

## A Matemática em Atividades de Modelagem Matemática (The Mathematization in Mathematical Modeling Activities)

LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA<sup>1</sup> e HELOÍSA CRISTINA DA SILVA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Londrina ([lourdes@uel.br](mailto:lourdes@uel.br))

<sup>2</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná ([helo\\_silva@hotmail.com](mailto:helo_silva@hotmail.com))

**Resumo.** A matemática vem acompanhando o desenvolvimento da humanidade. No âmbito da Educação Matemática a referência à matemática foi se configurando a partir das ideias de Hans Freudenthal na década de 1960. Suas ideias vêm merecendo atenção em diferentes linhas de pesquisa na área. Neste artigo, em particular, reportamo-nos à Modelagem Matemática. Apresentamos nosso entendimento de modelagem, trazendo à baila diferentes ciclos de modelagem discutidos na literatura. Para buscar evidências de como a matemática é realizada por alguns estudantes quando envolvidos com atividades de Modelagem Matemática, analisamos atividade desenvolvida por um grupo de alunas. A pesquisa permite concluir que se, por um lado, os esquemas indicam que o ciclo de modelagem integra a matemática, por outro lado, a análise do que as alunas fizeram revela que a matemática é uma ação relevante no desenvolvimento da atividade. O sucesso ou insucesso dos alunos na atividade está, em grande medida, associado ao sucesso ou insucesso da matemática que realizam.

**Abstract.** The mathematization has been following the development of humanity. Under the Mathematics Education reference to mathematization was shaping up from Hans Freudenthal's ideas in the 1960s. His ideas have been receiving attention in different approaches to research in the area. In this article, in particular, we refer to the Mathematical Modeling. We present our understanding of modeling, bringing up different cycles of modeling discussed in the literature. To search evidence of how mathematization is performed by some students when involved with Mathematical Modeling activities, we analyze a activity developed by a group of students. The study leads to the conclusion that, on the one hand, the diagrams indicate that the modeling cycle includes mathematization, on the other hand, the analysis of which shows that the students did mathematization is an important action on the development of the activity. The success or failure of students in activity is largely associated with the success or failure of mathematization they do.

**Palavras-chave:** modelagem matemática, matemática, educação matemática

**Keywords:** mathematical modeling, mathematization, mathematics education

### Introdução

A matemática, segundo Roux (2013), refere-se à aplicação de conceitos, procedimentos, relações ou métodos matemáticos a objetos, informações ou conceitos da realidade<sup>1</sup> ou de outras áreas de conhecimento. Considerando essa compreensão, podemos admitir que a matemática vem acompanhando o próprio desenvolvimento da humanidade.

Vargas (1996) apresenta uma retrospectiva histórica da matemática e pondera que, ainda na Idade Média, simultaneamente ao surgimento do que poderia se tornar a exatidão de um pensar teórico, teria se constituído um processo para ‘moldar a forma das ciências’ que poderia se chamar a ‘matemática da natureza’. Segundo o autor, “Com Pitágoras e seus seguidores surgiu a fecunda ideia de que a *arché* da natureza, ou

---

<sup>1</sup> Caracterizar o que é realidade, científica ou filosoficamente, não é empreitada fácil e não é objetivo deste texto fazê-lo. Para expressar o entendimento que temos em mente quando nos referimos à realidade em atividades de Modelagem Matemática, nos apoiamos em Berger e Luckmann (2008) que a tratam como “uma qualidade pertencente a fenômenos que reconhecemos terem um ser independente de nossa própria volição (não podemos desejar que não existam)” (p. 11).

seja, o princípio do qual brotam todas as coisas e a ele reverterem, é o número.” (VARGAS, 1996, p. 250).

Husserl (2012) faz suas argumentações sobre a matematização considerando os contributos de Galileu Galilei (1564-1642) para a ciência na modernidade. Para o autor, Galileu, afirmando que ‘o livro da natureza estava escrito em caracteres matemáticos’, contribui de forma extraordinária para matematização do mundo físico, introduzindo a ideia de que os fenômenos podem ser interpretados pela matemática.

Segundo Berto (2007), René Descartes (1596-1650), construindo o que viríamos a denominar de Geometria Analítica, empenhou-se para mostrar que, usando matemática, poderia descrever as formas e os movimentos dos corpos, interpretando e analisando fenômenos da natureza, usando gráficos traçados com linhas retas e curvas, matematizando assim, o que para outros parecia não ser da matemática.

Esta possibilidade de matematização, face ao conjunto de atividades humanas, vem se aperfeiçoando no decorrer do tempo. Como já se podia observar nos tempos de Galileu e Descartes, se analisarmos as últimas décadas, podemos também perceber a visibilidade social da matemática, muito embora grande parte das pessoas que operam com ela, ou são por ela envolvidas, não tenham total consciência disto.

Em situações comuns da sociedade vivemos cercados de informações que demandam uso da matemática. Remetendo-nos apenas a contemporaneidade, quando pensamos na humanidade em termos mais gerais, esta visibilidade e importância da matemática parecem estar ainda mais evidentes.

Na Física, por exemplo, a Mecânica Clássica e a Teoria de Relatividade estão impregnadas de teorias matemáticas; o Prêmio Nobel atribuído ao químico Willard Libby em 1960 é relativo à descoberta do carbono 14, a partir de método baseado em equações diferenciais; também o Nobel de 1994 foi atribuído ao matemático John Nash (conhecido pelo livro e pelo filme ‘Uma mente brilhante’) pelas suas contribuições para a Teoria dos Jogos; ainda o prêmio Nobel de Economia foi concedido em 2004 ao economista Thomas Schelling e ao matemático israelense Robert Auman pelas suas aplicações da Teoria dos Jogos para a análise de situações de conflito e cooperação entre países e empresas; o projeto Genoma, anunciado como um extraordinário avanço da medicina e da genética, apresentou oficialmente em 2003 a conclusão do sequenciamento dos 3 bilhões de bases do DNA da espécie humana (ALMEIDA; SILVA, 2010).

Este panorama, em certa medida, indica que a matematização é um processo dinâmico que acompanha o próprio desenvolvimento da humanidade. Além disso, a análise, a sistematização, a interação com outras ciências e a tecnologia são fatores que influenciam a matematização e incitam a sua discussão em diferentes áreas do conhecimento.

No que se refere à Educação Matemática, a referência à matematização foi se configurando, principalmente, a partir das ideias do educador alemão Hans Freudenthal que considerava que em “seus princípios iniciais, matemática significa matematizar a realidade” (FREUDENTHAL, 1968, p. 7). Para Freudenthal o ensino da matemática deveria ser mediado pela exibição dos vínculos da matemática com a realidade.

O que este educador preconizava é que:

O que os humanos têm que aprender não é a matemática como um sistema fechado, mas sim como uma atividade- o processo de matematizar a realidade e, se possível, até mesmo matematizar a matemática (FREUDENTHAL, 1968, p. 7).

As ideias de Freudenthal foram encontrando resposta e respaldo em ideias de diferentes professores e educadores de modo que a busca por possibilidades para *matematizar* nas aulas de matemática vem merecendo atenção em diferentes linhas de estudo e de pesquisa na área de Educação Matemática.

Uma destas linhas, que é aquela a que nos reportamos neste artigo, diz respeito à Modelagem Matemática. Atividades de modelagem tem como aporte maior a realização de investigações em sala de aula, as quais têm o problema como ponto de partida, a intencionalidade na busca, a formulação de hipóteses como fatores que se colocam no caminho para indicar direções e as diferentes resoluções matemáticas são empreendidas com vistas a resolver um problema.

Essa caracterização de modelagem indica que a matematização faz parte do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. A inclusão da matematização na modelagem tem se expressado nos ciclos que diferentes autores vêm associando ao desenvolvimento de atividades de modelagem, passando a constituir uma etapa deste desenvolvimento. Estes ciclos são esquemas que pretendem indicar o caminho que modeladores podem percorrer para desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, explicitando as etapas associadas a este desenvolvimento. A ideia de ciclo pretende indicar o aspecto dinâmico da atividade de modelagem de modo

que, etapas anteriores podem ser retomadas sempre que isto for adequado. Bassanezi (2002) refere-se a este aspecto dinâmico, ponderando que

[...] o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado.... As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo na sociedade em que vive” (BASSANEZI, 2002, p.38).

Assim, neste artigo temos como objetivo investigar como a matematização em atividades de modelagem vem sendo conduzida, seja no que se refere a sua inclusão nos ciclos de modelagem, seja com respeito às ações dos alunos quando desenvolvem este tipo de atividades. Inicialmente apresentamos nosso entendimento de Modelagem Matemática, trazendo à tona diferentes esquemas ou ciclos de modelagem discutidos na literatura. Lançamos nosso olhar sobre eles buscando a compreensão dos autores sobre a matematização nestes ciclos. Com a intenção de buscar evidências de como a matematização vem sendo realizada pelos estudantes quando envolvidos com atividades de Modelagem Matemática, analisamos uma atividade desenvolvida por um grupo de alunos do ensino superior.

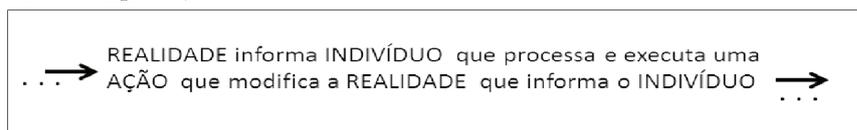
### **Modelagem Matemática**

Segundo Blum (2002), aprender matemática é essencial e esta aprendizagem pode ser mediada por questões extramatemáticas associadas ao mundo fora da escola:

[...] todos os seres humanos devem aprender matemática, pois ela fornece meios para a compreensão do mundo que nos rodeia, para lidar com os problemas do cotidiano ou visando à preparação para futuras profissões. Ao lidar com a questão de como os indivíduos obtêm conhecimento matemático, é fundamental considerar o papel das relações com a realidade, especialmente a relevância da aprendizagem que leva em consideração os contextos específicos. (BLUM, 2002, p. 151).

Nesse sentido, a Modelagem Matemática tem sido apresentada como uma atividade que é orientada pela busca de solução para um problema cuja origem está, de modo geral, associada a uma situação da realidade. Essa indicação da modelagem vai se configurando na medida em que se considera que “a modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”(BASSANEZI , 2002, p. 16). Nesse contexto a Modelagem Matemática viabiliza uma leitura, ou até mesmo uma interpretação de fenômenos da realidade, muitas vezes identificados fora do ambiente escolar, com o apoio da matemática.

No âmbito da área de Educação Matemática, D'Ambrosio (2009) reconhece a Modelagem Matemática como “a estratégia por excelência dos seres humanos para a geração de conhecimento<sup>3</sup>” (p. 91, tradução nossa). Em seu livro *Educação Matemática: da Teoria à Prática*, D'Ambrosio descreve como entende a interação das pessoas com a realidade (Figura 1), argumentando que esta interação é mediada pelo conhecimento e “permite a qualquer ser vivo interagir com seu meio ambiente” (D'AMBROSIO, 1996, p. 20).



**Figura 1** - Interação das pessoas com a realidade  
**Fonte:** D'Ambrosio (1996, p. 20)

A ação realizada pelo indivíduo advém das informações resultantes da interação com a realidade (D'AMBRÓSIO, 1996). Da ação realizada pelo indivíduo resulta o conhecimento, tanto novo conhecimento quanto a melhoria daqueles já existentes. Nesse sentido, D'Ambrosio também se refere à interação do indivíduo com a realidade como um processo cíclico em que não há a *priori* um início e um final especificado.

Nesse contexto, podemos dizer que a Modelagem Matemática, tornando possível a investigação e a descrição de situações-problema por meio da matemática, pode ser uma alternativa para o ensino e a aprendizagem da matemática. Assim, no âmbito da área de Educação Matemática, segundo Almeida e Brito (2005), a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não matemático.

A modelagem busca, portanto, uma resposta para um problema cuja origem não está, de modo geral, na própria matemática. A essa resposta está associado um modelo matemático. Este por sua vez, segundo Lesh et al. (2006), é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática, com a finalidade de descrever o comportamento de outro sistema e permitir a realização de previsões. Podemos dizer que o modelo matemático provê meios para descrever, explicar e predizer o comportamento de fenômenos sob investigação, por meio de uma linguagem, que pode incluir desde a escrita de símbolos, até o uso de diagramas e gráficos (DOERR; ENGLISH, 2003).

A Modelagem Matemática, portanto, diz respeito à observação de uma situação não matemática, à construção de representações matemáticas, à obtenção de resultados matemáticos e à reinterpretação desses resultados em relação à situação. As indicações

de um possível caminho para os modeladores estão expressas nos ciclos de modelagem. A menção a estes ciclos de Modelagem Matemática tem sido frequente na literatura.

Em nível internacional podemos citar pelo menos dois trabalhos que se interessam pela análise desses ciclos. No primeiro, ‘The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle’ (As várias faces do ciclo da Modelagem Matemática) Perrenet e Zwaneveld (2012) fazem uma discussão sobre os elementos que diferentes ciclos apresentam pontuando, principalmente, que esses elementos podem ter relação com os interesses do modelador em cada atividade, sendo ela associada ao ensino ao à resolução de um problema. No segundo, ‘Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process’ (Diferenciações teóricas e empíricas das fases no processo de modelagem) Ferri (2006) passa a discutir e considerar relevantes aspectos cognitivos dos estudantes durante o desenvolvimento de atividades de modelagem, passando a integrá-los em um ciclo proposto pela autora.

Em nível nacional há uma diversidade desses ciclos na literatura. No entanto a sua análise não tem sido uma questão recorrente. Podemos mencionar, entretanto, dois trabalhos que se dedicaram justamente a olhar para os ciclos de modelagem. Em um deles, Patrocínio Junior (2007) procura estabelecer uma relação entre o ciclo de modelagem descrito nesses esquemas e as práticas de modelagem dos professores. Em outro, Souza (2013) analisa esses esquemas procurando semelhanças entre os ciclos apresentados por diferentes autores fundamentando-se na ideia de ‘semelhanças de família’ caracterizada por Ludwig Wittgenstein.

No presente artigo o nosso interesse reside em olhar para ciclos, buscando indícios de como a matematização está sendo incorporada ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

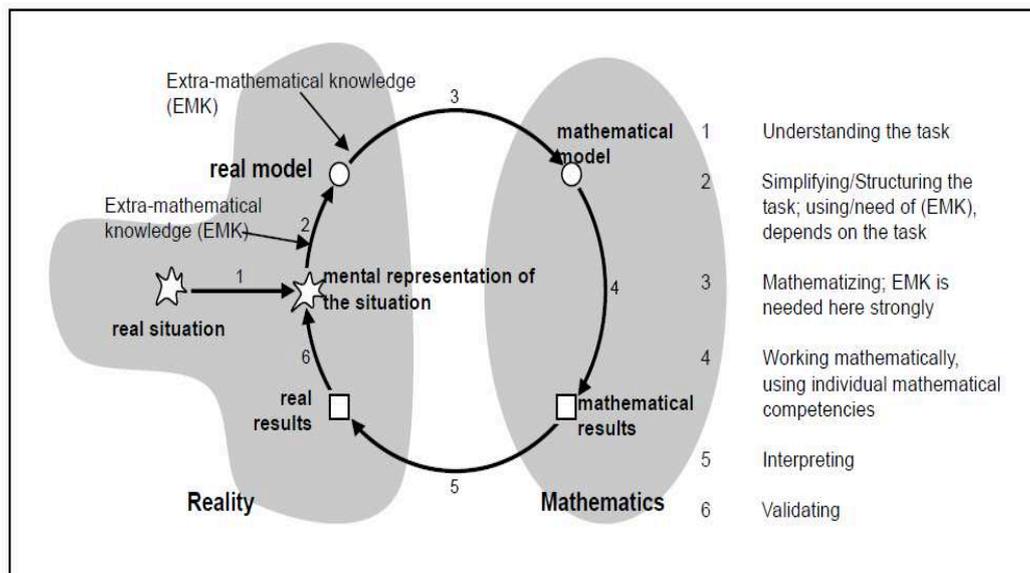
### **Ciclos de Modelagem Matemática e matematização**

Levando em consideração que, em alguma medida, os ciclos associados ao desenvolvimento de atividades de modelagem têm a intenção de indicar o que os alunos (ou modeladores) fazem durante esse desenvolvimento, olhamos, nesta seção, para alguns desses ciclos mostrados na literatura. Vale observar que, embora esquemas construídos por autores brasileiros não façam menção explícita ao termo matematização, o que se pode conjecturar é que os esquemas indicam procedimentos que dizem respeito à matematização, ainda que outros termos façam esse indicativo. Já em nível internacional diversos autores fazem referência direta à matematização, ainda



O esquema da Figura 3, associado ao ciclo de Modelagem Matemática descrito por Ferri (2006), inclui explicitamente o que a autora denomina conhecimento extramatemático. Para detalhar seu entendimento sobre a matematização, Ferri argumenta que:

A transição do modelo real para um modelo matemático se faz como segue: o indivíduo progride na matematização; além disso, o conhecimento extra matemático (que depende de cada atividade de modelagem) é fortemente exigido dos indivíduos e usado para construir um modelo matemático. (p. 92).



**Figura 3 - Ciclo de Modelagem apresentado por Ferri (2006)**  
**Fonte:** Ferri (2006)

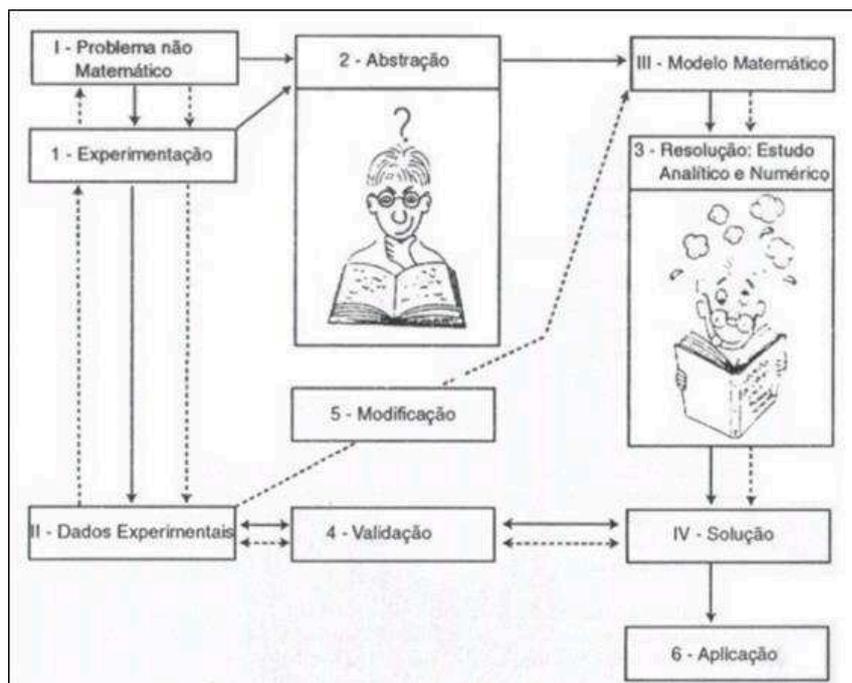
O que parece ser indicado pela autora é que a matematização vai se aperfeiçoando durante o desenvolvimento da atividade de modelagem, em sintonia com o conhecimento extramatemático do modelador.

Na literatura brasileira, um dos esquemas mais mencionados para fazer referência ao ciclo de Modelagem Matemática é aquele apresentado em Bassanezi (2002) (Figura 4).

Bassanezi (2002, p. 27) argumenta que na atividade de modelagem assim encaminhada “transpõe-se o problema de alguma realidade para a Matemática onde será tratado através de teorias e técnicas desta Ciência; pela mesma via de interpretação, no sentido contrário, obtém-se o resultado dos estudos na linguagem original do problema”.

O que esta figura indica é que não se faz uso do termo matematização. Todavia o esquema sugere que é na etapa da Experimentação (1) que ocorre a obtenção/coleta

dados e é nesse momento que o modelador pode (e deve) definir a sua forma de abordar o problema, podendo direcioná-lo para caminhos mais complexos ou menos complexos em função dos dados que obtém, bem como em função da matemática que vislumbra usar. Já para a etapa da Abstração (2), Bassanezi indica que se deve estabelecer as variáveis, fazer a problematização numa linguagem matemática, formular hipóteses e simplificar o problema, acrescentado algumas condições e/ou restrições que sejam necessárias e/ou omitindo outras.



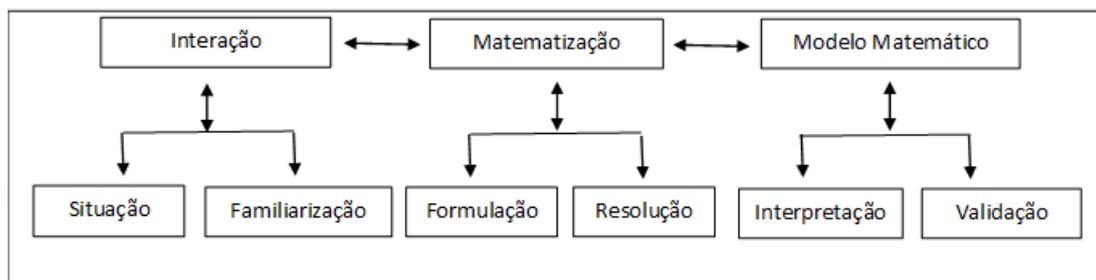
**Figura 4** – Ciclo de modelagem apresentado em Bassanezi (2002)

**Fonte:** Bassanezi (2002, p. 27)

O que se pode admitir a partir dessa indicação é que, ainda que Bassanezi não se refira à matematização, o que ele indica no que denomina etapas de experimentação e abstração corresponde ao ato de matematizar a que outros autores fazem referência.

Na literatura brasileira, um esquema que inclui a palavra matematização para definir um ciclo de modelagem é aquele apresentado em Biembengut (1999) (Figura 5).

A autora argumenta que a matematização é a etapa “mais complexa e “desafiante” .... É aqui que se dá a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis neste processo” (BIEMBENGUT, 1999, p. 22, grifos da autora do ciclo).



**Figura 5** – Ciclo de modelagem apresentado em Biembengut (1999)

**Fonte:** Biembengut (1999, p 23)

Em termos gerais, o que esses esquemas que descrevem o ciclo de uma atividade de modelagem indicam é que, seja de forma explícita ou não, a matematização é uma etapa da Modelagem Matemática, sobretudo no que se refere ao que o aluno pode aprender por meio do desenvolvimento de atividades dessa natureza. Se por um lado, matematizar significa, na Modelagem Matemática, transitar do mundo da vida para o mundo dos símbolos matemáticos, por outro lado o uso destes símbolos se dá mediado pelo conhecimento matemático e extramatemático.

Nesse sentido, em atividades de Modelagem Matemática em que o início é uma situação-problema e a conclusão é uma resposta para esta situação, e que nos termos do que D'Ambrosio caracteriza, é estratégia dos seres humanos para a geração de conhecimento, a matematização corresponde a uma das ações essenciais. O conhecimento nesse caso pode ser tanto relativo ao problema não matemático em estudo (extramatemático como considera o esquema de Ferri (2006) ) quanto relativo à própria matemática requerida para construir a solução.

Nesses termos, a Modelagem Matemática abrange a matematização horizontal bem como a matematização vertical sistematizadas em Treffers (1993) como sendo o percurso que se faz da realidade para a matemática e o percurso realizado dentro da própria matemática, respectivamente. No presente artigo nosso interesse não é buscar aproximações ou mesmo indicar contrapontos entre o processo de matematização como reconhecido no que se convencionou denominar de Educação Matemática Realística. Pesquisa com esta caracterização é relatada em Silva e Almeida (2014). O que nos propomos aqui é olhar para a matematização na Modelagem Matemática.

## O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática e a matematização dos alunos

Com a finalidade de investigar como se dá a matematização em atividades de Modelagem Matemática, foram desenvolvidas atividades de modelagem em curso extracurricular em uma universidade pública no segundo semestre de 2012. O curso, ministrado por uma das autoras deste artigo, teve carga horária de trinta horas e foi composto por dez encontros com duração de duas horas e meia, totalizando vinte e cinco horas de encontros presenciais. A turma era formada por oito alunos: quatro alunas do curso de Licenciatura em Matemática, duas alunas do curso de Engenharia Civil, um aluno do curso de Engenharia Eletrônica e uma aluna do curso superior de Tecnologia em Processos Químicos. Seis atividades foram desenvolvidas pelos alunos que formaram dois grupos. Nesse artigo tratamos de uma dessas atividades cuja temática é *Distância entre a TV e o Sofá* e o encaminhamento dado por um dos grupos.

Para subsidiar as inferências sobre a matematização dos alunos, foram analisados registros escritos produzidos por eles para desenvolver a atividade, suas respostas a questionários, bem como trechos de entrevista realizada com eles após o desenvolvimento atividade. A pesquisa tem natureza qualitativa/interpretativa em que, segundo Lüdke e André (1986), deliberações sobre o que se pretende investigar são mediadas pelo referencial teórico e as interpretações dos pesquisadores sobre os dados sob análise.

A atividade que apresentamos teve início com a exibição de um vídeo intitulado *Veja o que Levar em Conta na Hora de Escolher sua Nova TV*, apresentado no dia 16 de Agosto de 2009 no programa Olhar Digital. Além disso, parte da reportagem *Qual é a Distância Ideal entre o Sofá e a TV?* exibida no programa foi entregue aos alunos. Parte do texto está no Quadro 1.

### Quadro 1- Informações sobre *Distância entre a TV e o Sofá*

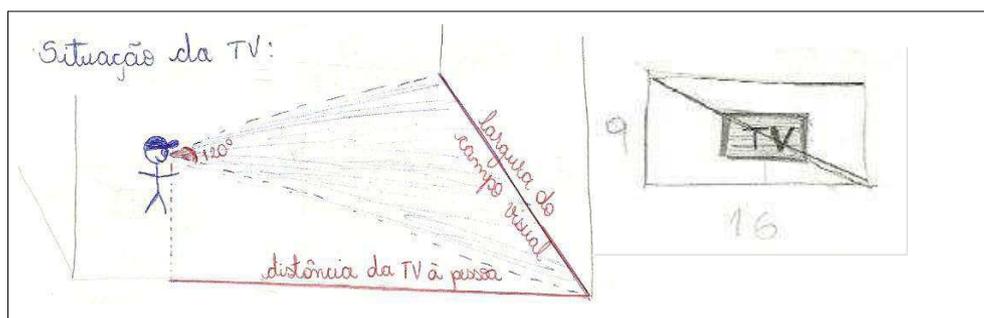
A tecnologia está a favor dos amantes da televisão! Atualmente o mercado oferece diversas opções que apresentam tamanhos, marcas e até mesmo tecnologias de imagens distintas, para que o telespectador se sinta cada dia mais confortável no momento em que vai assistir o seu programa favorito. Entretanto, especialistas afirmam que não basta ter um aparelho de última geração, com uma linda estante para comportar o objeto, se você não tem em sua sala o espaço suficiente para manter a distância ideal entre o sofá e a televisão. Aliás, você sabia que o aparelho pode ser feito em LCD, LED ou Plasma, mas se a distância entre ele e o sofá estiver incorreta, a pessoa que está assistindo pode perceber falhas e defeitos de imagem durante a transmissão. Do ponto de vista da medicina, a distância ideal entre o televisor e o telespectador é aquele em que o telespectador tem visão de toda extensão da tela, sem que haja a necessidade de mexer os olhos ou o pescoço para enxergar as extremidades da tela. Quando uma pessoa vê a TV mais de perto, ela pisca menos, e isso diminui a lubrificação natural dos olhos, o que provoca uma sensação de ardência.

Fonte: Silva (2013)

A partir do vídeo e do texto, os alunos se propuseram a investigar, usando matemática, justamente a questão: *Qual é a Distância Ideal entre o Sofá e a TV?*

O grupo de alunas (Valéria, Elaine, Paula, Daniele)<sup>2</sup> buscou por mais informações em sites da Internet, além daquelas já extraídas do vídeo a que assistiram, com relação à distância mínima e/ou máxima e/ou ideal entre telespectador e TV. Três das informações obtidas seriam relevantes para determinar uma resposta ao problema proposto: o campo visual humano é de  $120^\circ$ ; de modo geral, o tamanho da tela da TV deve respeitar a proporção 9:16; o tamanho da TV deve ocupar  $\frac{1}{4}$  do tamanho do campo visual para proporcionar conforto ao ato de assistir TV. Essas informações, obtidas de sites específicos sobre a temática, não foram questionadas ou discutidas pelas alunas, mas, aceitas como verdadeiras e usadas por elas na construção do modelo matemático.

As primeiras ações das alunas na atividade, a partir das informações a que tiveram acesso, foi justamente gerar uma visualização que tivesse elementos da matemática. A figura 6 mostra esta representação das alunas.

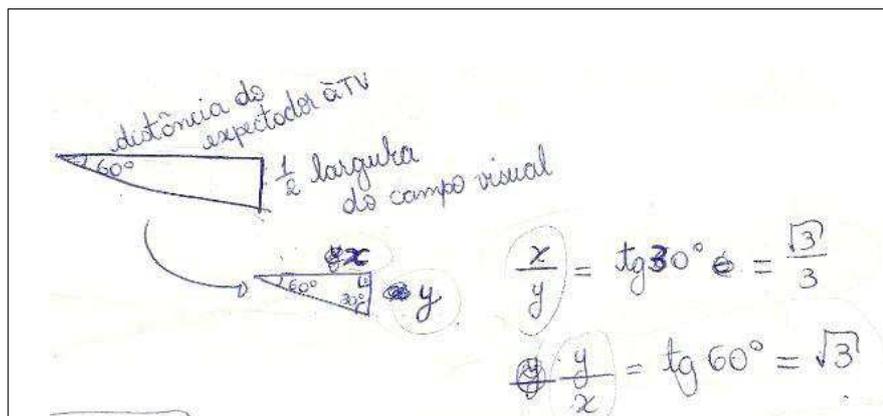


**Figura 6** - A primeira representação das alunas  
**Fonte:** Silva(2013)

Essa representação dá um indicativo de como este grupo iniciou a sua matematização. Os elementos geométricos trazidos das informações a respeito da relação entre tamanho da TV e distância do telespectador estão nesta figura das alunas.

A partir da representação da figura 6 as alunas se sentiram em condições de definir variáveis e ingressar no mundo dos símbolos matemáticos. Assim, como mostra a figura 7, a distância entre a TV e a pessoa foi chamada de  $x$  e a largura de metade do campo visual de  $y$ . Com o que já sabiam de trigonometria as alunas determinaram o valor de  $x$  e  $y$  conforme mostra a figura 7.

<sup>2</sup> Os nomes são fictícios para manter o anonimato das alunas que desenvolveram a atividade.



**Figura 7-** Relação entre distância da TV e campo visual  
**Fonte:** Silva(2013)

Assim, a expressão a que este grupo chegou para a relação entre distância da TV e largura do campo visual é:

$$y_1 = 2\sqrt{3}x$$

onde  $x$  é a distância entre a TV e pessoa e  $y_1$  é a largura do campo visual.

Esse grupo, entretanto, tinha claro que, de modo geral, quando se fala em distância entre a TV e o espectador, o tamanho da TV é levado em conta. Este, por sua vez, é reconhecidamente nomeado em termos de polegadas da TV. Essa ideia das alunas sinaliza que, embora os conhecimentos e os símbolos matemáticos fossem necessários, não se poderia ignorar características do fenômeno que pareciam não ser matemáticas. Nesse sentido, a matematização foi se *fazendo* e se *refazendo* durante a atividade.

O grupo de alunas, considerando a informação obtida, a que já nos referimos, de que a proporção mais recomendada para a tela de TV é 9:16 bem como aquela que indica que o tamanho da TV deve ocupar  $\frac{1}{4}$  do tamanho do campo visual, passou a associar estas informações visando determinar uma expressão que indicasse a relação entre o tamanho da TV (em polegadas) e a distância entre TV e espectador que viabiliza assistir com conforto, conforme já indica o texto do quadro 1.

Para isso determinaram o valor da diagonal do campo visual (figura 8), a diagonal da TV como sendo  $\frac{1}{4}$  da diagonal do campo de visão (figura 9) e o tamanho da televisão em polegadas a partir do valor da medida de sua diagonal (figura 10).

**Figura 8** - Determinando a medida da diagonal do campo visual  
**Fonte:** Silva (2013)

**Figura 9**- Determinando a medida da diagonal da TV  
**Fonte:** Silva (2013)

**Figura 10** - Determinando o tamanho da TV  
**Fonte:** Silva (2013)

Agora, já conhecendo que a relação entre distância da TV e largura do campo visual é  $y_1 = 2\sqrt{3}x$

e que o tamanho da TV em polegadas, conforme indica a figura 10, é dado por:

$$Tv \text{ polegadas} = 0,02258y_1, \text{ ou } Tv \text{ polegadas} = 0,02258 \cdot (2\sqrt{3}x)$$

as alunas puderam expressar o tamanho indicado para a TV em função da distância entre a televisão e o espectador como sendo:

$$Tv \text{ polegadas} = 7,82x \text{ em que } x \text{ é a distância entre espectador e TV (em metros).}$$

A partir disso, as alunas elaboram uma tabela (figura 11) simulando como a relação entre tamanho da TV e distância se comporta. Nesse sentido, as alunas

verificam a veracidade do modelo usando seus laptops e os computadores da universidade.

$x = \text{dist.}$	Pleg. da TV
2 m.	0,156
4 m.	0,3128
2 m.	15,64
4 m.	31,28
5 m	39,1
6 m	46,92

**Figura 11** - Simulação da relação encontrada

**Fonte:** Silva (2013)

Essa ação das alunas é um indício de que, em atividades de Modelagem Matemática, se por um lado a matematização se ocupa de dar um encaminhamento matemático ao problema não matemático, por outro lado, a solução matemática encontrada requer uma interpretação no contexto do problema.

Do mesmo modo, na matematização, informações e hipóteses orientam os encaminhamentos das alunas, ao mesmo tempo em que conhecimentos extramatemáticos orientam o próprio trabalho matemático. A resposta das alunas a uma das questões da entrevista realizada após o desenvolvimento da atividade (quadro 2) dá indícios dessa nossa argumentação.

**Quadro 2-** resposta das alunas na entrevista

De que modo você conduziu a resolução matemática da situação? Que dificuldades você enfrentou? Usou que conhecimentos já aprendidos? Foi necessário aprender algum outro conteúdo matemático para resolver o problema?

5)- Usamos a partir da pesquisa de que  $120^\circ$  seria o ângulo ideal para encontrar o campo visual, então relacionamos a diagonal do campo visual dentro de uma proporção  $16 \times 9$  a partir da distância de telepedidos a TV. Consideramos que a TV poderia ocupar  $\frac{1}{4}$  do campo visual, sendo ela também na proporção  $16 \times 9$ , então relacionamos a diagonal da TV com a do campo visual, encontrando as polegadas da TV em função da distância que é  $\frac{1}{2}$  tem da TV. Foram muitas dificuldades, inclusive na Física. Pergunta 4. Sobre o conteúdo físico de campo visual, conversão das polegadas.

Fonte: Silva (2013)

**Considerações Finais**

A visível matematização da natureza acompanha a história da humanidade e, no mundo moderno vem transformando a vida humana seja no que se refere a aspectos biológicos, econômicos, seja no que concerne à vida social dos indivíduos.

Essa presença (e talvez necessidade) da matemática em diferentes aspectos da vida humana foi sendo percebida e, ainda que de forma lenta, incorporada ao ensino de matemática. Assim, professores e pesquisadores da área de Educação Matemática têm se ocupado em investigar, sob diferentes óticas, a matematização nas aulas de matemática.

No âmbito da Educação Matemática, referências ao termo já eram apresentadas pelo educador matemático Hans Freudenthal, considerando que o ensino e a aprendizagem poderiam se favorecer da evidência de relações entre matemática e realidade. O autor passou a defender que não é adequado

[...] ensinar matemática sem nenhuma relação ao seu uso, mas apenas com a esperança de que os alunos sejam capazes de aplicá-la quando precisarem. Se existente, essa esperança tem se mostrado ociosa. A grande maioria dos alunos não é capaz de aplicar suas experiências matemáticas de sala de aula,

nem nos laboratórios escolares de física ou de química nem em situações triviais da vida real (FREUDENTHAL, 1968, p. 5).

Nessa perspectiva de evidenciar relações da matemática com a vida fora da escola e se valer dessa evidência para ensinar e aprender matemática é que se passou a falar, especialmente a partir da década de 1980 na comunidade brasileira de Educação Matemática, em Modelagem Matemática.

Entretanto, se a palavra de ordem é matematização, cabe perguntar e investigar como se dá a matematização em atividades de modelagem. Este artigo está alinhado a esse tipo de investigações.

Uma revisão na literatura da área permite afirmar que, apresentar o que se deve fazer em uma atividade de modelagem pode ser representado pelos ciclos de modelagem. Assim, nesse artigo, inicialmente selecionamos quatro desses ciclos (dois de autores estrangeiros e dois de autores brasileiros) para buscar indícios de como se dá a matematização em atividades de Modelagem Matemática. Além disso, analisamos também uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida por alunos do ensino superior.

A análise dos esquemas dos autores indica que a compreensão de matematização no âmbito de uma atividade de Modelagem Matemática corresponde a um aspecto da relevante da atividade. A tradução da situação-problema para a linguagem matemática e o simbolismo matemático, associada à matematização por todos os autores analisados, é, para Biembengut (1999), a etapa mais desafiante da modelagem. Todavia, o enfrentamento de desafios também está ancorado na criatividade, na experiência de quem faz modelagem.

Nesse contexto, na atividade que apresentamos sobre a Distância ideal entre a TV e espectador, de fato, olhar com os óculos da matemática para uma situação comum como assistir televisão, representava um desafio para as alunas. Neste caso, enxergar e evidenciar os elementos matemáticos da situação – o ato de matematizar – foi ancorado em representações que as alunas faziam e interpretavam e em informações sobre o problema que mediavam o uso da matemática.

A construção de um modelo matemático que indicasse uma solução para o problema, nesta atividade, entretanto, não viria de uma exclusiva matematização. Pelo contrário, frequentes e recorrentes matematizações eram requeridas. Essa parece ser justamente a característica que Ferri (2006) considera relevante. A autora afirma que o aluno progride na matematização, ou seja, ele avança na identificação da matemática e

em seu uso adequado para resolver o problema, enquanto diferentes pequenos problemas vão se apresentando, tendo em vista a obtenção do modelo matemático para a situação. No caso da atividade desenvolvida pelas alunas, essas diferentes matematizações iam se estruturando na medida em que elas usavam as informações não matemáticas relativas à situação.

A construção e avaliação do modelo matemático a partir das informações e hipóteses selecionadas, ainda que associada a uma matemática que pode não oferecer dificuldade para alunos, sobretudo para alunos do ensino superior, estaria fortemente ancorada no conhecimento extra matemático, conforme revelam as alunas na entrevista (quadro 2). Nesse caso, o conhecer trigonometria não era suficiente. Outros conhecimentos como a transformação para polegadas, a física associada ao conceito de campo visual, eram indispensáveis para o desenvolvimento da atividade. Esse é também aspecto evidenciado por Ferri (2006): a matematização está ancorada no que aluno precisa saber sobre a situação e no conhecimento extra matemático necessário para abordá-la.

Na visão de Galbraith (2012), que em seu esquema também coloca a matematização como etapa da Modelagem Matemática que está entre o problema do mundo real e o modelo matemático, com possibilidades de repetir-se quantas vezes for necessário (figura 2), é fundamental que atividades de modelagem possam desfazer a percepção dos alunos de que a matemática da escola não tem relações com os fenômenos da vida fora dela. Nesse sentido, a atividade que as alunas desenvolveram é um indicativo de que o contexto da vida fora da sala de aula pode ter espaço na aula de matemática.

Na atividade, ainda que tenham se proposto a responder Qual é a distância ideal entre o sofá e a TV? e que a resposta seria um número, uma distância, as informações a respeito da situação teriam que ser adequadamente articuladas, considerando a matemática bem como as características da situação de modo que, o que essas alunas efetivamente fizeram, foi usar conceitos, procedimentos, relações ou métodos matemáticos para descrever objetos, informações ou conceitos da realidade e de outras áreas de conhecimento.

Em termos gerais, o que a pesquisa realizada nos permite concluir é que, se por um lado, os ciclos indicam que a Modelagem Matemática incorpora a matematização, por outro lado, a análise do que as alunas fizeram na atividade revela que ela é uma ação que, efetivamente, define como a relação entre o fenômeno e a matemática vai ser

realizada na atividade. O sucesso ou o insucesso dos alunos na atividade, no que se refere à obtenção de uma solução adequada, está em grande medida associado ao sucesso ou ao insucesso da matematização que realizam.

### Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? *Ciência e Educação*, v. 11, p. 1-16, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 12, p. 221-241, 2010.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto, 2002.

BERGER, P. L.; LUCKMANN, T. *A construção social da realidade: tratado de sociologia do conhecimento*. 28 ed. Trad. Floriano de Souza Fernandes. Petrópolis: Vozes, 2008.

BERTO, A.B.F. A matematização da natureza e o desenraizamento do homem. *Perspectivas Online*, v.1, n.3, p.18-26, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem Matemática § Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*. Editora da FURB, 1999.

BLUM, W. Icmi study 14: applications and modeling in mathematics education – discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, n.51, p. 149–171, 2002.

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 19 ed. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, U. Mathematical Modeling: cognitive, pedagogical, historical and political dimensions. *Journal of mathematical modelling and application*. v.1, n. 1, p. 89-98, 2009.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 34, n. 2, p. 110-136, 2003.

FERRI, R. B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

FREUDENTHAL, H. Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, v.1, n. ½, p. 3-8, Mai 1968.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and application*, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

HUSSERL, E. *A Crise das Ciências Européias e a Fenomenologia Transcendental – uma introdução à filosofia fenomenologia*. Forense Universitária: Rio de Janeiro, 2012.

LESH, R.; CARMONA, G.; HJALMARSON, M. *Models and Modeling*. In: ALATORRE, S.; CORTINA, J.L.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A.(Eds). *Proceedings of the 28Th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional, 2006. p. 92-95.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

Olhar digital: veja o que levar em conta na hora de escolher sua nova TV. Disponível em: [http://olhardigital.uol.com.br/produtos/central\\_de\\_videos/veja-o-que-levar-em-conta-na-hora-de-escolher-sua-nova-tv](http://olhardigital.uol.com.br/produtos/central_de_videos/veja-o-que-levar-em-conta-na-hora-de-escolher-sua-nova-tv). Acesso em: 26 set. 2012.

PATROCÍNIO JÚNIOR, C. A. Os ciclos explicativos e as diversas práticas de modelagem na Educação Matemática. In: *CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA — CNMEM, 5*, Universidade Federal de Ouro Preto/Universidade Federal de Minas Gerais, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto, 2007.

PERRENET, J.; ZWANEVEL, D. The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*. v.1, n.1, 3-21, 2012.

ROUX, S. Forms of Mathematization. Disponível em: <http://www.brill.com/sites/default/files/ftp/downloads/ESM-Volume-15-Issue-4-5-Introduction.pdf>. Acesso em dezembro de 2013.

SILVA, H.; ALMEIDA, L. M. W. Sobre matematização e modelagem matemática. In: ALMEIDA, L. M. W; SILVA, K. A. P. *Modelagem Matemática em Foco*. Editora Ciência Moderna, 2014. p. 23-48.

SILVA, H.C. *Matematização e modelagem matemática: possíveis aproximações*. Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2013.

SOUZA, H.C.T. *Uma análise dos esquemas do processo de modelagem matemática*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

TREFFERS, A. Wiskobas and Freudenthal Realistic Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, v, 25, n. ½, p. 89-108, 1993.

VARGAS, M. História da matematização da natureza. *Estudos Avançados*. v.10, n, 28, 1996.

**LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA.** É licenciada em Matemática pela UNIOESTE, mestre em Matemática pela UEL, doutora em Engenharia de Produção pela UFSC com pós-doutorado na UFSC na área de Educação Matemática. Docente da UEL e do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação da UEL.

**HELOÍSA CRISTINA DA SILVA.** É licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Santa Catarina, mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Atualmente é Professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Recebido: 11 de março 2015

Revisado: 16 de junho de 2015

Aceito: 07 de julho de 2015