberta e fechada, com boa exigência cognitiva, estimula iteração, é desafiadora, promove abertura de pensamento e criatividade.

Na T05, os dados foram produzidos a partir da aplicação de 12 questões aos sujeitos pesquisados em 6 aulas, nas quais em sua maioria eram questões de natureza fechada do tipo exercício e poucas de natureza aberta, do tipo problema. As aulas foram gravadas e analisadas.

Na Tese T07 foram realizados dois Testes formativos, elaborados pelo professor da turma como instrumentos de avaliação formativa, durante o primeiro ano de estudo, e construídos para avaliar a capacidade dos alunos de resolver problemas relacionados com o conceito de limites. Os dois testes foram analisados com o objetivo de identificar os tipos de erros dos alunos, que refletem dificuldades e obstáculos específicos, que os alunos possam ter encontrado durante as sessões. Os testes também foram analisados como objetivo de evidenciar a evolução da compreensão conceitual dos alunos entre o primeiro teste e o segundo. O primeiro teste foi aplicado imediatamente após o término da instrução sobre o conceito de limite, como objeto de instrução, enquanto o segundo foi aplicado algumas sessões após a introdução de outros dois conceitos relacionados (derivadas e diferenciais), em que o conceito de limite é usado como uma ferramenta matemática. Estes testes foram tarefas de natureza fechada do tipo exercício.

Em seguida, foram realizadas mais duas tarefas, um Pós-teste e Questionário, aplicados no segundo ano do estudo nas seções de Ciências Gerais e Ciências da Vida, a fim de analisar a retenção dos alunos, compreensão conceitual e capacidade de aplicação do conceito de “limite de uma função”, bem como, a percepção dos alunos sobre o conceito de limite e suas dificuldades, quase um ano após a instrução. O questionário inclui três questões subjetivas, que visavam investigar o significado que os alunos atribuem ao conceito de limite, bem como, os tipos de dificuldades que os alunos podem ter enfrentado ao aprender o conceito. O pós-teste incluiu diferentes tipos de questões matemáticas e itens de teste envolvendo limites. Inclui: “Verdadeiro ou Falso”, questões de múltipla escolha e questões de resolução de problemas. Os alunos foram convidados, em todos os itens do teste, a mostrar o seu trabalho e a explicar as suas escolhas. As questões foram desenvolvidas e categorizadas com base nos “obstáculos cognitivos” de Cornu (1991). Estas tarefas são de natureza aberta e fechadas e do tipo problema.

Em D02, primeiro foi dado um curso pelo professor pesquisador e os alunos foram questionados sobre o conteúdo. Foi apresentada uma proposta para o ensino e aprendizagem de Limite, composta de 22 problemas, sendo 11 geradores e os demais, complementares. Vale salientar que também abordaram nessa proposta o conceito de Continuidade e Derivada, já que se trata de uma extensão do conceito de Limite. A tarefa é de natureza fechada e do tipo exercício.

As atividades propostas em D03 foram desenvolvidas em seis encontros (todos on-line), com tempo estimado de 120 minutos cada, pela Plataforma Google Meet, por causa do novo coronavírus (COVID-19). Usou tabela de valores e GeoGebra. As tarefas têm, em sua maioria, natureza fechada, poucas abertas e fechadas, tipo sequência didática.

A sequência didática vista em D04 contém atividades, que foram divididas e 9 atividades sobre limite de funções, nestas atividades, e com base nas dificuldades observadas na fase da análise a priori. As tarefas são, em sua maioria, fechadas do tipo exercício.

Discussões dos Resultados

Ao revisitar os principais resultados referentes aos desafios, e dificuldades relacionados ao assunto limite de funções reais de variáveis reais, observamos pontos comuns nas três subcategorias, que delineamos. É praticamente unânime as dificuldades em torno da definição formal de limite, incluindo o uso de termos, símbolos, percepções equivocadas/parciais por parte dos alunos e questões relacionadas aos conhecimentos prévios.

Cottrill *et al*. (1996) destacaram a percepção superficial dos alunos em relação às inequações envolvidas nessa definição. Abreu e Reis (2011) observaram dificuldades dos alunos tanto com a definição rigorosa[8] de limite quanto de continuidade. Burigato (2019) abordou desafios relacionados aos quantificadores *épsilons* e *deltas* na definição de limites. Esses aspectos convergem com os obstáculos lógicos e de símbolos apontados por Sierpiriska (1985), discutidos neste artigo. Se abordados adequadamente pelo professor, envolvendo os alunos na explicação do uso desses termos e símbolos, apresentando tarefas, que vão além da prova formal do limite, como a manipulação de gráficos para verificar se os quantificadores na definição são satisfeitos, os alunos podem compreender melhor a definição.

Chama a atenção nas pesquisas, a visão parcial dos alunos em relação ao conceito de limite. Diferentes perspectivas foram identificadas, como a visão trazida por Jordaan (2005), de que eles enxergam o limite como uma fronteira, inalcançável ou uma simples aproximação, e a abordagem trazida por Fontes (2021), de que eles o consideram uma ferramenta. O autor ainda destaca, que anteriormente o limite era visto como uma preparação para a Análise Matemática, erroneamente percebida como a disciplina fundamental, o que resultou em uma visão limitada do Cálculo, como um conjunto de procedimentos e técnicas para outras disciplinas. Com tarefas adequadas, acreditamos que os professores podem abordar essas visões parciais, mostrando que o conceito de limite é multifacetado[9] e, que vai além de uma fronteira, algo inalcançável, uma aproximação ou uma simples ferramenta. Essa compreensão limitada representa apenas uma faceta de um tema vasto e enriquecedor.

Os resultados revelaram diversas distorções e equívocos por parte dos alunos em relação ao conceito de limite. Algumas dessas confusões incluem a mistura entre limite de função e a função em si, a miscelânea entre limite de função e limite de sucessão, identificadas por Juter (2006). Alguns alunos percebem erroneamente o limite de uma função em um ponto, como uma noção estática, sem diferenciar do valor da função nesse ponto, conforme observado por Corica & Otero (2009). Outras confusões envolvem a ideia de que uma função deve estar definida em um ponto

[8] Termo usado pelo autor.
[9] Pode ser visto por várias perspectivas.

para apresentar limite nesse ponto, conforme apontado por Jordaan (2005) e Nair (2009). Além disso, há enganos sobre a continuidade, como a crença de que uma função é contínua, apenas, se seus limites laterais forem iguais, conforme percebido por Nair (2009). Acreditamos que abordagens metodológicas, como o desenho de tarefas proposto por Gusmão (2021), podem ser eficazes na redução dessas confusões, especialmente se direcionadas aos professores, para que eles possam desenhar tarefas de acordo com a necessidade de suas turmas.

Temos ainda, resultados que apontam para dificuldades específicas em tópicos relacionados a limites, como o cálculo de limites contendo indeterminações, limites infinitos e limites no infinito, bem como, dificuldades advindas de uma formação carente em relação a conteúdos e conceitos, que deveriam ser consolidados durante a Educação Básica, incluindo manipulação algébrica, funções, inequações, fatoração, produtos notáveis, simplificação e operações com frações algébricas, e expressões indeterminadas. Em casos desse tipo, acreditamos na importância de tarefas do tipo exercício, proporcionando aos alunos, prática para a fixação do conteúdo. Gusmão (2021) destaca a variedade nas tarefas como crucial, indicando que exercícios não são um problema, contanto que haja diversidade nas propostas. Resende (2003) sugere que as ideias e problemas essenciais do Cálculo, deveriam ser introduzidos no ensino básico de matemática, prática adotada em outros países. No entanto, enfatizamos que a abordagem específica de como trabalhar o conteúdo é fundamental para superar essas dificuldades.

Os resultados das tarefas, como evidenciados na tese T01, são promissores, apresentando tarefas bem elaboradas. Contudo, a autora afirma considerar que os resultados não alcançaram o objetivo central da pesquisa. Acreditamos que essa percepção pode estar relacionada com o público-alvo da pesquisa e as Tarefas especificas e alto grau de complexidade aplicada. O trabalho foi desenvolvido com turmas de formação inicial e nestas classes, é comum os alunos enfrentarem diversas dificuldades, quando as atividades são complexas e especificas, necessitando de uma bagagem teórica e prática maior sobre o tema. E as tarefas, embora profundas ao abordar o tema dos limites de várias maneiras, incluindo geometria, infinitésimos, sequências e limites de funções, podem ter causado resistência e dificuldades. Acreditamos que os resultados poderiam trazer dados e observações distintas, caso as mesmas tarefas tivessem sido direcionadas a outro público, como por exemplo, aplicadas em cursos de formação continuadas para professores, que já passaram por tais conhecimentos, ou cursos de formações complementares, no mesmo contexto ou, especificamente, para professores que lecionam a disciplina de Cálculo.

A tese T03 também merece destaque, pois teve como participantes da pesquisa professores, que lecionam disciplinas de Cálculo. As tarefas eram de natureza aberta e visavam compreender as práticas desses educadores, incluindo a utilização do mapa conceitual apresentado nos resultados. Embora, seja importante, aplicar trabalhos com os alunos das turmas específicas desse professor, podemos inferir também, que tal abordagem pode indicar pontos positivos de construção de conhecimento, quando aplicado com os próprios educadores, uma vez que, ao incluir esse público também ampliamos o alcance dos resultados positivos aos alunos. Professores, que não sabem ou não se permitem trabalhar o tema a partir de atividade diversificadas com foco apenas no "calcule", trazem como consequência alunos, que também passam a não compreender o tema, em sua especificidade, e nem saiba como aplicá-lo, em seu contexto de atuação.

Os demais trabalhos apresentaram tarefas diversificadas, com algumas incorporando recursos como o *GeoGebra*, mas a maioria seguia o formato tradicional de exercício ou problema. Os resultados indicam que há espaço para aprimorar esse cenário por meio de pesquisas, que adotem o desenho de tarefas associadas às Idoneidades Didáticas[10], como exemplificado na abordagem da tese (T01). Incorporar essa metodologia pode proporcionar uma diversificação mais promissora nas estratégias de ensino, promovendo uma compreensão mais profunda e engajadora do conceito de limites.

Considerações Finais

A partir dessa revisão foi possível analisar e sintetizar criticamente o corpo de conhecimento existente sobre limite de uma variável real, a partir de teses e dissertações sobre tarefas para o ensino de limite de uma função real, no período considerado (2013-2023). Conseguimos compreender as principais dificuldades relacionadas aos limites de uma função real, categorizando-as em subcategorias: obstáculos de aprendizagem, desafios encontrados nos trabalhos citados pelas teses analisadas e dificuldades identificadas nas pesquisas examinadas.

Acerca da análise das tarefas propostas utilizando os indicadores do Desenho de Tarefas, evidenciamos pontos comuns nas três subcategorias delineadas. Entre

[10] Ver Godino (2008).

esses destacamos a dificuldade em compreender a definição formal de limite, abrangendo questões como o uso de termos e símbolos, e percepções equivocadas ou parciais por parte dos alunos, além de desafios relacionados aos conhecimentos prévios. Esses elementos refletem obstáculos, que merecem atenção no processo de ensino desse conteúdo.

Quanto às tarefas, identificamos uma variedade, algumas mais abrangentes e diversificadas que outras. No entanto, vale ressaltar as tarefas apresentadas na tese T01, que adota o desenho de tarefas como metodologia e o Enfoque Ontossemiótico como teoria. Essas tarefas se destacam por sua profundidade, explorando o conceito de limites ao longo da história, desde a Grécia antiga até as abordagens contemporâneas, o que proporcionou uma compreensão abrangente e contextualizada do tema, enriquecendo a experiência de aprendizagem.

De maneira geral, percebemos que os pesquisadores têm se esforçado para produzir diferentes tipos de tarefas. A maioria das tarefas produzidas nas teses e dissertações vistas nessa RSL possui natureza fechada, com tarefas abertas e fechadas em menor quantidade e apenas três produziram tarefas abertas. Todas as tarefas apresentam boa exigência cognitiva, a maioria promove interação, a metade são desafiadoras, à tipologia varia em tipo exercício e problemas, mas tem uma, que é sequência didática e uma videoaula. Algumas promovem a abertura de pensamento e poucas estimulam a criatividade.

Este estudo apresentou limitações que merecem consideração. Em primeiro lugar, a pesquisa se concentrou principalmente em trabalhos acadêmicos publicados, do tipo tese e dissertações, o que pode resultar em uma visão parcial do campo, pois outros periódicos não foram inclusos. A delimitação da revisão ao período anterior à data de corte também pode influenciar a representatividade das descobertas, considerando o dinamismo da pesquisa. Ademais, a natureza complexa do ensino de limites de funções reais de uma variável real implica em múltiplos fatores. Essas limitações destacam a necessidade de futuras pesquisas, que incorporem abordagens mais diversificadas.

Pretendemos realizar ainda um estudo voltado para o currículo da Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, buscando Projetos Políticos Pedagógicos de cursos, que oferecem essa disciplina e uma formação sobre o assunto de limites trabalhando tarefas dentro de ciclo de estudos e desenho de tarefas, demonstrando assim, que esta pesquisa, em caráter inicial, respalda outras, que ainda serão desenvolvidas.

Referências

Andrade, A. A. (2021). *Os registros de representação semiótica na aprendizagem de limites de funções reais* (Tese de doutorado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, Brasil.

Araújo, M. M. de. (2020). *A construção do conceito de limite através da resolução de problemas* (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, Brasil.

Araya, D. A. (2022). *Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable* (Tesis de doctorado). Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile.

Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70.

Bertolazi, K. S. (2017). *Proposta didático-pedagógica para a formação docente em matemática: Investigações de noções conceituais de cálculo diferencial e integral com adoção do Vê epistemológico de Gowin* (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática.

Carvalho, O. A. (2022). *A noção de limite: Um estudo da organização didática de um percurso formativo digital* (Tese de doutorado). Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

Celestino, M. R. (2008). *Concepções sobre limite: Imbricações entre obstáculos manifestos por alunos do ensino superior* (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Christo, D. S. (2022). *Documentação de professores para o ensino remoto de limite em cursos de exatas* (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Cornu, B. (1983). *Apprentissage de la notion de Limite: Conceptions et Obstacles* (Vol. 1, Issue July) [Tese]. L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE

Corica, A. R., & Otero, M. R. (2009). *Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes en el momento de la evaluación*. Relime, 12(3), 305–331. Disponível em: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362009000300002

Costa, Â. B., & Zoltowski, A. P. C. (2014). *Como escrever um artigo de revisão sistemática?* In Koller, S. H., Couto, M. C. P. de P., & Hohendorff, V. (Orgs.), Manual de produção científica (pp. 53–67).

Cottrill, J. B., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). *Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme*. The Journal of Mathematical Behavior, 15, 167–192. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90015-2

Ferreira, R. D. (2021). *Compreensão do conceito de limite por alunos de cursos de Ciências Exatas* (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Fontes, L. S. (2021). *As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de cálculo diferencial e integral* (Tese de doutorado). Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). *Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática*. Acta Scientiae, 10(1517–4492).

Gusmão, T. C. R. S. (2019). *Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática.* In Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática. Ilhéus, Bahia.

Gusmão, T. C. R. S., & Font, V. (2021). *Ciclo de estudo e desenho de tarefas. Educação Matemática Pesquisa*, 22(3), 666–697. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p666-697

Hiebert, J., & Wearne, D. (1997). *Instructional tasks, classroom discourse and student learning in second grade arithmetic*. American Educational Research Journal, 30, 393–425. https://doi.org/10.3102/00028312030002393

Jordaan, T. (2005). *Misconceptions of the limit concept in a mathematics course for engineering students* (Dissertação de mestrado). University of South Africa, África do Sul.

Juter, K. (2006). Limits of functions: University students' concept development (Tese de doutorado).

Lima, G. L. de. (2012). *A disciplina de cálculo I do curso de matemática da Universidade de São Paulo: Um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994* (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Lochhead, J., & Mestre, J. P. (1995). *Das palavras à álgebra: Corrigindo concepções erradas.* In Coxford, A. F., & Shulte, A. P. (Orgs.), As ideias da álgebra (pp. 5–67). São Paulo: Atual.

Messias, M. A. de V. F. (2013). *Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de estudantes universitários acerca do conceito de limite de função* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil.

Mota, W. da S. (2017). *O ensino de limites de funções por atividades* (Dissertação de mestrado). Universidade do Estado do Pará, Pará, Brasil.

Nair, G. S. (2010). *College students' concept images of asymptotes, limits, and continuity of rational functions* (Tese de doutorado). The Ohio State University, EUA.

Oliveira Neto, J. A. de. (2021). *Três estudos sobre o discurso de limite: Uma abordagem comunicacional* (Tese de doutorado). Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

Ramos, A., Faria, P. M., & Faria, Á. (2014). *Revisão sistemática de literatura: Contributo para a inovação na investigação em ciências da educação.* Revista Diálogo Educacional, 14(41), 17–36.

Rezende, W. M. (2003). *O ensino de cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica* (Tese de doutorado). Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil. https://doi.org/10.11606/T.48.2003.tde-27022014-121106

Santos, M. B. S. dos. (2013). *Um olhar para o conceito de limite: Constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e* *aprendizado* (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Santos, M. G. (2005). *Um estudo sobre a convergência de sequências numéricas com alunos que já tiveram contato com a noção de limite* (Dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Sierpinska, A. (1985). *Obstacles epistémologiques relatifs à la notion de limite. Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 6(1983), 5–67.

Silva, R. T. da. (2019). *Atividades para o estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido* (Dissertação de mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil.

Thabet, N. R. (2015). *Teaching and learning limits at the secondary level in Lebanon* (Dissertação de mestrado). Lebanese American University, Líbano. https://doi.org/10.26756/th.2015.28

Zuchi, I. (2005). *A abordagem do conceito de limite via sequência didática: Do ambiente lápis papel ao ambiente computacional* (Tese de doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Notas

TÍTULO DA OBRA

Ensino de Limite de Funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas.

Daniele dos Santos Silva
Mestre em Matemática
Universidade Federal do Maranhão, Departamento de Matemática, São Luís-MA, Brasil
Daniele.silva@ufma.br
https://orcid.org/0000-0002-0914-1681

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Maranhão (2007) e mestrado em Matemática, área Geometria Diferencial, pela mesma instituição (2013). Atuou como professora substituta na Universidade Federal do Maranhão em duas ocasiões, além de lecionar na Universidade Centro Universitário do Maranhão (UNICEUMA) e na Universidade Estadual do Maranhão (UEMA). Atualmente, é professora efetiva no Campus de Pinheiro da Universidade Federal do Maranhão (UFMA) e doutoranda no programa RENOEN- Polo UESB, com ênfase em Ensino de Ciências e Matemática sob orientação da Professora Dra. Tania Cristina Rocha Silva Gusmão (UESB) e coorientações Professora Dra. Galvina Maria de Souza (UESB).

Tania Cristina Rocha Silva Gusmão
Doutora em Didática da Matemática
UniversidadeEstadual do Sudoeste da Bahia, Departamento de Matemática, Vitória da Conquista-BA, Brasil
professorataniagusmao@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-6253-0435
.

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Maranhão (2007) e mestrado em Matemática, área Geometria Diferencial, pela mesma instituição (2013). Atuou como professora substituta na Universidade Federal do Maranhão em duas ocasiões, além de lecionar na Universidade Centro Universitário do Maranhão (UNICEUMA) e na Universidade Estadual do Maranhão (UEMA). Atualmente, é professora efetiva no Campus de Pinheiro da Universidade Federal do Maranhão (UFMA) e doutoranda no programa RENOEN- Polo UESB, com ênfase em Ensino de Ciências e Matemática sob orientação da Professora Dra. Tania Cristina Rocha Silva Gusmão (UESB) e coorientações Professora Dra. Galvina Maria de Souza (UESB) e Professora Dra. Maria Teresa Fernandez Blanco (USC/Espanha).

Galvina Maria de Souza
Doutora em Educação Matemática
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Departamento de Matemática, Vitória da Conquista-BA, Brasil
galvina.souza@uesb.edu.br.
https://orcid.org/0009-0009-5773-2257

Possui Doutorado em Educação Matemática pelo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática (PUC/SP, 2022) e Mestrado em Ensino de Matemática (PUC/MG, 2011). É pesquisadora dos Grupos de Pesquisa: Museu Pedagógico: Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM/UESB) na qual é vice-líder, linhas de investigação: Filosofia e Epistemologia no Ensino de Ciências, Metodologia e Didática no Ensino e na Aprendizagem das Ciências Naturais e na Educação Matemática e Processos Cognitivos, Afetivos, Metacognitivos e Resolução de Problemas; A Matemática na Formação Profissional (PUC/SP), linha de investigação: A Matemática como Componente Curricular de Cursos de Graduação que volta sua atenção para o ensino de Matemática em cursos superiores cujo foco não é a formação de matemáticos, Educação Algébrica (GPEA), linha de investigação: A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores. Áreas de interesse: O ensino e a aprendizagem de Matemática no Ensino Superior, com ênfase nos processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo e Formação de Professores de Matemática. Tem experiência em Matemática nos cursos de Engenharia e Formação de Professores de Matemática atuando como docente e, nesse último, como Coordenadora. É professora do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas (UESB) e do Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT/UESB).

Elias Santiago de Assis

Doutor em Educação Universidade do Minho,

Departamento de Matemática, Salvador- BA, Brasil

eliassantiago@ufrb.edu.br

https://orcid.org/0000-0002-5925-8810

Doutor em Educação pela Universidade do Minho. Mestre e licenciado em Matemática pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Professor Associado da UFBA. Coordenador do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), biênio 2020-2022. Secretário da Câmara de Extensão da UFRB, 2020-2021. Membro da Comissão Própria de Avaliação (CPA) da UFRB, 2019-2021. Atuou como professor de matemática da Educação Básica no Estado da Bahia. Desenvolve pesquisas acerca do ensino e aprendizagem das Geometrias não euclidianas e sobre a inserção de Histórias em Quadrinhos nas aulas de matemática.

Endereço de correspondência do principal autor
Rua São José, n 10, 65056-230, São Luís, MA, Brasil.

AGRADECIMENTOS
Agradecemos ao CNPq pelo apoio concedido à segunda autora por meio da Bolsa de Produtividade em Pesquisa, fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Os papéis descrevem a contribuição específica de cada colaborador para a produção acadêmica inserir os dados dos autores conforme exemplo, excluindo o que não for aplicável. Iniciais dos primeiros nomes acrescidas com o último Sobrenome, conforme exemplo.

Concepção e elaboração do manuscrito:D. S. Silva, T.C.R.S. Gusmão, G. M. Souza, E. S. De Assis
Coleta de dados:D. S. Silva, T.C.R.S. Gusmão, G. M. Souza, E. S. De Assis
Análise de dados:D. S. Silva, T.C.R.S. Gusmão, G. M. Souza, E. S. De Assis
Discussão dos resultados:D. S. Silva
Revisão e aprovação:M. G. Chaves

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO
Recebidoe m: 24-06-2024– Aprovado em: 09-12-2024 – Publicado em: 28-02-2025