ALEXANDRIA

ALEXANDRIA
Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

Aspectos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) Aplicada ao Ensino de Geometria Espacial Referente às Questões do ENEM com Amparo do *Software GeoGebra*

Aspects of Didactic Situation Theory (TSD) Applied to Spatial Geometry Teaching Referring to ENEM Issues with GeoGebra Software Support

Rosalide Carvalho de Sousa[a]; Francisco Régis Vieira Alves[a]; Francisca Cláudia Fernandes Fontenele[b]

a Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Fortaleza, Brasil – rosalidecarvalho@hotmail.com; fregis@ifce.edu.br
b Departamento de Matemática, Universidade Estadual Vale do Acaraú, Sobral, Brasil – claudiafontenele05@gmail.com

Palavras-chave:
Teoria das situações didáticas. ENEM. Software GeoGebra. Ensino de matemática. Geometria espacial.

Resumo: Este artigo apresenta uma proposta didática acerca dos aspectos teóricos metodológicos de uma pesquisa de mestrado, em andamento, sobre problemas de geometria espacial advindos do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), contribuindo para o ensino de matemática e a formação de professores. Objetiva-se apresentar como a Teoria das Situações Didáticas pode contribuir para o ensino de questões matemáticas de geometria espacial do ENEM, fazendo uso do *software GeoGebra* como instrumento para a construção de modelos matemáticos e resolução de situações problemas sobre o conteúdo de volumes. As situações didáticas foram descritas e estruturadas, obedecendo as quatro fases da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização), com o esteio do *GeoGebra*. O uso do referido *software* tem como propósito favorecer uma modelagem matemática que busque a melhoria da visualização e compreensão, por parte dos alunos, dos mecanismos necessários para resolução dos problemas propostos.

Keywords:
Theory of didactic situations. ENEM. Software GeoGebra. Mathematics theaching. Spatial geometry.

Abstract: This article presents a didactic proposal about the theoretical methodological aspects of a master's research, in progress, on spatial geometry problems arising from the National High School Exam (ENEM), contributing to the teaching of mathematics and the training of teachers. The objective is to present how the Theory of Didactic Situations can contribute to the teaching of mathematical questions of spatial geometry of ENEM, using the GeoGebra software as an instrument for the construction of mathematical models and the resolution of problem situations about the content of volumes. The didactic. situations were described and structured, following the four phases of the TSD (action, formulation, validation and institutionalization), with the support of GeoGebra. The use of the referred software has the purpose of favoring a mathematical modeling that seeks to improve the visualization and understanding, by the students, of the necessary mechanisms to solve the proposed problems

Introdução

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) vem, ao longo dos últimos anos, se consolidando como uma das maiores avaliações da educação do país, atraindo cada vez mais participantes e, por consequência, um maior envolvimento das escolas e do corpo docente na preparação dos alunos, mediante a notoriedade que os resultados provocam perante os órgãos oficiais da educação e da sociedade brasileira. O crescimento da procura dos estudantes por realizarem o exame não se constitui uma casualidade, uma vez que os resultados das provas são utilizados por muitas universidades públicas e particulares como critério de seleção para o ingresso nos cursos superiores e de formação técnica profissional.

Assim, fica evidenciado que os resultados mostram que os discentes necessitam desenvolver competências que possibilitem aflorar a criatividade necessária para transpor os desafios apresentados nos problemas matemáticos do ENEM. Tais problemas apresentam múltiplos aspectos matemáticos, sociais e culturais, exigindo o máximo de raciocínio e conhecimento dos estudantes para apresentarem a resolução correta. Com isso, percebe-se a importância de agregar uma metodologia de ensino que consolide as práticas docentes aos saberes dos estudantes. Conforme recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM:

> O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou foram da Matemática, como sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (BRASIL, 2002, p. 255).

Nesse contexto, com o intuito de fundamentar alguns aspectos da abordagem didática de questões matemáticas para o ENEM, apresentam-se algumas noções da Teoria das Situações Didáticas (TSD), implementadas aos referidos problemas, dentro de uma perspectiva didática que tem como interesse proporcionar uma discussão de elementos que precisam ser efetivamente incorporados à prática do professor de matemática. Conforme salienta Pais (2015), existem maneiras que podem ser utilizadas para alicerçar as estratégias usadas na construção da aprendizagem; para tanto, cabe à didática analisar quais variações estão ligadas a esses aspectos, oriundos da natureza de cada disciplina, quer seja no nível dos saberes científicos, escolares ou do cotidiano. É função da pedagogia, verificar se as variações apresentadas revelam aspectos intuitivos e experimentais que busquem aproximá-los da teoria do saber científico.

Desse modo, investiga-se como o *software GeoGebra* pode ser atualizado em sala de aula para proporcionar a construção de conhecimento sobre volumes, pois, os docentes vivenciam constantemente que os alunos executam as atividades matemáticas de forma mecânica, apenas como um conjunto de regras, e para construir-se o conhecimento geométrico é necessário o trato com questões tanto de natureza intuitiva quanto com atividades experimentais. Santos e Nacarato (2014, p. 18) destacam a relevância da noção de espaço no ensino de geometria espacial, "pois muitos alunos possuem dificuldades para desenhar em perspectiva. Daí a importância de um trabalho simultâneo com a manipulação de objetos tridimensional e a sua representação por desenhos, no plano bidimensional", condições que o *GeoGebra* pode proporcionar ao discente na apropriação do saber geométrico.

Assim, acredita-se ser esse um dos fatores que contribuem para que os estudantes encontrem obstáculos em questões nas quais as aplicações de fórmulas não são suficientes para chegar à solução. Dos muitos conteúdos que são repassados aos discentes de forma mecanizada, o de volumes é um dos que causa maior inquietação por tratar-se de um assunto que pode contribuir para que o sujeito se estabeleça na vida em sociedade. De acordo com Lopes, Viana e Lopes (2007), é importante ressaltar que:

> [...] O Domínio dos conceitos geométricos básicos – como formas, medidas de comprimento, áreas e *volumes* – é essencial para a integração de um indivíduo à vida moderna. Profissionais de várias áreas técnicas, como carpinteiros, marceneiros, serralheiros, pedreiros, metalúrgicos dentre muitos, usam cotidianamente tais conceitos. Mesmo sob um ponto de vista utilitarista (que não é, evidentemente, nossa visão da importância deste assunto), o ensino de geometria reveste-se de uma inquietante importância (LOPES; VIANA; LOPES, 2007, p. 82, grifo nosso).

Ademais, a geometria espacial é parte central do currículo da matemática tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio e, portanto, possui grande relevância no contexto da matemática escolar e cotidiana. Segundo o que diz Passos (2005, p. 18), existem vários níveis "de compreensão da percepção espacial. Alguns são necessários e básicos para o dia a dia, outros são solicitados pelos diferentes níveis profissionais do indivíduo". Dessa forma, mostra-se necessário haver uma boa formação espacial, para que o sujeito tenha uma melhor adaptação ao mundo tridimensional, possibilitando maior compreensão das diferentes formas e expressões culturais. Então, por entender que tal conteúdo exerce um papel importante na vida estudantil e social de um indivíduo, apresenta-se uma modelagem que possa auxiliar o professor no ensino de tal assunto.

É importante salientar a relevância da utilização do *software GeoGebra* em aulas de geometria, pois de acordo com Volpatto, Fortes e Silveira (2018), movimentar os elementos dos objetos, alterando as medidas de forma dinâmica, proporciona ao aluno perceber as relações entre os elementos das figuras e a constatação das propriedades, facilitando a assimilação dos conceitos e definições relativas a essas construções geométricas, amparados com o suporte de uma sequência didática. Segundo Rodrigues (2009) apud Junges e Orlovski:

> A importância da utilização da tecnologia no ambiente escolar é indiscutível, tanto no sentido pedagógico como no social. É uma realidade da qual não se pode fugir e que tende a aumentar cada vez mais com a criação e diversificação dos *softwares* bem como a ampliação das áreas em que podem ser aplicados dentro da educação. Hoje em dia existem inúmeros tipos de *software* e direcionados para diversas áreas, dentro da educação não é diferente, há uma série de opções e cabe ao corpo docente, por meio de um estudo prévio, elaborar um planejamento com base nos objetivos que se pretendem alcançar, buscando programas que mais contribuirão para tal finalidade (RODRIGUES, 2009 apud JUNGES; ORLOVSKI, 2012, p. 6).

Portanto, pelo exposto, o uso de *software* em sala de aula se constitui como um importante recurso à prática docente, em que, de acordo com Fogaça (2015), contribui para o enriquecimento da aprendizagem da geometria e valoriza a construção do conhecimento matemático por meio da experimentação, a partir de uma hipótese, da interpretação, valorização, indução, abstração, generalização e demonstração para atestar a veracidade de um conceito.

Em síntese, o objetivo deste trabalho é apresentar como a TSD pode contribuir para o ensino de questões matemáticas de geometria espacial proveniente do ENEM, fazendo uso do *software GeoGebra* como instrumento para a construção de modelos matemáticos e resolução de situações-problema sobre o conteúdo de volumes, de modo a propiciar um ambiente favorável à compreensão conceitual e ao desenvolvimento de estratégias para solução do cálculo de volumes, priorizando o pensamento geométrico e a visualização espacial em relação aos sólidos geométricos.

Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): um breve histórico

O Exame Nacional do Ensino Médio é um programa do governo federal criado pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), em 1998, com o objetivo de avaliar o desempenho do aluno ao término do Ensino Médio. Ao longo dos 21 anos de existência o programa se popularizou tornando-se uma das maiores provas da educação no país, inclusive sendo considerada por muitos países como uma referência em modelos de avaliações externas. O Exame é voluntário, individual e gratuito para alunos de escola pública, mas mesmo não sendo obrigatório, a cada ano o número de participantes aumenta. De acordo com dados publicados pelo MEC (2015), o número daquele ano ultrapassou os 7,7 milhões de inscritos, comparando-os com os participantes da primeira edição, que contava com 157 mil participantes, denotando a proporção gigantesca que o Exame adquiriu.

Um dos motivos que podem salientar tal crescimento pode ser explicado pelo nível de importância que o Exame atingiu ao longo dos anos, uma vez que ele pode ser utilizado como seleção por muitas universidades públicas e particulares para o ingresso no ensino superior em todo país e até mesmo no exterior, por exemplo, a Universidade de Coimbra, em Portugal, haja vista, que a mesma aceita a nota do ENEM como critério de seleção para alguns cursos.

O ENEM também é utilizado para selecionar estudantes que pretendem concorrer a bolsas no Programa Universidade para Todos (ProUni), além do programa de intercâmbio do governo federal Ciências sem Fronteiras, que utiliza a média do Exame para a seleção de discentes que desejem participar do projeto.

As avaliações são aplicadas em dois domingos sucessivos, com um total de 180 questões objetivas, contextualizadas e interdisciplinares com os acontecimentos presentes no cenário mundial. São distribuídas em blocos que contemplam os quatro eixos da educação, com 45 questões de múltipla escolha para cada segmento, são elas: Linguagens e Códigos, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Matemática e de uma Redação. Seu principal objetivo é averiguar se as competências e habilidades que o aluno adquiriu ao longo da educação básica lhes conferem subsídios para argumentar e solucionar problemas presentes no cotidiano da vida estudantil. De Acordo com Cenciarelli (2016), o ENEM se diferencia dos modelos tradicionais dos vestibulares, pois buscar avaliar se os discentes têm realmente condições de aplicar os conceitos aprendidos em sala de aula em situações de seu cotidiano, ou seja, é necessário perceber se o conhecimento adquirido é contínuo ou se ele se resume somente a fórmulas e conteúdos decorados.

Teoria das Situações Didáticas (TSD)

No contexto da educação atual, a didática da matemática vem ganhando cada vez mais importância dentro de um cenário crítico sobre o ensino e a aprendizagem em matemática. A busca por metodologia que propiciem uma maior interação entre a tríade professor, aluno e saber, vem ganhando cada vez mais força dentro das instituições de formação das licenciaturas, no intuito de levar aos docentes, modelos de ensino capazes de contemplar diferentes formas de apresentar um conteúdo matemático ao aluno. De acordo com Alves (2016):

> [...] diante do movimento ou um conjunto de modificações necessárias que devem ser efetivadas para que uma ação de ensino aconteça, não podemos desconsiderar a natureza intrínseca dos conteúdos, dos objetos matemáticos e dos processos matemáticos que buscamos tornar evidentes numa determinada proposta de *abordagem* (ALVES, 2016, p. 135, grifo do autor).

Assim apresenta-se a Teoria das Situações Didáticas (TSD), um modelo teórico de origem Francesa desenvolvida por Brousseau (1986), que possibilita a compreensão dos complexos fenômenos abordados na aprendizagem matemática em sala de aula e o envolvimento professor, aluno e saber, neste processo, visando dar um maior significado ao discente acerca da importância desta disciplina. De acordo com Brousseau (1986) apud Freitas (1999):

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a possibilidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição... o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes (BROUSSEAU, 1986, apud FREITAS, 1999, p. 67).

No que se refere a aquisição do conhecimento Almouloud (2019), diz que a TSD dá especial destaque a extensão social e histórica, haja vista, que as etapas para se apropriar de tais conceitos não são encaradas somente em nível de sujeito, mas como uma classe, resultando de um processo de adaptação dos indivíduos aquelas situações que foram planejadas e organizadas pelo professor e nas quais as interações com outros indivíduos vão exercer papel de extrema importância no processo.

Assim, o papel do professor não pode ser o de simples repassador de conhecimento, mas de efetuar a devolução de um problema, o que na realidade consiste em transferir a responsabilidade, por meio de uma atividade com a qual ele comunique o enunciado da questão e também incentive o discente a aceita-la e, por conseguinte resolvê-la. As situações propostas, portanto, devem provocar o surgimento dos conhecimentos que alunos já trazem em suas respostas, sejam elas corretas ou não, cabendo ao docente identificar o possível erro e com isso elaborar situações didáticas que provoquem o aprofundamento e a compreensão dos alunos sobre os conceitos. De fato, Brousseau (1976) apud Alves e Cavalcante (2017), menciona que:

> O erro não é apenas o efeito de uma ignorância, da incerteza, da probabilidade que acreditamos das teorias empíricas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que detêm seu interesse, seu sucesso, mas que, momentaneamente, se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são erráticos ou imprevistos, eles são constituídos de obstáculos (BROUSSEAU, 1976, p. 104 apud ALVES; CAVALCANTE, 2017, p. 262).

O maior desafio do docente aparece nas muitas variáveis que vão surgindo ao longo do percurso na busca pela construção do saber, entre as quais, aquelas em que o professor não terá nenhum controle, chamada por Brousseau (1986), de situações a-didáticas, que têm como característica o fato de apresentar momentos em que os alunos trabalham de forma independentes, sem a menor influência do docente no processo de construção da aprendizagem. Desse modo, Brousseau (1986) apud Silva, Ferreira e Tozetti (2015) lembra que,

> o planejamento de uma situação didática precisa ter momentos em que o aluno se encontre sozinho diante do problema a resolver, sem a intervenção do professor. Esse momento é considerado como a-didático, uma vez que o aluno deve se relacionar com um problema contando apenas com seus próprios conhecimentos, sentindo-se desafiado pelo problema e não com algum algoritmo pronto e fornecido pelo professor. O professor não deve intervir diretamente nas opções de solução. As

> situações a-didáticas constituem o momento de grande potencialidade justamente por poder vir a romper as condenáveis práticas de repetição e do modelo [...] (BROUSSEAU, 1986, apud SILVA; FERREIRA; TOZETTI, 2015, p. 19 953).

Assim, as situações a-didáticas se constituem um período de grande importância na construção do saber, haja vista, que o sucesso do aluno em romper esta barreira por seu próprio mérito, significa que ele construiu um conhecimento, demonstrando assim, que o discente deve ser sempre incentivado a se esforçar para transpor seus próprios limites e adquirir mais competências, para isto o professor deve proporcionar meios que possibilite aos mesmos desenvolver instrumentos próprios para resolução de problemas.

Analisando as relações entre as atividades de ensino com o uso do saber matemático Brousseau (1986) apud Pais (2015, p. 51-53) desenvolveu quatro etapas para as situações didáticas:

1 – *Situação de ação* é aquela em que o aluno realiza procedimentos mais imediatos para a resolução de um problema, resultando na produção de um conhecimento de natureza mais experimental e intuitiva do que teórica.

2 – *Situação de formulação* é aquela em que o aluno passa a utilizar, na resolução de um problema, algum esquema de natureza teórica, contendo um raciocínio mais elaborado do que um procedimento experimental e, para isso, torna-se necessário aplicar informações.

3 – *Situação de validação* são aquelas em que os alunos já utilizam o mecanismo de prova e o saber já elaborado por ele passa a ser usado com uma finalidade de natureza essencialmente teórica. Esse tipo de situação está relacionado ao plano de argumentação racional e, portanto, está voltada para a questão da veracidade do conhecimento.

4 – *Situação de institucionalização* têm a finalidade de buscar o caráter objetivo e universal do conhecimento estudado pelo aluno. Sob o controle do professor, é o momento onde se tenta proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico. Por meio dessas situações, o saber passa a ter um estatuto de referência para o aluno, extrapolando o limite do subjetivo.

Portanto, a Teoria das Situações Didáticas deve atribuir importância aos procedimentos abordados dentro das fases aqui relacionadas, fazendo com que o aluno participe de forma a contribuir na elaboração e efetivação da cognição, o que propiciará condições para o desenvolvimento de novos saberes com base em suas experiências vivenciadas ao interagir com o meio e com os sujeitos integrantes do processo na busca para resolução de problemas matemáticos.

Visualização de Situações Didáticas do ENEM com *software GeoGebra*

Apresenta-se dois problemas que foram retirados das provas do ENEM e discutir-seão as possibilidades de criação de duas Situações Didáticas que possibilite acentuar o uso do *software GeoGebra* no auxílio a construção de soluções matemáticas.

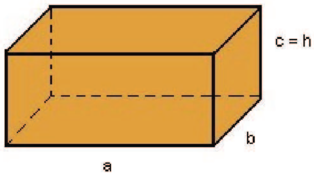
No quadro 1 apresenta-se a questão 1 extraída da prova do ENEM (2014), a qual se refere ao conceito de volumes de sólidos geométricos, cuja resolução é estimulada pelo uso do raciocínio intuitivo do aluno ao buscar a abstração relacionada a noção de escala, presente na estrutura do texto.

Quadro 1 – Questão de Geometria Espacial presente no ENEM (2014)

Questão 1: (ENEM-2014) O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1:100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

(A) 6.
(B) 600.
(C) 6 000.
(D) 60 000.
(E) 6 000 000.



Fonte: Prova do ENEM (2014)

No quadro 2 mostra-se outra questão, também extraída da prova do ENEM (2014), onde pode-se observar através do enunciado que se trata de uma questão de comparação de formas geométricas, envolvendo o cálculo dos respectivos volumes, por meio da comparação entre os raios das duas cápsulas.

Quadro 2 – Questão de Geometria Espacial presente no ENEM (2014)

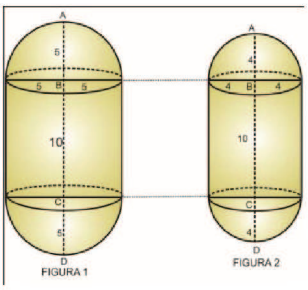
Questão 2 - Adaptada: (ENEM-2014) Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10 mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas.

Use 3,14 como valor aproximado para π.

A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será aproximadamente

(A) 168.
(B) 304.
(C) 306.
(D) 378.
(E) 537.



Fonte: Prova do Enem (2014)

Nos tópicos seguintes apresenta-se duas situações didáticas correspondentes as questões citadas acima. Ressalta-se a necessidade de uma transposição didática diferenciada do tradicional quadro e pincel, onde se propõe o uso do *GeoGebra* como ferramenta facilitadora para se chegar a solução, também como um modo de atrair o interesse dos discentes, além do diálogo entre os grupos de estudantes, crucial para a transposição dos saberes matemáticos. Isso no remete a Pais (1999), ao afirmar que,

> Além desse contexto geral de evolução do saber, faz sentido ainda falar da transposição dos conhecimentos restrita ao plano da elaboração pessoal e subjetiva. É nesse nível que se esboça toda a complexidade da problemática da aprendizagem. Assim, quando nos referimos à produção de um saber, quer seja no contexto geral, ou no plano pessoal, somos levados a reconhecer a idéia de transposição[...] (PAIS, 1999, p. 14).

Desse modo, perspectivamos que as situações didáticas a seguir possam impulsionar o surgimento dos conhecimentos prévios dos alunos em suas respostas, independentemente de serem corretas ou não, porém sem que o professor manifeste sua intenção didática. Assim, o papel dos sujeitos envolvidos conjuntamente com o saber na TSD, de acordo com Brousseau (1996, apud POMMER 2008),

> expõe como idéia básica *aproximar* o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipótese, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. Cabe ao professor, assim providenciar situações favoráveis, de modo que o aluno nessa ação efetiva sobre o saber, o transforme em conhecimento (BROUSSEAU, 1996 apud POMMER, 2008, p. 4, grifo do autor).

Portanto, fica evidenciado que cabe ao professor o papel de mediador, permitindo que o aluno busque seus próprios caminhos para as descobertas dos saberes, trilhados por meio das fases da ação, formulação e validação. A partir desse momento, o docente retoma uma parte importante no processo, por meio da situação de institucionalização, em que será validada ou refutada as produções apresentadas pelos discentes sendo reconhecida se ocorreu aprendizagem ou não durante a aplicação da atividade.

Convém ressaltar que as atividades devem ser previamente preparadas pelo professor no *GeoGebra*, de modo que a solução possa ser estabelecida pelos alunos, por meio das fases da TSD e da manipulação do *software*. Tal atividade pode ser realizada em sala de aula, desde que, o aluno utilize o celular ou um tablete para que possa manipular as questões através do *software*, ou, no laboratório de informática. Para tanto, tais aspectos serão estabelecidos em um contrato didático, no qual se colocará as intenções do aluno e do professor para o bom funcionamento das situações didáticas.

Descreve-se, portanto as situações de ação, formulação, validação e institucionalização, correspondentes ao modelo instituído pela (TSD) para as duas questões relatadas no corpo deste texto.

Situação didática 1

A situação de ação é a fase preliminar, nela o docente deverá estimular os alunos, para se confrontarem com os dados do problema e descobrir os aspectos geométricos e numéricos presentes no enunciado do problema 1 que estão configurados com os novos dados apresentados na construção da figura 1, pois de acordo com Alves (2018, p. 15), "[...] os alunos manifestam uma ação em situação, na condição em que a situação problema manifeste um sentido e desperta o interesse dos mesmos". Inicialmente, espera-se que o aluno perceba que a altura, o comprimento e a largura do retângulo estão relacionadas, visto que, à medida que um dos lados aumenta ou diminui, o formato do sólido se modifica e, consequentemente, seu volume também se altera. Assim, o discente poderá perceber que para se chegar a solução do problema basta multiplicar as medidas do comprimento, largura e altura e que esta solução está interligada com a escala de 1 para 100, já que o enunciado da questão faz um comparativo entre o tamanho virtual e o tamanho real.

Nas figuras 1 e 2 traz-se um cenário no qual o professor pode explorar situações de aprendizagem matemática, em um contexto de representações 2D e 3D. Os dados numéricos podem ser retirados da manipulação direta do *software* dinâmico, comparando-os com os dados exibidos no problema 1.

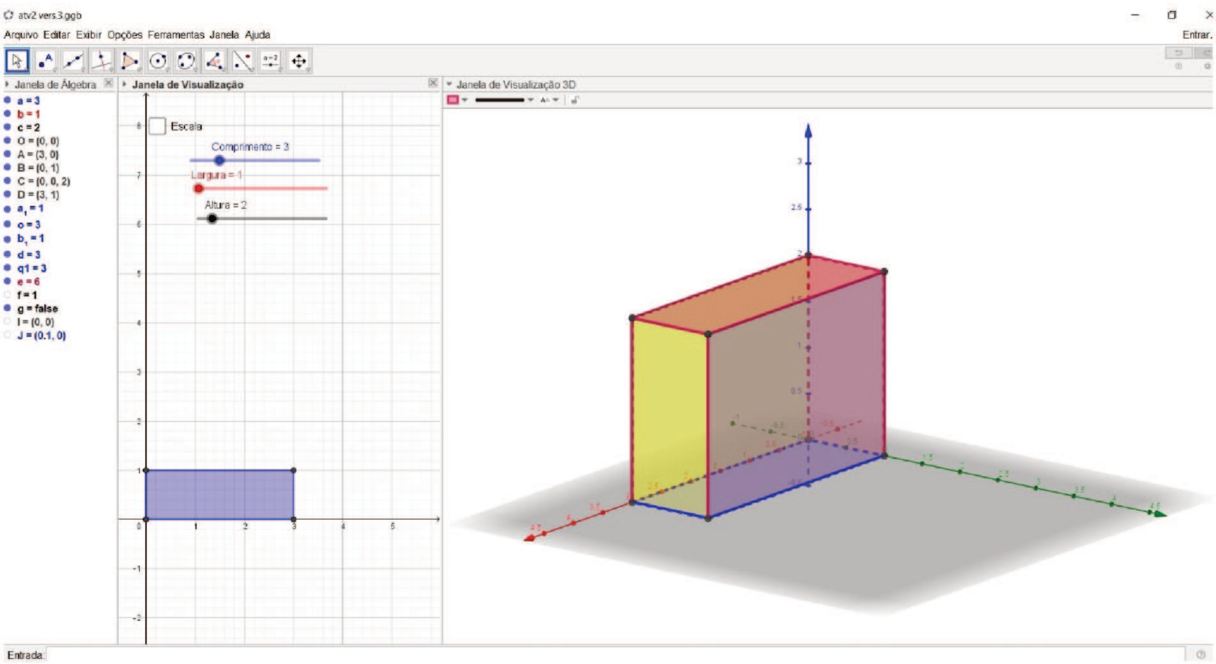


Figura 1 – Visualização 2D/3D construída pelo *software GeoGebra* correspondente a questão 1 do ENEM.
Fonte: Elaboração dos autores

No cenário computacional, os alunos se confrontam com uma variedade de possibilidades que lhe proporcionarão explorar os desenvolvimentos das construções através do *software GeoGebra*. Na figura 1 e 2 podemos fazer uma comparação entre os padrões numéricos e geométricos de maneira dinâmica e atrativa, utilizando o *GeoGebra*.

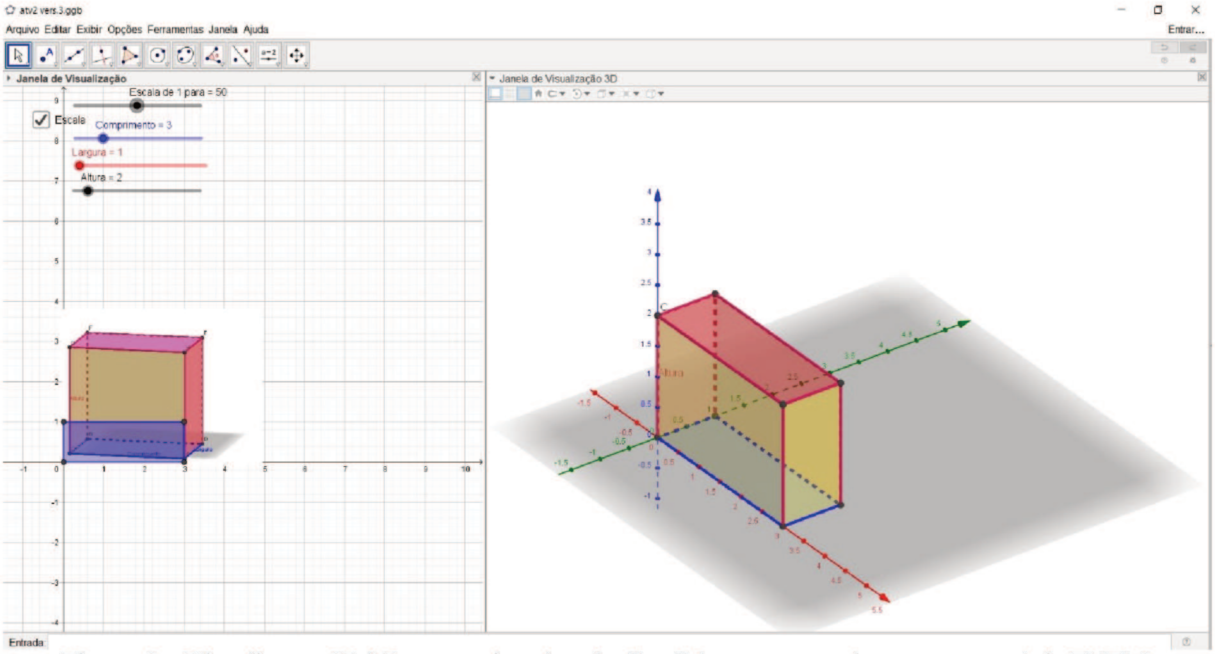


Figura 2 – Visualização 2D/3D proporcionada pelo *GeoGebra* correspondente a questão 1 do ENEM.
Fonte: Elaboração dos autores.

Na situação de formulação, de acordo com Brousseau (2008, apud FERREIRA; FERREIRA; SOUZA, 2016, p. 26), " há troca de conhecimentos entre os alunos. Nessa etapa, os alunos procuram modificar a linguagem matemática e contextualizá-la para atender seus objetivos que antes foram planejados". Por meio destas trocas de informações o discente poderá concluir que ao modificar o comprimento, largura ou altura, o formato também se modifica, portanto, o aluno pode, por meio da relação destas grandezas perceber que ao multiplicar tais medidas obtém-se a resolução de capacidade da massa de qualquer prisma retângulo reto. Assim, o estudante poderá criar um modelo, para o qual possibilite relacionar este cálculo e determinar o volume do paralelepípedo retângulo. No entanto, o estudante não pode se furtar de relacionar a grandeza escala, para poder encontrar a solução da questão 1, este talvez seja, um obstáculo que ele encontrará para obter uma resposta que se adeque a questão. De posse destes conhecimentos prévios sobre como determinar o volume do prisma e sua fórmula geral, pode então desenvolver um estudo exploratório e verificar os valores numéricos que exibimos na tabela 1, discriminada logo abaixo.

Tabela 1 – Relações de Medidas de comprimento a partir das construções com o *software GeoGebra*

Virtual (cm)	Realidade (cm)
1	100
2	200
3	300

Fonte: Elaboração dos autores

Após a formulação, tem-se a situação de validação, que de acordo com Pais (2015, p. 52), nesta fase, "o aluno já utiliza mecanismos de provas e o saber já elaborado por ele passa a ser usado com uma finalidade de natureza essencialmente teórica". Neste momento o professor deve estimular os alunos a realizarem atividades com o intuito de encontrar uma fórmula que possibilite a indução aos valores numéricos encontrados na tabela 1. Assim, espera-se que ele encontre a seguinte fórmula numérica V = comprimento x largura x altura ou a mais comumente utilizada, V = a.b.c. Nesta fase é necessário provar o que foi inferido na fase anterior, então o professor poderá estimular atividades comprobatórias que possam demonstrar que os dados coletados na etapa anterior, podem ser comparados com as possibilidades oferecidas pelo ambiente tecnológico do computador.

A situação de institucionalização é exibida na figura 3, através das janelas de visualização do *software GeoGebra*, possibilitando uma comparação do modelo matemático implícito à questão 1, e o modelo apesentado no computador. De acordo com Pais (2015, p. 52), é nesta fase que "sob o controle do professor, é o momento onde se tenta proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico". Na janela do lado esquerdo, o discente deve perceber que o problema da questão 1, apesar de sua representação geométrica, se mostra relacionada pelo crescimento linear de suas arestas.

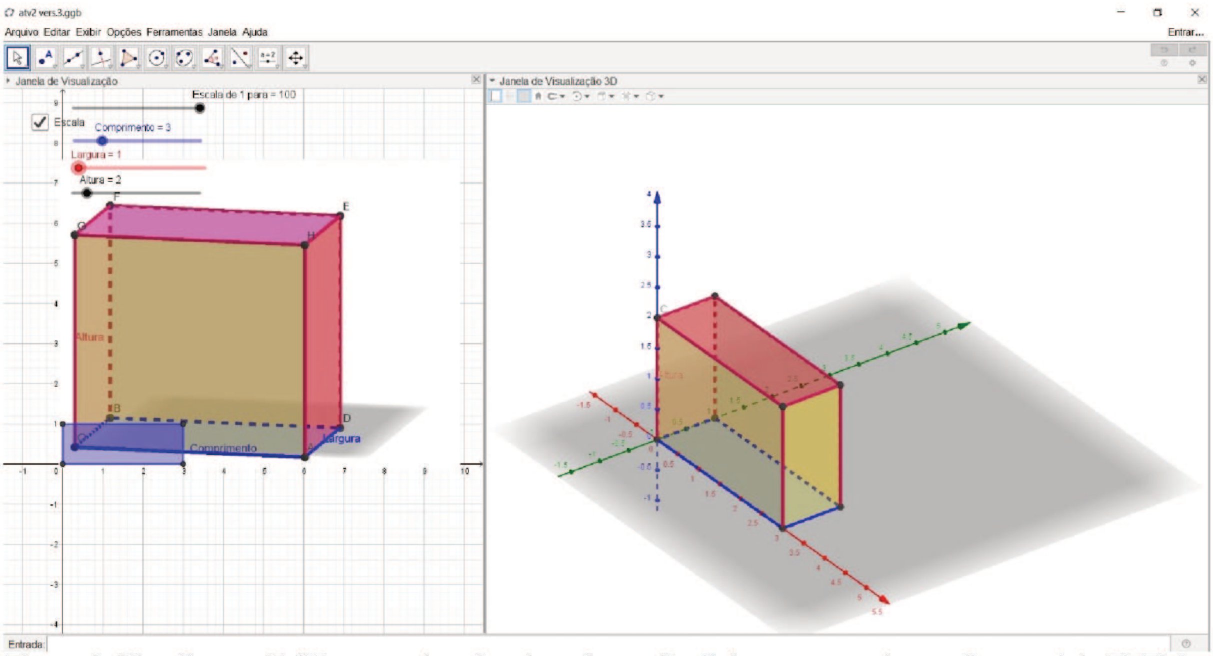


Figura 3: Visualização 2D/3D proporcionada pelo *software GeoGebra* correspondente a Questão 1 do ENEM.
Fonte: Elaboração dos autores.

Para encerrar oferece-se uma extensão final da solução oferecida no gabarito oficial do problema do quadro 1. Nesta situação o docente, deve apresentar as etapas da resolução recordando e comparando com os conhecimentos manifestados pelos alunos nas fases anteriores. O teorema necessário para finalizar a questão é o volume do paralelepípedo reto retângulo, cuja definição dada por Lima (2001), traz-se a seguir: "**Teorema 1:** *O volume de um paralelepípedo é o produto da área da base pela altura* (LIMA, 2011, p. 72).

Como o desenho da garagem está relacionado a uma escala de 1 para 100, as dimensões do armário são 300cm, 100cm e 200cm, assim ao aplicar-se o teorema 1 pode-se equacionar a seguinte fórmula:

Volume = a.b.c

V = 300 . 100 . 200

V = **6 000 000.**

Então o volume real do armário é 6 000 000cm^3.

Situação didática 2

Na seção atual, apresenta-se as fases derivadas da (TSD) também para a questão discriminada no quadro 2, apresenta-se então as quatro fases.

Na situação de ação, de acordo com Pais (2015, p. 51-52), "no que se refere à prática pedagógica, quando se trabalha com uma situação de ação, o desafio consiste em escolher estratégias para que o aluno possa agir diretamente sobre o problema, sem ter que explicar argumentos". Assim, o professor deve estimular o aluno para que possa explorar todas as possibilidades na construção da solução do problema do quadro 2, de modo que ele possa buscar resoluções dinâmicas utilizando como recurso o *software GeoGebra*. Com a ideia matemática da questão 2, que descreve uma relação funcional entre o raio de uma circunferência e a altura de um cilindro reto e a outra medida do raio da outra circunferência. Na ilustração da figura 4 descreve-se esta relação funcional entre o raio da circunferência e a altura do cilindro, e verifica-se a partir da movimentação e alteração da construção no *GeoGebra* que se pode diferenciar as propriedades numéricas e geométricas que poderá conduzir o aluno a investigar o conceito de volume.

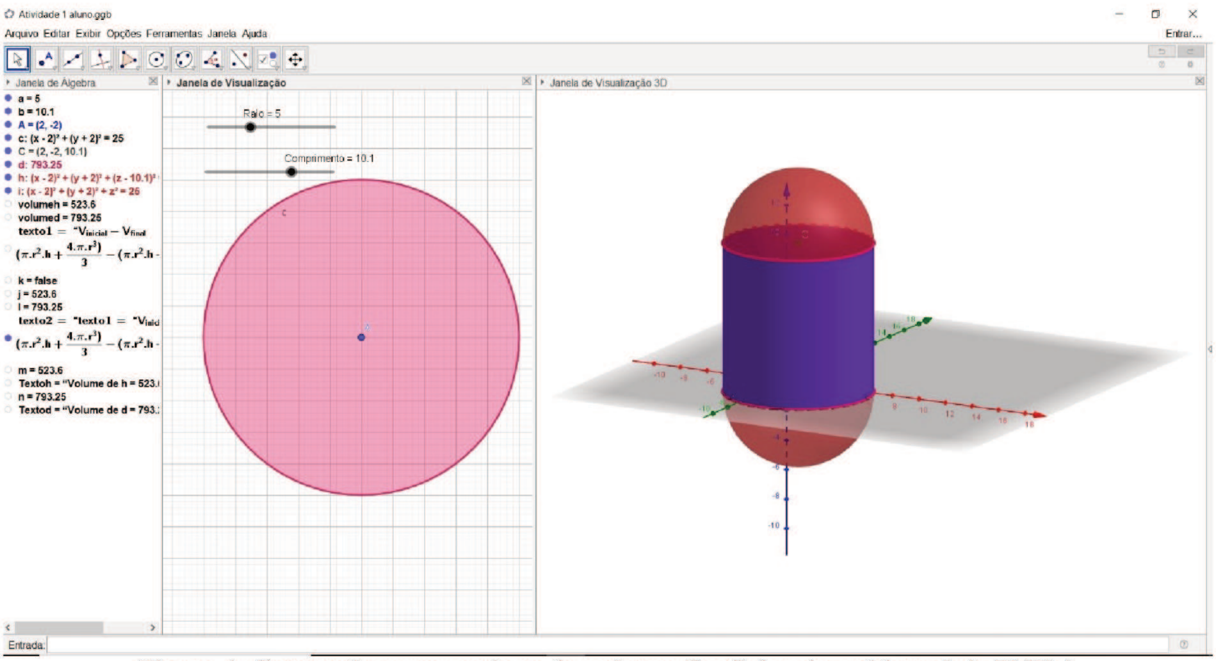


Figura 4: Construção correspondente do *software GeoGebra* do problema 2 do ENEM.

Fonte: Elaboração dos Autores.

Em seguida, na situação de formulação, os alunos são incentivados a buscar os prognósticos oriundos das manipulações e conclusões desenvolvidas no *software GeoGebra*. Pode-se verificar algumas situações numéricas como a modificação que o sólido sofre à medida que o raio ou a altura são manipulados. Nesse ponto o aluno deve ser capaz de estabelecer uma conexão que favoreça a descoberta de um modelo que propicie o cálculo da área da base do sólido, para depois calcular o volume da pílula, fazendo uso dos conhecimentos já adquiridos para desenvolver um raciocínio matemático e verificar a diferença entre o volume da primeira e da segunda pílula fazendo uma associação entre $V_{inicial} - V_{final}$ para solucionar a questão. Para isso, ele deve perceber que o volume da pílula é o somatório do volume da esfera com o volume do cilindro, encontrando assim a estrutura essencial que resulta na solução do problema. É importante ressaltar também, que ao se movimentar as medidas do cilindro e da esfera o aluno será capaz de visualizar que o volume da pílula sofrerá alterações, podendo aumentar ou diminuir dependendo do movimento que se realize no objeto. Por fim, o estudante deve perceber que para solucionar a questão ele deve manipular no *GeoGebra* somente o raio, pois ele é variável e a altura do cilindro é fixa.

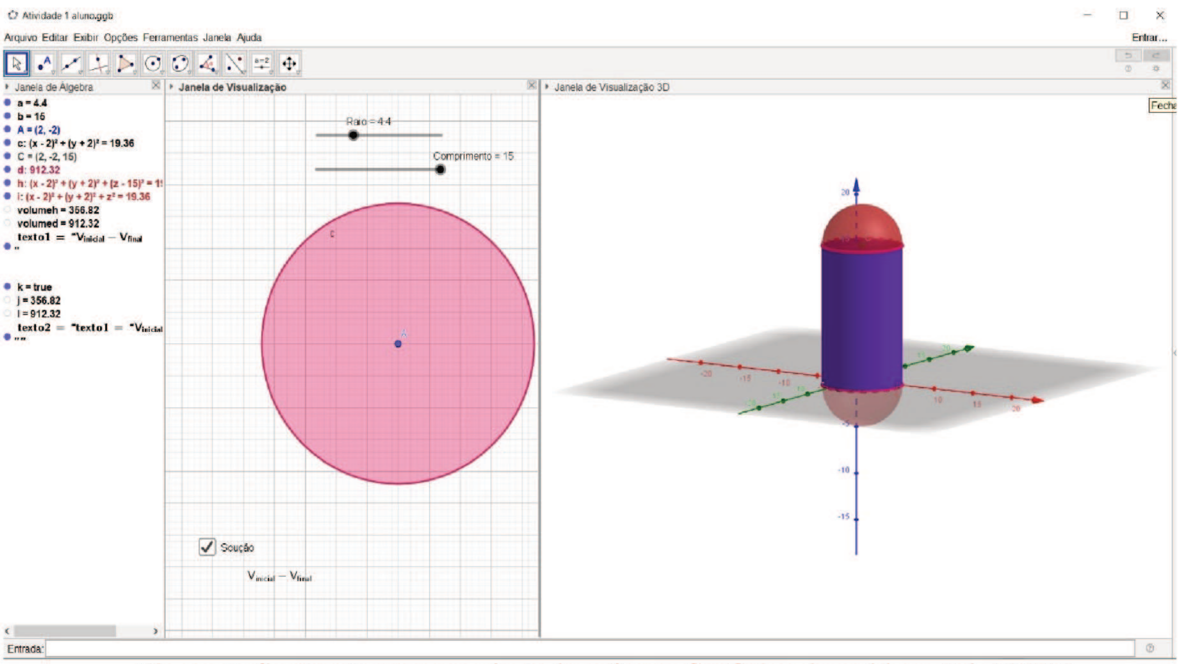


Figura 5: Construção correspondente do *software GeoGebra* do problema 2 do ENEM.
Fonte: Elaboração dos Autores.

Na situação de validação, de acordo com Freitas (1999, p. 80), "[...] é preciso elaborar algum tipo de prova daquilo que já se firmou de outra forma pela ação. Este é o objetivo que se caracteriza as situações didáticas". Durante este período espera-se que o aluno consiga formular sequências oriundas dos argumentos coletados na fase anterior para se chegar a estruturação formular, como mostra a figura 6, e assim justificar as ações anteriores na busca da solução. Ressalta-se nesta etapa, "[...] que tudo que foi estudado é organizado e verificado pelos alunos se as informações obtidas condizem com o esperado, ou seja, é verificado o novo conhecimento que foi construído" (BROUSSEAU, 2008, apud FERREIRA; FERREIRA; SOUZA, p. 26, 2016). Portanto, são analisados o processo argumentativo com a linguagem matemática adequada para o conteúdo tratado na questão. A seguir, espera-se que os discentes apliquem a fórmula para o cálculo do volume da esfera e cilindro em qualquer uma das duas pílulas do enunciado da questão 2, encontrando a solução do problema. Neste momento o docente pode encorajar os alunos a confrontarem os dados selecionados na etapa anterior com o ambiente computacional proporcionado pelo *software GeoGebra*.

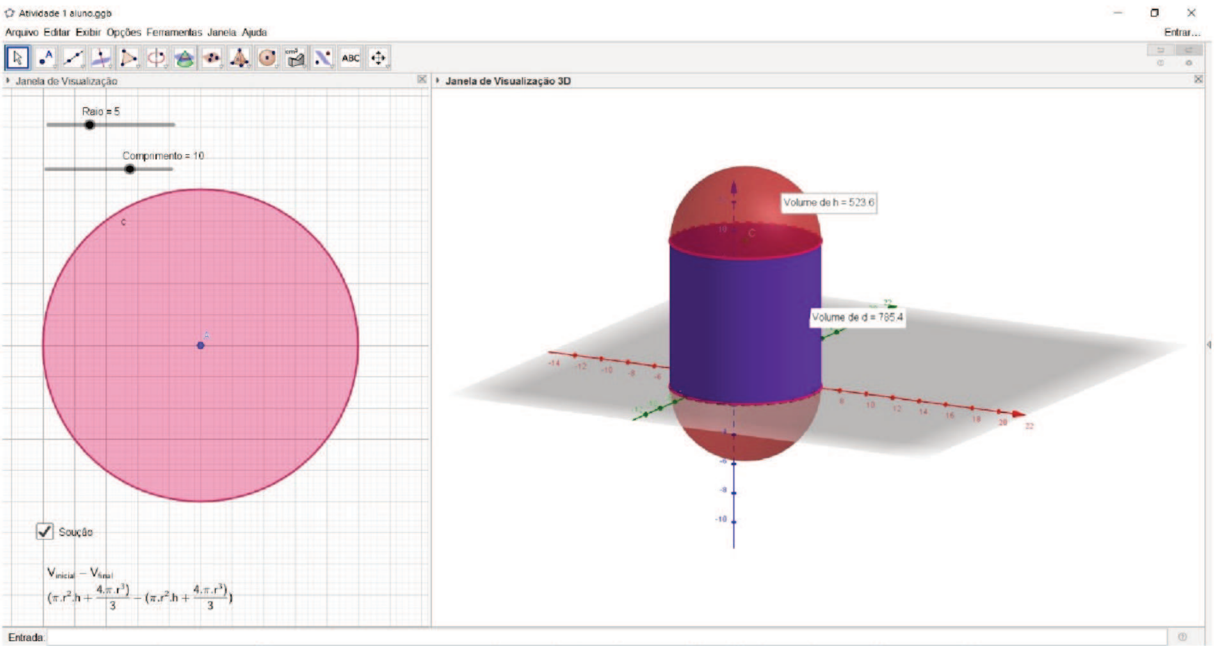


Figura 6: Construção correspondente do *software GeoGebra* do problema 2 do ENEM.
Fonte: Elaboração dos Autores.

Na situação de institucionalização o professor pode exercer a mediação para formalizar as ações e procedimentos encontrados pelos alunos nas fases anteriores procurando valorizar suas soluções contrapondo-as com a estrutura formal da matemática. De acordo com Freitas (1999), o docente exerce um papel importante nesta etapa pois cabe,

> [...] ao professor organizar essa síntese do conhecimento procurando elevá-lo a um *status* de saber que não dependa mais dos aspectos subjetivos e particulares. Se faz necessário igualmente estabelecer as devidas correlações com outros saberes, essas sínteses são necessárias para que possam ser reinventadas em outras situações. Ao visar a institucionalização de determinados saberes que considera importantes, o professor seleciona questões essenciais para apropriação de um saber formal [...] (FREITAS, 1999, p. 83, grifo do autor).

Na figura 7 exibimos as janelas de visualização do *software GeoGebra*, possibilitando uma confrontação do modelo computacional com o modelo matemático do enunciado da questão 2. Desse modo, os conhecimentos descobertos pelos discentes durante a aplicação da atividade e institucionalização da (TSD) deve corroborar para a descoberta e compreensão formal de uma formulação matemática e um saber científico referente ao volume.

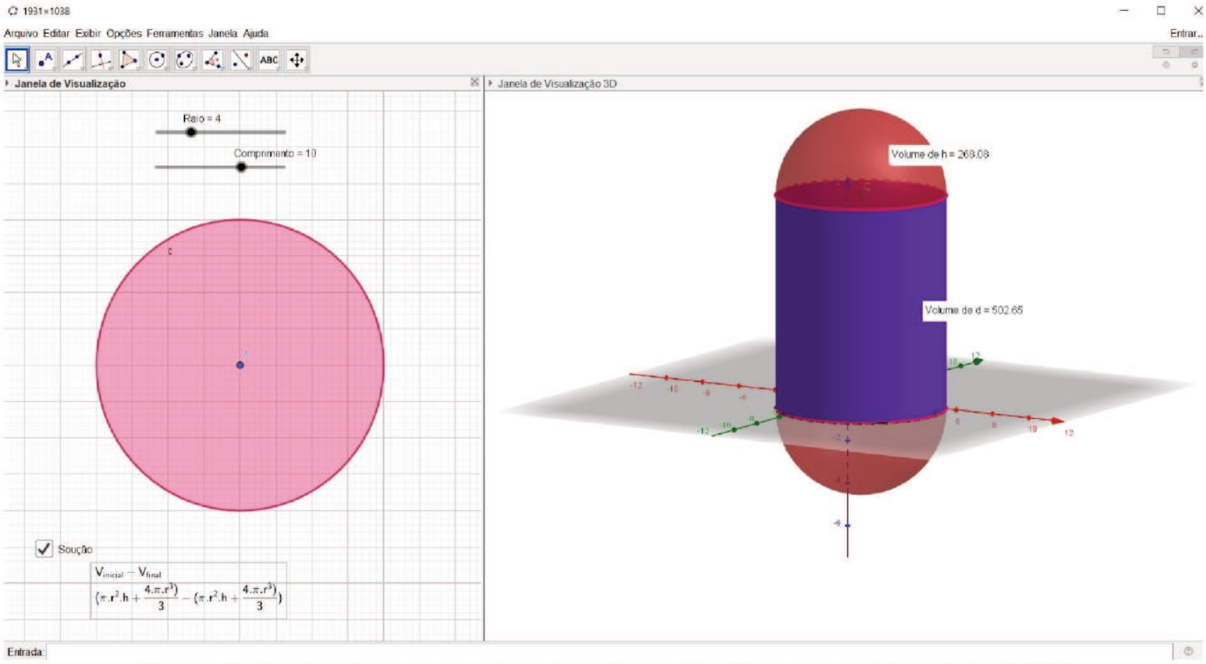


Figura 7: Construção correspondente do *software GeoGebra* do problema 2 do ENEM.
Fonte: Elaboração dos Autores.

Para finalizar, apresenta-se uma extensão final da solução oferecida pelo gabarito oficial do problema selecionado na questão 2. Neste momento o docente, deve apresentar as etapas da resolução recordando e comparando com os conhecimentos manifestados pelos alunos nas fases anteriores. Os teoremas necessários para finalizar a questão são os volumes da esfera e do cilindro, cujas definições dadas por Lima (2001), traz-se a seguir: "**Teorema 2:** *O volume de um cilindro é igual ao produto da área da base pela altura*". (2011, p. 74). **Teorema 5:** *O volume da uma esfera de raio R é igual a* $\frac{4}{3}$. πR^3" (2011, p. 78).

Portanto, aplicando os teoremas 2 e 5 podemos equacionar a seguinte fórmula:

Volume Reduzido (V_R) = $(\pi.r^2.h + \frac{4}{3}.\pi.r^3) - (\pi.r^2.h + \frac{4}{3}.\pi.r^3)$

$V_R = (\pi.5^2.10 + \frac{4}{3}.\pi.5^3) - (\pi.4^2.10 + \frac{4}{3}.\pi.4^3)$

$V_R = (\pi.25.10 + \frac{4}{3}.\pi.125) - (\pi.16.10 + \frac{4}{3}.\pi.64)$

$V_R = (250\pi + \frac{500}{3}\pi) - (160\pi + \frac{256}{3}\pi)$

$V_R = (250\pi - 166,66\pi) - (160\pi + 85,33\pi)$

$V_R = 416,66\pi - 245,33\pi$

$V_R = 171,33\pi$

$V_R = 171,33 \;.\; 3,14$

V_R = **537,97**

Então, a redução do volume da pílula deve ser aproximadamente 537mm.

Na proposta que se apresentou-se na questão 2, abordou-se a solução de dois modos diferentes: uma de forma algébrica e a outra modelada no computador. Tais situações foram analisadas pela TSD e aplicadas no *software GeoGebra*, programa que permite ao aluno resolver o problema de forma dinâmica e menos abstrata, o que contribui para aguçar a criatividade do discente, despertando, assim, seu poder de reflexão e autonomia nas situações de aprendizagem.

Considerações finais

Ao iniciar-se este artigo se propôs apresentar uma proposta didática para que os docentes de matemática encontrem um suporte que possa ser aplicada na abordagem didática de questões matemáticas voltadas para o ENEM, a partir de uma sequência didática, haja vista, entender-se que ela apresenta subsídios que possibilita uma maior segurança na condução do planejamento do professor, agregando informações acerca dos conteúdos que precisam ser contemplados.

Adota-se a Teoria das Situações Didáticas (TSD) para representar dois exemplos de como ela pode ser aplicada em situações de ensino por meio de questões do ENEM, voltadas para o conteúdo de volumes. Para tal conta-se com o auxílio do *software GeoGebra* com o intuito de fazer a transposição didática do problema de maneira dinâmica e facilitadora da percepção dos conceitos envolvidos na resolução das questões. Acredita-se que as etapas desenvolvidas para a solução, seguindo as quatro fases da TSD, possa ser estruturada pelo próprio sujeito envolvido no processo, constituindo assim, a evolução de seu aprendizado.

Acredita-se também que tais implicações podem contribuir para que o docente consiga visualizar os obstáculos didáticos e/ou epistemológicos que surgirão no decorrer da resolução das atividades servindo de parâmetros para a mediação no momento da institucionalização, além de analisar se os objetivos propostos na aplicação da atividade foram alcançados.

Portanto, chegou-se à conclusão que este artigo pode sugerir situações didáticas voltadas para resolução de problemas matemáticos contextualizado, como os apresentados pelo ENEM, bem como promover uma proposta ao professor de matemática, voltada ao planejamento e execução de uma aula pautada nas dialéticas estabelecidas pela TSD e agregada ao uso do *software GeoGebra*, como auxílio na formulação de resoluções matemáticas. Espera-se que os resultados referentes a esta dissertação, sejam bastante proveitosos para a formação inicial dos professores de matemática, contribuindo assim com o aperfeiçoamento e melhoramento do ensino matemático nas instituições educativas.

Referências

ALMOULOUD, S. A. Diálogos da matemática com outras tendências da educação matemática. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online,* v. 9, n. 1, p. 145-178, 2019.

ALVES, F. R.V. Didática da matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica. *Interfaces da Educação*, v. 7, n. 21, p. 131-150, 2016.

ALVES, F. R. V.; CAVALCANTE, M. R. Obstáculos (epistemológicos) e o ensino de ciências e matemática. *Interfaces da Educação*, v. 8, n. 23, p. 253-274, 2017.

ALVES, F. R. V. Engenharia Didática para o ensino de variável complexa: visualização de conceitos relacionados ao processo matemático de integração. *Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, v. 11, n. 2, p. 3-29, 2018.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM.* Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

BROUSSEAU, G. Tradução: Saddo Ag Almouloud. A etnomatemática e a teoria das situações didáticas. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 8, n. 2, p. 267-281, 2006.

CENCIARELLI, C. A história do Enem: o principal exame do Brasil. Disponível em: <https://canaldoensino.com.b/blog/a-historia-do-enem>. Último acesso: em 14 mai. 2019.

ENEM. Prova de 2014. Disponível em: <https://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Último acesso em: 25 fev. 2019.

FOGAÇA, L. dos S. *Registros de representações semióticas e geometria dinâmica para o ensino de congruência de figuras geométricas planas*. Dissertação de mestrado profissional em Ensino de Física e Matemática – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2015.

FREITAS, J. L. M. de. Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. et al. (Orgs.). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999, p. 65-87.

FERREIRA, M. V. V.; FERREIRA, A. T.; SOUZA, M. A. V. F. Teoria das Situações Didáticas e seus elementos para o ensino de Física e Matemática. In: VII ENCONTRO CIENTÍFICO DE FÍSICA APLICADA. 7., 2016, São Paulo. *Anais*... São Paulo, 2016.

JUNGES, C. K.; ORLOVSKY, R. A importância da informática na educação. *Revista Científica*, p. 1-34, 2012.

LIMA, E. L. *Medida e Forma em Geometria:* comprimento, área, volume e semelhança. 4.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011.

LOPES, S. R.; VIANA, R. L.; LOPES, S. V. de A. *Metodologia do ensino de matemática*. 2.ed. Curitiba: Ibpex, 2007.

MEC. Ministério da Educação. *ENEM* – Apresentação. Disponível em: <portal.mec.gov.br>. Último acesso em: 14 mai. 2019.

PASSOS, C. L. B. Que geometria acontece na sala de aula? In: MIZUKAMI, M. das G. N.; REALI, A. M de M. R. (Orgs.). *Processos formativos da docência: conteúdos e práticas*. São

Carlos: EdUFSCar, 2005, p. 17-44.

PAIS, L. Transposição Didática. In: MACHADO, S. D. A. et al. (Orgs.). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999, p. 13-42.

PAIS, L. C. *Didática da matemática:* uma análise da influência francesa. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

POMMER, W. M. Brousseau e a ideia da situação didática. In: SEMINÁRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA/FEUSP, 2008, São Paulo. *Anais*...São Paulo, 2008. Disponível em: <http://nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf>. Último acesso em: 19 mai. 2019.

SANTOS, C. A. dos.; NACARATO, A. M. *Aprendizagem em geometria na educação básica:* a fotografia e a escrita na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

SILVA, N. A.; FERREIRA, M. V. V.; TOZETTI, K. D. Um estudo syobre a situação didática de Guy Brousseau. In: XII CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12, 2015, Curitiba. *Anais*...Curitiba, 2015. Disponível em: <http://educer.bruc.com.br/arquivos/pdf2015/18159_8051.pdf>. Último acesso em: 14 fev. 2019.

VOLPATO, A. T.; FORTES, P. R.; SILVEIRA, S. R. Um estudo de caso envolvendo a aplicação de um software educacional de geometria espacial. *Revemat*, v. 12, n. 1, p. 76-90, 2018.

SOBRE OS AUTORES

ROSALIDE CARVALHO DE SOUSA. Graduada em Ciências Habilitação em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Pós-Graduada em Metodologia do Ensino Fundamental e Médio, pela mesma Universidade. Professora efetiva da Secretaria de Educação do Estado do Ceará - SEDUC. Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará - IFCE.

FRANCISCO RÉGIS VIEIRA ALVES. Bolsista de Produtividade do CNPQ – PQ2. Docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará. Docente permanente do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Educação Profissional Tecnológica. Líder do grupo de Pesquisa CNPQ Ensino de Ciências e Matemática. Possui mestrado em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (2001) e mestrado em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Ceará (2002). Doutorado com ênfase no ensino de Matemática (UFC - 2011). Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PGECM/IFCE (acadêmico).

FRANCISCA CLÁUDIA FERNANDES FONTENELE. Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), possui especialização em Ensino de Matemática pela UVA, Mestrado e Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Atualmente é professora da Universidade Estadual Vale do Acaraú, em que atua na área da Educação Matemática e desenvolve pesquisa junto ao Grupo de Pesquisa e Estudos em Educação Matemática - GPEEMAT.

Recebido: 26 de maio de 2019.

Revisado: 08 de novembro de 2019.

Aceito: 20 de dezembro de 2019.