ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

O desenvolvimento do raciocínio matemático por estudantes do 5° ano do ensino fundamental

The development of mathematical reasoning by students in the 5th grade of elementary school

Adan Santos Martens[1,2]
https://orcid.org/0009-0007-3035-1476
Leandro Quirino dos Anjos[3]
https://orcid.org/0000-0003-0599-3972
Marcos Gabriel Buzatto Moreira Bueno[4]
https://orcid.org/0009-0002-5289-1418
Eliane Maria de Oliveira Araman[4]
https://orcid.org/0000-0002-1808-2599
André Luis Trevisan[1]
https://orcid.org/0000-0001-8732-1912

1. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, Brasil. E-mail: adanm9090@gmail.com; andreluistrevisan@gmail.com
2. Instituto Federal do Paraná, Irati,Brasil. E-mail: adanm9090@gmail.com
3. Secretaria Municipal de Educação de Marialva, Marialva, Brasil. E-mail: leandroquirino2011@gmail.com
4. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Brasil. E-mail: marcosgabriel@alunos.utfpr.edu.br; elianearaman@utfpr.edu.br

Resumo: Tendo em vista que um passo fundamental para desenvolver o raciocínio matemático em sala de aula é conhecer melhor como os estudantes raciocinam no contexto da disciplina de matemática, este artigo analisa o que se revela a respeito do raciocínio matemático, quando estudantes do 5º ano dos iniciais do Ensino Fundamental resolvem uma tarefa exploratória. Os dados foram gravados em áudio e vídeo e transcritos. Para a análise dessas transcrições, inspirou-se na fenomenologia-hermenêutica. Esta análise buscou compreender os processos de conjecturar, generalizar, justificar e investigar as intervenções do professor enquanto processo-chave para a mobilização desses processos, além de olhar para a forma que aparecem nos registros dos estudantes. Os resultados indicam que a realização da tarefa exploratória proposta gerou discussões proveitosas, o que evidencia que os alunos alcançaram uma maior quantidade de processos de conjecturar e generalizar, somados às intervenções do professor, resultando em justificativas que auxiliam na aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: processos do raciocínio matemático, estudantes do 5º ano, tarefa exploratória, pesquisa qualitativa, educação matemática.

Abstract: Having in mind that a fundamental step in developing mathematical reasoning in the classroom is to better understand how students reason in the context of mathematics, this article analyzes what is revealed about mathematical reasoning when 5th grade students solve na exploratory task. The data was áudio and vídeo recorded and transcribed. These transcripts were analyzed using hermeneutic phenomenology. This analysis sought to understand the processes of conjecturing, generalizing, justifying and investigating the teacher's interventions as a key process for mobilizing these processes, as well as look in gat the way they appear in the students' records. The results indicate that carrying out the proposed exploratory task generated fruitful discussions, showing that the students achieved a greater number of conjecturing and generalizing processes, added to the teacher's interventions, resulting in justifications that help them learn mathematics.

Keywords: mathematical reasoning processes, 5th grade students, exploratory task, qualitative research, mathematics education.

Introdução

Na busca de explorar e investigar alternativas pedagógicas que possuam o objetivo de inserir o estudante como sujeito ativo na construção de seu aprendizado, na contramão de aulas expositivas, centradas no professor e na repetição de exercícios sem contextualização na realidade do estudante, e a partir do grupo de pesquisa "Raciocínio Matemático e formação de professores[1]", do qual os autores deste artigo fazem parte, tem-se dedicado, dentre outras temáticas, a investigar questões relacionadas ao trabalho com episódios de resolução de tarefas (Couto et al. 2017; Trevisan & Mendes, 2018) e sua relação com a promoção do raciocínio matemático (RM[2]) dos estudantes (Trevisan & Araman, 2021; Oliveira et al. 2022; Morais et al. 2022; Trevisan et al. 2023a).

Estudos recentemente realizados pelo referido grupo revelam resultados positivos quando os alunos lidam com uma tarefa exploratória (Araman et al.2022) e mostram (Oliveira et al. 2022) que, após a realização delas, há a ocorrência da elaboração de conjecturas, a formulação de hipóteses e a tentativa de validá-las por meio de evidências empíricas, uso de exemplos genéricos e, por vezes, com o auxílio de uma autoridade externa, o professor.

No mesmo contexto, Ponte et al. (2012) já argumentavam que, para desenvolver a capacidade do raciocínio matemático, é preciso trabalhar com tarefas que estimulam o desenvolvimento do raciocínio.

Em consonância com estas ideias, Ponte (2005) afirma que é na formulação de tarefas adequadas que o professor pode desencadear o desenvolvimento do raciocínio matemático, mas não basta apenas selecionar boas tarefas, é preciso ter atenção ao modo de propor e de conduzir a sua realização na sala de aula. Para

[1]Mais informações em: <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/781023>.
[2]Em alguns momentos do texto, com o intuito de evitar repetições, optou-se em utilizar a sigla RM para se referir ao Raciocínio Matemático.

este autor, existem muitos tipos de tarefas, conhecidas como: os problemas, os exercícios, as investigações, os projetos e as tarefas de Modelação (Ponte, 2005).

Nesse sentido, a tarefa exploratória, aliada às ações do professor que apoiam o desenvolvimento do RM (Araman et al. 2019), emerge como uma ferramenta valiosa ao permitir que os estudantes investiguem conceitos de forma prática e participativa. Ela não apenas estimula a curiosidade mas, também, promove a colaboração e o pensamento crítico, o que contribui para que os estudantes discutam em grupo, compartilhem ideias e debatam as variadas versões de raciocínio (Oliveira et al. 2022).

Diante desse panorama, surge a necessidade de compreender como essa prática pedagógica pode ser efetivamente utilizada para incitar debates significativos, nos quais os alunos se veem desafiados a buscarem soluções inovadoras para os problemas apresentados e a desenvolverem a capacidade do raciocínio matemático, junto a necessidade de compreender como o RM está sendo desenvolvido pelos estudantes.

Busca-se, neste estudo, analisar, a partir da discussão de duas duplas de estudantes do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental gerada ao solucionarem uma tarefa exploratória, como ocorre o desenvolvimento do RM, quais processos são mobilizados neste desenvolvimento e de que forma eles se constroem.

Nessa direção, a análise dos dados foi direcionada pela seguinte questão de pesquisa: O que se revela a respeito do raciocínio matemático quando estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental resolvem uma tarefa exploratória?

Com o intuito de responder à questão de pesquisa posta, nas seções subsequentes apresenta-se uma breve discussão sobre o raciocínio matemático e seus processos, os caminhos metodológicos desenvolvidos para responder à questão de pesquisa e, por fim, a análise dos dados a partir dos áudios transcritos oriundos da discussão dos estudantes.

.

Sobre o Raciocínio Matemático

O desenvolvimento do raciocínio matemático (RM) é citado em documentos curriculares de todo o mundo como um objetivo importante para a aprendizagem matemática. No entanto, segundo Jeannotte e Kieran (2017, p. 2), os modos como o raciocínio matemático é apresentado nestes documentos “tendem a ser vagos, pouco sistemáticos, e mesmo contraditórios de um documento para o outro”.

Gross et al. (2023), ao se debruçarem sobre o que a literatura publicada nos últimos 5 anos aponta sobre o raciocínio matemático, no que tange aos documentos e orientações curriculares nacionais e internacionais, indicaram que o termo RM nos documentos e orientações curriculares ainda é apresentado de forma polissêmica e que os pesquisadores não apresentam uma definição ou uma direção para seu efetivo desenvolvimento no contexto escolar.

Apesar disso, diversos autores tentaram defini-lo. De acordo com Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 782), “raciocinar matematicamente consiste em fazer inferências justificadas [...]”. Na mesma direção, Ponte (2005, p. 7) considera que se deve atribuir à palavra “raciocinar” um significado mais restrito que “pensar” e define que raciocinar “é realizar inferências de forma fundamentada, ou seja, partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado”.

Jeannotte e Kieran (2017) citam, como aspectos essenciais do raciocínio matemático, os processos de conjecturar, generalizar e justificar. A partir destes autores, Martens e Trevisan (2023) criaram um quadro com o objetivo de sintetizar o que envolve cada um desses processos e como podem aparecer, conforme explicitado no Quadro 1:

Quadro1

Processos de conjecturar, generalizar e justificar

Conjecturar	*Envolve* - Raciocinar sobre uma relação matemática; - Desenvolver afirmações (provisórias) ou tentativas, mesmo que não verdadeiras, sobre o problema;	*Pode aparecer na forma* - Verbal; - Desenho; - Escrita; - Descrições verbais; - Símbolos Numéricos ou Algébricos.
Generalizar	- Identificar elementos em comum. - Reconhecer padrões; - Estender o raciocínio para outras situações; - Verificar, validar ou refutar afirmações.	
Justificar	*Envolve* - Argumentar de maneira lógica sobre uma ideia já compreendida; - Mostrar contraexemplos sobre uma conclusão;	*Pode aparecer na forma* - Escrita; - Palavras, números, diagramas e símbolos.

Fonte: Adaptado de Martens e Trevisan (2023, p. 43).

Na mesma linha, Lannin et al. (2011) afirmam que o raciocínio matemático consiste no processo evolutivo de conjecturar, generalizar, investigar o porquê e justificar e refutar. Logo, esses autores nomearam nove entendimentos essenciais, os quais foram organizados a partir dos três aspectos principais do processo do raciocínio matemático: conjecturar e generalizar, investigar o porquê e justificar e refutar, conforme apresentado no Quadro 2.

Quadro2

Entendimentos essenciais do Raciocínio Matemático

Processos	Entendimento essencial
Conjecturar e Generalizar	1. Conjecturar envolve raciocinar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não são conhecidas como verdadeiras. Essas declarações são chamadas de conjecturas; 2. Generalizar envolve identificar semelhanças entre os casos ou estendendo o raciocínio para além do intervalo em que se originou; 3. Generalizar envolve identificar a aplicação da generalização, reconhecendo o domínio relevante. 4. Conjecturar e generalizar envolvem o uso e o entendimento do significado de termos, símbolos e representações;
Investigar o porquê	5. O raciocínio matemático envolve a investigação de vários fatores potenciais que podem explicar por que uma generalização é verdadeira ou falsa;
Justificar e refutar	6. Uma justificação matemática é um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas; 7. Uma refutação matemática envolve mostrar que uma afirmação particular é falsa; 8. Justificar e refutar envolve avaliar a validade dos argumentos; 9. Uma justificativa matemática válida para uma afirmação geral não é um argumento baseado em autoridade, percepção, consenso popular ou exemplos.

Fonte: Construção dos autores a partir de Lannin et al. (2011, p. 12).

Embora sejam apontados, na literatura em que esse coletivo de autores se debruçou, quais os entendimentos essenciais para a mobilização dos processos de RM, tendo em vista que o desenvolvimento do raciocínio é um dos grandes objetivos do ensino da Matemática (Mata-Pereira & Ponte, 2017), nota-se que as investigações sobre a promoção do raciocínio matemático que utilizam referenciais teóricos sobre a temática do raciocínio matemático em sala de aula ainda são tímidas.

Neste sentido, é importante, para o desenvolvimento do raciocínio matemático em sala de aula, que os professores desempenhem um papel de orientação e supervisão durante a resolução de tarefas ao mesmo tempo em que proporcionam oportunidades de criar, desafiar e explorar situações de investigação e descoberta aos alunos. As ações do professor devem se voltar para que o aluno tenha o maior aproveitamento possível da tarefa, assunto que discorrer-se-á na próxima seção.

Sobre as Ações do Professor

A seleção de boas tarefas, a forma de as propor e de conduzir a sua realização na sala de aula são elementos fundamentais para promover o raciocínio matemático (Ponte, 2005). Somado a esses elementos, Ponte et al. (2013, p. 55) argumentam que uma das ações mais importantes do professor para o desenvolvimento do RM é a "seleção das tarefas e a comunicação na sala de aula, sublinhando a natureza do questionamento, a negociação de significados e os processos de redizer".

No contexto da aprendizagem da Matemática, para analisar as ações que emergem de discussões matemáticas entre professor e alunos em sala de aula, Ponte et al. (2013) apresentam ações dos docentes que apoiam o raciocínio matemático divididas em quatro categorias. Elas são: *convidar* (entendido como o envolvimento inicial do aluno com a tarefa proposta), *guiar/apoiar* (momento em que o professor conduz para a continuidade da participação dos alunos na resolução do problema já iniciado), *informar/sugerir* (o professor assume o papel de apresentar informações, proporcionar discussões/argumentos ou validar respostas corretas fornecidas pelos alunos) e *desafiar* (coloca o estudante na situação de avançar por um terreno novo, na condição de interpretar, raciocinar, argumentar ou avaliar).

No Quadro 3, apresentam-se as ações do professor que apoiam o RM organizado por Araman et al. (2019, p. 476), que descreve quatro ações dos docentes que apoiam o raciocínio matemático, elaborado a partir da síntese dos modelos sobre as ações dos professores que apoiam o raciocínio matemático apresentadas e discutidas por Wood (1998), Ponte et al. (2013) e Ellis et al. (2019).

Quadro3

Entendimentos essenciais do Raciocínio Matemático

CATEGORIAS	AÇÕES
Convidar	- Solicita respostas para questões pontuais. - Solicita relatos de como fizeram.
Guiar/Apoiar	- Fornece pistas aos alunos. - Incentiva a explicação. - Conduz o pensamento do aluno. - Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes. - Encoraja os alunos e re-dizerem suas respostas. - Encoraja os alunos a re-elaborarem suas respostas.
Informar/Sugerir	- Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos. - Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos. - Re-elabora respostas fornecidas pelos alunos. - Fornece informações e explicações. - Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução.
Desafiar	- Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas). - Propõe desafios. - Encoraja a avaliação. - Encoraja a reflexão. - Pressiona para a precisão. - Pressiona para a generalização.

Fonte: Araman et al. (2019, p. 476).

Investigações que buscaram analisar as ações do professor, quando os estudantes lidam com tarefas exploratórias, evidenciaram o potencial que as ações docentes podem ter no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, dos anos iniciais do Ensino Fundamental (Araman et al. 2019) ao ensino superior (Trevisan, 2022; Trevisan & Volpato, 2022; Araman et al. 2022; Trevisan et al. 2023b).

Ao se tratar, especificamente, das ações desenvolvidas por professores nos anos iniciais do Ensino Fundamental, Araman et al. (2019) destacaram que as ações do professor favorecem os processos de identificação de padrões, formulação de conjecturas, justificação e generalização, contribuindo no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos.

Com o intuito de avançar para a proposta deste trabalho, na próxima seção, apresenta-se os procedimentos metodológicos que direcionaram a pesquisa.

Metodologia

Tendo em vista que um passo fundamental para desenvolver o raciocínio matemático em sala de aula é compreender os modos pelos quais os estudantes raciocinam no contexto da disciplina de Matemática (Mata-Pereira; Ponte, 2013), a presente pesquisa analisou o desenvolvimento do raciocínio matemático a partir das interações de duas duplas de estudantes do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Marialva – Pr durante a resolução de uma tarefa exploratória.

A escolha dessas duas duplas se justifica pelo fato de que foram os pares que mais avançaram nas discussões matemáticas, cujos registros em áudio apresentaram menor interferência de ruídos, o que permitiu uma melhor análise do discurso dos estudantes.

A pesquisa seguiu uma abordagem qualitativa de pesquisa com inspiração[3] na fenomenologia-hermenêutica para a análise dos dados (Bicudo, 2011). Os dados foram coletados por meio da gravação em áudio e transcritos pelos autores. Todos os participantes e seus responsáveis foram informados sobre os objetivos da pesquisa e assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, em conformidade com as diretrizes éticas da instituição e da escola participante.

O desenvolvimento da tarefa foi organizado de modo que os estudantes resolvessem a tarefa exploratória e, posteriormente, explicassem para toda a turma como resolveram a tarefa (Figura 1) em sala de aula.

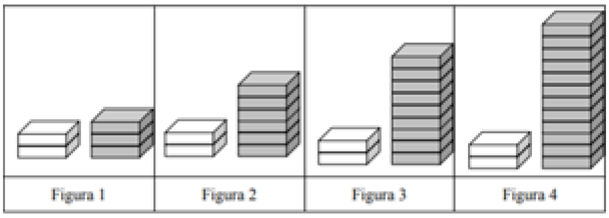
[3]Optou-se por redigir empregando o verbo "inspirar" na postura fenomenológica, pois há a compreensão de que, ao abordar o fenômeno segundo essa perspectiva, não se parte de conceitos ou concepções teóricas prévias (Bicudo, 1999), ao contrário do que foi proposto neste estudo, onde se adotam previamente as teorias do raciocínio matemático. Em outras palavras, utiliza-se dos procedimentos dessa abordagem para analisar os dados, visando ir além da postura natural e transcender a descrição, por meio da interpretação, buscando ir além da teoria pré-concebida.

Figura 2

Tarefa Exploratória aplicada

TAREFA EXPLORATÓRIA (Adaptada de Mosquito, 2008, p. 157):

Observe a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, seguindo uma determinada regra.



Fonte: Adaptada de Mosquito (2008, p. 157).

a) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 5.** Explique como você obteve cada resultado.

i. Número de azulejos brancos: _________

ii. Número de azulejos cinzentos:_______

iii. Número total de azulejos:_____________

b) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 10**. Explique como você obteve cada resultado.

i. Número de azulejos brancos: _________

ii. Número de azulejos cinzentos: _______

iii. Número total de azulejos:____________

c) Considerando a regularidade da sequência de figuras, qual figura terá um total de **38 azulejos**? Explique a sua resposta.

d) Considerando a regularidade da sequência de figuras, existe alguma figura com um total de **66 azulejos**? Explique a sua resposta.

e) Com base na observação da sequência de figuras, construa uma sequência numérica com **10 termos**. Explique qual regularidade você utilizou para escrever a sequência numérica e qual cálculo realizou para obter cada termo da sequência.

Fonte: Anjos (2023).

Sobre os procedimentos de análise

A partir da transcrição dos áudios, oriundos das discussões das duas duplas de estudantes enquanto resolviam a tarefa, realizaram-se repetidas leituras com o intuito de identificar trechos que se mostrassem significativos à compreensão do interrogado.

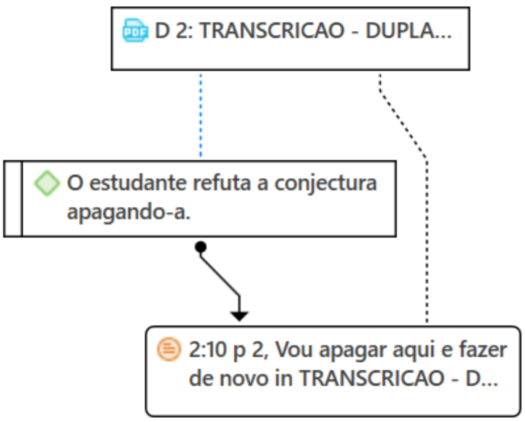
Desse processo, partiu-se para o estabelecimento de unidades de significado que não estão postas no texto, mas são estabelecidas pelo pesquisador (Bicudo, 2011) após várias leituras das descrições dos áudios dos estudantes. Essas unidades de significado, por sua vez, “[...] são recortes julgados significativos pelo pesquisador, dentre os vários pontos aos quais a descrição pode levá-lo. Para que as unidades significativas possam ser recortadas, o pesquisador lê os depoimentos à luz de sua interrogação, por meio do qual pretende ver o fenômeno” (Garnica, 1997, p. 116).

Com vistas à otimização do trabalho do pesquisador, para trabalhar com esses dados, contou-se com o apoio do Atlas.ti[4], um recurso tecnológico amplamente utilizado na análise qualitativa que é “[...] potencialmente significativo para ser utilizado no âmbito da pesquisa fenomenológico e nas mais diversas áreas” e “[...] se bem conduzido esse processo, economiza-se tempo com questões de ordem técnica e pode-se aumentar o tempo de reflexão ao desenvolvimento das reduções transcendentais” (Klüber, 2014, p. 20).

A seguir, para um melhor entendimento do leitor sobre o destaque de unidades no software Atlas.ti., na Figura 2, é ilustrado um exemplo de unidade de significado articulada a partir dos excertos do texto inserido no software Atlas.ti. Na parte superior da imagem, é possível visualizar o documento em que a unidade foi destacada conforme numeração atribuída pelo software. Já na parte central, apresenta-se a unidade de significado e, ainda, na parte inferior da imagem, está o excerto do texto em que a unidade foi destacada, junto ao código da unidade, que é apenas um marcador gerado pelo próprio software, como o código 2:10, que se refere à décima unidade retirada do segundo documento analisado.

Figura 2

Exemplo de uma unidade de significado



Fonte: construção dos autores.

[4]A licença do *software* foi adquirida pelo autor.

Os códigos gerados automaticamente pelo Atlas.ti desempenharam um papel essencial na organização dos dados e articulação das unidades de significado, funcionando como marcadores que auxiliaram os pesquisadores na localização e recuperação de excertos específicos ao longo da análise. Assim, na seção de análise e discussão dos dados, tais códigos serão mencionados com o objetivo de situar o leitor em relação a quantidade de unidades que representam processos de RM, ações do professor e representações presentes na manifestação desses processos[5].

Como forma de evidenciar a articulação entre as unidades de significado e os dados originais, além de mencionar os códigos atribuídos pelo software, optou-se por apresentar, ao longo do texto, alguns trechos completos das transcrições que originaram tais unidades como forma de exemplificá-las. Esse procedimento visa proporcionar, ao leitor, um acesso direto a alguns trechos de discurso dos estudantes, a fim de permitir uma compreensão mais clara do contexto no qual os processos de RM emergiram.

Após a categorização inicial das unidades articuladas, passou-se a uma segunda fase de análise, a nomotética, que ocorre "quando a investigação dos individuais, feita pelo estudo e seleção das unidades de significado e posterior formação das categorias abertas, é ultrapassada pela esfera do geral" (Garnica, 1997, p. 117).

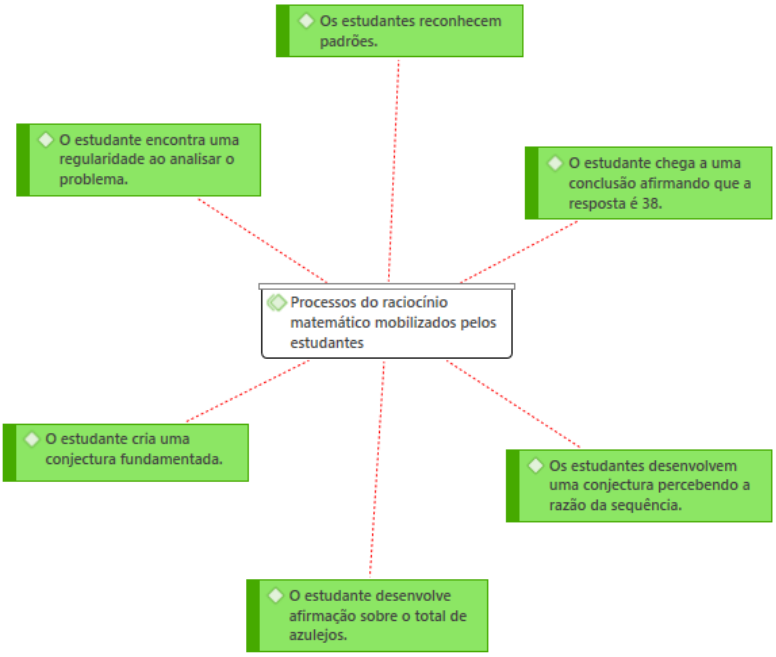
Esse processo culminou em duas categorias, que foram estabelecidas a partir da reunião das unidades que a compõem, nominadas: Categoria 1 – Unidades de significado que falam sobre os processos de conjecturar, generalizar e justificar e as ações do professor; Categoria 2: Unidades de significado que falam sobre a manifestação dos processos do raciocínio matemático.

A Figura 3 ilustra uma categoria estabelecida a partir da convergência das unidades significativas que foram agrupadas a fim de produzir as categorias abertas.

[5]Os dados originais do diálogo dos estudantes podem ser requeridos pelo leitor em contato com os autores por meio dos e-mails disponibilizados.

Figura 3

Exemplo de uma categoria com algumas unidades de significado que a compõem



Fonte: os autores

Nesse movimento de redução fenomenológica, caminhou-se para a análise hermenêutica das duas categorias, visando compreender um sentido apontado na descrição dessas unidades. Em alguns momentos, na sequência descrita, optou-se por trazer os trechos do texto para ilustrar o diálogo do aluno durante a resolução da tarefa, seguido da interpretação realizada pelos autores deste estudo.

Análise e Discussão dos Resultados

Categoria 1: Unidades de Significado que Falam sobre os Processos do Raciocínio Matemático e as Ações do Professor

Esta categoria apresenta como os processos do raciocínio matemático emergiram durante a discussão das duplas ao resolverem a tarefa. Após estabelecer uma convergência entre as unidades de significado e dividi-las segundos os três processos do raciocínio matemático descritos por Jeannotte e Kieran (2017), organizou-se, no Quadro 4, os códigos das unidades de significado destacadas a partir do texto oriundo dos áudios transcritos que compõem esta categoria, ou seja, que falam sobre os processos conjecturar, generalizar e justificar.

Quadro 4

Articulação dos processos de conjecturar, generalizar e justificar alcançado pelos estudantes no desenvolvimento da tarefa exploratória.

Processo	Códigos das unidades de significado referente aos processos do RM
Conjecturar	1:1, 1:4, 1:8, 1:11, 2:2, 2:13, 2:21, 2:22, 2:25, 2:26, 2:32, 2,18, 2:19
Generalizar	1:2, 1:7, 1:12, 2:9, 2:11, 2:12, 2:14, 2:16, 2:17, 2:20, 2:23, 2:27
Justificar	1:15, 2:3, 2:5, 2:10, 2:24

Fonte: os autores.

As unidades de significado articuladas revelam, no processo de conjecturar, que o estudante cria uma conjectura fundamentada (2:25), como ilustra o trecho do texto:

Aluno 1: Vamos para o debaixo, você lê ela!
Aluno 2: Considerando a regularidade da sequência das figuras existem alguma figura com o total de 63 azulejos?
Aluno 1: Não, 66!
Aluno 2: 66 azulejos, justifique sua resposta. Espera que eu vou pensar um pouco. E agora?
Aluno 1: Agora, temos que somar até a 13 eu acho.
Aluno 2: Não. Vai somar mais 39, 40, 41, 42, 43, 44...14.
Aluno 1: Beleza. Ô eu vou contar e você coloca o número na cabeça. 38,39,40,41...13; 42,43,44...14; 45,46,47...15; qual mesmo?
Aluno 2: vou colocar o número aqui para não esquecer.
Aluno 1: Qual é a quantidade 41 né? 42,43,44, coloca 14 no 44; 45,46,47...ai eu coloco 15; 48,49,50...16; 51,52,53...17; 54,55,56...18; 57,58,59...19; 60,61,62,63...20; 64,65,66...21. Vai dar 21. Finalmente! Terá um total de 66, pera aí, azulejos na figura 21 (vírgula) a cada figura têm três azulejos a mais.
Aluno 2: Nossa, tá fácil. Depois que a gente entendeu né?! Tá bom, agora quem lê? Você!

A declaração do estudante, ao responder à questão da letra d da tarefa (figura 1) e afirmar que há um total de 66 azulejos na figura 21, remete a um processo do raciocínio matemático nominado como conjecturar (Jeannotte & Kieran, 2017). Esse momento revela que o aluno construiu uma narrativa ao buscar por semelhanças e diferenças relacionadas a alguma regularidade nas figuras, o que configura uma afirmação com potencial de teorização matemática.

Outras unidades falam sobre os estudantes desenvolverem afirmações, por exemplo, a respeito do total de azulejos, que resultaria em 34 azulejos cinzentos (2:22). Primeiro, o aluno desenvolve uma afirmação provisória verbalmente de que o resultado total é 38 (2:2), depois, elabora afirmações a partir da contagem e define como resultado 17 azulejos em uma figura da sequência (2:32) e raciocina sobre uma relação matemática (2:19) como ilustra o trecho da conversa quando os alunos resolvem a letra b da tarefa:

> Aluno 1: [...] segunda, agora a Figura 10: Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de cada azulejos para construir a figura 10. Explique como você 'observou' [leu-se observe] cada resultado. Como vai fazer o negócio dos 10?
> Aluno 2: E se nós pegarmos 17, colocar 1 azulejo branco e 7 de azulejos cinzas.
> Aluno 1: Primeiro, que a gente já vai saber que tem 2 aí (risadas).
> Aluno 2: Beleza, deixa eu pensar um negócio aqui. 17 mais 3 = 20, número 20, acho que é 20 mesmo. Aí 23, 24, 25, 26, pera aí, 8, 20. Não, agora é 29, não, calma, calma, calma, calma, calma. 29, 32, é 32. 34? não 32. Nossa, é difícil. Agora vamos explicar, o 2 a gente explica a mesma coisa que de cima, cada figura tem somente 2 azulejos brancos.

Nota-se que o aluno busca somar o número de azulejos de três em três, a partir do número 17. Este valor representa a afirmação do aluno sobre a quantidade de azulejos dispostos na figura 5 da sequência, e entender que ela aumenta de três em três algarismos permite que os estudantes desenvolvam essa aplicação para que possam resolver as demais questões da tarefa, levando a uma generalização, conforme evidenciado na continuidade do diálogo a seguir.

> Aluno 1: Vamos colocar o número de azulejos cinzentos. Fazer um desenho aqui. Na verdade, dá pra fazer vários quadradinhos, só vamos pintar para o professor entender. Porque vai demorar muito. Ela vai chegar com duas horas. Pera aí... agora, no outro total, dá para descontar assim, ó, que dá ao todo 15, 34 azulejos cinzentos. Então é 32 cinzentos, mas no total são 34.

Esse excerto destacado apresentou potencial para uma generalização, já que os alunos estenderam o discurso, o que refinou a conjectura e trouxe elementos que contribuíram para a validação do resultado pela dupla. Isto ficou evidente quando os alunos visualizaram regularidades ao construir os quadradinhos, ao passo que a quantidade de quadradinhos brancos não se alterava na sequência. Por esse motivo, usaram o termo "descontar", o que vem ao encontro da definição expressa por Lanninet al. (2011, p. 14): "Generalizar envolve identificar pontos em comum entre os casos ou estender o raciocínio para além do alcance em que originou-se".

Os estudantes desenvolveram tentativas para resolver o problema (2:13), depois desenvolveram uma conjectura e perceberam a razão da sequência (1:1) após o professor questionar como os estudantes pensaram, como ilustra o trecho a seguir:

Professor: Como que vocês fizeram?
Aluno 1: A gente fez porque a gente percebeu que aqui tinha 3 e todos vai subindo mais 3, porque aqui tem 3 letras no resultado e foi subindo mais 3 e os brancos todos estão em 2 e esse daqui todos estão em 3, da mesma forma que esses, e a gente percebeu.
Professor: Ah, legal. E a figura 5, quantos que vai ter cinzentos?
Aluno 2: Se aqui sobe três, três, três, três, quatro vezes, vai ser mais três, que é um resultado que é uma sequência.
Professor: Ah isso, então justifica isso pra mim e você justifica se a quantidade vai ser essa mesmo, a quantidade brancos e cinzentos na figura cinco, se vai ser isso aqui, tá?!

Nesse excerto, é possível observar que o estudante constrói uma afirmação na busca por validar uma narrativa matemática, em que sua comprovação se baseia num conjunto de declarações que são aceitas como verdadeiras e, logo, constituem uma afirmação com potencial para justificação (Jeannotte&Kieran, 2017). Para a formação desse diálogo foi importante o papel do professor, cujas ações apoiaram o desenvolvimento do raciocínio matemático. Ao *convidar* os alunos a compartilhar relatos de como chegaram às suas conclusões e, em seguida, desafiá-los a apresentar justificativas, o professor estimula os alunos a aprimorarem suas respostas.

Nesse sentido, os estudantes estabelecem uma conjectura (1:8) com relação ao resultado de 17, como mostra o trecho:

Aluno 1: Ó agora a gente fez as figuras e resultado 5 [se referindo a sequência da 5ª figura] que deu 15 aqui nas figuras de todas as sequências de números e a gente completou todos que deu um total de 17. Pelo total de 17, a gente fez a nossa resposta que, né, que o professor viu que é uma sequência de números que sempre vai se repetir em todas as figuras.

Na sequência do diálogo, os estudantes desenvolvem afirmações, mas buscam no professor a validação sobre o total de figuras brancas e cinzentas (2:14). Eles optaram pela análise do desenho para chegar a uma afirmação sobre o total de azulejos (1:4).

Aluno 1: Professor, ela tá em dúvida que a gente tem que fazer a figura 10, não é?
Professor: Isso
Aluno 2: Mas tem que fazer tipo, a figura 5, daí deu um resultado, daí a figura 6 tem que dar, tem que fazer todas?
Professor: Pode ser, se vocês acham que isso é mais fácil, pode ser.
Aluno 1: A não, não é, a gente tem que encontrar mais esses.
Professor: Não é uma estratégia?

O professor, inicialmente, valida as respostas fornecidas pelos alunos, o que configura a ação de *informar*. Em seguida, o professor encoraja os estudantes a reflexão ao questionar se aquela poderia ser uma estratégia para encontrar o resultado da figura 10. Essa ação do professor é conhecida como *desafiar*, que condiciona o estudante a avançar seu raciocínio.

Outros processos do raciocínio se revelam quando os alunos realizam o item “b” da tarefa. O processo de generalizar foi identificado quando os estudantes inferem que cada figura tem três azulejos a mais, ao perceber um padrão na análise da sequência, como mostram alguns trechos que dão origem às unidades (2:11, 2:27):

> Aluno 1: Por que a figura 10?
> Aluno 2: Não sei também. Sendo que...só se a gente for criando cada um assim, ó.
> Aluno 1: Ah, acho que o de baixo eu entendi. Acho que 12, a gente vai ter que escrever mais 12 e tipo, depois você aumenta mais três, que vai dar total certinho de 15. E vai continuar acrescentando mais três até chegar...mais vai continuar sendo 12. Dá para fazer assim também, mas vamos fazer certo, se é para explicar.
> Aluno 1: Eu acho que tá certo.
> Aluno 2: Eu acho que a gente vai ter que explicar. A gente só vai colocar na frente: Cada figura tem três azulejos a mais, pera aí, a mais só isso. Pronto. Acabou, faltam 3 minutos.
> Aluno 1: 13?
> Aluno 2: Não, 3.
> Aluno 1: Professor, acabamos.

Esse trecho, em que foi identificado o processo de generalização que envolveu a identificação de padrões a partir do diálogo dos estudantes ao compreenderem que os azulejos aumentam de três em três em cada figura, permitiu que os estudantes chegassem a conclusões válidas, essenciais para resolver o problema e aprender conceitos matemáticos. Para Jeannotte e Kieran (2017, p. 17), a identificação de um padrão é “Um processo de RM que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos matemáticos ou relações”.

Essa compreensão dos alunos se desencadeia na tentativa de modificar uma conjectura ao discutir sobre a quantidade de azulejos brancos e cinzentos (2:9). Eles utilizam desenhos para explicar o seu raciocínio matemático estendendo o raciocínio para uma situação mais geral (1:2) como mostra o trecho da discussão:

> Aluna 2: Se aqui sobe três, três, três, três, quatro vezes, vai ser mais três, que é um resultado que é uma sequência.
> Professor: Ah isso, então justifica isso pra mim e você justifica se a quantidade vai ser essa mesmo, a quantidade brancos e cinzentos na figura cinco, se vai ser isso aqui, tá?!
> Aluna 1: Então a gente vai fazer isso aqui na figura, então é bom a gente…

> Aluna 2: Lógico que a gente sabe a quantidade, é só a gente contar esse, entendeu? Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, doze mais três, só fazer conta ué. Só colocar figura 5, dá 15.

Novamente, é possível observar a ação de *desafiar*, visto que o professor solicita que os alunos apresentem justificativas. A dupla de alunos raciocina sobre uma relação matemática e formula uma justificativa a partir do processo de generalização que haviam desenvolvido anteriormente, em que reconheceram o padrão de os azulejos aumentam na proporção de três em três. Ao adicionar 3 unidades de azulejos duas vezes a partir do 18º azulejo, o resultado obtido é o de 24 azulejos (1:7). Essa generalização contribui com a determinação do total de azulejos na figura 10 por parte dos alunos.

> Aluna 1: Tá, vamos pensar de novo. Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a figura. Olha aqui: pra construir a figura 10. Explique como você chegou para obter cada resultado na figura 10. Para construir na figura 10.
> Aluna 2: Aqui tinha dado 8. 15+3.
> Aluna 1: 15+3…
> Aluna 2: 18. 18+3, 18, 19, 20, 21. 21. 21+3, 24.

Sobre esse processo do RM, o justificar, as unidades mostram que ao afirmar a resposta, o estudante chega a uma conclusão válida (2:24), refuta a conjectura, apagando-a (2:10) e argumenta de maneira lógica sobre a ideia já compreendida referente ao total de azulejos brancos (2:5). Essas unidades foram compreendidas como parte do processo de justificação, já que os alunos partiram da afirmação de que a etapa poderia ser ou não considerada como verdadeira. Eles recebem uma intervenção do professor, refutam a afirmação e, após isto, voltam a essa afirmação e a validam, como mostra os quatro trechos do diálogo abaixo:

Trecho 1 fala dos alunos (referente a unidade 2:5):

> Exemplo de citação direta com mais de 40 palavras. Exemplo de citação direta com Aluno1: Ah, entendi. Vai ter que explicar o que a gente fez. Vai ter que explicar sabe?!. Eu entendi que o número de branco, o total de brancos. Mas eu acho que não é isso; sempre tem uma pegadinha nessas contas. Sabe por quê?, eu estou pensando aqui se esse número é mais baixo, está vendo oh: - 8, e aqui deu 30, vai dar 38 não vai? Cada um vale 10. Ah, pode ser!

Após essa afirmação exposta pelo aluno 1, o professor intervém:

> Professor: Eu já observei umas coisinhas que vocês têm que pensar um pouquinho melhor...

Esse trecho, identifica-se a ação de *informar*, em que o professor corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos. Após esse momento, os alunos apagam o que tinham como afirmação:

> Aluno 1: Vou apagar aqui e fazer de novo.

Neste trecho, observa-se o processo de refutação, onde o aluno, após receber a orientação do professor, rejeita uma declaração que se revelou incorreta. Ao invalidar a afirmação anterior, conforme evidenciado na próxima parte da conversa a seguir, os alunos revisitam a pergunta “b” da tarefa e justificam seu raciocínio, alcançando a resposta correta para a pergunta.

> Aluno 1: Pera aí um pouquinho, a gente vai ter que voltar na detrás para saber. 32, 33, 34 e 35, 36, 37, 38, vai ser 12. Oh, 32, se aqui foi 10 vai ter mais dois que vai dar 12. Agora entendi. Pera aí. 38 ou 39? É isso mesmo, 12. Escreva aqui, nesse aqui. Terá um total de 38 azulejos na figura 12. Ponto. Estou achando mais fácil esse aqui.

Os trechos destacados mostram a construção de um raciocínio fundamental para estruturar o discurso matemático, em que os alunos partem de uma conjectura e tentam modificá-la, chegando ao discurso geral aceito pelo grupo a partir de uma narrativa construída que culminou em uma justificação e que, segundo Jeannotte e Kieran (2017, p. 21), “É um processo de RM que, através da pesquisa de dados, de mandatos e de apoio, permite modificar o valor epistêmico de uma narrativa”.

Categoria 2: Unidades de Significado que Dizem sobre a Mobilização dos Processos do Raciocínio Matemático

Na continuidade da análise, buscou-se aprofundar, a partir da transcrição, de que modo os processos de conjecturar, generalizar e justificar dos alunos foram apresentados: de forma verbal; desenho; escrita; símbolos numéricos ou algébricos; palavras e diagramas.

Descreve-se, no Quadro 5, o modo como esses processos apareceram durante o desenvolvimento da tarefa pelos estudantes.

Quadro 5

Formas que os processos de conjecturar, generalizar e justificar aparecem.

Aparece na forma	Códigos das unidades de significado
Verbal	1:1, 1:2, 1:7, 2:2, 2:3, 2:5, 2:12, 2:14, 2:16, 2:32
Desenho	1:4, 1:8, 1:9, 2:20, 2:21
Escrita	1:12, 1:15, 2:10, 2:11, 2:17, 2:18, 2:26, 2:27
Descrições verbais	2:9
Símbolos numéricos ou algébricos	2:19, 2:22, 2:23, 2:25

Fonte: os autores.

O Quadro 5 apresenta os códigos que representam trechos destacados das discussões dos estudantes. Ao trabalharem na tarefa, eles expressaram a mobilização dos processos de raciocínio matemático através de diversas formas, como linguagem verbal (em maior quantidade), desenhos, escrita e registros numéricos ou algébricos. Essas unidades foram organizadas com base nas transcrições das falas dos alunos, considerando apenas o que emerge na verbalização captada por meio de áudio gravado, embora reconheça-se que outras formas de expressão, como a entoação e gestos, também podem ter sido utilizadas pelos alunos.

O trecho a seguir, em que foi estabelecida a unidade (2:20), ilustra a representação por meio de desenho que os estudantes utilizaram no momento de desenvolvimento da tarefa:

> Aluno 1: Vamos colocar o número de azulejos cinzentos. Fazer um desenho aqui. Na verdade, dá pra fazer vários quadradinhos, só vamos pintar para o professor entender. Porque vai demorar muito. Ela vai chegar com duas horas. Pera aí... agora, no outro total, dá para descontar assim, ó, que dá ao todo 15, 34 azulejos cinzentos. Então é 32 cinzentos, mais no total são 34.

Os estudantes optaram pelo uso de representações visuais, como desenhos e diagramas, para estruturar suas respostas e comunicar suas estratégias de resolução. A identificação de que os estudantes recorrem a representações pictóricas ao se realizarem a tarefa se revelava nos momentos em que os alunos precisavam identificar padrões na sequência de azulejos proposta na tarefa. Ao esboçarem figuras e diagramas, os estudantes puderam visualizar regularidades e testar hipóteses antes de formalizá-las em enunciados verbais ou escritos.

Essa prática multimodal reforça a importância de tarefas exploratórias que possibilitem abordagens visuais no ensino da matemática, conforme discutido por Ponte (2005), que defende o uso de múltiplas representações como estratégia para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

A Caminho de uma Compreensão

Na primeira categoria em que os processos do raciocínio matemático foram identificados, reconhece-se que os alunos desenvolveram conjecturas, generalizações e justificações durante os debates realizados em pares. Por se tratar de uma tarefa sem solução imediata, foi possibilitado que os estudantes trocassem ideias e avaliassem se uma determinada afirmação poderia ou não ser aceita, o que consequentemente, contribuiu para o aluno aprender matemática.

As ações do professor, que emergiram nas análises, classificadas nas categorias de *convidar, guiar/apoiar, informar/sugerir* e *desafiar* (Araman et al. 2019), foram observadas de maneira recorrente ao longo da investigação. A ação de *convidar*foi evidenciada quando o professor instigou os alunos a compartilharem suas estratégias, verbalizarem seus raciocínios e justificarem suas respostas.

Esse movimento inicial de envolvimento permitiu que os estudantes externalizassem suas ideias, favorecendo a socialização do conhecimento. Já a ação de *guiar/apoiar* emergiu nos momentos em que o professor forneceu pistas e encorajou a reestruturação dos argumentos dos estudantes, promovendo a articulação entre diferentes conceitos e estratégias de resolução.

Além disso, verificou-se que a ação de *informar/sugerir* foi essencial para a validação das respostas corretas e para a reformulação de conjecturas que inicialmente se mostraram inconsistentes. Nesses momentos, o professor não apenas corrigiu equívocos, mas estimulou os alunos a reconsiderarem seus procedimentos e analisarem criticamente suas conclusões. Por fim, a ação de *desafiar* se destacou como um dos elementos centrais da mobilização do raciocínio matemático, pois, ao encorajar os estudantes a justificarem seus argumentos, o docente promoveu um ambiente de reflexão que favoreceu o desenvolvimento de explicações mais rigorosas e fundamentadas.

Essas ações do professor contribuíram para a mobilização dos processos de RM e, logo, incentivaram os alunos a escrever, fundamentar seus argumentos e exigir uma justificativa de uma conjectura que surgiu durante o processo de resolução, conforme ficou evidente na primeira categoria. Essa contribuição se mantém em acordo com as afirmações de Araman et al. (2022, p. 361), que dizem que“[...] o professor deve proporcionar uma interação em sala de aula, incentivar o aluno a explorar, apresentar e discutir suas soluções, mobilizando diferentes processos do raciocínio”.

Essa ideia aponta para a importância de os professores estarem cientes dos processos de raciocínio de seus alunos e de refletirem sobre eles, conforme já mencionado na literatura (Lannin et al. 2011; Ponte et al. 2012). Esse resultado corrobora estudos anteriores (Ponte et al. 2013; Araman et al. 2019), que apontam que a gestão das discussões matemáticas por parte do professor é determinante para que os alunos avancem na construção do conhecimento.

Identificou-se que os alunos alcançaram uma maior quantidade de processos de conjecturar e generalizar quando a comparação com o processo de justificar foi feita. Com relação a essa constatação, vale destacar que a justificação é central enquanto processo do raciocínio matemático e concorda-se com Mata-Pereira e Ponte (2013) sobre ser importante incentivar situações que exijam explicações do "porquê" dos alunos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os processos identificados aparecem de diferentes formas na atividade discursiva dos alunos (categoria 2): na forma verbal, desenho, escrita, descrições verbais, símbolos numéricos ou algébricos. Essas diferentes representações utilizadas pelos estudantes fazem parte de diferentes momentos na discussão da tarefa em que os estudantes buscam refletir sobre o problema. Dois excertos da transcrição que exemplificam isso são os das unidades (1:4), no qual um estudante solicita a seu par

> "Desenha um monte de quadradinho, assim ó, e (1:15), trecho em que um aluno afirma "É 2. [possivelmente indicando uma resposta] então vamos escrever aqui. Vamos pensar numa resposta legal aqui", propondo a utilização da escrita.

Essas representações, que também podem aparecer na forma de entoação e gestos, são elementos chaves que, segundo Jeannotte e Kieran (2017), durante a participação dos estudantes, fornecem pistas para o professor reconhecer o quanto os estudantes aprenderam e se envolveram nos aspectos desejados do raciocínio.

Essas diferentes formas de expressão adotadas pelos estudantes – como a verbalização, representações visuais, escrita e registros numéricos – permitiram que os alunos desenvolvessem a capacidade de raciocínio matemático. Isso está de acordo com o que ressaltam Ponte et al. (2012):

> Para desenvolver esta capacidade é preciso trabalhar em tarefas que, por um lado, requerem raciocínio e, por outro lado, estimulam o raciocínio. Só deste modo se pode esperar uma compreensão efetiva dos conceitos e procedimentos matemáticos por parte do aluno".(Ponte et al. 2012, p. 356).

Os processos de conjecturar, generalizar e justificar identificados nos textos (categoria 1) são cruciais para o progresso do raciocínio matemático. Esses processos, reconhecidos na discussão dos estudantes, foram alcançados a partir de um ambiente propício em sala de aula que conectou elementos relevantes para a mobilização de diferentes processos oriundos da intencionalidade do professor, tais como a escolha de uma tarefa promissora, as discussões em grupo, a circulação do professor na sala, incentivando e questionando o raciocínio dos alunos, e um ambiente que se opõe ao ensino transmissivo em que os alunos são estimulados a falarem mais.

Nesses processos identificados, conforme apresentado no Quadro 4 a partir das discussões das duplas, foram reconhecidos o desenvolvimento de afirmações provisoriamente verdadeiras, o identificar semelhanças entre os casos, o estender o raciocínio para além do intervalo em que se originou, a explanação de argumento lógico baseado em ideias já compreendidas, o refutar uma afirmação que se mostrou ser falsa e a argumentação utilizada para produzir uma justificação válida. Tal reconhecimento se mostrou fundamental no processo de compreensão e resolução da tarefa, na medida em que os estudantes esclareceram termos, ganharam novos conhecimentos e, por meio deste raciocínio, desenvolveram um entendimento matemático para a resolução da tarefa.

Considerações Finais

Considerando a interrogação de pesquisa perseguida neste estudo: “O que se revela a respeito do raciocínio matemático quando estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental resolvem uma tarefa exploratória?”, compreendeu-se que a tarefa exploratória trabalhada em sala de aula se mostrou apropriada para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos.

A principal contribuição deste estudo está voltada aos encaminhamentos em sala de aula que superam o desafio da aprendizagem mecânica em sala de aula, uma vez que, por meio da análise dos dados resultantes da discussão entre estudantes sobre uma tarefa exploratória, buscou-se compreender a forma como eles pensam, raciocinam e constroem o conhecimento matemático. A hermenêutica realizada revelou que a tarefa selecionada apresentou um potencial para desenvolver o raciocínio matemático, uma vez que exigiu que os alunos buscassem regularidades, e mobilizou a formulação de conjecturas, generalizações e justificações.

Com um olhar embasado em diferentes teóricos que exploram o tema, a análise foi aprofundada, o que resultou na constatação de que o desenvolvimento do raciocínio matemático pelos estudantes está intrinsecamente ligado às ações do professor.

Durante a execução da tarefa, os alunos recorrem ao professor em busca de esclarecimento e compreensão dos problemas que emergem na resolução da tarefa. O professor, a partir de ações intencionais, contribui para a superação das dificuldades sentidas pelos estudantes e para a progressão na resolução da tarefa. Essa condução foi fundamental para que os estudantes chegassem a uma resposta válida e mobilizassem diferentes entendimentos essenciais que são fundamentais para promover o RM. As ações do professor desempenharam um papel determinante na construção do conhecimento matemático, uma vez que sua mediação favoreceu a formulação de conjecturas, a generalização de padrões e a justificação de argumentos. Em suma, é possível inferir que, a partir da seleção de uma tarefa adequada, somada às ações do professor, a discussão e a apresentação das conclusões dos estudantes contribuem para a aprendizagem da Matemática.

Dessa forma, espera-se que esta pesquisa contribua para futuros estudos que investiguem a produção do conhecimento matemático a partir do discurso dos estudantes durante a resolução de uma tarefa exploratória. Espera-se, também, que essas investigações se embasem em estudos já existentes e no referencial teórico específico sobre o raciocínio matemático, de modo que práticas que incentivem os alunos a pensarem se tornem cada vez mais frequentes nas aulas de matemática, tendo em vista suas múltiplas contribuições para o aprendizado matemático dos estudantes.

.

Referências

Anjos, L. Q. (2023). *Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando a compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático*.Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT). Universidade Tecnológica Federal do Paraná,Campus Londrina, PR.

Araman, E. M. O., Serrazina, M. L., & Ponte, J. P. (2019). “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: Ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. "I askediffivehasnot a half": Teacher´s actionsofthefirstyearswhichsupportmathematicalreasoning. *Educação*

Matemática Pesquisa, 21(2), 466-490.http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p466-490

Araman, E., Trevisan, A. L., & de Paula, B. A. (2022). Raciocínio matemático apoiado por tarefas exploratórias e ações de professores. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 15(1), 357-375.

Bicudo, M. A. V. (1999). A contribuição da fenomenologia à educação. *Fenomenologia: uma visão abrangente da educação*. São Paulo: Olho d'Água, 11-51.

Bicudo, Maria A.V. (2011). *Pesquisa Qualitativa*: *segundo uma visão fenomenológica.*São Paulo: Cortez.

Couto, A. F.,Fonseca, M. O. S., &Trevisan,A. L. (2017). Aulas de Cálculo Diferencial e Integral organizadas a partir de episódios de resolução de tarefas: um convite à insubordinação criativa. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 8(4), 50-61. https://doi.org/10.26843/rencima.v8i4.1493

Ellis, A., Özgür, Z., &Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 31(2), 107-132.

Garnica, A. V. M. (1997). Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. *Interface - Comunicação, Saúde, Educação*, 1(1), 109–122. https://doi.org/10.1590/S1414-32831997000200008

Gross, G. F. S., Martens, A. S.,Trevisan, A. L., Araman, E. M. O., &Oliveira, P. B. (2023). Planejamento de uma tarefa matemática: Ações do formador em um estudo de aula. *Revista Paranaense De Educação Matemática*, 12(29), 406–427. https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.406-427

Klüber, T. E. (2014). Atlas. ti como instrumento de análise em pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica. *ETD Educação Temática Digital*, 16(1), 5-23. https://doi.org/10.20396/etd.v16i1.1326

Jeannotte, D.,&Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 1–16. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Lannin, J.,Ellis, A. B.,Elliott, R., & Zbiek, R. M. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K Grade 8*.National Council of Teachers of Mathematics

Martens, A. S., & Trevisan, A. L. (2023). Ensino de Cálculo e Raciocínio Matemático e seus processos: o que se mostra dessa relação nas pesquisas dos CNMEMS`. *VIDYA*, 43(2), 39–57. https://doi.org/10.37781/vidya.v43i2.4582

Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2013). Desenvolvendo o raciocínio matemático: Generalização e justificação no estudo das inequações. *Boletim GEPEM*, 62, 17-31. DOI: https://doi.org/10.4322/gepem.2014.021

Mata-Pereira, J., & da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 169-186. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4

Mata-Pereira, J.,& Ponte, J. P. (2018). Promover o raciocínio matemático dos alunos: Uma investigação baseada em design. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62), 781–801. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02

Morais, R. da S. de,.Araman, E. M. de O., & Trevisan, A. L. (2022). Raciocínio Matemático e argumentação em tarefas de geometria plana nos Anos Iniciais. *VIDYA*, 42(2), 101–119. https://doi.org/10.37781/vidya.v42i2.4235

Mosquito, E.M. (2008). *Práticas letivas dos professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico*. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa, Lisboa.

Oliveira, L. S. de,Araman, E. M. de O., & Trevisan, A. L. (2022). Processos de Raciocínio Matemático em uma tarefa exploratória. PARADIGMA, 43(1), 1–21. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p01-21.id1158

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.): *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34. Lisboa. APM.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Praxis Educativa*, 7(02), 355-377.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., &Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(1), 55–81. https://doi.org/10.48489/quadrante.22894

Trevisan, A. L. (2022). Raciocínio matemático em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: uma análise a partir de tarefas exploratórias. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 15(3), 1-23. https//doi.org/10.3895/rbect.v15n3.15667

Trevisan, A. L., & Mendes, M. T. (2018). Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. *Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia*, 11(1), 209-227. 10.3895/rbect.v11n1.5702.

Trevisan, A. L., & Araman, E. M. O. (2021).Processos de Raciocínio Matemático mobilizados por estudantes de cálculo em tarefas envolvendo representações gráficas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*,35(69),158–178. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a08

Trevisan, A. L., & Volpato, M. A. (2022). Discussões matemáticas em aulas de cálculo diferencial e integral e as ações do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, 15(37), 1-21. https://doi.org/10.46312/pem.v15i37.13425

Trevisan, A. L., Negrini, M. V., Falchi, B., & Araman, E. M. O. (2023b). Ações do professor para a promoção do raciocínio matemático em aulas de cálculo diferencial e integral. Educação e Pesquisa, 49, 1–21. https://doi.org/10.1590/S1678-4634202349251659

Trevisan, A. L.; Araman, E. M. O., & Serrazina, M. L. (2023a). The development of students? Mathematical reasoning in Calculus courses.*AIEM*:*Avances de Investigacion em Educacion Matematica*, 24, 39-56.https://doi.org/10.35763/aiem24.4326

Wood, T. (1998). Creating classroom interactions for mathematical reasoning: beyond “natural teaching”. In: Abrantes, P., Porfírio, J. & Baía, M. (Orgs.), *The interactions in the mathematics classroom – Proceedings of the CIEAEM 49*, 34-43. Setúbal: Escola Superior de Educação.

Notas de autoria

TÍTULO DA OBRA
O desenvolvimento do raciocínio matemático por estudantes do 5° ano do ensino fundamental

Adan Santos Martens
Mestre em Educação pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UNIOESTE, Paraná, Brasil.
Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Ponta Grossa, Paraná, Brasil.
Professor da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico (EBTT) no Instituto Federal do Paraná, Departamento de Matemática, Irati, Paraná, Brasil.
adanm9090@gmail.com
https://orcid.org/0009-0007-3035-1476

Leandro Quirino dos Anjos
Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Brasil.
Professor da Secretaria Municipal de Educação de Marialva, Paraná, Brasil.
leandroquirino2011@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-0599-3972

Marcos Gabriel Buzatto Moreira Bueno
Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática da UniversidadeTecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.
marcosgabriel@alunos.utfpr.edu.br
https://orcid.org/0009-0002-5289-1418

Eliane Maria de Oliveira Araman
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, UEL, Paraná, Brasil.
Professorana Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino6 de Matemática (PPGMAT) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT), Departamento de Matemática, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.
elianearaman@utfpr.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-1808-2599

André Luis Trevisan
Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, UEL, Paraná, Brasil.
Professor na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT), Departamento de Matemática, Ponta Grossa, Paraná, Brasil.
andreluistrevisan@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-8732-1912

Breve Currículo dos autores

Adan Santos Martens é Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Ponta Grossa, Paraná, Brasil. Licenciado em Matemática e Física e fez mestrado em Educação na Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UNIOESTE, Brasil. Atualmente é Professor da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico (EBTT) no Instituto Federal do Paraná. Membro do Grupo de Pesquisa: Raciocínio Matemático e formação de professores.

Leandro Quirino dos Anjos possui Mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Londrina/PR (2023). É docente da Secretaria Municipal de Educação de Marialva/PR. É pesquisador integrante do grupo de estudo Raciocínio Matemático e Formação de Docentes. Realiza suas pesquisas em Raciocínio Matemático tendo como foco os seguintes temas: Processos de Raciocínio Matemático e seus Entendimentos Essenciais; Ensino de Matemática nos Anos Iniciais; Processo de Formação Continuada; Desenvolvimento Profissional.

Marcos Gabriel Buzatto Moreira Bueno é acadêmico do curso de Matemática da UniversidadeTecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.

Eliane Maria de Oliveira Araman, possui Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (2011). É docente do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Cornélio Procópio, do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT). É líder do grupo de pesquisa Perspectivas em ensino e aprendizagem em Matemática e do grupo de pesquisa Raciocínio Matemático e Formação de Professores. Realiza suas pesquisas em História da Matemática na Educação Matemática, em Raciocínio Matemático e seus processos e em Formação de Professores.

André Luis Trevisan é Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Mestre em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). É docente do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Londrina e Professor Permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT) – Doutorado da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus de Ponta Grossa, Paraná, Brasil.

Endereço de correspondência do principal autor
Rua Doutor Washington Subtil Chueire, 333, Jardim Carvalho, CEP: 84017-220, Ponta Grossa - PR, Brasil.

AGRADECIMENTOS
O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: A. S. Martens, L. Q. Anjos, M. G. B. Bueno, E. M. O. Araman, A. L. Trevisan.

Coleta de dados: L. Q. Anjos, E. M. O. Araman.
Curadoria de Dados: A. S. Martens, L. Q. Anjos, M. G. B. Bueno.
Análise de dados: A. S. Martens, L. Q. Anjos, M. G. B. Bueno, E. M. O. Araman, A. L. Trevisan.
Discussão dos resultados: A. S. Martens, L. Q. Anjos, E. M. O. Araman, A. L. Trevisan.
Revisão e aprovação: A. S. Martens, L. Q. Anjos, E. M. O. Araman, A. L. Trevisan.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
"O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001".

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
A presente pesquisa seguiu rigorosamente os trâmites éticos necessários para estudos envolvendo seres humanos, conforme as diretrizes da Resolução nº 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde (CNS). O projeto foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), obtendo aprovação após análise criteriosa no Comitê de Ética sob o número: CAAE 49773821.1.0000.5547. Parecer: 5.161.835.Data: 14 de setembro de 2021.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO
Recebido em: 19-07-2024 – Aprovado em: 29-05-2025 – Publicado em: 22-08-2025