



ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

O Valor Posicional no Sistema de Numeração Decimal: Um Estudo com Alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

*The Positional Value in the Decimal Numbering System: A Study with
Students from the Earliest Years of Elementary School*

Aline Tafarelo Tracanella^a; Barbara Lutaif Bianchini^a

^a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil - alinett@ymail.com, barbara@pucsp.br

Palavras-chave:

Valor posicional.
Sistema de numeração
decimal. Números
naturais. Anos iniciais do
ensino fundamental.

Resumo: O presente artigo tem como objetivo apresentar resultados encontrados, ao longo de uma pesquisa de mestrado, a respeito dos conhecimentos mobilizados acerca do valor posicional no Sistema de Numeração Decimal (SND), por alunos de nove anos de idade. Como pressupostos teóricos, utilizamos as contribuições das pesquisas de Lerner e Sadovsky; Zunino e Brandt, que abordam a construção do valor posicional no SND por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Baseados em uma metodologia qualitativa, aplicamos um instrumento composto por seis atividades. Os participantes mobilizaram conhecimentos relacionados à sequência numérica, aos critérios de comparação de Lerner e Sadovsky, ao valor posicional e à influência da numeração falada no registro escrito dos números. De acordo com as análises realizadas, podemos inferir que a construção do conhecimento sobre o valor posicional no SND é um processo longo e progressivo, não se resumindo a memorizar a sequência numérica.

Keywords:

Positional value.
Decimal numbering
system. Natural numbers.
Elementary school years.

Abstract: The present article aims to report the results obtained in a Master's research on the mobilized knowledge concerning the positional value in the Decimal Numbering System (DNS) by nine-year-old students. We bring as theoretical assumptions the research contributions by Lerner and Sadovsky; Zunino; and Brandt, who discuss the construction of the positional value in the DNS by students in the initial years of Elementary School. Based on a qualitative methodology, we applied an instrument comprising six activities. Participants mobilized knowledge concerning numerical sequences, Lerner and Sadovsky comparison criteria, the positional value, and the influence of spoken numeration on the written number record. According to the analyses, we can infer that the construction of knowledge regarding the positional value in the DNS is a long and progressive process, which is not only a matter of memorizing the numerical sequence.



Esta obra foi licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Introdução

Este artigo é um recorte da dissertação de Tracanela (2018), inserida no projeto denominado “A Álgebra na Educação Básica”, em vigor no Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA), da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), desde 2014, como parte da linha de pesquisa “A Matemática na estrutura curricular e formação de professores”, sob a orientação da professora doutora Barbara Lutaif Bianchini. O trabalho visa apresentar os principais resultados encontrados na investigação acerca dos conhecimentos mobilizados por alunos do quarto ano com relação ao valor posicional no Sistema de Numeração Decimal – SND.

A partir da vivência com crianças, é evidente que os números estão presentes em suas vidas a começar do nascimento, pois, desde cedo, são estimuladas pelos pais e adultos a contar e mostrar, com os dedos, a quantidade. Conforme crescem, observam que a casa ou o apartamento onde moram possui um número, que há números no telefone, nas brincadeiras e assim por diante. Antes de iniciar a vida escolar, a criança elabora hipóteses sobre a escrita dos números por meio de situações cotidianas. Com isso, ao entrar na escola, apresentam certa familiaridade com números e algumas ideias sobre suas particularidades. Portanto, faz-se necessário partir dessas experiências para ampliar e consolidar conhecimentos acerca do significado dos números e da escrita numérica. Os atributos do SND – base dez, valor posicional, papel do zero, ser aditivo e multiplicativo – vão sendo reconhecidos nas situações de uso social que fazem parte da vivência dos educandos, tal como é apontado em pesquisas, como, por exemplo, a de Kamii (1994).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma a necessidade de se desenvolver esses conhecimentos por meio do letramento matemático, definido como

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (BRASIL, 2018, p. 266).

De acordo com a BNCC, com alunos de até oito anos de idade, o foco está no trabalho com números naturais. Entretanto, com educandos de nove e dez anos, o trabalho com os números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, ocupa uma grande parte do currículo. Todavia, os atributos do SND que são válidos para os números naturais não o são para os racionais na sua representação fracionária, gerando mais equívocos, como mostram resultados de pesquisas (VALERA, 2003; SILVA, 2008; ZUNINO, 1995). Esse fato pode afetar a aprendizagem, pois, se os alunos não compreenderem adequadamente as

características do SND com os números naturais, conseqüentemente, também não entenderão os atributos referentes aos números racionais escritos em forma decimal, que seguem a mesma estrutura do SND para os números naturais.

Pesquisas como as de Lerner e Sadovsky (1996) e Zunino (1995), entre outras, versam sobre como as crianças formulam hipóteses para comparação, leitura, escrita de números e para o valor posicional no SND. Kamii (1992) aponta que, ao realizar entrevistas individuais com alunos de 3ª e 4ª séries (respectivos quartos e quintos anos atualmente), alunos dessa faixa etária – entre nove e dez anos –, ainda, não compreendiam adequadamente o valor posicional.

Dessa forma, este artigo tem como objetivo principal analisar as hipóteses levantadas pelos alunos sobre o valor posicional presente no SND na escrita arábica, oriundas de dados empíricos. Com isso, pretende-se subsidiar e direcionar o trabalho pedagógico dos professores, almejando a ampliação das aprendizagens sobre o SND. Visa, também, responder à seguinte questão: quais conhecimentos sobre o valor posicional no SND são mobilizados por alunos do quarto ano do Ensino Fundamental ao representarem a escrita numérica? Apresentamos, a seguir, os pressupostos teóricos utilizados como referência para a nossa pesquisa.

A compreensão dos números no SND por educandos do ensino fundamental

O SND usado, atualmente, diferencia-se dos outros sistemas de representação numérica por utilizar a base dez, o valor posicional e somente dez algarismos para o registro escrito, enquanto outros sistemas, anteriormente utilizados pela humanidade, somente possuíam uma base – que pode ser decimal, sexagesimal, entre outras –, necessitando de vários símbolos diferentes e de sua repetição para a escrita numérica. Essa diferença facilita a representação escrita, tornando o SND um sistema econômico. Porém, também, pode dificultar o aprendizado, pois essa forma de escrita não deixa claro para o educando os atributos utilizados para o registro escrito.

O entendimento adequado da estrutura do SND, para a representação dos números com utilização da escrita arábica, é a base para a construção de outros conhecimentos matemáticos. Muitos estudos estão sendo realizados sobre o assunto, por educadores, psicopedagogos, psicólogos e, mais atualmente, pela neurociência.

Entre os pesquisadores do assunto, encontramos os trabalhos de Lerner e Sadovsky (1996), que, investigando sobre as operações matemáticas, perceberam que, ao efetuarem cálculos, os alunos não relacionavam os números com as ordens (unidade, dezena e centena), que teriam sido estudadas previamente. Conforme afirmam as pesquisadoras, os alunos não percebiam a relação entre a formação dos números e as regras do nosso sistema de

numeração. Diante dessa situação, resolveram iniciar uma investigação sobre como os educandos compreendem o sistema de numeração e os conflitos gerados pelas características desse sistema.

As autoras argumentam que essas dificuldades, também, foram detectadas em outros países, resultando em diversas pesquisas sobre o tema. Dentre elas, destacam-se a de Kamii, que defende que as regras do sistema de numeração devem ser trabalhadas posteriormente e a de Bernarz e Janvier, que declaram que o trabalho com essas regras deve partir do agrupamento, utilizando materiais manipuláveis e situações de agrupamentos significativos (LERNER; SADOVSKY, 1996). As pesquisadoras asseguram que essas concepções não levam em consideração que os alunos estão em contato diário com diversos tipos de números e elaboram, por si mesmos, critérios que auxiliam no processo de compreensão da notação convencional dos números.

A pesquisa de Lerner e Sadovsky parte de situações de jogo, nas quais alunos, entre cinco e oito anos de idade, tinham que comparar os resultados numéricos para definir os ganhadores. Nas comparações realizadas pelos alunos, as investigadoras levantaram alguns critérios, que foram surgindo das respostas dos participantes, dos quais podemos destacar: a quantidade de algarismos, ou seja, o número que apresenta mais algarismos na sua escrita é o maior; a posição dos algarismos ou “o primeiro é quem manda”, isto é, compreender que a posição do algarismo é determinante para a comparação numérica no nosso sistema de numeração; o papel dos “nós”, que são os números das potências de base 10 (10, 100, 1000 etc.) e a importância da numeração falada, pois a sequência oral apresenta informações sobre a escrita dos números que os educandos costumam usar em suas produções.

O primeiro critério, sobre a quantidade de algarismos, fica claramente descrito nas transcrições das entrevistas com os alunos, feitas por Lerner e Sadovsky. Mesmo que o sujeito não saiba denominar, oralmente, os números que estão comparando, esse critério ainda é válido. Quando os indivíduos conhecem o nome dos números, ao realizar as comparações, eles utilizam esse método e, também, apoiam-se na sequência numérica oral para comparar as quantidades.

Usando a posição dos algarismos como critério de comparação, os sujeitos mostram que reconhecem a importância desse preceito na formação dos números. De tal modo, o indivíduo consegue compreender que os algarismos possuem um valor quando são observados isoladamente – valor absoluto – e que apresentam outro valor dependendo da posição assumida na formação de um número – valor relativo –, que são conceitos fundamentais para o melhor entendimento do sistema de numeração decimal. Quando comparam números com a mesma quantidade de algarismos, observam o primeiro número, sendo determinado o número maior aquele que apresentar o maior algarismo na “frente” do

número. Se o primeiro for igual, a observação passa a ser do segundo algarismo para realizar a comparação e, assim, sucessivamente (LERNER; SADOVSKY, 1996). Nesse sentido, as pesquisadoras afirmam que os alunos

[...] ainda não descobriram as regras do sistema (o agrupamento usando o recurso da base 10), porém isso não lhes impede, em absoluto, de elaborar hipóteses referentes as consequências dessa regra – a vinculação entre a quantidade de algarismos ou sua posição e valor do número – e utilizá-las como critérios válidos de comparação de números. A partir destas hipóteses, as crianças poderão, sem dúvida, formular perguntas – e o professor poderá enunciá-las – questões que as conduzirão, através de aproximações sucessivas, a descobrir a regra do sistema (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 90).

As pesquisadoras asseguram que a aquisição da sequenciação não ocorre de maneira linear e progressiva, mas com base nos “nós”, que são os números formados pelas potências de base 10, como o 100, o 1000, o 10 000, entre outros, além dos múltiplos de dez e de cem. É, após se ancorarem nos “nós”, que os indivíduos desenvolvem hipóteses acerca dos números que estão entre eles e vão construindo a sequência numérica.

Um aspecto que, também, interfere no desenvolvimento da escrita dos números é a língua falada, ou seja, a língua materna. Brandt (2005), em sua tese de doutorado, investigou a relação entre a escrita dos números em algarismos indo-arábicos e na língua materna. Como fundamento teórico principal, a investigadora utilizou a teoria dos registros de representação semiótica, pois tinha como finalidade verificar como ocorre a conversão da palavra escrita para a representação por algarismos indo-arábicos dos números e o caminho inverso. Para isso, resgatou pesquisas que mostravam como as palavras escritas, que representavam os numerais em outras línguas, eram formadas, como no inglês, no francês e no chinês. Observou que, no inglês e no francês, bem como em nossa língua, não há uma relação explícita entre a palavra e o sistema posicional, dificultando a compreensão da posição que o algarismo ocupa em determinado número. No sistema chinês, a posição da palavra indica se o algarismo que a representa deve ser somado ou multiplicado por dez. Sendo assim, os alunos chineses tendem a aprender o sistema de numeração com mais facilidade, já que a sua representação, em língua materna, é mais transparente e regular que a nossa.

Da mesma maneira, Lerner e Sadovsky (1996) asseveram que, para produzir o registro escrito com algarismos, os educandos se baseiam nas informações retiradas da forma como pronunciam, em língua materna, os números e nos “nós”. Contudo, esse recurso nem sempre é válido, pois, por ser um sistema econômico de escrita, a numeração “falada” na nossa língua materna não corresponde à escrita posicional dos algarismos que formam os números no SND. Quanto mais econômico o sistema de numeração for, menos transparente será sua forma de escrita. A falta de transparência no SND, também, interfere na aquisição desses conhecimentos, visto que demanda que o indivíduo reconheça a potência de base dez

na qual determinado algarismo se encontra para determinar o seu valor naquela posição. As autoras afirmam que

[...] se a organização da numeração falada fosse posicional, a denominação oral correspondente a 4705, por exemplo, seria “quatro, sete, zero, cinco”, no entanto, a denominação realmente utilizada para este número explicita, além dos algarismos quatro, sete e cinco, as potências de dez correspondentes a tais algarismos (quatro mil setecentos e cinco) (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 100).

Ao pronunciarmos os nomes dos números, estamos, ainda, indicando uma operação aritmética (adição ou multiplicação), que está associada a esse número. Por exemplo, ao pronunciarmos o número “mil e três”, estamos indicando uma adição ($1000 + 3$), todavia, se falarmos “três mil”, a operação indicada passa a ser uma multiplicação (3×1000). Nessa direção, é muito comum encontrar escritas de números com algarismos justapostos, uma vez que a ordem na qual falamos os números interfere, diretamente, na sua representação escrita.

Dessa forma, Brandt resolveu, em sua investigação, observar como os alunos constroem os sentidos e os significados dos números no SND com as representações da palavra e da escrita arábica. Para isso, elaborou um instrumento com atividades envolvendo as duas representações que pretendia analisar e o aplicou com 47 alunos, entre nove e dez anos de idade, em uma escola estadual no Paraná.

Ao analisar os resultados da aplicação do instrumento de pesquisa com os educandos, Brandt verificou que as atividades de comparação de números, na representação pela escrita arábica, proporcionaram a observação de padrões na escrita dos números, auxiliando no entendimento do valor posicional, que é uma lei primordial para a formação do SND.

Nas considerações finais de sua tese, Brandt expôs que os alunos participantes da investigação apresentaram dificuldades em reconhecer os tipos de representação dos números (palavra e escrita arábica) abordados nas atividades propostas, bem como em construir generalizações a respeito da estruturação do SND. Resultados que já vinham sendo apontados em pesquisas anteriores, como a de Fayol (1996), mostrando que o entendimento dos números no SND possui um envolvimento direto com a numeração “falada” e que, dependendo da língua materna, esse processo pode ser facilitado ou não.

Com base nessas discussões, apresentamos, a seguir, os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa e a análise dos dados coletados com os participantes.

Procedimentos metodológicos

Ao pesquisarmos sobre o valor posicional, percebemos a necessidade de seguirmos com uma metodologia de cunho qualitativo, porque, como indica Vianna (2003, p. 83), as abordagens qualitativas “[...] procuram ir além da superfície dos eventos, determinar significados, muitas vezes ocultos, interpretá-los, explicá-los e analisar o impacto na vida em

sala de aula”, pois estamos mais interessados no processo de construção desse conhecimento do que na quantidade de acertos dos alunos.

Como, até o terceiro ano do Ensino Fundamental, os alunos somente estudam os números naturais, optamos por aplicar o instrumento elaborado com educandos do quarto ano, visto que já concluíram esse ano e apresentam certo conhecimento acerca do SND e de seus atributos, visando compreender como esses alunos mobilizam o que apreenderam acerca do valor posicional do nosso sistema de numeração ao resolver as atividades propostas no instrumento elaborado.

Foram selecionados, aleatoriamente, seis educandos que estavam cursando o quarto ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública municipal, de uma cidade da região metropolitana de São Paulo. Os participantes responderam, individualmente, a um instrumento composto por seis atividades envolvendo a comparação numérica e o valor posicional no SND, adaptados da sequência didática proposta por Brandt (2005). A aplicação ocorreu durante o período de aula, pois não conseguimos autorização dos responsáveis para que os educandos estivessem na unidade escolar no contraturno. Foi realizada individualmente, com duração média de uma hora com cada aluno, na biblioteca da escola, na presença da pesquisadora e da bibliotecária. Não houve interferências que afetassem a aplicação do instrumento. Uma semana após a aplicação das atividades, realizamos uma entrevista semiestruturada com os alunos para que pudessem explicar as respostas fornecidas nas atividades da sequência didática proposta no instrumento.

Análise dos dados

Nas análises das atividades da sequência didática, utilizamos os protocolos com as respostas dos alunos e as entrevistas semiestruturadas para identificar os conhecimentos mobilizados por esses educandos a respeito do valor posicional em cada atividade do instrumento aplicado. Para facilitar a identificação dos alunos, utilizamos as siglas E₁, E₂, E₃, E₄, E₅ e E₆ e, durante a entrevista, a pesquisadora será nomeada por P.

Propusemos a Atividade 1, enunciada a seguir, visando investigar quais os recursos usados pelos alunos ao comparar números naturais com quantidades iguais e diferentes de algarismos. Era esperado que os educandos resolvessem e explicassem como conseguiram distinguir as quantidades, escolhendo a maior entre elas.

Atividade 1: Qual número é maior? Explique suas respostas.

- a) 12 e 15 b) 112 e 121 c) 240 e 340 d) 1147 e 147

Conforme as justificativas fornecidas pelos participantes, realizamos agrupamentos de acordo com os critérios de Lerner e Sadovsky (1996), como mostramos no Quadro 1.

Quadro 1: Justificativas dos participantes em cada item, que caracterizam os critérios de comparação numérica utilizados na Atividade 1

Atividade 1	
Crítérios	Respostas dos participantes
Magnitude do número	“a mais”, “maior que”, “menor que”, “vem depois do”.
Quantidade de algarismos	“tem mais números [algarismos]”.
“O primeiro é quem manda” (Posição dos algarismos)	“o três é menor que o dois”.

Fonte: Dados da pesquisa]

Consoante com o Quadro 1, classificamos, no primeiro critério, as justificativas de comparação apoiadas na sequência numérica, explorando a sequência crescente dos números naturais, que já é de conhecimento dos alunos. No segundo critério (que pode estar relacionado com o primeiro, pois, geralmente, as respostas “maior que” e “menor que” vêm acompanhadas da quantidade de algarismos utilizada para escrever o número), agrupamos as respostas que estão associadas à quantidade de algarismos no registro numérico escrito. No terceiro critério, denominado “o primeiro é quem manda”, selecionamos as justificativas que estão relacionadas com a posição que o algarismo ocupa na formação numérica.

Em conformidade com os dados obtidos, aferimos que todos os educandos usaram explicações que podem ser associadas ao critério da magnitude do número. Além disso, constatamos que um participante se apoiou na quantidade de algarismos e três alunos se fundamentaram na posição dos algarismos. Consideramos relevante ressaltar que surgiram três casos diferentes para essa atividade: no primeiro, dois participantes (E_2 e E_5) utilizaram dois critérios para justificar itens diferentes; no segundo, um (E_6) se baseou nos três e, no terceiro, os outros estudantes (E_1 , E_3 e E_4) usaram somente o mesmo critério para todos os itens.

A Figura 1 ilustra o primeiro caso supracitado, com o protocolo do aluno E_5 .

a) 12 e 15	R: 12 é maior que 15 15 é maior que 12. Porque 15 é no vem depois da 12
b) 112 e 121	R: 121 é maior que 112. Porque ele vem depois deu itens algarismos diferentes
c) 240 e 340	R: 340 é maior que 240. Porque 3 é maior que 2
d) 1147 e 147	R: 1147 é maior que 147. Porque tem mil e o outro tem 100

Figura 1: Protocolo do aluno E_5 para todos os itens da Atividade 1

Fonte: Dados da pesquisa

Observando o extrato do participante E_5 para a primeira atividade, percebemos que, em todos os itens, o aluno se baseou no critério da magnitude do número, afirmando que “é

maior que” e que “vem depois”. No entanto, no item c), também, notamos que o educando acrescenta a justificativa de que “3 é maior que 2”, mostrando, dessa forma, apoiar-se conjuntamente com “o primeiro é quem manda” para justificar sua comparação.

A seguir, temos o protocolo do participante E₆, que ilustra o segundo caso supracitado, como podemos observar na Figura 2.

a) 12 e 15	R: 15 porque ele é maior
b) 112 e 121	R: 121 porque 112 é menor que 121
c) 240 e 340	R: 340 porque 240 é menor que 340 porque três é maior que dois
d) 1147 e 147	R: 1147 porque 147 é menor que 1147 porque 1147 é maior que 147 porque tem mais números

Figura 2: Protocolo do aluno E₆ para todos os itens da Atividade 1

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com as respostas fornecidas no protocolo por E₆, nos quatro itens, o aluno utilizou o critério da magnitude do número. Apoiou-se na sequência numérica, como quando escreveu, no item b): “porque 112 é menor que 121”. Apesar desse critério estar presente em todos os itens, inferimos que, no item d), também, apoiou-se na quantidade de algarismos para realizar a comparação, quando afirma que “1147 é maior que 147, porque tem mais números [algarismos]”. Todavia, no item c), consideramos que E₆ usa conjuntamente o critério “o primeiro quem manda”, pois relata que “240 é menor que 340 porque três é maior que dois”.

A Figura 3 mostra a resposta fornecida pelo participante E₁, que ilustra o terceiro caso, apresentando o mesmo critério para a resposta de todos os itens da Atividade 1.

a) 12 e 15	R: 15 e 15 é dois números a mais
b) 112 e 121	R: 121 e 121 é dez números a mais
c) 240 e 340	R: 340 e 340 é 100 números a mais
d) 1147 e 147	R: 1.147 e 147 é 1.000 números a mais

Figura 3: Protocolo do aluno E₁ para todos os itens da Atividade 1

Fonte: Dados da pesquisa

Percebemos que E₁ cometeu um erro na resposta do item a), porque afirmou que o “15 é dois números a mais”, sendo que, em comparação com o número 12, o 15 é três números a mais. Acreditamos que esse equívoco pode ser considerado um erro por distração, já que E₁ acertou os outros itens da atividade. Como E₁ usou o mesmo argumento para justificar todos os itens da atividade, inferimos que se baseou no critério da magnitude do número, uma vez

que justificou sua escolha de acordo com a sequência numérica, argumentando sempre a quantidade “a mais” que um número tem em relação ao outro comparado.

Durante as entrevistas sobre a realização dessa atividade, surgiram explicações interessantes sobre os critérios de comparação utilizados, como podemos verificar no trecho da entrevista com E₂:

P: Uma outra criança me disse que um número é maior se tiver mais algarismos. Isto é válido sempre?

E₂: Depende.

P: Explique-me melhor: como você fez para decidir qual era o maior entre 147 e 1147?

E₂: Porque aqui tem um número [algarismo] a mais e fica mais fácil de perceber.

P: Então sempre que um número tiver mais algarismos ele vai ser maior?

E₂: Talvez, porque pode ser que eu confunda o 1147 com o 147, porque tem os mesmos números [algarismos].

P: E se, por exemplo, eu tiver que comparar esse número (69) com esse (00056), qual deles é o maior?

E₂: O 00056... não, o 69.

P: Por quê?

E₂: Porque aqui tem três zeros, mas o zero não conta como número, então mesmo tendo mais números [algarismos], o 69 é maior do mesmo jeito.

P: O que acontece com os zeros nesse número (00056)?

E₂: O zero não conta como número, mesmo tendo três zeros, sendo maiores os algarismos, não vai ser maior que o 69, é a mesma coisa que eu colocar três zeros e o um depois deles.

P: E se eu escrever os números assim agora: 56000 e 69. Qual é o maior?

E₂: O 56000 é o maior.

P: Por quê?

E₂: Porque aqui os zeros estão atrás, e ele [o número] fica maior.

P: Quando dois números apresentam diferenças em um ou dois algarismos da representação quem determina a maioridade, como, no caso, o 240 e o 340?

E₂: Porque aqui [no 340] tem o três e o três de qualquer jeito é maior que o dois.

As respostas de E₂ podem ser categorizadas segundo os critérios de Lerner e Sadovsky (1996), citados no Quadro 1, pois argumenta que: “Porque aqui tem um número [algarismo] a mais e fica mais fácil de perceber”, baseando-se na quantidade de algarismos como justificativa, assim como na última questão, quando afirma que: “Porque aqui [no 340] tem o três e o três de qualquer jeito é maior que o dois”, utilizando o critério “o primeiro é quem manda”.

A dúvida inicial, presente na resposta da quinta pergunta da entrevista de E₂, converge com resultados de pesquisas, como a de Brandt (2005) e de Zunino (1995), esta, ao analisar uma resposta semelhante, afirma que “a partir do momento em que faz essa comparação, a quantidade de algarismos parece adquirir uma importância tal que leva a deixar de lado a ideia de que o 0 não vale quando está diante de outro número” (ZUNINO, 1995, p. 121). Ou seja, quando o número é escrito com mais de um zero à esquerda e apresenta mais algarismos que o outro a ser comparado, inicialmente, os sujeitos tendem a esquecer que o zero “não vale nada” nessa posição e afirmam que o número com a maior quantidade de algarismos é o maior. Em nosso caso, E₂ percebeu que havia se enganado e corrigiu sua fala logo em seguida, fato que não aconteceu com o participante citado na pesquisa de Zunino.

Referente a essa questão, de acordo com os dados obtidos nos protocolos e nas entrevistas com os participantes, pudemos constatar que os critérios apontados por Lerner e Sadovsky (1996) foram as principais justificativas utilizadas pelos alunos durante esse exercício.

Na segunda atividade, visamos identificar a compreensão da formação dos números, além de observar o estabelecimento de uma sequência numérica crescente. Como atividades desse tipo estão presentes nos livros didáticos e são propostas pela BNCC (BRASIL, 2018), era esperado que os alunos realizassem arranjos entre os algarismos e chegassem a escrever as possibilidades de formação numérica.

Na elaboração do instrumento, não nos atentamos em nomear os itens dessa questão. Portanto, referenciamos-nos como primeiro, segundo e terceiro item, na devida ordem.

Atividade 2:

- Forme, com os algarismos 0, 1 e 2, todos os números com dois algarismos possíveis.
- Agora, forme, com os algarismos 0, 1 e 2, todos os números com três algarismos possíveis.
- Escreva os numerais que você escreveu acima em ordem crescente. Explique sua resposta.

Observando os dados coletados na aplicação da atividade, elaboramos o Quadro 2, que mostra a quantidade de arranjos feitos por cada participante na formação numérica, envolvendo dezenas e centenas. É relevante ressaltar que, no arranjo com as dezenas, temos seis possibilidades de formação numérica sem repetição e nove com reincidência dos algarismos. No arranjo com as centenas, temos seis possíveis arranjos sem repetição e vinte e sete com reincidência dos algarismos.

Quadro 2: Quantidade de arranjos feitos por cada participante nos dois primeiros itens da Atividade 2

Atividade 2						
Formação numérica com	Quantidade de arranjos por participante					
	E₁	E₂	E₃	E₄	E₅	E₆
Dezenas	6	6	4	5	6	4
Centenas	7	6	3	3	5	4

Fonte: Dados da pesquisa

Ao analisar os protocolos, consideramos importante salientar que E₂ alegou, na entrevista da atividade anterior, que “o zero não conta como número”, mas, ainda assim, utilizou-se do algarismo que representa o zero tanto à direita quanto à esquerda na formação numérica com dois ou três algarismos, mostrando que, apesar de “não contar como número”, o zero pode ser utilizado representando a ausência de quantidade de ordens na composição de números. Na Figura 4, observamos o protocolo do participante E₂ para a Atividade 2.

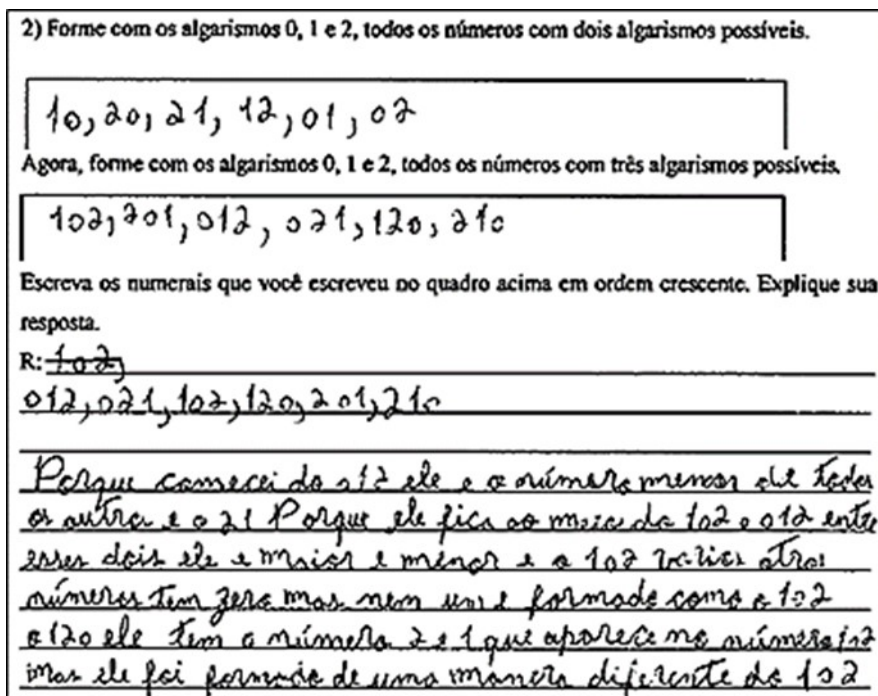


Figura 4: Protocolo do aluno E₂ para a Atividade 2
 Fonte: Dados da pesquisa

Com relação à ordenação numérica, presente no último item da atividade, podemos afirmar que os participantes conseguiram escrever uma sequência numérica em ordem crescente com os números que eles formaram, com exceção do aluno E₃, que utilizou os números em ordem decrescente. Os educandos se apoiaram na sequência numérica para justificar a escolha na ordenação dos números formados.

Durante as entrevistas, vimos que os alunos usaram os critérios do “o primeiro é quem manda” e da magnitude do número, apontados por Lerner e Sadovsky (1996), para explicar como escolheram os números para formar a sequência crescente. No Quadro 3, observamos a distribuição das justificativas nas entrevistas para a ordenação numérica no último item da segunda questão.

Quadro 3: Justificativas utilizadas pelos participantes na entrevista para o último item da Atividade 2

Atividade 2	
Justificativas	Participantes
Magnitude do número	E ₁ , E ₂ , E ₃ , E ₄ , E ₅ e E ₆
“O primeiro é quem manda”	E ₃ e E ₄

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, transcrevemos um trecho da entrevista com E₂, que exhibe a sua justificativa baseada na magnitude do número:

P: Por que 210 é maior que 201?
 E₂: Porque aqui [aponta para o 201] o zero está na frente do um, aqui continua sendo um. Mas aqui [aponta para o 210] o zero está atrás do um, o que forma dez, que é um número maior que um.

E₂ alegou que “o zero está na frente do um, aqui continua sendo um”, corroborando com o significado que o participante apresentou sobre o zero na entrevista da primeira atividade, além de afirmar que: “Mas aqui [aponta para o 210] o zero está atrás do um, o que

forma dez, que é um número maior que um”, apoiando-se na sequência numérica para justificar a grandeza do número escolhido.

Outra explicação interessante aparece na entrevista com o participante E₄, que apresentou duas justificativas, como podemos ver no trecho seguinte:

P: Por que 210 é maior que 120?

E₄: Porque ele é o maior, eu vi olhando, porque ele vem depois dos outros.

P: Qual dos algarismos permite identificar que 210 é maior que 120?

E₄: Eu olhei ‘pro’ dois, porque o dois é maior que o um.

De acordo com a resposta fornecida por E₄, na primeira questão da entrevista, consideramos que o participante declara que 210 é maior que 120 “porque ele vem depois dos outros”, ou seja, apoia-se no critério da magnitude do número já conhecida por ele para justificar a escolha. Na segunda questão, percebemos que o aluno utilizou o critério de comparação numérica “o primeiro é quem manda”, apontado por Lerner e Sadovsky (1996), anunciando que “o dois é maior que o um”, dessa forma, o algarismo 2 do número 210 identifica esse número maior que o algarismo 1 do 120.

Segundo os dados obtidos nos protocolos e nas entrevistas, apreendemos que os educandos conseguiram realizar os arranjos com os algarismos adequadamente, além de organizar os números formados em ordem crescente, exceto E₃. Por meio das entrevistas, notamos que o critério da magnitude do número é um conhecimento mobilizado com recorrência por todos os alunos para evidenciar suas escolhas na formação da sequência crescente.

Escolhemos a questão 3 para compor o instrumento, porque pretendemos identificar a influência do valor posicional na composição de números. Era esperado que os educandos analisassem as situações propostas e colocassem o algarismo indicado no início ou no final dos números, fazendo com que o valor final, construído com a colocação de mais um algarismo, fosse o maior possível.

Atividade 3: Qual é a melhor posição para colocar o algarismo indicado para formar um novo número, sem modificar a posição inicial do número dado, para que se obtenha o maior número possível? Explique sua resposta em cada caso.

a) Número: 45

b) Número: 27

c) Número: 52

Algarismo: 2

Algarismo: 3

Algarismo: 0

Novo número:

Novo número:

Novo número:

Após a leitura individual do enunciado, os participantes resolveram a questão com autonomia. Todos acertaram toda a atividade, resolvendo-a da forma que esperávamos. A alteração nas respostas ocorreu na explicação pela escolha do número nos protocolos de cada participante, tal como consta no Quadro 4.

Quadro 4: Justificativas que surgiram nos protocolos dos alunos para a Atividade 3

Atividade 3	
Justificativas	Participantes

Magnitude do número	E ₂ , E ₄ e E ₅
Valor posicional	E ₁ e E ₃
“O primeiro é quem manda”	E ₆
Quantidade de algarismos	E ₆

Fonte: Dados da pesquisa

O Quadro 4 nos mostra que três participantes se apoiaram na magnitude do número para justificar suas respostas, apresentando argumentos como “menor que”, “maior que” e “vem depois”. A Figura 5 mostra um exemplo desse caso, com o protocolo do item a) da Atividade 3 do participante E₅. Como E₅ respondeu a todos os itens do mesmo modo, optamos por colocar somente um como exemplo.

<p>a) Número: 45 Algarismo: 2 Novo número: 452 <i>Porque se colocase o numero 2 na frente ia formar 245 e o menor</i></p>

Figura 5: Protocolo do participante E₅ para a Atividade 3

Fonte: Dados da pesquisa

E₁ e E₃ apresentaram justificativas baseadas na posição que cada algarismo ocupa na formação do número, bem como usaram as ordens (unidade, dezena e centena) para explicar a maioria do número escolhido. Observando a Figura 6, notamos que E₁ acertou todos os itens.

<p>a) Número: 45 Algarismo: 2 Novo número: 452 <i>Colocando o 2 no final fica um que já tem centena e então fica 452</i></p>
<p>b) Número: 27 Algarismo: 3 Novo número: 327 <i>O numero quando 3 vir a antena e agora dezena e agora fica centena antes que e um número tem</i></p>
<p>c) Número: 52 Algarismo: 0 Novo número: 520 <i>O 0 no final fica maior do que na frente por que ele não significa nada então se colocase na frente ia continuar sendo 52.</i></p>

Figura 6: Protocolo do participante E₁ para a Atividade 3

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, temos um trecho da entrevista com o participante E₁, no qual apresenta a sua compreensão do valor posicional:

P: Quanto vale o algarismo 3 colocado no final do número 27?

E₁: No final vale três.

P: E no meio do número 27?

E₁: No meio vale trinta.

P: E no início do número 27?
 E₁: No começo vale trezentos.

Pelas respostas de E₁, consideramos que o estudante apresentou um conhecimento local acerca do valor posicional dos números, isto é, está em processo de construção do conhecimento, já que, dependendo da situação, pode apresentar erros, como no valor do algarismo 3 no item b) do protocolo. Isso porque, na entrevista, distinguiu o valor posicional dos números, fornecendo a resposta correta para cada posição do algarismo 3 no número 27.

Podemos observar a justificativa baseada no valor posicional fornecida por E₃ no trecho da entrevista a seguir:

P: Quanto vale o algarismo 3 colocado no final do número 27?
 E₃: No final vale 3 dezenas, não, unidades [273].
 P: E no meio do número 27?
 E₃: No meio vale 3 dezenas [237].
 P: E no começo?
 E₃: No começo vale 3 centenas [327].

Nas respostas fornecidas pelo estudante E₆, percebemos que baseou-se nos critérios apontados por Lerner e Sadovsky (1996), utilizando, nos itens a) e b), o critério de comparação “o primeiro é quem manda” e, no item c), a quantidade de algarismos. E₆ assegurou, no item c), que o 520 é o maior, pois “tem três números [algarismos]”.

Verificamos, observando os protocolos e as entrevistas, que E₁ e E₃ apresentam certo conhecimento acerca do valor posicional e mobilizam esse conhecimento para justificar suas escolhas. E₂, E₄, E₅ e E₆ se baseiam nos critérios de comparação, apontados por Lerner e Sadovsky (1996), para justificar suas respostas.

Propusemos a Atividade 4 visando à compreensão pelos sujeitos com relação ao valor relativo na composição de números no SND. De acordo com os resultados da pesquisa de Lerner e Sadovsky (1996), esperávamos que os educandos percebessem que o valor de cada algarismo, na formação do número, altera-se conforme a posição que ocupa e que elaborassem alguma estratégia para conseguir chegar ao número solicitado.

Atividade 4: Responda às perguntas e explique:

- a) Partindo do número 1872, o que devo fazer para chegar no número 1072?
- b) Partindo do número 175, o que devo fazer para chegar no número 105?
- c) Partindo do número 6275, o que devo fazer para chegar no número 6075?
- d) Partindo do número 6290, o que devo fazer para chegar no número 6200?
- e) Pensando dessa forma, como poderíamos fazer o mesmo para transformar o 4444 em 4440, em 4404 e em 4044?

Nos dados obtidos com essa questão, ressaltamos que os alunos E₁, E₄, E₅ e E₆ resolveram e acertaram as respostas de todos os itens. E₁ e E₅ fizeram subtrações diretamente com o valor posicional do algarismo a ser “retirado”, ou seja, realizaram as operações com o valor inicial do número subtraído do valor posicional do algarismo solicitado e obtiveram

como resultado o número que deveria ser encontrado, como ilustra o protocolo do aluno E₅ para o item a), na Figura 7.

4) Responda as perguntas e explique:

a) Partindo do número 1872 o que devo fazer para chegar no número 1072?

1872 - 800 = 1072 Porque 8 nessa posição vale 800

Figura 7: Protocolo do aluno E₅ para o item a) da Atividade 4

Fonte: Dados da pesquisa

Para compreendermos melhor os conhecimentos mobilizados por E₅ para resolver essa atividade, apresentamos, a seguir, um trecho da entrevista com o estudante:

P: Uma outra criança me disse que para “tirar” o 8 do 1872 era necessário fazer essa “conta”: $1872 - 8$. Você concorda com ela?

E₅: Não, porque se ‘tirasse’ o 8 aqui ia dar outro valor, não ia chegar no 1072.

P: Vamos fazer para ver em qual resultado vai chegar?

[O aluno resolve o cálculo, ilustrado pela Figura 8]

$$\begin{array}{r} 1872 \\ - \quad 8 \\ \hline 1864 \end{array}$$

Figura 8: Resolução do cálculo pelo aluno E₅ durante a entrevista

Fonte: Dados da pesquisa

E₅: A criança errou.

P: Por que você acha que ela errou?

E₅: Porque ela não devia ter tirado 8 e sim 800. Ela não percebeu que o 8 vale 800.

O protocolo e a entrevista com E₅ mostram, claramente, que o estudante reconhece o valor posicional dos números e percebe que a criança da situação fictícia se enganou, dizendo que ela errou porque “não devia ter tirado 8 e sim 800. Ela não percebeu que o 8 vale 800”.

Já E₄ e E₆ responderam à questão subtraindo do número inicial o número final e obtiveram como resultado o valor posicional do algarismo solicitado. Esses estudantes realizaram o caminho inverso ao dos alunos E₁ e E₅, pois, como mostra o protocolo do aluno E₆ para o item a), na Figura 9, descobriram o quanto “falta para chegar em 1072”, mas não relacionaram com o valor posicional do algarismo naquela ordem.

a) Partindo do número 1872 o que devo fazer para chegar no número 1072?

$$\begin{array}{r} 1872 \\ -1072 \\ \hline 0800 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0800 \\ +1072 \\ \hline 1872 \end{array} \quad \text{falou 800 para chegar em 1072}$$

Figura 9: Protocolo do aluno E₆ para o item a) da Atividade 4

Fonte: Dados da pesquisa

Notamos, também, que E₆ escreveu, no protocolo, até a conhecida “prova real”, que consiste em realizar a operação inversa para verificar se o resultado da operação inicial está correto – que podemos chamar de validação. De acordo com Brousseau (2008, p. 27), a validação é uma situação na qual “o aluno não só deve comunicar uma informação, como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado. Deve sustentar sua opinião ou apresentar uma demonstração”. Ao realizar a “prova real”, E₆ apresentou uma comprovação de que o conhecimento mobilizado por ele é verdadeiro para aquela situação.

Os alunos E₂ e E₃ tiveram dificuldades ao solucionar essa questão. O participante E₂ mostrou que não sabia exatamente como fazer, resolvendo de três a quatro operações para cada item, como ilustra a Figura 10. Apresentamos somente o item a) do protocolo, pois o aluno resolveu todos os itens da mesma forma.

a) Partindo do número 1872 o que devo fazer para chegar no número 1072?

$$\begin{array}{r} 1872 \\ - 1072 \\ \hline 0800 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1072 \\ + 800 \\ \hline 1872 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1872 \\ - 800 \\ \hline 1072 \end{array}$$

R: Para chegar ao número 1072 tenho que fazer três contas

Figura 10: Protocolo do participante E₂ para o item a) da Atividade 4

Fonte: Dados da pesquisa

Observando a Figura 10, notamos que o estudante chegou à resposta correta e até podemos dizer que realizou a validação dos seus cálculos. Entretanto, o estudante não conseguiu explicar o significado de tudo o que havia feito. Ainda assim, durante a entrevista, o participante respondeu corretamente às perguntas relacionadas ao valor posicional nos números utilizados na quarta questão, como podemos notar na transcrição a seguir:

P: Quanto vale o 8 no 1872?

E₂: Vale 800.

P: E o 7 no 175?

E₂: Vale 70.

P: E o 2 no 6275?

E₂: Vale 200.

P: E o 9 no 6290?

E₂: Vale 90.

P: E o quatro no último item?

E₂: Vai valer 4, 40 e 400.

P: Uma outra criança me disse que para “tirar” o 8 do 1872 era necessário fazer essa “conta”: 1872 – 8. Você concorda com ela?

E₂: Está errado, pois não dá para ‘tirar’ o 2 do 8 [Solicitamos que resolva a operação de subtração e chega ao resultado 1864, mostrado na Figura 11].

$$\begin{array}{r} 18\cancel{7}2 \\ - \quad 8 \\ \hline 1864 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1872 \\ - \quad 8 \\ \hline 1072 \end{array}$$

Figura 11: Subtrações resolvidas por E₂ durante a entrevista

Fonte: Dados da pesquisa

E₂: A criança está errada, porque era para fazer uma ‘conta de mais’.

Cogitamos que o participante E₂ apresentou um conhecimento local quanto ao valor relativo dos algarismos, porque, na entrevista supracitada, o aluno mostrou certa compreensão acerca do valor posicional. Além disso, justificou sua resposta com “[...] porque era para fazer uma ‘conta de mais’”, que ele utilizou, possivelmente, para fazer a “prova real” do item, só que não conseguiu explicar esse fato na entrevista e nem nos protocolos (Figura 10).

Durante a entrevista, ao realizar a operação solicitada, confirmou que a criança da situação fictícia estava errada e resolveu, por si mesmo, realizar outra operação ao lado, alegando que a criança deveria ter feito da forma como está ilustrado na Figura 11. Entretanto, é interessante notar que o aluno escreveu o algarismo 8 na ordem das centenas, mas não completa com os dois zeros necessários para elucidar o valor relativo do algarismo naquela posição. Ao realizar a operação aritmética, verifica que se obtém o resultado esperado, todavia, ainda, afirma que a criança deveria ter feito “uma conta de mais”.

O estudante E₃, também, não conseguiu mobilizar os conhecimentos necessários para a resolução dessa atividade, sendo que, em cada item, mostrou uma resposta diferente, não conseguindo justificar suas soluções em nenhum dos itens da Atividade 4, como podemos observar na Figura 12.

a) Partindo do número 1872 o que devo fazer para chegar no número 1072?

$$\begin{array}{r} 1872 \\ - 800 \\ \hline 1072 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1872 \\ - 1072 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1872 \\ - 1072 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1072 \\ - 800 \\ \hline 272 \end{array}$$

b) Partindo do número 175 o que devo fazer para chegar no número 105?

$$\begin{array}{r} 175 \\ - 105 \\ \hline 070 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ + 70 \\ \hline 175 \end{array}$$

c) Partindo do número 6275 o que devo fazer para chegar no número 6075?

$$\begin{array}{r} 6275 \\ - 6075 \\ \hline 0200 \end{array}$$

Por que se mais soma com menos mais a fica com 200

d) Partindo do número 6290 o que devo fazer para chegar no número 6200?

$$\begin{array}{r} 6290 \\ - 600 \\ \hline 0090 \end{array}$$

Por que se mais soma a mais mais sua fica com 6,290

e) Pensando dessa forma, como poderíamos fazer o mesmo para transformar o 4444 em 4440, em 4404 e em 4044?

$$\begin{array}{r} 4444 \\ - 4440 \\ \hline 0004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4404 \\ - 4 \\ \hline 0000 \end{array}$$

Figura 12: Protocolo do participante E₃ para a Atividade 4

Fonte: Dados da pesquisa

Perguntamos para E₃ como chegou nessas respostas, como mostra o trecho da entrevista a seguir:

P: Quanto vale o 8 no 1872?

E₃: Vale 8 centenas.

P: E o 7 no 175?

E₃: 7 dezenas.

P: E o 2 no 6275?

E₃: 2 centenas.

P: E o 9 no 6290?

E₃: 9 dezenas.

P: Uma outra criança me disse que para “tirar” o 8 do 1872 era necessário fazer essa “conta”: $1872 - 8$. Você concorda com ela?

E₃: Sim

[Solicitamos que o aluno resolvesse a operação para verificar o resultado, mas ele apresentou dificuldades em realizar a subtração, precisando da intervenção da pesquisadora para concluir o cálculo, como mostrado na Figura 13].

$$\begin{array}{r} \cancel{1}8\cancel{6}\cancel{7}2 \\ - \quad \quad 8 \\ \hline 186\cancel{7} \\ \hline 18664 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1872 \\ - 8 \\ \hline 1072 \end{array}$$

Figura 13: Resolução do cálculo do aluno E₃ durante a entrevista

Fonte: Dados da pesquisa

P: Olhando agora para o resultado da operação, a criança estava certa?

E₃: Não, porque o resultado deu errado, ela colocou o 8 na unidade e deveria ter colocado na centena.

Observando as respostas da entrevista de E₃, podemos inferir que o aluno está construindo seu conhecimento acerca do valor posicional, pois estão relacionadas somente às ordens que o algarismo ocupa, provavelmente, advindo de um ensino voltado para a memorização das unidades, dezenas e centenas, sem a devida compreensão desses termos, como o valor relativo que o algarismo ocupa em determinada ordem.

De acordo com os dados coletados, podemos deduzir que E₁ e E₅ mobilizaram conhecimentos acerca do valor posicional no protocolo e nas entrevistas. E₄ e E₆ descobriram o valor, porém não relacionaram com a posição do algarismo. Os outros dois participantes (E₂ e E₃) apresentaram dificuldade na resolução da atividade, contudo, indicaram conhecimento local acerca do valor posicional durante as entrevistas. No último caso, o desempenho no protocolo pode ter sido dificultado pela não compreensão do enunciado da questão pelos participantes.

Escolhemos a Atividade 5, como parte do instrumento, a fim de observar a resolução dos alunos em atividades nas quais seja necessária a realização da composição de números. Além disso, atividades de composição estão presentes nos livros didáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental e são muito utilizadas em sala de aula. Esperava-se que os educandos escrevessem os números adequadamente, percebendo a passagem do valor absoluto para o relativo, visto que estão acostumados com esse tipo de questão.

Atividade 5: Componha os números:

a) $90 + 6$

b) $200 + 50 + 9$

c) $1000 + 700 + 70 + 4$

d) $4000 + 20 + 6$

Analisando os dados obtidos com essa atividade, deparamo-nos com a situação na qual todos os participantes da pesquisa resolveram corretamente toda a atividade. Sendo assim, optamos por apresentar somente um protocolo, já que todos acertaram a questão e a fizeram da mesma maneira, ilustrada pela Figura 14.

5) Componha os números:
a) $90 + 6 = 96$
b) $200 + 50 + 9 = 259$
c) $1000 + 700 + 70 + 4 = 1774$
d) $4000 + 20 + 6 = 4026$

Figura 14: Protocolo do aluno E₆ para a Atividade 5

Fonte: Dados da pesquisa

As entrevistas feitas com os estudantes trouxeram informações importantes acerca dos conhecimentos mobilizados pelos participantes ao realizarem a composição dos números. Para a pergunta inicial, utilizamos o item c) da atividade como exemplo e criamos outras situações fictícias, nas quais outras crianças forneciam algumas respostas para confrontar com as soluções que cada educando forneceu no seu protocolo, elaborando o seguinte questionamento: “Uma criança me disse que, para compor os números, precisamos escrever assim: 1000700704. Outra me disse para fazer assim: 100070074. Qual delas está correta?”. Partindo dessa questão, obtivemos respostas diversas dos alunos, agrupadas nos Quadro 5.

Quadro 5: Respostas dos alunos ao questionamento inicial da entrevista sobre a Atividade 5

Atividade 5	
Respostas fornecidas para a questão	Estudantes
Nenhuma criança está correta	E ₁ , E ₃ e E ₅
A segunda criança está correta (100070074)	E ₂ e E ₄
As duas crianças estão corretas (1000700704 e 100070074)	E ₆

Fonte: Dados da pesquisa

Como vemos no Quadro 5, três participantes (E₁, E₃ e E₅) alegaram que nenhuma das crianças, citadas na pergunta, estavam corretas, mas que a respostas fornecidas por eles, para a atividade, sim, estavam. Para ilustrar essas respostas, citamos uma parte da entrevista com E₅:

P: Uma criança me disse que, para compor os números, precisamos escrever assim: 1000700704. Outra me disse para fazer assim: 100070074. Qual delas está correta?

E₅: Nenhuma.

P: Por quê?

E₅: Porque tinha que colocar o sete aqui, esse outro sete aqui e o quatro aqui no final [1774]. Ele tinha que trocar os zeros para chegar nesse número aqui.

P: Porque ele tinha que substituir os zeros?

E₅: ‘Pra’ dar aquele número ali [o 1774], e tinha que pôr os primeiros números aqui [colocar os primeiros algarismos no 1000].

P: Mas se eu deixar escrito assim não dá para entender o número?

E₅: Até dá, mas não está certo.

Como podemos ver na entrevista, E₅ reconheceu que tem que “trocar os zeros para chegar nesse número”, mas não associou essa troca com o valor relativo dos algarismos ou com o atributo aditivo do SND.

Dois participantes (E₂ e E₄) disseram que a segunda solução da situação fictícia, que apareceu no questionamento, estava certa. E₂ afirmou, além disso, que “as duas formas [ou seja, a que E₂ respondeu no protocolo da atividade e a da segunda criança fictícia] estão certas”. E₄ garantiu que a segunda solução da situação fictícia, relacionada à pergunta, estava correta, porque “a outra colocou o 74 [100070074] certinho”. Esse tipo de resposta foi encontrado, também, nos resultados das pesquisas de Lerner e Sadovsky (1996), envolvendo o registro escrito de números ditados pelas pesquisadoras. De acordo com as pesquisadoras, os alunos apresentam escritas numéricas diferentes para cada intervalo da sequência, pois

[...] crianças que escrevem convencionalmente qualquer número de dois e três algarismos apelam à correspondência que existe com a forma oral quando se trata de escrever milhares: escrevem – por exemplo – 135, 483 ou 942 em forma convencional, porém representam mil e vinte e cinco como 100025 e mil trezentos e trinta e dois como 100030032 ou 1000332 (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 102).

Somente E₆ assegurou que as respostas fornecidas, nas duas situações fictícias, estavam corretas, como podemos perceber no trecho da entrevista:

P: Uma criança me disse que, para compor os números, precisamos escrever assim: 1000700704. Outra me disse para fazer assim: 100070074. Qual delas está correta?

E₆: As duas. Porque olha aqui [lê as duas formas de escrita], as duas estão corretas.

P: Mas observe que cada uma escreveu de uma forma diferente, você acha que as duas estão corretas?

E₆: Sim, estão certas.

P: E a sua forma de escrever, também está correta?

E₆: Sim.

P: Então posso escrever esse número dessas três formas?

E₆: Sim.

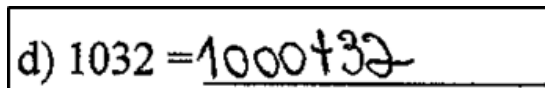
P: Você entenderia se os números fossem escritos dessas três formas?

E₆: Dá ‘pra’ perceber quando a gente lê.

A partir da entrevista com E₆, percebemos que considera as respostas das situações fictícias corretas porque “[...] se baseiam em um critério relacionado à posição: os 0 não tem valor e podem ser suprimidos quando aparecem à esquerda de outro número, no entanto, quando aparecem à direita não podem ser suprimidos porque contribuem para representar o número total” (ZUNINO, 1995, p. 122). Portanto, esses participantes (E₂, E₄ e E₆) podem considerar que, como os zeros à direita possuem valor, não podem ser retirados da composição do número, fazendo com que a representação escrita, nas situações fictícias, aparente estar correta, interferindo, também, na compreensão da operação de adição.

Da mesma forma, ao constatar a resposta final de E₆, vimos a influência que a numeração falada exerce na escolha do participante, pois responde que: “Dá ‘pra’ perceber quando a gente lê”, assim como apontam as pesquisas de Lerner e Sadovsky (1996, p. 102), que afirmam que “as escritas numéricas não convencionais produzidas pelas crianças são feitas,

Outros dois participantes (E_1 e E_5) forneceram soluções da forma como esperávamos para os itens a), b) e c). Todavia, no item d), apresentaram a resposta “1000 + 32”, que consideramos correta, por ser uma outra maneira de decompor o número, ainda que não fosse uma resposta prevista por nós. Como os protocolos dos dois educandos são iguais, optamos por apresentar somente o item d) do protocolo de E_5 , ilustrado na Figura 16 a seguir.



The image shows a handwritten mathematical equation inside a rectangular box. The text is 'd) 1032 = 1000 + 32'. The '1000' and '32' are written in a slightly larger, bolder font than the other numbers, and there is a small gap between them, suggesting a decomposition of the number 1032 into 1000 and 32.

Figura 16: Protocolo do participante E_5 para o item d) da Atividade 6
Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, temos a entrevista realizada com o aluno E_5 sobre essa questão:

P: Uma outra criança me respondeu que, para decompor os números, deveríamos fazer assim: $1 + 0 + 3 + 2 = 1032$. Você concorda com ela?

E_5 : Não, porque os dois números aqui [os algarismos 3 e o 2] tinham que ficar juntos e o outro tinha que ficar mil.

P: Será que, se eu fizer essa soma, vai dar o 1032?

E_5 : Não.

P: Vamos fazer?

E_5 : [O aluno realiza a operação de adição de $1 + 0 + 3 + 2$ mentalmente] Deu 6.

P: Então o que podemos dizer da resposta dessa criança?

E_5 : Ela está errada.

P: E você está certo?

E_5 : Sim.

E_5 apresentou um conhecimento local acerca do valor posicional, pois conseguiu fazer a decomposição adequadamente nos itens que apresentavam a dezena e as centenas. Porém, no item que apresentava um número da classe dos milhares, as dezenas e unidades se mantiveram iguais. Portanto, podemos conjecturar que E_5 pode ter se baseado na sequência oral para responder ao item d), agrupando as dezenas e unidades de forma convencional na decomposição dos números.

O estudante E_3 acertou os itens b), c) e d), errando no item a), no qual decom pôs o número 57 da seguinte forma: “5 + 7”. Acrescentou, simplesmente, o sinal da operação de adição entre os dois algarismos. Provavelmente, por ser um número formado por dezenas, o aluno não se atentou ao valor relativo de cada algarismo e somente os copiou, pois, nos outros itens que apresentavam números formados por centenas e unidades de milhar, realizou corretamente.

Na entrevista com E_3 , o aluno mostra saber que, para realizar a decomposição dos números, é necessário registrar os valores relativos de cada algarismo que formam o número, no entanto, não consegue justificar sua resposta na comparação com outra maneira de fazer, dizendo que, ao realizar a soma de $1 + 0 + 3 + 2$, teremos como resultado o 1032. Ao comparar as adições, aquela sugerida pelo enunciado da pergunta na situação fictícia e a que E_3 sugeriu na resposta do protocolo, o aluno consegue perceber que a solução que ele forneceu estava correta e que a da outra criança não estava.

No protocolo do participante E₄, verificamos que, no item a), provavelmente, o aluno tenha se equivocado na escrita, porque, em vez de escrever $50 + 7$, escreveu $57 + 7$. No item b), E₄ acrescentou o setenta no meio da decomposição do número 307, colocando-o, então, como setenta e como sete também ($300 + 70 + 7$). O item c) foi o item que consideramos que o aluno acertou a decomposição ($500 + 20 + 0$), mas é relevante ressaltar o aparecimento do zero no final, representando a ausência de valor na unidade, fato que não aconteceu com os outros participantes. O item d), ainda, apresenta um erro ($100 + 30 + 2$), porém, nesse caso, o aluno atribuiu o valor relativo de cem ao numeral 1, todavia, de acordo com a posição que o algarismo ocupa na escrita do número, deveria ter atribuído o valor relativo de mil.

O estudante E₆ respondeu corretamente ao item a), como havíamos previsto. Inicialmente, o participante resolveu de uma forma, mas depois se corrigiu sozinho, dizendo que, dessa maneira ($37 + 20$), estaria errada. Com relação aos itens b), c) e d), foi interessante perceber que o aluno aglutinou os dois primeiros algarismos e os separou dos demais colocando o sinal da operação de adição em todos os itens ($30 + 7$; $52 + 0$; $10 + 32$, respectivamente). Conjecturamos que, como ele percebeu essa aglutinação dos dois primeiros algarismos no item a), mesmo tendo colocado o “ $50 + 7$ ”, fez o mesmo para o restante, não atribuindo o valor relativo de cada algarismo.

De acordo com os dados analisados, podemos inferir que os alunos E₁, E₂ e E₅ apresentaram um conhecimento local, pois mostram indícios da utilização adequada da estrutura do SND. No caso dos educandos E₃, E₄ e E₆, os dados indicam a falta de compreensão do valor posicional, visto que tiveram mais dificuldades na resolução das atividades e nas justificativas no decorrer da entrevista.

Considerações finais

Após as análises dos dados obtidos com a aplicação do instrumento, percebemos que os seis estudantes mostraram, nos protocolos ou nas entrevistas, explicações relacionadas aos conhecimentos mobilizados sobre os critérios de comparação apontados por Lerner e Sadovsky (1996). Nas atividades 5 e 6, consideramos importante destacar que surgiram erros relacionados à supressão, justaposição e troca de ordens dos algarismos que compõem um número, assim como já relatavam as pesquisas de Lerner e Sadovsky (1996) e Zunino (1995). Da mesma forma, surgiram justificativas referentes à representação falada dos números, como apontam as pesquisas de Brandt (2005) e Fayol (1996), nas quais E₆ mostrou se apoiar no nome do número para explicar sua resposta.

A compreensão do valor posicional, no SND, apresentou-se como um processo progressivo de construção de sua estrutura, sendo que, de acordo com os dados analisados anteriormente, quatro dos seis alunos que participaram da pesquisa (E₂, E₃, E₄ e E₆) mostraram insegurança quanto às respostas fornecidas por eles. Na maioria das vezes,

conseguiram chegar a um resultado, porém, durante as entrevistas, ao ser solicitado que justificassem o raciocínio utilizado em cada questão, não conseguiram explicar o que pensaram ou não conseguiram resolver a atividade, mas, durante a entrevista, responderam corretamente, refutando ou confirmando seus resultados. Os demais estudantes (E_1 e E_5) apresentaram respostas que indicam um conhecimento estável acerca do valor posicional no SND, pois foram capazes de justificar suas respostas, além de mobilizar conhecimentos para resolver as situações em outros contextos.

Esta pesquisa mostra que o trabalho, em sala de aula, somente com o Quadro de Valor Posicional e com materiais manipuláveis que abordem agrupamentos não são suficientes para garantir a aprendizagem dos alunos sobre a estrutura do SND. Pelo que pudemos observar na aplicação do instrumento e, posteriormente, nas entrevistas, faz-se necessária a busca por regularidades e a reflexão acerca da escrita de números, uma vez que, ao estabelecer relações entre a formação numérica e sua escrita na forma arábica, o educando poderá compreender com mais clareza a estrutura do SND.

Entendemos que o estudo dos conhecimentos mobilizados pelos alunos, relacionados à comparação numérica e ao valor posicional no SND, seja de fundamental importância para professores que trabalham com esse nível de ensino, já que a construção dos atributos do SND é a base para a estruturação da sequência dos números naturais e, em decorrência, dos outros conjuntos numéricos que os educandos aprendem durante suas vidas escolares.

Com tudo isso, realizar esta pesquisa proporcionou a compreensão de como ocorre o processo de construção do conjunto dos números naturais no SND, entendendo com mais clareza as dificuldades que os alunos apresentam durante a construção desses conceitos. Além disso, contribui para a reflexão da prática em sala de aula, auxiliando os professores a identificar dificuldades na aprendizagem dos educandos de todos os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Agradecimentos

Agradecemos à CAPES pelo financiamento da pesquisa e às contribuições do Professor Doutor Lucas Diego Antunes Barbosa no desenvolvimento deste artigo.

Referências

BRANDT, C. F. *Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração*. Tese de Doutorado em Educação Científica e Tecnológica – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base nacional comum curricular*. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Último acesso em: 19 jan. 2018.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática, 2008.

FAYOL, M. *A criança e o número: da contagem à resolução de problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

KAMII, C. *Aritmética: novas perspectivas: implicações na teoria de Piaget*. Campinas, SP: Papirus, 1992.

KAMII, C. *A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. 18 ed. Campinas, SP: Papirus, 1994.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, 1996.

SILVA, M. C. da. *Reta graduada: um registro de representação dos números racionais*. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

TRACANELLA, A. T. *O sistema de numeração decimal: um estudo sobre o valor posicional*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

VALERA, A. R. *Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal*. Dissertação de Mestrado em Educação - Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Marília, 2003.

VIANNA, H. M. *Pesquisa em educação: a observação*. Brasília: Plano Editora, 2003.

ZUNINO, D. L. *A matemática na escola: aqui e agora*. 2 ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

SOBRE AS AUTORAS

ALINE TAFARELO TRACANELLA. Mestra em Educação Matemática pela PUC-SP (2018). Possui graduação em Pedagogia pela Universidade Nove de Julho (2010) e graduação em Matemática pelo Centro Universitário FIEO (2009). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em ensino e aprendizagem. Atua como professora de Educação Básica, desde 2006. Trabalhou com Educação Infantil, com Ensino Fundamental I e II, na rede pública municipal de Ensino. Atualmente trabalha com alunos do Ensino Fundamental I, na prefeitura municipal de Barueri.

BARBARA LUTAIF BIANCHINI. Possui graduação em Matemática - Licenciatura pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1978), graduação em Matemática Bacharelado pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1978), graduação em Licenciatura Em Pedagogia pela Universidade de Franca (1988), mestrado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1992) e doutorado em Educação (Psicologia da Educação) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2001). Atualmente é professor associado da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação algébrica, atuando principalmente nos seguintes temas: educação algébrica, educação matemática, álgebra linear, registros de representação semiótica e formação de professores.

Recebido: 10 de julho de 2020.

Revisado: 12 de novembro de 2020.

Aceito: 18 de dezembro de 2020.