



ALEXANDRIA

ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

A Noção de Obstáculo Didático Institucional

The Notion of Institutional Didactic Obstacles

Werventon dos Santos Miranda^a; Francisco Hermes Santos da Silva^b; Renato Borges Guerra^b; José Messildo Viana Nunes^b

^a Secretaria Municipal de desenvolvimento Educacional de Nova Ipixuna, Nova Ipixuna, Brasil - wesamiranda@yahoo.com.br

^b Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil - fhermes@ufpa.br, rguerra@ufpa.br, messildo@ufpa.br

Palavras-chave:

Fração. Ensino fundamental. Obstáculo didático institucional.

Resumo: As pesquisas sobre os obstáculos na aprendizagem da Matemática demonstram uma variedade de classificações, como as de ordem ontogenética, didática e epistemológica elencadas por Brousseau. Ainda existem contribuições de outros pesquisadores como os obstáculos emocionais e linguísticos. Nesse sentido, temos como objetivo caracterizar o Obstáculo Didático Institucional a partir de elementos que compõem as epistemologias institucionais presentes no ensino da Matemática em turmas do primeiro e segundo segmentos do ensino fundamental em relação ao objeto fração. Para alcançar esse objetivo, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa de caráter bibliográfico. O resultado da pesquisa evidencia a existência de diferença na abordagem de ensino de fração entre os segmentos. Isto é denominado de Epistemologia Institucional, que se configura como um obstáculo didático no aprendizado de fração para os alunos que iniciam o segundo segmento do ensino fundamental. Em conclusão, apresentamos a Destransposição Didática como alternativa para enfrentar os obstáculos na transição.

Keywords:

Fraction. Elementary school. Institutional didactic obstacles.

Abstract: Research on challenges in learning Mathematics demonstrates a variety of classifications, such as ontogenetic, didactic and epistemological, which have been highlighted by Brousseau. In addition, contributions from other researchers include emotional and linguistic challenges. In this light, we aim to characterize the Institutional Didactic Challenge based on elements that make up the institutional epistemologies present in the teaching of Mathematics, with a focus on fraction, to students of the first and second segments of elementary education. To achieve this goal, a qualitative bibliographic research was undertaken. The results of the research have confirmed a difference in the approach of teaching fraction between the two segments. This is referred to as institutional epistemology, which is presented as a didactic challenge in the learning of fraction among beginners of the second segment of elementary school. In conclusion, we propose didactic de-transposition as an alternative for addressing the challenges in the transition.



Esta obra foi licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Introdução

O nível de aprendizagem dos estudantes brasileiros de todo o ensino básico, é generalizadamente insatisfatório em todas as disciplinas. Essa afirmação é corroborada pelos instrumentos avaliativos de desempenho dos alunos, seja em âmbitos nacionais como: o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB¹), o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB²) e a Provinha Brasil³, ou internacionais como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA). Ao compararmos o desempenho de nossos estudantes com os de outros países, evidenciamos que as metas referentes ao aprendizado em geral estão aquém do mínimo desejado.

As estatísticas referentes exclusivamente ao ensino fundamental, cujos dados são coletados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), também apontam para uma diminuição dos índices de aprendizagem satisfatória à medida que os educandos vão sendo promovidos para os anos posteriores; em particular no que diz respeito aos conhecimentos de Matemática, como se pode constatar pelos dados fornecidos pelo INEP, por meio da divulgação dos resultados do SAEB, do IDEB e da Provinha Brasil.

Somam-se a essa gama de informações os resultados disponibilizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) sobre a taxa de reprovação no ensino fundamental entre 2007 e 2010. Por esses dados é possível perceber que em todos os aspectos, os índices de reprovação são mais acentuados no segundo segmento do que no primeiro.

Tomando por base o conjunto de informações disponíveis acerca do rendimento escolar dos alunos do ensino fundamental brasileiro, divulgados pelo INEP, podemos verificar que os índices de reprovação nas turmas iniciais do segundo segmento em relação às turmas finais do primeiro segmento do ensino fundamental são expressivos e sugerem que durante os processos de ensino e de aprendizagem, lacunas, em relação ao ensino de Matemática, estão se estabelecendo na passagem dos alunos de um segmento para outro.

Na literatura há uma gama significativa de pesquisas sobre a transição do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental, mas vamos nos concentrar em algumas a partir da década de 1990 até o presente momento (2018). Nossa busca se restringiu à base de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao *Google Acadêmico*, a partir dos termos “transição da 5^a para a 6^a série” e “transição do 5^o

¹ O SAEB é uma ação do governo brasileiro, desenvolvido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), para coleta de dados sobre alunos, professores, diretores de escolas públicas e privadas em todo o Brasil.

² O IDEB é o dispositivo para medir a qualidade de cada escola e de cada rede de ensino. O indicador é calculado com base no desempenho do estudante em avaliações do INEP e em taxas de aprovação.

³ A Provinha Brasil é uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos matriculados no segundo ano do ensino fundamental.

para o 6^o ano”. Assim, evidenciamos três categorias cuja ênfase se deu: nas práticas e perspectivas dos professores; nos comportamentos e pontos de vistas dos alunos e com foco no currículo. Ressaltamos que apesar da ênfase dada a uma das categorias, as pesquisas em geral se remetem aos professores, alunos e currículo, por isso alguns autores aparecem mais de uma vez nessas categorias. Vale ressaltar que grande parte dessas pesquisas não são direcionadas ao ensino de Matemática.

Constatamos na primeira categoria que algumas pesquisas atribuem as dificuldades de transição de um segmento a outro a mudança de professores polivalentes dos anos iniciais a especialistas que atuam a partir do sexto ano, como Truzzi (2001) que assevera que a diferença de saberes entre os professores dos diferentes segmentos dificultaria a integração necessária dos níveis em questão. Para Lourencetti (1999), Silva (1999), Sabino (1999), Dias-da-Silva (1997) e Rangel (2001), as ações desagregadas desses professores devem-se a práticas divergentes entre eles, enquanto no primeiro segmento predomina um discurso mais pedagógico - numa rotina mais próxima do aluno, com ênfase no trabalho coletivo e com manipulação de materiais alternativos - no segundo o discurso é mais formal, aulas mais expositivas, amarras ao livro didático e há um distanciamento entre os professores que dificulta uma integração entre as disciplinas. Bossa (2000) e Truzzi (2001) ressaltam que os professores do segundo segmento deveriam levar mais em conta os conhecimentos prévios dos alunos que chegam ao sexto ano. Hauser (2007) afirma que os fatos supracitados caracterizam uma ruptura nessa passagem e em conjunto com o afastamento entre professor e alunos, no que tange ao diálogo e acompanhamento de desempenho, provocaria a evasão e reprovação mais acentuada constatada no sexto ano.

Na segunda categoria evidenciamos pesquisas que discutem a problemática da passagem de um segmento a outro, com enfoque para alterações físicas e psicológicas que ocorrem em grande parte dos alunos da faixa etária de ingressantes no sexto ano (DIAS-DA-SILVA, 1997). Para Ferrari (1996), a situação se agrava em decorrência de alguns professores do segundo segmento não saberem lidar adequadamente com questões referentes ao desenvolvimento afetivo, cognitivo e motor dos alunos que ascendem ao sexto ano. Além das referidas alterações Sabino (1999) e Rosa e Proença (2003) põem em pauta as implicações do afastamento dos pais nessa transição que acarreta em alguns casos, de acordo com Hauser (2007), na indisciplina e baixo rendimento nos estudos dos alunos dessa faixa etária. Melin (2013, p. 73), ao se referir ao momento crítico dessa transição sugere que:

os professores tomem conhecimento de quão importantes são, nessa fase de transição escolar, os aspectos motivacionais e afetivos dos alunos. Em particular, o ambiente psicológico de sala de aula deverá favorecer a percepção de acolhimento pelo professor e o sentimento de pertencimento em relação ao professor e à escola, pois são fatores que influenciam acentuadamente sua motivação e o engajamento nas atividades acadêmicas.

Nesse sentido, Rangel (2001) põe em pauta a necessidade dos professores do segundo segmento darem atenção individualizada e estabeleçam relações de afetividade e empatia para facilitar a adaptação à nova realidade.

Para Prati (2005), Prati e Elzirik (2006) e Lucchesi e Ferreira (2009), a maior dificuldade para os estudantes nessa fase é de ordem organizacional em relação ao número de professores, tempo de aula, conteúdos curriculares, obrigações no cumprimento de tarefas de sala e extraclasse e formas diferentes de se relacionar com os alunos.

Apesar de discutir a complexidade da passagem de um segmento a outro, Prati (2005) destaca pontos positivos na transição como: os alunos passam a ter a possibilidade de escolher entre múltiplas formas de acesso ao conhecimento e se responsabilizam por essa escolha; há um deslocamento dos papéis dos pais que passam a acompanhar a educação dos filhos mais em casa e se distanciam um pouco da escola; e os professores e alunos criam um espaço onde o trabalho em conjunto perde força para ações individuais que estimulam a autonomia. Assim,

É possível captar uma alteração nas relações entre professor e alunos. Os professores saem do papel de cuidadores (responsáveis por “educar” e “transmitir valores”) e se responsabilizam por “facilitar” o acesso do conhecimento. Os alunos que confiavam em todas as colocações da professora da quarta, ao perceberem ambivalências nos professores de quinta, passam a questionar as colocações e encontram a possibilidade de defender a sua posição frente ao que está sendo colocado. Mesmo se a opinião do professor e aluno são diferentes, ambos podem apresentar o que estão pensando (mesmo que em espaços diferentes) e defender seu ponto de vista. Essas alterações geram outras possibilidades de relacionamento entre professores e alunos (PRATI, 2005, p. 131).

Segundo a autora, dessa forma os alunos passam a conviver com o novo e encontram em si mesmo recursos para lidar com a instabilidade e a incerteza.

Sobre esse ponto de vista concordamos com Dionizio et al. (2014), ao destacarem que essa transição pode se constituir como uma dificuldade para os alunos, dependendo da forma como seja conduzida. Os autores apontam para a necessidade de investigações que enfoquem as dificuldades apresentadas pelos estudantes em relação ao conhecimento matemático, nessa transição, e, mais é preciso buscar alternativas para que sejam superadas. Os autores, baseados em pesquisas sobre a problemática da passagem de um segmento a outro, enfocando o ensino da Matemática (SOARES, 2002; TOZETTO, 2010), ressaltam diferentes aspectos que podem influenciar a complexidade dessa transição: a idade que remete a fase pré-adolescência que acarreta mudanças físicas e psicológicas; o contexto escolar que cada aluno vivencia ou vivenciou até o momento em particular referente à estrutura das escolas dos dois segmentos; a mudança de professor unidocente que tem formação dispare ao especialista que atua a partir do sexto ano, além da falta de relacionamento entre os professores dos dois segmentos, o que auxiliaria na compreensão da problemática anunciada.

Na terceira categoria, o Currículo é o ponto central em pesquisas referentes à passagem do primeiro segmento para o segundo. Leite (1999) e Hauser (2007) destacam que

a estrutura curricular nessa passagem sofre mudanças bruscas, e, além disso, há uma exigência maior no cumprimento de programas em prazo determinados. Por sua vez, Leite (1993) e Silva (1999) destacam que a falta de sequência na estrutura curricular se dá em decorrência de ações pedagógicas isoladas dos professores dos dois segmentos.

As categorias supracitadas demonstram um espectro de problemáticas que podem influenciar a complexa transição de um segmento a outro. Para complementar, entendemos a necessidade de analisar a legislação educacional; a formação docente, enfocando as grades curriculares, mas delimitaremos nosso estudo nesse artigo aos livros didáticos com grande difusão em Belém e cidades do interior do estado do Pará, mais especificamente no que tange ao estudo de fração. Nesse sentido, apoiados em autores como Leite (1999) e Hauser (2007), evidenciamos que as diferenças na estrutura de funcionamento e dinâmica do processo de ensino nos dois segmentos refletem no desempenho dos alunos, nesta transição entre as turmas finais do primeiro segmento e as turmas iniciais do segundo segmento do ensino fundamental.

Não descartamos que outros fatores contribuam para a existência de uma ruptura problemática na passagem dos níveis em questão. Além disso, a situação posta não se restringe à prática de ensino e ao processo de aprendizagem, muito menos se pode atribuir essa ocorrência exclusivamente ao ensino de Matemática, como evidenciada em grande parte das pesquisas referenciadas anteriormente; por isso outras questões do ponto de vista sociocultural ou emocional podem ser levantadas e que também contribuem para um desempenho insatisfatório dos estudantes no processo de escolarização. No entanto, nossa proposta de pesquisa busca discutir a problemática transição em termos de *Obstáculo Didático* e sua relação com a Epistemologia Institucional utilizada pelos docentes no ensino de Matemática.

Há uma aparente continuidade da estrutura no ensino fundamental brasileiro, que teoricamente, é uma instituição única na qual as práticas de ensino e o processo de aprendizagem se desenvolvem ao longo de nove anos. Porém, temos evidenciado que esta estrutura de ensino se constitui de duas instituições em função de apresentarem algumas características peculiares que se mostram diferentes e estas por se apresentarem em forma de rupturas que podem dificultar a aprendizagem dos alunos na passagem de um para outro segmento, e, assim estabelecendo o que aqui denominamos de *Obstáculo Didático Institucional*.

Assim, temos como objetivo caracterizar o *Obstáculo Didático Institucional* a partir de elementos que compõem as epistemologias institucionais presentes no ensino de Matemática das turmas do primeiro e segundo segmentos do ensino fundamental em relação ao ensino de fração.

Nesta pesquisa, elegemos como indicador de existência de diferentes epistemologias docentes o livro didático, a partir do objeto fração presente nas obras escolhidas para análise.

Para alcançar nosso objetivo realizamos uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico e lançamos mão de um quadro teórico-metodológico da Didática da Matemática Francesa aliando a Noção de Obstáculos Didáticos, difundida nas pesquisas de Brousseau (1996) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (2009).

Quadro teórico-metodológico

Sobre os Obstáculos

A discussão sobre obstáculo referente à produção científica e sua difusão vem de longa data, seu marco histórico é a expressão *obstáculo epistemológico*, elaborada por Bachelard (1996, p. 17)⁴, para se referir às dificuldades da Ciência ao longo da História. Para este filósofo, o *obstáculo epistemológico* é constituído de um conhecimento que faz resistência a um conhecimento novo; advém do conhecimento existente que contém erros tais que impedem conhecer o real, pois, para ele, “o real nunca é ‘o que se poderia achar’ mas é ‘o que se deveria ter pensado’”. Diz, ainda, este autor:

E não se trata de considerar obstáculo externo, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo formal, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de inércia as quais daremos o nome de obstáculo epistemológico.

Segundo o referido autor, as fontes dessas resistências são várias e se especificam ou subdividem em: *experiência primeira*, *conhecimento geral*, *obstáculo verbal*, *conhecimento pragmático*, *obstáculo substancialista*, *obstáculo animista* e *conhecimento quantitativo*.

Com base na concepção geral suscitada pela expressão *obstáculo epistemológico* de Bachelard, Brousseau (1997), no campo da Didática da Matemática, lista três categorias de obstáculos em conformidade com a origem ou proveniência destes, a saber: *origem ontogenética* – obstáculos referentes ao desenvolvimento cognitivo considerando os trabalhos de Piaget e outros; *origem didática* – obstáculos que decorrem das escolhas de estratégias de ensino; *origem epistemológica* – obstáculos que dizem respeito à resistência ao conhecimento propriamente dito.

Assim, a escola francesa tem produzido contundentes fundamentos teóricos sobre a existência de obstáculos, sejam os gerados por escolhas de projetos educativos ou inerentes ao próprio saber (BROUSSEAU, 1976; 1986; 1989; 1997). A partir dessas ideias, vários estudos em diversos países e também no Brasil têm confirmado a existência de obstáculos didáticos (DOUROUX, 1983; CORNU, 1983; SIERPINSKA, 1985; ARTIGUE, 1990; SPAGNOLO,

⁴ A primeira edição foi publicada em 1938.

1996; ALMOULOU, 2006; 2007; BITTENCOURT, 1998; PAIS 2002; 2010; FREITAS, 2010; NUNES; GONÇALVES, 2010).

Destacaremos em particular duas pesquisas (ALMOULOU, 2010; GUSMÃO, 2000) por anunciarem, tal como pretendemos novos obstáculos aos já difundidos na Educação Matemática a partir dos estudos de Brousseau.

Almoulou (2006), abordando o ensino de geometria na escola básica, aponta a existência de *obstáculos linguísticos* – os quais se referem às barreiras que impedem a compreensão do conteúdo em função da não habilidade no uso da língua materna por parte de aprendizes e até professores que utilizam os mesmos significantes (representações de um objeto ou ideia) com diferentes significados (conceitos a que as representações nos remetem).

Já Gusmão (2000, p. 63) traz ao nosso conhecimento os *obstáculos emocionais* cuja característica é a manifestação de alteração da nossa estabilidade emocional, expressa aos pares - *atenção/desatenção, prazer/desprazer, responsabilidade/necessidade de desenvolver corretamente uma questão* – que, diante de determinadas tarefas e disciplinas, pode induzir ao erro. Este autor afirma o seguinte: “Um obstáculo emocional induz ao erro e, configurando-se o erro, este desencadeia emoções como: frustrações de expectativas, angústias, raiva, sentimento de inferioridade, entre outras”.

Essas proposições se fundamentaram na seguinte perspectiva: estudar obstáculos didáticos corresponde a estudar a existência quantitativa e qualitativa dos erros observáveis no desenvolvimento escolar dos estudantes. Tais pesquisas nos possibilitaram perceber que esses erros podem ter várias origens, postulamos que inclusive, uma origem institucional.

Assim, percebemos que as fontes geradoras de obstáculos podem configurar novas classificações desses. Nesse sentido, apoiados na TAD, assumimos que a instituição em que o sujeito está inserido influencia diretamente na relação que esse estabelece com os objetos matemáticos. Essa teoria possibilita o entendimento das possíveis variações de tratamento que um mesmo objeto matemático pode ter em função do local (escola, segmento, turma etc.), ou das pessoas que fazem uso deste objeto (professor, aluno e outros profissionais), ou sua posição institucional.

Nessa perspectiva, a instituição é considerada como um dispositivo social total que permite e impõe a seus sujeitos (nas diferentes posições que venham a ocupar) uma maneira de fazer e pensar (CHEVALLARD, 2009). Em particular no caso dos diferentes segmentos aqui em jogo, por conta de suas particularidades, proporcionam a construção de perspectivas diferentes – pelos professores de cada nível e conseqüentemente por seus alunos – para um mesmo objeto como, por exemplo, no estudo de frações (SILVA, 2005; PINILLA, 2007).

Nessa perspectiva, postulamos que a epistemologia dos professores de determinado segmento guarda elementos comuns que possibilita denominá-la de *Epistemologia Didática*

Institucional, sendo que esta pode ser uma fonte de obstáculo didático para os alunos que estão na transição do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental.

Partindo do princípio que seja necessária a constatação de erros sistemáticos para caracterizar um obstáculo, e, que em nossos estudos temos evidenciado na literatura erros subjacentes ao estudo de frações, como requerido para identificar e caracterizar os obstáculos, seja de ordem didática ou epistemológica. Postulamos, que ao evidenciarmos as concepções diferenciadas nos dois segmentos de ensino, estabeleceremos esse objeto como exemplo da configuração de *Obstáculos Institucionais*.

Assim, para se atender o objetivo anteriormente anunciado é preciso evidenciar a existência do *Obstáculo Didático Institucional* que se caracteriza como um *Obstáculo Didático* cuja origem é uma *Instituição*, sendo o termo “instituição” aqui considerado de forma ampla, conforme a visão chevallariana (CHEVALLARD, 2009). Deste modo, a instituição abrange desde um livro ou uma pessoa até o conjunto de pessoas de um estabelecimento de ensino, de pesquisa e/ou conjunto desses estabelecimentos. Nesse sentido, a maneira que uma instituição aborda um determinado objeto matemático pode originar obstáculo didático - na tentativa de compreender esse mesmo objeto abordado por outra instituição - como sugere esta pesquisa em relação aos dois segmentos do ensino fundamental brasileiro.

Em sua pesquisa, Gomes (2006) enfocou os *obstáculos na aprendizagem matemática* na formação de professores das séries iniciais considerando que:

[...] a matemática se constitui em uma grande barreira para a maioria dos estudantes, provocado em muitos casos, pela incompreensão de seus conceitos, este trabalho procurou investigar a origem dessa fobia. Assim, nosso problema consistiu em identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos presentes nas soluções dos problemas que envolvem as estruturas multiplicativas (fração, proporção, probabilidade, contagem etc.) para em seguida realizar uma intervenção pedagógica no curso de Pedagogia que permitisse aos seus alunos (futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental) refletir, discutir e, sobretudo, tomar consciência de tais obstáculos como um primeiro passo para sua superação (GOMES, 2006, p. 97).

A autora mostra em sua investigação que, para Brousseau, os obstáculos em matemática têm diferentes origens: obstáculos didáticos de origem epistemológica; obstáculos didáticos de origem didática; obstáculos didáticos de origem ontogênica; e obstáculos didáticos de origem cultural⁵. Ao finalizar sua pesquisa, a autora postula uma mudança nos cursos de formação de professores:

[...] obstáculos provocados pelo próprio professor, no interior das escolas, [...] justifica a necessidade de mudanças significativas na formação de professores, pois permitir que nossos alunos terminem a graduação e saiam para o mercado de trabalho provocando obstáculos na aprendizagem de seus alunos ao invés de

⁵ Apesar de não especificar o obstáculo de origem cultural nesta classificação, em alguns momentos ele sugere esta ideia, por esse motivo o acrescentamos (Dizeres da autora no texto original, Nota 14).

favorecerem e enriquecerem a aprendizagem dos mesmos é inadmissível em nossos dias! (GOMES, 2006, p. 141-142).

O trecho em destaque corrobora com a tese de que há obstáculos que podem ser causados pelo docente em função de questões institucionais como: a formação, o espaço educativo em que trabalha, a abrangência curricular do conhecimento ensinado, dentre outros. Assim, embora em princípio, o docente precise atuar no auxílio para que os alunos superem os obstáculos, há a possibilidade da ação docente contribuir para o estabelecimento de um obstáculo didático; seja por questões já identificadas pela teoria como os obstáculos de origem: epistemológica, ontogenética, linguística, entre outras, ou por questões oriundas de condições e restrições institucionais.

Nessa perspectiva podemos postular a existência de obstáculos advindos da passagem dos estudantes de um nível de escolaridade para outro que se caracteriza como discurso rotineiro nas instituições escolares, embora pouco se busquem explicações científicas para isto. Mas já há quem trilhe este caminho: Bon (2004) em sua pesquisa doutoral estudou à luz da TAD, as causas das dificuldades de domínio de conhecimento matemático enfrentadas pelos estudantes na passagem do ensino secundário⁶ para o universitário na Espanha. Em sua pesquisa o autor aponta as dificuldades que os alunos apresentam na transição do ensino médio para o universitário, no que se refere à utilização dos conhecimentos matemáticos.

A constatação à qual chegou o autor revela uma dicotomia entre dois níveis de ensino consecutivos (médio e universitário) deixando claramente exposta uma prática do cotidiano escolar que é o fato de considerar o conhecimento previsto para ser ensinado em etapas anteriores como devidamente estabelecido, não sendo responsabilidade do atual processo de ensino. Assim, acaba ficando a cargo do estudante o estabelecimento das possíveis relações existentes entre o ensinado anteriormente e o assunto que está sendo abordado.

Consideramos ser admissível e compreensível haver uma diferenciação no ensino em níveis de escolaridade, visto que a lógica para existência desses diferentes níveis, é que em cada um se aprenderá algo diferente; seja pela abordagem de novos objetos de conhecimento ou por um aprofundamento das características de um objeto já conhecido - neste último caso, não se justifica uma abordagem desconectada do ensinado anteriormente.

Assim, pelos resultados da pesquisa de Bon (2004), é possível inferir que instituições diferentes têm epistemologias diferentes em algum aspecto e que isso pode causar obstáculos didáticos; neste sentido, se o ensino fundamental brasileiro tem dois segmentos que se constituem em instituições distintas, estas instituições provavelmente apresentam epistemologias diferentes e isso pode causar obstáculos didáticos.

⁶ No Brasil, atualmente, este nível de ensino equivale ao ensino médio.

Conjecturamos que o *Obstáculo Didático Institucional* tem maior evidência na transição dos alunos do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental; pois ao chegarem ao segundo segmento, os alunos começam a conviver com uma epistemologia institucional diferente da que tinham convívio no segmento anterior, e conseqüentemente, sua evidência torna-se mais perceptiva.

Corroboramos com esse entendimento a obra: “A epistemologia do professor: o cotidiano da sala de aula,” de Fernando Becker (1993), na qual investigou as concepções dos professores de diferentes disciplinas e níveis de ensino sobre como os alunos aprendem; o autor afirma que:

Pouco esforço foi necessário para detectar, nos depoimentos dos professores, posições nitidamente empiristas. Pode-se afirmar que o empirismo é a forma que mais amplamente caracteriza a epistemologia do professor (BECKER, 1993, p. 39).

Becker (1993, p. 40) é mais incisivo afirmando que “a postura empirista se revela claramente no ato de ensinar”. Isso nos mostra que a praxeologia do professor tem tanto a influência de sua relação pessoal com o objeto matemático que ensina quanto do como institucionalmente o objeto é/foi constituído. Fato que poderá trazer conseqüências na maneira de apresentação e desenvolvimento do objeto matemático a ser ensinado, ou em outras palavras, à epistemologia do mesmo.

Esta inferência é corroborada por Delgado (2006, p. 49) ao alegar que a “epistemologia espontânea do professor é geralmente o reflexo do modelo epistemológico dominante na instituição escolar”. Assim, é possível dizer que a epistemologia espontânea é, em outras palavras, uma epistemologia de caráter institucional, na qual os procedimentos e discursos em relação a qualquer objeto ganham uma uniformização característica do objeto naquela instituição.

Seguindo a linha de raciocínio de Delgado (2006) nos termos chevallarianos, isso significa a maneira de “pensar e agir” sobre um determinado objeto em cada instituição se revela na “epistemologia espontânea” de seus membros (ou de suas diversas formas de expressão, como um livro, por exemplo) Desse modo, a epistemologia utilizada pelos membros da instituição tem basicamente os mesmos elementos e uniformiza o tratamento dado aos objetos dentro dela, revelando assim o seu caráter de *epistemologia institucional*.

Consideramos que as constatações dos parágrafos anteriores, são evidências da possível existência de diferença entre as epistemologias dos professores das turmas dos primeiro e segundo segmentos do ensino fundamental. Assim, configura-se uma epistemologia própria para cada segmento o que nos permite falar em *epistemologia institucional* por segmento. Desta forma, as características próprias de cada segmento podem contribuir para o estabelecimento de obstáculos didáticos nos alunos que fazem a transição

entre os dois segmentos de ensino, ensejando a existência do *Obstáculo Didático Institucional*.

A teoria antropológica do didático: apontamentos metodológicos

Chevallard (2009), no estudo da noção de praxeologia, considerada por ele “como o cerne da TAD”, a define como “maneira de pensar e fazer”, ou seja, diante de uma tarefa (T) a realizar, usa-se uma técnica – um modo de fazer (t) fundamentado em um discurso que se constitui a tecnologia (θ) desta técnica, tendo esta um componente teórico (Θ) que a regula.

Dito de outra forma, a Tarefa (T) é o desenvolvimento de uma, ou mais atividades, que permite obter uma resposta satisfatória para um determinado problema; a técnica (t) é a organização dessas atividades cujas realizações são necessárias para que a resposta seja obtida; a tecnologia (θ) explica/justifica a lógica da ordenação estabelecida para o desenvolvimento das tarefas que permitem obter a resposta procurada e a teoria (Θ) estabelece os parâmetros nos quais essa tecnologia tem sua validade assegurada e as alterações/variações que podem sofrer.

Assim, a *praxeologia*⁷ é o conjunto de todas as formas de conhecimentos sobre um determinado objeto, sendo estas formas referendadas institucionalmente (acolhidas por uma determinada instituição) englobando a parte prática (a maneira de executar uma tarefa) preferencialmente de forma rápida e eficaz, bem como a parte teórica (que justifica tal prática em referência a outras que possam existir).

A análise curricular, da legislação e de livros didáticos se configura como recurso de busca indireta de parte dos elementos que compõem a epistemologia docente. Aqui enfocamos o livro, tendo em vista que esse é um importante material de apoio para prática do professor em particular na elaboração do texto do saber.

Neste sentido foram escolhidas 6 (seis) coleções de livros didáticos tendo como critério a presença destes na lista do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e estarem sendo efetivamente usados por alunos e professores da rede pública em Belém do Pará. Nesse sentido, elencamos três coleções de cada segmento, nas quais o objeto matemático “fração” é abordado, tal objeto é propício, pois é tratado nas turmas de transição dos dois segmentos de ensino. Para esse artigo analisamos em âmbito geral as coleções escolhidas e tratamos mais especificamente as análises de uma coleção de cada segmento.

⁷ As praxeologias, segundo a teoria, podem ser classificadas de acordo com o alcance de sua técnica em: a) Pontual - a aplicabilidade da técnica se restringe ao conjunto de tarefas do mesmo tipo, ou seja, não se mostra satisfatória para tarefas que requerem outra maneira de resolução; b) Local - são agrupamentos de tarefas pontuais que têm técnicas diferentes, porém estão vinculadas pela mesma tecnologia; c) Regional - que reúne as praxeologias locais em que suas tecnologias têm suporte na mesma teoria; e d) Global - que agrupa praxeologias regionais em uma nova abordagem teórica. Essa trama teórica não será enfocada nessa pesquisa.

A fração como tônica das discussões

Historicamente, a noção de fração foi construída a partir da necessidade de dividir uma unidade considerada em partes iguais, como pode ser constatado nas pesquisas de Dias (2012), Porto (1965), Pinilla (2007), dentre outras. Também é deste ponto que o ensino de Matemática sobre frações se inicia e se vincula ao objeto fração a ideia de parte-todo. Tal ideia, segundo Pinilla (2007), mesmo sendo necessária, e porque não dizer – facilmente interiorizada pelos estudantes –, não é suficiente para a partir dela ampliar o conceito.

A introdução do conceito de frações tem uma base comum em todo o mundo. Dada uma unidade concreta dividida em partes iguais e algumas destas partes tomadas. Esta ideia intuitiva de fração é clara e facilmente compreendida, além de ser simples de aplicar à vida cotidiana. É, no entanto, em princípio insuficiente para explicação subsequente das interpretações diferentes e multifforme da ideia da fração. [...] uma “definição” simples não é suficiente. (PINILLA, 2007, p. 3, tradução particular).

A referida autora é categórica ao dizer que é epistemologicamente necessária a caminhada da fração aos racionais passando pela construção do Conjunto Q. Para ela isso não ocorre de forma simples, mas às vezes parece que muitos professores desconhecem as complexidades conceitual e cognitiva envolvidas.

Como exemplo dessa complexidade, Pinilla (2007) destaca que em decorrência de como a fração é apresentada aos alunos dos anos iniciais, surgem dificuldades de compreensão de noções como fração aparente e imprópria. Tais dificuldades, segundo a autora não se fazem presentes no estudo desse objeto no âmbito dos racionais, como se faz a partir do segundo segmento.

Para melhor compreensão da complexidade do ensino de frações no ensino fundamental, Porto (1965, p. 27-31) indica a existência de cinco ideias relacionadas ao tema. Segundo a autora, o símbolo $\frac{3}{4}$ pode ter os seguintes significados:

- a) A partição de um inteiro em 4 (quatro) e destas 4 (quatro) partes se tomou 3 (três);
- b) Agrupamento de unidades, neste caso, 12 (doze) unidades agrupadas em 4 (quatro) pequenos grupos com 3 (três) unidades cada um;
- c) Agrupamento de partes fracionadas de diferentes unidades, onde, por exemplo, 3 (três) unidades são repartidas em 4 (quatro) e de cada uma dessas unidades se retira uma das quatro partes;
- d) Divisão indicada, em que uma quantidade será dividida por outra;
- e) A fração expressa como relação de comparação.

Nesta mesma linha, Pinilla (2007, p. 18-21) cita a existência de 12 ideias associadas à fração:

Uma fração como parte de um todo, às vezes contínua (bolo, pizza, a superfície de uma figura) e às vezes discreta (um conjunto de bolas ou pessoas). Esta unidade é dividida em partes “iguais”, um adjetivo muitas vezes não bem definido na escola, com resultados frequentemente embaraçosos como os seguintes, relativos a situações contínuas:

- 1) Fração como parte de um todo – quando se refere à quantidade contínua (um bolo, uma pizza, a superfície de uma figura) e quando a referência é à quantidade discreta (um conjunto de bolas ou de pessoas); onde se pede que se divida esta unidade em partes, “iguais”, adjetivo nem sempre bem definido na escola, o que acarreta em resultados embaraçosos como aqueles relativos a situações contínuas ou discretas, por exemplo, como encontrar os $\frac{3}{5}$ de 12 pessoas. Oferecer modelos concretos ao estudante, alegando que pense abstratamente, independente do modelo proposto, é um pedido fadado ao fracasso.
- 2) A fração como quociente – uma divisão não efetuada a/b , onde a interpretação correta é a existência de objetos divididos em ‘b’ partes e não a de parte-todo.
- 3) A fração como relação – a comparação de grandezas em que não cabe a ideia de parte-todo e de quociente não efetuada.
- 4) A fração como operador.
- 5) A fração como elemento na probabilidade – sua presença não se mostra como na “definição primitiva”.
- 6) A fração como elemento de pontuação.
- 7) A fração como número racional – um processo de transformação na maneira de interpretar a fração que precisa ocorrer ao longo da escolarização.
- 8) A fração associada a um ponto de reta orientada – nesta associação desaparece a ideia da definição inicial (parte-todo).
- 9) A fração usada como medida na expressão de um número flutuante.
- 10) A fração como indicador aproximado – indica uma quantidade de escolha em um conjunto.
- 11) A fração como um indicador de percentual – apresentando particularidades específicas nos casos que assim se qualifica.
- 12) A fração na linguagem cotidiana – as expressões diárias lembram, de forma não explícita, o uso escolar das frações; por exemplo em ‘três quartos de hora’

Podemos afirmar que o item “a”, apontado por Porto e o item “1” de Pinilla, é a ideia clássica que temos de fração discriminada nas práticas de nosso dia a dia, é também o modelo epistemológico que predomina nos processos de ensino e aprendizagem de matemática como revelam as pesquisas de Dias (2012), Silva (2005), Pinilla (2007), dentre outras. Os demais itens requerem um pensamento mais complexo, pois nelas a ideia de fração se apresenta de forma mais abstrata e nossa tendência é buscar formas de enquadrá-las na primeira ideia, como é o caso do item “b” ou os admitimos em contextos mais específicos como: relação de candidatos por vagas em determinado concurso, distância percorrida em um intervalo de tempo, entre outros que contemplam os itens “d” e “e”; entendemos que a ideia subjacente ao item “c” não é regularmente abordada o que pode dificultar sua compreensão no ensino de frações.

Em outra abordagem, Dias (2012) investigou os conhecimentos sobre fração dos professores de Matemática do segundo segmento do ensino fundamental. A autora nos faz um alerta importante quanto à relação entre a formação docente e sua maneira de ensinar ao concluir que “os professores do sexto ano tendem a ensinar como aprendem/ram” (DIAS, 2012, p. 168).

A constatação, de que os professores tendem a ensinar conforme aprenderam, pode no primeiro momento parecer contraditória, visto que os docentes envolvidos na pesquisa atuam no segundo segmento do ensino fundamental; e, portanto, são profissionais com formação mínima em nível de graduação.

No entanto, é justamente neste ponto que a constatação da autora se faz preciosa, pois evidencia que a tendência docente é dar ao objeto a mesma epistemologia institucional que vivenciou na posição de estudante no mesmo nível que se encontram os seus atuais alunos, ao invés de reformular a epistemologia deste objeto tendo por base os conhecimentos obtidos durante sua formação profissional. Esse fato nos abre margem para conjecturar que a abordagem deste objeto na formação docente não lhe fornece uma epistemologia que lhe possibilite ensinar de forma diferente da maneira a qual aprendeu, seja porque a reforça ou porque sua abordagem institucional durante seu processo de formação profissional específica se difere em muito e sem conexão da abordagem requerida para o ensino deste objeto nas estruturas do ensino fundamental.

Considerando que a fração é um objeto matemático a ser ensinado no âmbito do ensino fundamental e todas as ideias que a ela podem ser associadas, surge a necessidade de saber quais dessas ideias relacionadas à fração estão sendo objeto de ensino no primeiro e segundo segmento? As epistemologias são as mesmas? As abordagens das diferentes ideias associadas à fração têm sido feitas de forma a guardarem relações entre si?

Para análise da abordagem de fração nos livros didáticos, consideramos as cinco ideias associadas à fração defendida por Porto (1965) e presentes em Pinilla (2007), além das discussões elencadas sobre o estudo das frações dos demais autores aqui citados.

Resultados e discussão

No Quadro 1 a Coleção 1 faz referência à “Coleção Porta Aberta”, a Coleção 2 se refere à “Coleção Aprender Juntos”, a Coleção 3 diz respeito à “Coleção Hoje é dia de Matemática”, a Coleção 4 faz referência à “Coleção Matemática e realidade”, a Coleção 5 faz referência à “Coleção Fazendo a diferença”, e por fim, a Coleção 6 faz referência à “Coleção Matemática”.

Quadro 1 - Abordagem das cinco ideias relacionadas à fração nas turmas de transição do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental

Ideias	1º segmento			2º segmento		
	Coleção 1	Coleção 2	Coleção 3	Coleção 4	Coleção 5	Coleção 6
Parte-todo	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Agrupamento de unidades	-	✓	-	✓	✓	✓
Agrupamento de frações	-	-	-	✓	✓	-
Divisão indicada	✓	-	✓	✓	✓	✓
Relação de comparação	-	-	✓	-	-	-

(✓) Identificado na obra (-) Não identificado na obra.

Fonte: Os autores.

No Quadro 1, que retrata a visão geral da abordagem de fração nas turmas de transição entre segmentos do ensino fundamental, duas informações se destacam: 1) a ideia de relação parte-todo se faz presente em todos os livros e 2) em nenhum foram identificadas todas cinco ideias associadas à fração; outra constatação do Quadro 1 é que no início do segundo segmento se identifica maior quantidade de ideias associadas à fração.

No entanto, as referidas informações estão em âmbito geral e não possibilitam uma inferência segura sobre a existência ou não de diferença na epistemologia institucional utilizada em cada segmento no ensino de fração. Desta forma, tomaremos como exemplos um livro de cada segmento.

Livro destinado às turmas finais do primeiro segmento

No livro “Coleção Porta Aberta”, identificamos duas das cinco ideias relacionadas à fração, sendo elas: 1) Partição de um inteiro e 2) Divisão indicada. Embora ambas as ideias citadas pareçam ser intrínsecas, os contextos em que aparecem caracterizam as diferenças das ideias associadas (Figura 1 e 2).

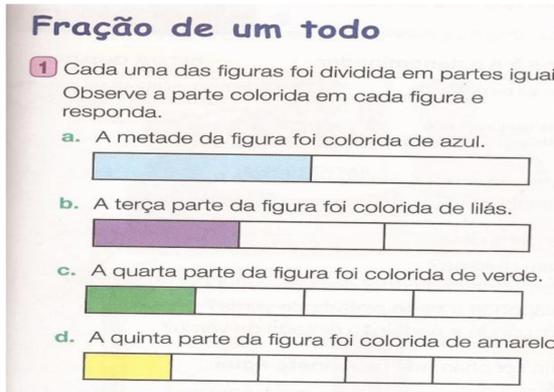


Figura 1 - Partição de um inteiro

Fonte: Coleção Porta Aberta (p. 121-122)



Figura 2 - Partição de um inteiro

Fonte: Coleção Porta Aberta (p. 121-122)

As Figuras 1 e 2 ilustram a maneira na qual a fração é apresentada e trabalhada na coleção, neste caso, as tarefas são semelhantes; ou seja, a tarefa é fazer a partição de um inteiro (quantidade contínua) em partes iguais e da quantidade resultante se manipular uma quantidade menor tendo por técnica a dupla contagem. Essa tarefa é amplamente conhecida como uma fração associada à ideia de relação parte-todo, em que os alunos devem reconhecer e expressar essa relação seja pela simbologia matemática - $\frac{p}{q}$ - ou por extenso.

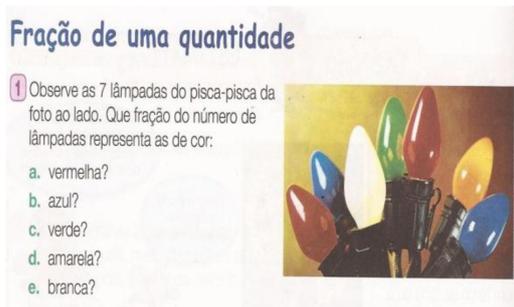


Figura 3 - Divisão indicada

Fonte: Coleção Porta Aberta (p. 128)

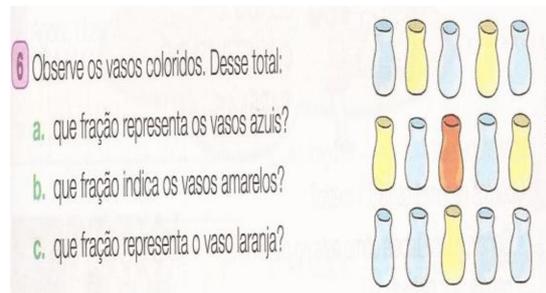


Figura 4 - Divisão indicada

Fonte: Coleção Porta Aberta (p. 129)

Conforme definição de Porto (1965) e Pinilla (2007), os exemplos das Figuras 3 e 4 podem ser classificados como uma tarefa de indicar uma divisão entre quantidades aleatórias, por se tratar de divisão entre quantidades quaisquer. No entanto, a ilustração que acompanha o exercício vincula essa divisão à ideia de parte-todo devido ao fato de que essas quantidades são estabelecidas dentro de um conjunto restrito.

As tarefas dessa coleção trabalham a ideia de fração como relação parte-todo sempre associada a um desenho e/ou figuras (barras, pizzas, garrafas, círculos etc.) que representam a quantidade de partes iguais em que algo inteiro e contínuo foi dividido e desta, quantas partes foram “tomadas”. Nas raras exceções em que não há um desenho ou figura associada, a fração permanece conceitualmente como resultado da tarefa de dividir um inteiro em diversas partes iguais, pois na maioria das vezes as frações se referem às quantidades contínuas. As

quantidades discretas raramente aparecem, e só se verificam na abordagem de frações impróprias.

Assim, na organização do livro, o objeto matemático fração tem uma proposta de articulação com outros conceitos e conteúdos matemáticos como: medidas, porcentagens, números decimais, sistema monetário e outros. Porém, predomina a ideia de fração em torno de uma mesma *praxeologia* [(T), (t); (θ), (Θ)], especialmente no tocante a tarefa (T) e técnica (t), em que se faz a partição de um inteiro (relação parte-todo) e se estabelecendo, de forma implícita, o conceito de fração exclusivamente como a forma indicativa da divisão entre dois números naturais.

Desta forma, é possível afirmar que pela proposta deste livro, as frações são estudadas tendo como origem a ideia da relação parte-todo, ou seja, a *praxeologia* é expressar com símbolos numéricos a representação da relação entre quantidades obtidas da tarefa (T) de partir um inteiro em partes iguais e registrar quantas do total de partes obtidas foram “usadas para manipulação” com o recurso - técnica (t) - da dupla contagem. Nesta, a primeira contagem determina o número de partes em que um inteiro qualquer foi dividido, e a segunda indica quantas partes foram tomadas desta primeira contagem. Assim, a *epistemologia* dominante evidenciada no livro para o ensino de fração é de uma relação de dois números naturais referente a contagem distintas.

Neste contexto, o quartenário representativo da *praxeologia* [(T), (t); (θ), (Θ)] referente a frações se restringe aos primeiros dois termos [(T), (t)], ou seja, a Tarefa (T) de expressar com símbolos numéricos a relação entre quantidades cuja técnica (t) é a dupla contagem, na qual primeiro conta-se o número de partes um determinado inteiro foi dividido, chamado de denominador em seguida conta-se a quantidade de partes que foram tomadas desta primeira contagem e que será chamada de numerador.

Neste sentido, a *epistemologia* (a forma de encadeamento de sua apresentação, o enredo que justifica a maneira que se pode manipulá-lo e o significado que lhe é atribuído) utilizada nos livros para o ensino de fração neste segmento é a da representação expressa pela relação de dois números naturais referentes a contagens distintas.

As informações do parágrafo anterior já permitem dizer que a ideia de fração associada à relação parte-todo expressa por dois números naturais é uma *Epistemologia Institucional* das turmas finais do primeiro segmento do ensino fundamental brasileiro, tendo em vista que o livro didático também serve como uma espécie de parâmetro à prática docente e por isso também é, no seio da TAD, visto como uma instituição.

Livro destinado às turmas iniciais do segundo segmento

No livro da Coleção 4 – “Coleção Matemática e realidade”, destinado às turmas iniciais do segundo segmento do ensino fundamental, as tarefas propostas são, na maioria, em forma de textos e requerem a representação numérica fracionária. Desde o começo da abordagem do assunto, a fração é apresentada como um número, conforme se pode verificar na Figura 5.

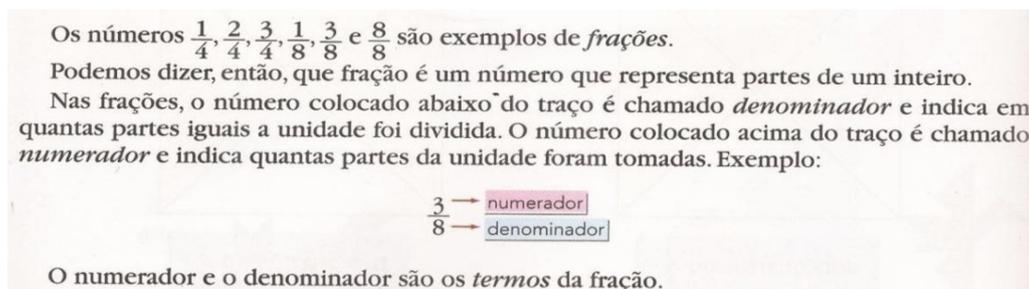


Figura 5 - Conceito de fração
Fonte: Coleção Matemática e realidade (p. 154)

O destaque acima mostra que a fração é vista como um número, ou seja, a epistemologia que aqui se apresenta difere da ideia de uma representação que utiliza dois números naturais, como implicitamente era posto no primeiro segmento. Contudo, a afirmação de que este número indica “partes de um inteiro” volta a remeter a ideia da relação parte-todo. Isto pode se constituir um *Obstáculo Didático Institucional* à medida que a praxeologia não venha materializar a diferença nessa nova “maneira de pensar” a fração, vista como um número porque a “maneira de agir” se assemelha aquela quando a fração é a relação entre dois números naturais obtidos da dupla contagem.

Na análise realizada, foram detectadas quatro das cinco ideias associadas à fração, a saber:



Figura 6 - Partição de um inteiro
Fonte: Coleção Matemática e realidade (p. 155).

As representações de frações ilustradas pela Figura 6 retomam a ideia da relação parte-todo e a dupla contagem tal qual foi observado nas abordagens nos livros destinados às

turmas finais do primeiro segmento e da qual não se pode fugir, por ser uma ideia legitimamente associada à fração.

74. Ricardo ficou doente e precisou faltar a algumas aulas. Ele sabe que não pode faltar a mais de $\frac{1}{4}$ das aulas dadas. Se a classe de Ricardo tiver 180 aulas de Matemática durante o ano, qual o número máximo de faltas que ele pode ter nessa disciplina? 45

Figura 7 - Agrupamento de unidades
Fonte: Coleção Matemática e realidade (p.172)

O problema presente na Figura 7 ilustra a ideia de fração como agrupamento de unidades porque a tarefa é distribuir as 180 (cento e oitenta) aulas em quatro grupos para assim se saber quantas aulas equivale a cada grupo. Neste caso, a praxeologia se constitui na tarefa (T) de estabelecer a unidade e a técnica (t) de composição dos grupos com a mesma quantidade de unidades.

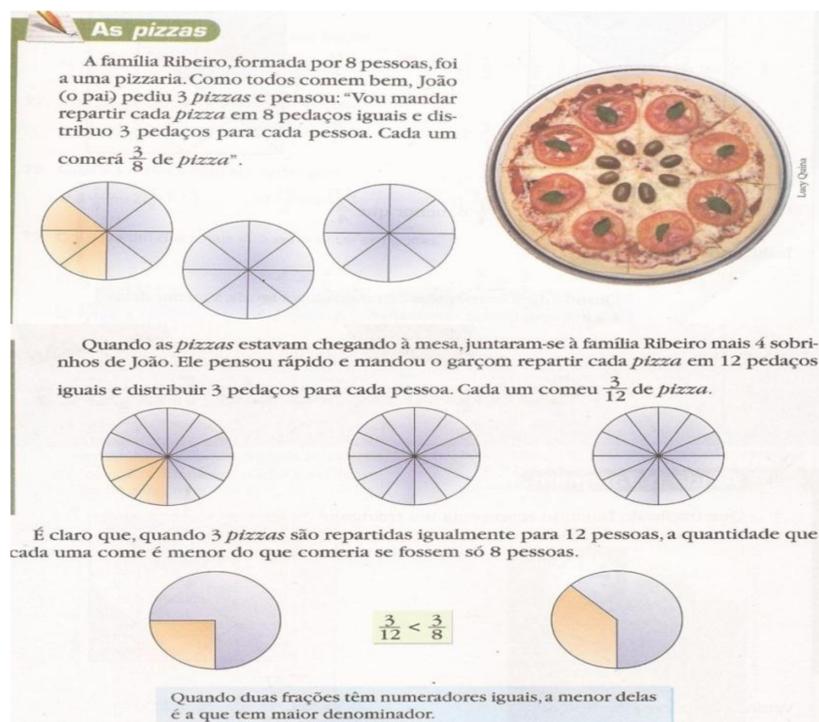


Figura 8 - Agrupamento de frações
Fonte: Coleção Matemática e realidade (p. 173 e 174)

O livro utilizou uma situação do dia a dia para ilustrar um agrupamento de frações, porém isso não se constitui em uma prática rotineira, ou seja, nos exercícios propostos os alunos não terão que realizar tais agrupamentos.

Vale ressaltar que na Figura 8, a praxeologia tem a tarefa (T) de divisão de cada unidade de pizza e na técnica (t) de composição dos grupos de frações com a mesma

quantidade de unidades. Isso muito se assemelha à ideia de parte-todo, cuja representação se expressa por dois números naturais obtidos por dupla contagem, mesmo o livro partindo da concepção de fração como “número”.

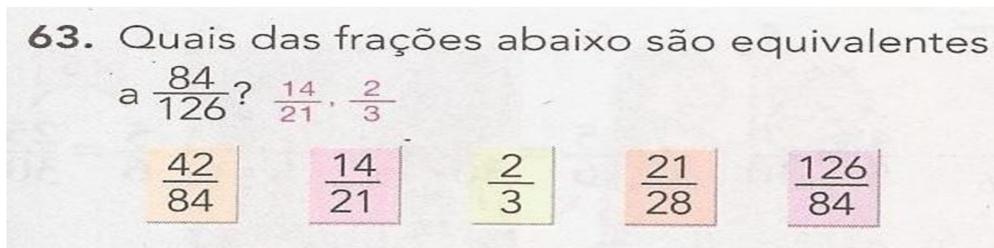


Figura 9 - Divisão indicada
Fonte: Coleção Matemática e realidade (p. 169)

A Figura 9 traz alguns exemplos do conceito de fração como divisão indicada, de acordo com a discussão posta por Porto (1965), e não faz associação com representação figural (desenho) de qualquer natureza que possa remeter à ideia de relação parte-todo.

No livro, a associação da fração a uma representação figural (desenho) é um recurso utilizado nas introduções de novos assuntos como: as operações com frações, os tipos de frações, comparações de frações etc.; sem ficar preso nestas representações nos exercícios propostos. Desta forma, a apresentação das frações aponta para uma tentativa de transição no que diz respeito à mudança de **epistemologia** no ensino de fração desde a introdução, em que a representação fracionária é vista como um número e não como uma relação expressa utilizando-se dois números naturais, já que o ensino de frações se inicia pela abordagem conceitual, assim fica claro que a “fração é um número”.

No entanto, é recorrente o uso da representação figural que associa a fração à ideia de parte-todo. Tal perspectiva construída no primeiro segmento apresenta como epistemologia institucional a divisão entre dois números naturais, cuja praxeologia se traduz na tarefa de dividir um inteiro e na técnica da dupla contagem. Isto não contribui para que os alunos realmente compreendam a fração como um número e não mais como uma relação entre dois naturais.

Neste sentido, se torna interessante a afirmação de Dias (2012), no que diz respeito a assimilação docente da fração associada à ideia parte-todo como consequência de sua expressiva presença nos diversos livros didáticos, mesmo entre os habilitados a ensinar no segundo segmento.

Como pode ser visto, em relação às questões parte-todo [...] quando a situação envolve questões usuais, a conservação da unidade parece ser assimilada, pois o referencial parte-todo em frações unitárias parece ser de domínio docente, mas quando se usa aspectos simbólicos, a tendência é tomar as partes como nova unidade que compromete o domínio conceitual.

Reitero que há uma hipótese explicativa das representações tipo, como no item anterior, isto é, como as situações apresentadas, são usuais nos livros didáticos, na

representação de frações unitárias, isto limita o professor a este tipo de representação. Consequentemente, o professor ao se deparar com representações de frações não unitárias manifesta obstáculos provocados por essas representações (DIAS, 2012, p. 123 - 124).

O texto em destaque corrobora com nossas afirmações feitas na seção sobre a formação de professores. Lá destacamos que as distintas abordagens da fração em função da diferença de formação dos futuros docentes, tanto do primeiro quanto do segundo segmento, em geral, não permitem que se adote uma epistemologia diferente daquela vista em seu tempo de estudante. Além disso, a autora traz um elemento contundente ao mostrar que esse fenômeno é influenciado pela abordagem dada à fração nos livros didáticos, que influencia a maneira de fazer e pensar institucional.

Assim, é possível afirmar que a epistemologia que se apresenta para abordar a fração como número, adotada neste livro da “Coleção 4”, se constitui em um obstáculo didático para os alunos das turmas iniciais do segundo segmento do ensino fundamental em função de não usar a mesma praxeologia do primeiro segmento, em que a fração era vista como a relação e dois números naturais.

Nos livros destinados às turmas iniciais do segundo segmento do ensino fundamental foi possível observar que a fração é apresentada como um **número**; ou seja, nessa “maneira de pensar” a fração se constitui em uma **epistemologia institucional** que coloca o objeto fração em uma representação na forma $\frac{a}{b}$; em que a mesma não é mais vista como uma relação entre dois números naturais que expressa uma dupla contagem e sim como uma representação numérica que se exprime de forma composta $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ e utilizando-se como recurso os elementos antes conhecidos como números naturais.

Por outro lado, o uso de representação figural recorrente revela a epistemologia presente no primeiro segmento, na qual a fração era conceituada como uma relação entre dois números naturais e associada à ideia de parte-todo. Assim, podemos concluir que a epistemologia sobre fração no segundo segmento se modifica na questão de ser considerada como um número, mas a praxeologia não materializa essa nova concepção de fração, pois na maioria das vezes, a representação figural é o que justifica a expressão da mesma, assim não se difere daquela “maneira de agir” utilizada para a fração vista como relação entre dois números naturais.

Outro ponto a destacar acerca dos livros destinados às turmas iniciais do segundo segmento do ensino fundamental é que pelo menos três das cinco ideias associada à fração são trabalhadas, porém nenhuma das três coleções abordou a ideia da relação de comparação sequer como uma exemplificação da mesma forma que ocorreu com a ideia de agrupamento de frações.

À Guisa de conclusão

As análises dos livros didáticos destinados aos alunos do primeiro e do segundo segmentos do ensino fundamental revelam que o objeto fração tem conceitualmente, diferença de abordagem de ensino nos dois segmentos; enquanto no primeiro a fração é vista como uma relação entre dois números naturais, no segundo a fração é um elemento de características próprias e por isso se constitui em um número. Essa diferença conceitual estabelece uma epistemologia diferente para o objeto fração no primeiro e no segundo segmentos e permite que seja denominada como Epistemologia Institucional por caracterizar a “maneira de pensar” a fração em cada segmento.

Assim, podemos concluir que a mudança na epistemologia institucional que se estabelece em cada segmento, sem que haja uma mudança de praxeologia que evidencie essa nova epistemologia, causa para os estudantes um obstáculo didático que tem origem na diferença de epistemologia institucional, o que nos permite falar em *Obstáculo Didático Institucional*. É necessário ponderar que mesmo havendo uma praxeologia que evidencie a nova epistemologia, o obstáculo didático institucional pode se estabelecer caso não seja feita uma conexão entre a epistemologia usada anteriormente e a atual.

Além da existência de diferente Epistemologia Institucional, há também uma contradição entre a Epistemologia Institucional da noção de fração usada no segundo segmento do ensino fundamental e a praxeologia referente a ela, visto que permanece a mesma usada no primeiro segmento (ou com a maioria de suas características) e isto nos remete à necessidade do professor em formação inicial, continuada ou no exercício da função ter conhecimento da noção de destransposição defendida por Antibe e Brousseau (2000) como uma ação necessária para o auxílio ao aluno no processo de transição de um segmento a outro, seja qual for o nível a que nos refiramos.

Antibe e Brousseau (2000) contribuíram para o entendimento do processo de Transposição Didática⁸ ao postularem sobre a noção de **Destransposição Didática** que, ao contrário do que o prefixo *des-* nos sugere, não é uma operação inversa de transposição no sentido de revelar os passos realizados no processo de transformação do saber sábio em saber a ensinar; antes é um processo contínuo de transposição, ou seja, a destransposição é o processo de adaptação de um **saber a ensinar** (uma transposição) que se faz necessária para possibilitar o ensino. Assim, a Destransposição pode ser vista como uma reorganização epistemológica que coloca o saber a ensinar em sintonia com as praxeologias da instituição na

⁸ Chevallard (2013) propõe a Teoria da Transposição Didática na busca de compreensões de como o Conhecimento Matemático Culturalmente Institucionalizado (Saber Sábio) se transforma em Conhecimento Matemático de Ensino (Saber a Ensinar). Essa transformação é denominada de *Transposição Didática*

qual o saber está sendo ensinado, ao mesmo tempo em que resguarda características vinculantes ao **saber sábio**.

Para esclarecer a relação entre os termos **Transposição** e **Destransposição** Flores (2013) afirma que:

Para conceituar o termo destransposição, evidentemente primeiro temos que conceituar o termo "transposição didática"; recordando (Chevallard, 1991) partimos de uma consideração básica '*o conceito de transposição didática se refere à passagem do saber sábio ao saber ensinado e, portanto, a distância eventual e obrigatória que os separa*' (página 12); isto é, a transposição didática se refere ao conjunto de transformações que sofre um saber para poder ser ensinado. (p.35, grifos do autor, tradução nossa).

[...]

A ideia de destransposição está relacionada à consideração de que é necessário modificar as ideias que permaneceram na mente do aluno como consequência de um ensino que tentou simplificar a noção para torná-la mais compreensível, mas da mesma forma está relacionada à consideração de que é necessário fazer certas noções matemáticas evoluírem em atenção a seu funcionamento em diferentes campos do saber, isto é, um conhecimento que se mostrou adequado para a resolução de um certo tipo de problemas pode não ser adequado quando aplicado em outro campo do saber, neste caso o erro não vem da ignorância, mas da aplicação de um conhecimento (p. 42, grifos do autor, tradução nossa).

Em termos gerais, podemos definir a **Destransposição** como uma **Transposição** feita em um texto resultante de transposição (ou transposições) que se mostra necessária para evitar a consolidação de ideias equivocadas a respeito do objeto a ser ensinado. Ideias estas que normalmente estão associadas a algum conhecimento que se tem sobre tal objeto ou outro que o lembra.

Flores (2013) deixa bem claro que uma **Destransposição** não é simplesmente fazer uma nova transposição por não concordar com a que foi realizada, mas sim fazer uma nova **Transposição** que guarde relação com a anterior, de maneira que o processo de ensino proporcione necessariamente uma evolução do conceito conhecido, mas tem sua validade limitada e exige sua reformulação.

Mas essa 'correção' pode tomar diferentes estatutos epistemológicos e didáticos, dependendo se o professor reconhece ou não que a origem de certo número de 'erros' dos alunos se constitui em uma concepção, assim depende de que essa concepção seja considerada um erro (erro do aluno que aprendeu mal o objeto previamente ensinado, erro do professor do ano anterior ou consequência de um ensino mal conduzido ou comportamento incorreto do aluno) ou como consequência natural de um ensino anterior legitimado como um passo normal na aquisição de conhecimentos matemáticos depende se este reconhecimento se oculta ou não para os alunos (FLORES, 2013, p. 41).

Assim, a **Destransposição** requer: 1) identificar na transposição atual as causas limitadoras do conhecimento que impedem uma aplicação eficaz deste mesmo conhecimento em outro campo ou nível, originando um obstáculo; 2) uma vigilância epistemológica para que o objeto de ensino não perca seu vínculo com o **Saber Sábido**; e 3) a nova transposição (ou **Destransposição**) deve ter um vínculo com a transposição anterior de forma que a nova

maneira de utilizar o objeto matemático (quer em outro campo ou nível) seja visto como uma evolução do que já se conhecia daquele objeto e não como uma espécie de novo objeto.

Tendo em conta que toda **Transposição** ou **Destransposição** é feita por uma instituição (seja um órgão, um manual de referência, um grupo ou uma pessoa) e como qualquer tipo de transposição pode levar a um ou mais **obstáculos**; sempre que isto ocorrer ele terá uma origem institucional.

Nessa perspectiva, configura-se a necessidade do reconhecimento da destransposição como fenômeno a ser considerado na passagem de níveis de um segmento de ensino a outro. Seja dos cinco primeiros anos do fundamental para ou quatro últimos, ou desse para o ensino médio e médio para o superior. Assim como para caracterizar um objeto no estudo da matemática e de suas aplicações a áreas específicas.

Assim, difunde-se o fenômeno de destransposição como necessário à compreensão de particularidades institucionais dadas na abordagem de objetos matemáticos em diferentes perspectivas.

Em nosso entendimento, os estudos de Antibe e Brousseau (2000) corroboram com a tese da existência do **Obstáculo Didático Institucional** ao apontarem para a necessidade de haver, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, o fenômeno de **destransposição** dos objetos de ensino.

Uma destransposição deve auxiliar o aluno a superar um obstáculo, uma ruptura entre uma primeira concepção e uma nova. Porém, essa ruptura é de um tipo particular. Mais especificamente, é o sistema educativo que está na origem da primeira concepção, o que não é o caso, seguramente, para todos os tipos de rupturas (ANTIBE; BROUSSEAU, 2000, p. 35, tradução nossa).

A noção de **destransposição** anunciada pelos autores é um processo contínuo de formação e aperfeiçoamento sobre a concepção do educando acerca de determinado objeto, como exposto no extrato a seguir:

A retomada de uma concepção primeira para integrá-la em um processo de conjunto é então um processo didático – projetado ou espontâneo – necessário. Esse processo é, por essência, reflexivo e, por isso, bastante diferente da transposição direta. Trata-se, de qualquer forma, de uma *destransposição* cujo objetivo é retificar, em um momento adequado do currículo escolar, as ideias falsas ou bastante parciais oriundas da apresentação transposta de uma noção (ANTIBE; BROUSSEAU, 2000, p. 37, tradução nossa).

Segundo os referidos autores, “toda noção ensinada está geralmente sob a forma transposta. A transposição é estreitamente ligada ao ato de ensinar. O professor pode até realizá-la sem possuir consciência disso” (ANTIBE; BROUSSEAU, 2000, p. 37, tradução particular). Isto nos permite inferir que nos dois segmentos na estrutura do ensino fundamental brasileiro, os objetos de ensino, em particular, os matemáticos, têm transposições diferentes em cada segmento. Desse modo, é necessário se estabelecer uma conexão entre estas transposições de forma a favorecer a aprendizagem dos discentes que fizeram a transição

do primeiro para o segundo segmento. Tais fatos consolidam a perspectiva de **Epistemologias Institucionais** diferenciadas nos dois segmentos. O objeto fração, por exemplo, é visto no primeiro segmento como um todo dividido em partes iguais enquanto a partir do segundo vai, além disso, se configurando como um número racional.

Assumir esta noção tem importantes implicações para o trabalho do professor, no sentido de reconhecer a necessidade de modificação de concepções anteriores implica também em reconhecer quais são estas e rever a maneira como elas se apresentam, mas envolve, principalmente, uma mudança no papel profissional do professor ao tomar consciência da provisoriedade dos saberes ou, mais propriamente, o carácter provisório da apresentação dos saberes e a forma de funcionamento em um campo específico. [...] Em outras palavras, para poder destranspor uma noção é necessário amplo conhecimento de como a transposição do mesmo é dada, é óbvio que, se não se reconhece o estado desejado, é mais difícil reconhecer, os obstáculos presentes (FLORES, 2013, p. 41).

Nessa perspectiva, como o primeiro segmento, introduzem-se noções como a de frações em um nível “t” de ensino, mas no segundo segmento é necessário introduzir o mesmo conceito a partir de uma nova transposição. Assim, há necessidade do ensino em nível “t+1”, o que origina novas praxeologias, ou seja, uma nova forma de abordar o mesmo objeto em novas situações e tarefas que modificam ou/e o substitui. Tais objetos, vistos à luz da destransposição, não se reconectam sem descontinuidade com o anterior.

Assim, a destransposição transforma um saber ensinado anteriormente, os conhecimentos relacionados às situações associadas, em outro saber ensinado, mais próximo do conhecimento científico ou do conhecimento terminal projetado por uma instituição. Podemos dizer que a destransposição transforma a praxeologia escolar em uma mais ampla e científica (ANTIBI; BROUSSEAU, 2002, p. 52).

Para os autores a não observância desse fenômeno provoca uma superposição das concepções, o que pode fazer com que as concepções anteriores se constituam como obstáculos às novas concepções.

A “gênese didática” consiste em fazer aparecer nos alunos limites e contradições da antiga concepção, em condições em que se pode rejeitar para “construir” eles mesmos a concepção nova a partir da antiga (ANTIBI; BROUSSEAU, 2000, p. 22, grifos dos autores, tradução nossa).

Tal fenômeno deve ser difundido em cursos de formação inicial e continuada de professores, para uma melhor compreensão das dificuldades que circunscrevem a passagem de um nível de escolaridade a outro.

Nesse sentido, a tomada de consciência sobre o fenômeno de Destransposição se faz necessária para que o professor tenha mais sensibilidade e assim possa reconhecer que o objeto construído no segmento anterior precisa de uma nova abordagem, mas é preciso “retomar” o que foi apreendido anteriormente para proceder à transição (HENRY, 2006). Por outro lado, o professor do primeiro segmento, reconhecendo o fenômeno de alguma forma, deve eleger tarefas que favoreçam a transição.

Pontuamos a necessidade de aprofundamento e diversificação de pesquisas referentes aos *Obstáculos Didáticos Institucionais*, com outros objetos de ensino e outros segmentos de transição. Assim, consolidaremos a proposição constituída ao longo desse artigo.

Referências

- ALMOULOUD, A. S. *A Geometria na escola básica: que espaço e forma tem hoje?* 2006. Disponível em: http://www.ufpel.tche.br/ufpel.Tche.br/clmd/bvm/detalhe_livro.php?Id_livro=395. Acesso em: 18 jan. 2016.
- ALMOULOUD, A. S. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: UFPR, 2007.
- ANTIBI, A.; BROUSSEAU, G. La De-Transposition de Connaissances Scolaires. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, v. 20, n. 1, p. 7- 40, 2000
- ARTIGUE, M. Épistemologie et didatique. *Recherches em Didátiques des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 10, n. 2-3, p. 241-286, 1990.
- BACHELARD, G. *A formação do espírito científico: contribuições para a psicanálise do conhecimento*. Tradução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BITTENCOURT, J. Obstáculos Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática. *Revista Educação Matemática*, v. 6, ano 5, 1998.
- BECKER, F. *A epistemologia do professor: o cotidiano da escola*. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.
- BON, C. F. *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. 2004. Tese de doutorado - La Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Vigo – Universidade de Vigo, Vigo, Galiza, Espanha, 2004.
- BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A.; OLIVARES Ayrton. *Matemática: fazendo a diferença*. 1. ed. São Paulo: FDT, 2006. (Coleção Fazendo a Diferença, v. 1).
- BOSSA, R. A. *Passagem da 4ª para a 5ª série do ensino fundamental na percepção do aluno, de seus pais e de seus professores*. 2000. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Universidade São Marcos, São Paulo, 2000.
- BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In VANHAMME, J. ; VANHAMME, E. W. (Eds.), *La problématique et l'enseignement des mathématiques. Comptes rendus de la XXVIII^e rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (p. 101-117), 1976. Louvain-la-Neuve (Belgique).
- BROUSSEAU, G. Fondaments et methodoes de la didactique des mathématiques. *Recerches en Didactiques des Mathematiques*. Grenoble: la Pensée Sauvage-Éditions, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.
- BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In: BEDNARZ, N.; GARNIER, C. (ed.) *Construction des savoirs, Obstacles et Conflits*. Montréal: CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc. 1989. p. 41-63.

- BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da matemática *In*: BRUN, J. (dir.). *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. (Coleção Horizontes Pedagógicos).
- BROUSSEAU, G. *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970-1990*. Tradutores: Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamud Sutherland e Virginia Warfield. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 1997.
- CENTURIÓN, M.; SCALA, J.; RODRIGUES, A. *Matemática*, 5^o ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011.
- CHEVALLARD, Y. *La TAD face au professeur de mathématiques*. Toulouse, UMR ADEF. le 29 avril 2009. Disponível em: <http://books.google.com.br/>. Acesso em: 13 de outubro de 2017.
- CHEVALLARD, Y. *La Transposición Didáctica: del saber sábio al saber enseñado*. 3. ed. Buenos Aires: Editora Aique Educación, 2013.
- CORNU, B. *Apprentissage de la notion de limite. Conception et Obstacle*. IREM Grenoble, 1983.
- DELGADO, T. A. S. *Lo Matemático en el diseño y analisis de Organizaciones Didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. Departamento de Didáctica y Organización Escolar na Facultad de Educación da Universidad Complutense de Madrid, Espanha, 2006.
- DIAS-DA-SILVA, M. H. G. F. *Passagem sem rito: as 5^{as} séries e seus professores*. Campinas: Papirus, 1997. (Série Pedagógica).
- DIAS, J. L. *Compreensão de professores de matemática sobre números fracionários*. 2012. Tese (Doutorado em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.
- DIONIZIO, F. A. Q.; CAMARGO, J. A.; DA SILVA, S. C. R. A aprendizagem da matemática na transição dos alunos do 5^o para o 6^o ano do ensino fundamental. *Espacios*, v. 35, n. 12, 2014.
- DOUROUX, A. La valeur absolue: difficultes majeurs pou une notion mineure. *Petit X*, v. 3, 1983.
- FERRARI, S. C. *Necessidades dos alunos de 5^a série – segundo seus professores*. 1996. Dissertação (Mestrado em Psicologia da Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1996.
- FLORES, E. L. *Transposición y destransposición del saber matemático y didáctico: representaciones y prácticas en la formación inicial de docentes*. 2013. Tese de Doutorado. Departamento de Didáctica de las Ciencias (Experimentales, Sociales y Matemáticas) y Filosofía, Universidad de Huelva, 2013.
- FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). *Educação Matemática: uma nova introdução*. 3. ed. rev., 1. reimpr. São Paulo: EDUC, 2010. p. 77-112.

GOMES, M. G. *Obstáculos na aprendizagem matemática: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais*. 01.06.2006. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/servicos/banco-de-teses>>. Acesso em: 18 abr. 2015.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do erro construtivismo ao erro epistemológico: um espaço para as emoções. *Bolema*, v. 13, n. 14, p. 51-65, 2000.

HAUSER, S. D. R. *A transição da 4ª para a 5ª série do ensino fundamental: uma revisão bibliográfica (1987–2004)*. 2007. Dissertação (Mestrado em Psicologia da Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

HENRY, Valérie Dé-transposition et décalage interdisciplinaire : l'exemple de l'élasticité de la demande. *REPERES - IREM*. n. 63, 2006.

IEZI, G.; DULCE, O.; MACHADO, A. *Matemática e realidade: 5ª série*. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

LEITE, M. I. P. de A. *Méritos e pecados do ciclo no ensino fundamental: análise da implantação do ciclo de aprendizagem nas escolas da rede municipal de Vitória da Conquista-BA*. 1989. Dissertação (Mestrado em Ciências Sociais) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.

LEITE, S. A. S. A passagem para 5ª série: um projeto de intervenção. *Caderno de Pesquisa*, n. 84, p. 31-42, 1993.

LUCCHESI, F. D. M.; FERREIRA, L. A. A transição da 4ª para a 5ª série na educação física. *Revista Mackenzie de Educação Física e Esporte*, v. 8, n. 2, p. 111-122, 2009.

LOURENCETTI, G. C. *Procurando dar sentido a práticas pedagógicas na 5ª série: analisando dificuldades e/ou dilemas de professores*. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Especial) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1999.

MELIN, L. *A transição para o ensino fundamental II: motivação para a matemática em relação com o contexto social percebido*. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma influência francesa*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAIS, L. C. Transposição Didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). *Educação Matemática: uma nova introdução*. 3. ed. rev., 1. reimpr. São Paulo: EDUC, 2010. p. 11-48

PINILLA, M. I. F. Fractions: conceptual and didactic aspects. *Acta Didactica Universitatis Comenianae*, v. 7, p. 23-45, 2007.

PINILLA, M. I. F. *Las fracciones*. Aspectos conceptuales y didácticos. 1. ed. Colômbia: Editora Rústica, 2009.

PORTO, R. A. *Frações na escola elementar*. 2. ed. Belo Horizonte: Editora do Professor, 1965.

PRATI, L. E. *Escola e modos de subjetivação: um estudo da passagem da quarta para a quinta série do ensino fundamental*. 2005. Dissertação (Mestrado em Psicologia Social e Institucional) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

- PRATI, L. E.; EIZIRIK, M. F. Da diversidade na passagem para a quinta série do ensino fundamental. *Estudos de Psicologia*, v. 23, n. 3, p. 289-298, 2006.
- RANGEL, Z. A. *O processo de transição da unidocência para a pluridocência em classes de 4^a para a 5^a série do ensino fundamental: olhando a realidade e apontando caminhos*. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.
- ROSA, D.; PROENÇA, E. A passagem da quarta para a quinta série: rupturas no sistema educativo e possibilidades de intervenção. In: MARASCHIN, C.; FREITAS, L. B. de L.; CARVALHO, D. C. (org.) *Psicologia e educação: multiversos sentidos, olhares e experiências*. Porto Alegre: UFRGS, 2003. p. 213-224.
- SABINO, M. C. M. *Um olhar sobre a 5^a série do ensino fundamental*. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 1999.
- SIERPINSKA, A. Obstacles Epistemologiques relatifs a la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, v. 6, n.1, 1985.
- SILVA, A. M. R. *Dos Estudos Sociais da 4^a série e a Geografia da 5^a série: polemizando sobre a descontinuidade a partir da vivência de ensinar à vivência de ensinar a ensinar*. 1999. Dissertação (Mestrado em Geociências) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.
- SILVA, M. J. F. *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série*. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.
- SOARES, M. T. C. Investigação na formação de professores que ensinam matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: diferentes níveis de envolvimento. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUL, 4., 2002, Florianópolis. *Anais [...]* Florianópolis: UFSC, 2002.
- SPAGNOLO, F. *Obstacles Epistemologiques: Le Postulat d'Eudoxe - Archimede*. Tesis de Doctorado, Universidad de Bordeaux I. Quaderni di Ricerca Didattica G.R.I.M., Supplemento n. 5, 1996. Publicada por el Atelier de Reproduction des Thésés Microfiches (BP - 38040 Grenoble. Cedex 9 - Francia).
- TOZETTO, A. S. *Letramento para a docência em matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2010.
- TRUZZI, E. A. *Eles são analfabetos, como posso ensiná-los? A ruptura entre a 4^a para a 5^a série e seus professores*. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Escolar) - Universidade Estadual Paulista - UNESP, Araraquara, 2001.

SOBRE OS AUTORES

WERVENTON DOS SANTOS MIRANDA. Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor na função de Orientador Pedagógico, lotado na SEMUDED - Secretaria Municipal de Desenvolvimento Educacional de Nova Ipixuna-PA, atualmente atua como Conselheiro Municipal de Educação.

FRANCISCO HERMES SANTOS DA SILVA. Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas. Docente aposentado da UFPA vinculado ao Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Atuante nos temas: educação matemática, avaliação, quadro de escrever, aprendizagem significativa, Teoria dos Campos Conceituais e obstáculo didático.

RENATO BORGES GUERRA. Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas. Docente da UFPA vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da UFPA. Atuante principalmente nos seguintes temas: Teoria Antropológica do Didático e formação de professores.

JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES. Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Docente da UFPA vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da UFPA, atuando principalmente nos seguintes temas: Argumentação em Matemática, História da Matemática, Didática da Matemática, Aprendizagem Significativa e Formação de Professores dos anos Iniciais.

Recebido: 25 de outubro de 2018.

Revisado: 29 de maio de 2019.

Aceito: 30 de agosto de 2019.