



ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

Análise do Livro Didático de Matemática no Third International Conference on Mathematics Textbooks Research and Development: Perspectivas e Possibilidades de Pesquisa

Mathematics Textbook Analysis at the Third International Conference on Mathematics Textbooks Research and Development: Perspectives and Research Possibilities

Ana Paula Perovano^{a,b}; Douglas Ribeiro Guimarães^b; Beatriz Fernanda Litoldo^c

a Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, Brasil – apperovano@uesb.edu.br

b Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, Brasil – douglas.guimaraes@unesp.br

c Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, Brasil – beatrizfernanda_rc@hotmail.com

Palavras-chave:

Livro didático de matemática. ICMT. Mapeamento. Educação matemática.

Resumo: Nos últimos anos, a produção acadêmica relacionada ao tema de livros didáticos de Matemática cresceu e vem se consolidando. O *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* (ICMT) é um evento específico, destinado a essa temática. Com o objetivo de mapear as perspectivas e possibilidades apresentadas na terceira edição do ICMT, especificamente aquelas sobre a análise de livros didáticos de Matemática, assumimos a abordagem qualitativa com a metodologia do tipo mapeamento. Assim, identificamos três perspectivas não disjuntas: quem são os sujeitos que analisam os livros didáticos; como esses livros são analisados; e o que é analisado neles. Como resultado, evidenciamos que a análise desses materiais possibilita revelar lacunas entre as prescrições oficiais e o que é proposto pelos autores de livros didáticos, além de salientar aspectos relacionados aos conteúdos e a procedimentos alusivos ao ensino e à aprendizagem da Matemática, no âmbito (ou não) das tendências em Educação Matemática.

Keywords:

Mathematics textbook. ICMT. Mapping. Mathematics education.

Abstract: In recent years, academic production related to Mathematics textbooks has grown and has been consolidating. The International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT) is a specific event dedicated to this theme. In order to map the perspectives and possibilities presented in the third edition of the ICMT, specifically those about analysis of Mathematics textbooks, we take a qualitative approach with a mapping-type methodology. Thus, we identified three non-disjoint perspectives: who are the subjects which analyze textbooks; how these



Esta obra foi licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

books are analyzed; and what is analyzed in them. As a result, we evidence that the analysis of these materials enables to reveal gaps between the official prescriptions and what is proposed by the authors of textbooks, in addition to highlighting aspects connected/associated to the contents and procedures associated/connected to the teaching and learning of Mathematics, in the context (or no) of the trends in Mathematics Education.

Considerações iniciais

A importância da pesquisa sobre livros didáticos de Matemática é justificada por alguns autores, pois na visão de Rezat *et al.* (2019) esses livros se constituem como tradutores do currículo e como recursos essenciais para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina. Pelo uso constante em sala de aula e por apoiarem o planejamento e a implementação das atividades docentes, os livros didáticos de Matemática tornam-se um tema de interesse, ocupando espaços no meio acadêmico sobre diferentes problemáticas, sejam elas em relação à utilização do livro enquanto ferramenta pedagógica, como mercadoria dentro de um sistema econômico capitalista da esfera editorial e/ou, ainda, como vetor cultural que dissemina valores à sociedade (SAMACÁ ALONSO, 2011).

O estudo sobre esse material¹ tem sido um tema emergente nos debates e pesquisas na área da Educação Matemática. Tomados como objetos de análise, os conteúdos, as metodologias de ensino propostas, as utilizações, entre outros aspectos, são alguns dos focos de investigações que emergem ao estudá-los (FAN *et al.*, 2013; REZAT *et al.*, 2019). Fato esse que, por exemplo, culminou no crescimento de investigações apresentadas no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). Evidenciamos esse crescimento, principalmente, nas últimas edições desses congressos científicos².

Em nível internacional, o levantamento de 111 produções até 2011, realizado por Fan *et al.* (2013), a respeito das investigações sobre o livro didático de Matemática, identificou que, no âmbito dos artigos de revistas como *Educational Studies in Mathematics*, 34% das pesquisas faziam a análise desses materiais. Quando esses autores trazem os trabalhos que versam sobre a análise comparativa, que decorre, primeiramente, de uma análise individual de cada livro para, na sequência, efetuar uma comparação entre eles, essas produções representam 29% de todas as pesquisas revisadas. Com essas informações, os autores evidenciaram que as pesquisas têm se concentrado, principalmente, na área de análise de livros didáticos, ocupando, assim, um total de 63% dos estudos identificados.

¹ Neste texto estamos assumindo materiais e recursos como sinônimos, de modo a evitar repetições.

² O grupo de pesquisa teorEMa – Interlocações entre Geometria e Educação Matemática, do qual os autores são membros, está fazendo o mapeamento acerca das produções de conhecimento sobre livros didáticos de Matemática, publicados nos anais dos principais eventos brasileiros como o ENEM (LIMA *et al.*, 2022) e o SIPEM (PEROVANO; RIBEIRO GUIMARÃES, 2020).

Esses dados permitem evidenciar o interesse sobre a pesquisa a respeito dos livros didáticos de Matemática. Diante disso, eventos específicos foram criados para atender essa crescente demanda. Citamos, por exemplo, o *International Conference on School Mathematics Textbooks* (ICSMT), o *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* (ICMT) e o *2018 International Conference Resources* (GITIRANA *et al.*, 2018). Em nível nacional, mencionamos o 1º Colóquio de Livros Didáticos de Matemática³ que foi organizado pelo grupo de pesquisa teorEMa da Universidade Estadual Paulista (UNESP, Câmpus Rio Claro), tendo por objetivo promover o debate sobre pesquisas em Educação Matemática que tomam esse material como objeto central de investigação.

Em relação a esses eventos, enquanto o *2018 International Conference Resources* possui um foco geral em recursos e outros materiais didáticos, os demais abordam discussões sobre os livros didáticos de Matemática⁴. Concernente ao ICMT, que surge como fruto do ICSMT, destacamos o fato de ele ser um congresso mais abrangente, contemplando investigações sobre os livros da Educação Básica e do Ensino Superior. As duas primeiras edições ocorreram nos anos de 2014 e 2017, em Southampton, no Reino Unido (JONES *et al.*, 2014), e na cidade do Rio de Janeiro, no Brasil (SCHUBRING *et al.*, 2018), respectivamente. Já a terceira edição aconteceu em 2019, em Paderborn, na Alemanha⁵ (REZAT *et al.*, 2019).

As edições desse evento contaram com seções de plenárias, simpósios e *workshops*, além dos trabalhos em formato de comunicações orais e pôsteres. Essas produções são fruto dos estudos de pesquisadores de todos os continentes, o que mostra a relevância e a riqueza sobre as pesquisas com livros didáticos de Matemática, conforme consta na apresentação da terceira edição (REZAT *et al.*, 2019).

Em nossa visão, o ICMT é o maior evento que apresenta pesquisas, discussões e reflexões concernentes aos livros didáticos de Matemática. Na intenção de compreender a produção de conhecimento sobre esse material, estamos desenvolvendo uma ampla investigação e, neste texto, trazemos um recorte que visa **mapear quais as perspectivas e possibilidades apresentadas nas pesquisas da terceira edição do ICMT, que têm como objeto a análise de livros didáticos de Matemática**. Para tanto buscamos responder o seguinte questionamento: quais perspectivas e possibilidades sobre a análise do livro didático encontram-se presentes na terceira edição do ICTM?

³ O evento ocorreu nos dias 01 e 02 de setembro de 2022, nas dependências da Universidade Estadual Paulista (UNESP, Câmpus Rio Claro). Para maiores informações ver: <https://sites.google.com/view/grupoteorema/cldm>. Acesso em: 09 set. 2022.

⁴ Sobre o ICSMT, foi possível recuperar apenas as informações de que esse evento foi realizado em Xangai, na China, em 2011 (REZAT *et al.*, 2019).

⁵ A quarta edição da conferência está prevista para ocorrer entre os dias 11 e 14 de outubro de 2022, em Pequim, na China. Mais informações em: <https://icmt4.org.cn/>. Acesso em: 09 set. 2022.

Nessa edição (ICMT 3), foram apresentadas e discutidas pesquisas recentes e/ou que mostrem as direções futuras das investigações com esses materiais, em suas diversas modalidades de ensino e de sujeitos. Desse modo, por se tratar da edição mais atual disponível, nós a escolhemos para análise, tendo em vista poder evidenciar os direcionamentos acerca da produção do conhecimento, além de indicar as lacunas para novos estudos.

Metodologia

Assumimos o caminho da abordagem qualitativa, com a metodologia do tipo mapeamento da pesquisa. A escolha por essa abordagem está alinhada com características propostas por Creswell (2014), como a exploração de um tema que não pode ser medido com facilidade por meio da identificação de variáveis, além da importância de se fazer uma pesquisa que conta com uma “compreensão *complexa* e detalhada da questão” (CRESWELL, 2014, p. 52, grifos do autor). Essa característica detalhada vai ao encontro do que Bogdan e Biklen (1994) afirmam sobre a investigação qualitativa ser descritiva, tratando os dados em forma de palavras e não em números.

Tal descrição também encontra amparo quando Creswell (2010) trata do ‘relatório holístico’, ou seja, um quadro geral que abrange a questão de pesquisa, além de relatar múltiplas perspectivas e identificar fatores que estão envolvidos na situação. Desse modo, consideramos que a metodologia do tipo mapeamento da pesquisa está em concordância com a escolha da abordagem de investigação qualitativa.

O mapeamento refere-se a um processo sistemático que envolve levantamento e descrição de pesquisas que são produzidas em algum campo de estudo (FIORENTINI *et al.*, 2016). Para esta investigação, o nosso campo é a ICMT 3, que contempla pesquisas sobre livros didáticos de Matemática. Assim, são trazidas as informações dessas pesquisas, relacionadas com os “aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos” (FIORENTINI *et al.*, 2016, p. 18).

Cabe dizer que o processo de coleta de dados foi embasado nas leituras, discussões e interpretações dos autores, uma vez que as categorias de análise emergiram das ações do ler, discutir e interpretar. Essa característica está respaldada em Creswell (2010), que apresenta origens, contextos, histórias e entendimentos dos pesquisadores relacionados com as interpretações que fazem durante um estudo.

Posto isso, tomamos como foco de estudo os *proceedings* da ICMT 3. Nesse documento são contemplados os textos que dizem respeito às plenárias, simpósios,

workshops, comunicações orais e pôsteres. Escolhemos abordar os dois últimos tipos de produções textuais, visto que os outros continham as ideias iniciais sobre o que era previsto para ocorrer durante a conferência.

As quantidades de pesquisas difundidas na ICMT 3, para essas duas modalidades, comunicações e pôsteres, foram 40 e 13 produções⁶, respectivamente. Neste texto, trataremos especificamente das produções que abordaram a análise do livro didático, considerada a categoria mais investigada e discutida na Educação Matemática, quando se refere a esse objeto (FAN *et al.*, 2013). Esse cenário também pôde ser observado neste mapeamento, visto que 33 dos 53 estudos se enquadraram nessa vertente.

Desse modo, buscamos mapear quais as perspectivas e possibilidades apresentadas nas pesquisas da ICMT 3, que tomam como atenção a análise de livros didáticos de Matemática. Para isso, explicaremos adiante quais procedimentos foram necessários para a construção das categorias analíticas e como foi constituído o seu *corpus*.

Procedimentos: as categorias e o *corpus* de análise

O processo de coleta de dados teve como primeiras etapas a busca e a tradução dos *proceedings*. Posteriormente, foram lidos todos os resumos e efetuada a escolha por abordar as comunicações e pôsteres, ação essa que resultou no panorama total de 53 produções.

Na leitura desses resumos, uma primeira categorização aberta foi efetuada. Isso ocorreu, pois, conforme Ferreira (2002), os resumos contêm os elementos essenciais da pesquisa, como o que se deseja investigar, a trajetória metodológica e uma discussão dos resultados alcançados. No entanto, de acordo com a autora, nem todos os resumos trazem essas características essenciais. Assim, ler apenas o resumo não evidencia todos os elementos de que necessitamos sobre o texto, de modo a categorizá-lo corretamente.

Desse modo, fizemos a leitura na íntegra dos referidos textos e, conjuntamente com ela, houve a realização de um movimento oscilatório entre o resumo e o texto completo, de modo a obter elementos que caracterizassem cada pesquisa, fornecendo indícios para sua categorização. Após essa etapa, foi possível verificar que, para essa edição do evento, os textos abordavam discussões que se relacionavam com o contexto histórico dos livros didáticos de Matemática, o seu desenvolvimento, o *marketing* e a política que o envolve, o uso desses livros, os livros digitais e a análise de livros didáticos.

Diante desse cenário e após as leituras, todas as produções foram classificadas individualmente em categorias emergentes de análise. Como última etapa, os dados foram mapeados e discutidos de forma conjunta e dialogada entre os autores. Para validação da

⁶ Embora o evento contemple essas duas modalidades e aqui apresentamos suas quantificações, ressaltamos que para nossa análise não faremos distinção sobre elas.

classificação nas categorias, cada um dos autores avaliou a rotulação dos outros e, em caso de dúvida, a classificação foi discutida até se chegar a uma concordância.

Organização dos dados

Esta seção versa sobre as categorias emergentes de forma geral e, de modo mais específico, tomará atenção para a categoria referente à análise do livro didático de Matemática em suas diferentes perspectivas e possibilidades. A leitura das 53 produções e suas classificações evidenciou quatro categorias emergentes, sendo elas: **livro digital**, **uso do livro**, **análise do livro** e **outros** (Figura 1).



Figura 1 – Categorias emergentes.

Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

De modo geral, a categoria **livro digital**, que abarcou quatro produções, versa sobre as possibilidades de uso desses livros, bem como mostra as relações de colaboração entre os alunos, em um ambiente dinâmico, além de oportunizar habilidades que os livros impressos não conseguem oferecer. Oito trabalhos foram categorizados como **uso do livro**, abrangendo o uso pelos professores, alunos ou por ambos. A categoria **outros** também contou com oito produções, mas abarcou discussões relativas à distribuição dos livros didáticos e à escrita desses recursos, seja a partir do currículo, seja em projetos com professores; os olhares filosóficos sobre os livros e as relações com práticas inclusivas, além dos trabalhos do tipo meta-análise. A partir de nossa interpretação, a categoria **análise do livro** abarcou 33 trabalhos, constituindo-se, assim, como a maior categoria da ICMT 3. Com isso, trazemos para este texto essa categoria em específico. As outras três foram abordadas em outra publicação (GUIMARÃES; PEROVANO, 2021).

O que se mostra nos textos da ICMT 3 que versam sobre a análise do livro didático de Matemática

O estudo dos 33 trabalhos evidenciou, como panorama geral, que os livros didáticos tomados como objetos das pesquisas apresentadas na referida conferência advêm, em sua maioria do Japão, com 11 pesquisas, seguida pela Alemanha e Estados Unidos (cinco cada) e

o Brasil com quatro. Esses números não implicam, necessariamente, que as quatro pesquisas que analisaram livros brasileiros, por exemplo, detiveram-se exclusivamente em investigar apenas esses materiais. Isso ocorre porque alguns trabalhos escolheram comparar livros de mais de um país.

Para apresentar os dados que versam sobre a análise do livro, optamos por separá-los em três perspectivas não disjuntas, que emergiram a partir de nossa discussão: **quem são os sujeitos que analisam os livros didáticos; como os livros didáticos são analisados; e o que é analisado nos livros didáticos.**

Quem são os sujeitos que analisam os livros didáticos

Nessa perspectiva serão evidenciadas as análises pelos próprios pesquisadores ou, ainda, professores, alunos cursantes em nível superior e autores de livros. Como os pesquisadores são os sujeitos mais recorrentes para a análise de livros didáticos (30 dos 33 estudos), optamos por discorrer mais sobre os outros sujeitos⁷.

Identificamos dois estudos em que os professores analisaram os livros (KIM, 2019; OLSHER, 2019). Neles, os professores puderam participar de cursos voltados para o ensino de Matemática e, como parte desses cursos, analisaram livros didáticos no âmbito de uma disciplina. Kim (2019) baseou-se na Capacidade de Design Pedagógico de Brown (2009) para coletar os dados de 15 professores em pré-serviço quando analisavam um programa curricular⁸ estadunidense, com foco no conteúdo de multiplicação, para o 3º ano do Ensino Fundamental⁹.

Nesse estudo, os professores investigaram as lições contidas nos programas, identificando o objetivo, os recursos envolvidos e as suas limitações, com o intuito de empregar um plano de ensino a partir dessas lições. O que era esperado dos alunos e quais as características desses programas também foram analisados. Os professores perceberam que algumas ideias eram necessárias para a execução das lições, como usar uma linguagem matemática clara e específica, fazer perguntas que apresentem justificativas (indo além do proposto no programa curricular), relacionar um problema de multiplicação com outro, mostrar instruções claras e pedir uma conclusão aos alunos, para que reflitam sobre a matemática que fizeram. Por fim, Kim (2019) aponta para a necessidade de aprofundar os estudos em relação à prática de ensino para que haja um uso produtivo dos recursos.

⁷ Contudo, apontaremos, de modo geral, as pesquisas em que os pesquisadores analisaram os livros didáticos ao longo das outras duas perspectivas, de maneira a evitar repetições.

⁸ Segundo Kim (2019), o programa curricular contém recursos para professores e alunos, como os guias do professor, os materiais do aluno e o guia de implementação. Eles se assemelham, no caso brasileiro, com os livros didáticos para o aluno e para o professor (que aborda as orientações didáticas).

⁹ Para evitar diferenças em relação aos anos de escolaridade devido aos diversos países aqui representados nas pesquisas, vamos fazer menção à Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), segundo os parâmetros brasileiros (BRASIL, 1996).

Já na pesquisa de Olsher (2019), os sujeitos foram quatro professores de um curso de desenvolvimento profissional, no âmbito da pós-graduação, que analisaram livros e observaram os conteúdos de números negativos, frações e funções lineares, em níveis de ensino diferentes, devido à atuação de cada professor (Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental). Em sua pesquisa, o autor baseou-se na análise de marcação e representação visual (OLSHER; YERUSHALMY, 2018) para identificar a escolha e caracterização de recursos pelos professores, bem como a descrição de narrativas para o uso desses recursos.

Os resultados mostraram que os “professores escolheram diferentes tipos de características ao marcar o conjunto de recursos de aprendizagem” (OLSHER, 2019, p. 291, tradução nossa), enfatizando, assim, que diferentes professores vão apresentar perspectivas diversas, quando estão em discussão os materiais curriculares. Vale dizer, ainda, que alguns professores optaram por trazer a sua prática pedagógica como uma forma de analisar e escolher os recursos.

Destacamos o trabalho de Woollacott *et al.* (2019) que, por sua vez, foi o único que trouxe a análise dos livros tanto por alunos quanto por autores. Para realizar a pesquisa, os sujeitos participantes eram três autores de livros didáticos e 31 alunos dos cursos de Matemática e Psicologia. Os pesquisadores investigaram o leitor pretendido e empírico em livros universitários a partir da teoria orientada ao leitor (WEINBERG; WIESNER, 2011). Segundo os autores, nessa teoria há três leitores principais do livro didático de Matemática: “o leitor na mente do autor de um livro didático (pretendido), o leitor real do texto (empírico) e o leitor construído pelo texto (implícito)” (WOOLLACOTT *et al.*, 2019, p. 391, tradução nossa). Eles analisaram o leitor pretendido, ao entrevistar os autores de livros; já a análise do leitor empírico foi realizada com os alunos, a partir da tecnologia de rastreamento ocular.

Os resultados da investigação mostraram que os autores dos livros conseguem prever o que os alunos leem ou não, como as passagens com textos expositivos. Em relação aos dois grupos de alunos, eles apresentaram diferenças em relação ao tempo e ao envolvimento com elementos diferentes desses recursos. Para encerrar o estudo, os pesquisadores afirmam que a leitura dos elementos do livro didático pode auxiliar a entender os processos cognitivos de que cada pessoa necessita, ajudando a determinar seu benefício real de aprendizado.

Aqui, destacamos as pesquisas que tratam dos professores, autores de livros e alunos, enquanto analisadores de livros didáticos. Evidenciamos que, quando os professores olham para esse objeto (KIM, 2019; OLSHER, 2019), eles apontam para características relacionadas com a sua prática pedagógica e com os seus conhecimentos prévios, possivelmente fundamentados no uso que têm feito deles em sua ação docente. Isso pode elencar elementos que contribuam para a seleção de livros didáticos, bem como a possibilidade de respaldar os pesquisadores no que tange ao olhar do professor sobre esses materiais.

Já em relação à pesquisa que traz os olhares dos autores e dos alunos sobre esses recursos (WOOLLACOTT *et al.*, 2019), compreendemos que as interpretações dos primeiros se baseiam nas vivências que possuem ao escrever esses materiais, além de “transcrever” quais perspectivas curriculares estão postas como oficiais e apontar abordagens metodológicas possíveis para os conceitos matemáticos. Em contrapartida, os alunos, enquanto professores em formação, lançam um olhar a partir da leitura dos livros, refletindo, ainda, como os seus futuros estudantes poderiam fazer uso daqueles materiais. Desse modo, trazem significados atrelados ao conhecimento sobre as formas de apresentação do conteúdo matemático, bem como as estratégias de seu ensino apresentadas nos livros analisados.

Como os livros didáticos são analisados

Ao longo dos 33 trabalhos encontrados na ICMT 3, observamos que algumas escolhas metodológicas apresentaram semelhanças e também diferenças. Dentre elas, citamos as seguintes: comparação de livros de países diferentes; comparação de livros de um mesmo país; análise de conteúdos específicos; análise de tarefas e/ou conceitos; além de pesquisas constituídas de estudos diversos, não caracterizando tendências em particular. Abordaremos, nessa ordem apresentada, as quantidades e os respectivos trabalhos.

Entre a comparação de livros de países diferentes, encontramos quatro pesquisas, sendo que três delas optaram por analisar livros de três países (CHEN; HE, 2019; MEINERZ; DOERING, 2019; MEMIŞ; YANIK, 2019) e uma investigou livros de dois países (NETO; PINHEIRO, 2019). Essas comparações eram relativas a um conteúdo específico, como as equações e inequações analisadas por Meinerz e Doering (2019) ou a características gerais, como a representação de gênero usada pelos autores dos livros didáticos, investigada por Neto e Pinheiro (2019).

No caso dos trabalhos de Chen e He (2019) e Memiş e Yanik (2019) são trazidas, além da análise de conteúdo, discussões acerca dos procedimentos analíticos para empregar esse tipo de pesquisa. Os primeiros autores basearam-se em uma análise macroscópica, onde são estudadas as características gerais de coleções chinesas, japonesas e estadunidenses e os conteúdos relacionados com o tema trigonometria e, em uma análise microscópica, onde a atenção tomada foi sobre um conteúdo específico: o círculo trigonométrico.

Por sua vez, Memiş e Yanik (2019) dividem a análise dos livros da Turquia, Canadá e Singapura em quatro blocos: narrativas, tarefas, exemplos e representações. Assim, os autores conseguem realizar uma análise mais global a respeito do conteúdo raciocínio proporcional, já que na revisão da literatura, apresentada por eles, indicou que não existiam trabalhos com esse foco.

As comparações com livros de um mesmo país foram empregadas por Li e Fan (2019),

Postupa (2019), Shimizu (2019) e Uegatani *et al.* (2019). Os primeiros autores trouxeram como a representação de matemáticos ocorre em duas coleções de livros japoneses. Eles apresentaram dados contrastando a quantidade de representações em cada coleção, evidenciando uma discrepância entre elas. Algo parecido foi feito por Shimizu (2019), analisando duas coleções e observando as habilidades de representação (formal, manipulativa, ilustrativa, linguística e simbólica), contrapondo o que cada série trazia com o destacado no currículo nacional do Japão.

Por outro lado, o estudo de Postupa (2019) comparou 14 livros alemães, a partir da construção de um instrumento quali-quantitativo, observando as épocas de produção desses materiais, bem como as distribuições de conteúdos. Já no trabalho de Uegatani *et al.* (2019), o foco foi na comparação de sete livros japoneses, com relação à prova por coincidência¹⁰ do Teorema de Pitágoras e sua recíproca, concluindo que as diferenças apresentadas necessitam de pesquisas empíricas para saber se essas situações podem causar confusões conceituais nos estudantes, como o fato de os triângulos serem tomados com padrões prototípicos, com os seus catetos paralelos à página do livro.

Compreendemos que essas pesquisas comparativas indicam avanços, tanto conceituais quanto metodológicos para as investigações envolvendo os livros didáticos. Conceituais, pois ao se dedicarem a analisar um determinado conteúdo, conseguem oportunizar diversas reflexões para os professores e pesquisadores quanto ao que é apresentado nos livros e de que forma eles podem ser trabalhados com os alunos. Metodológicos, porque abarcam procedimentos variados quanto a estruturas ou a quadros conceituais para análise de livros, contribuindo com as pesquisas que tomam esses materiais como objeto de estudo.

Doze trabalhos se debruçaram para analisar conteúdos específicos. Nessa análise, os autores investigaram a parte dos livros destinada à apresentação dos conteúdos escolhidos, comparando-os com o que é proposto em pesquisas como, por exemplo, a estrutura TIMSS – *Trends in International Mathematics and Science Study* (ROBITAILLE *et al.*, 1993; VALVERDE *et al.*, 2002) ou a proposta de análise vertical e horizontal apresentada por Charalambous *et al.* (2010) e até mesmo uma abordagem para o ensino e aprendizagem, como é o caso da Educação Matemática Realística (EMR).

Além dos livros didáticos, Van Zanten e Van den Heuvel-Panhuizen (2019) realizaram uma análise sistemática também nos documentos curriculares da EMR com foco na adição e na subtração em 11 livros em uso da década de 1980 até a atualidade. Nesse estudo, os autores confrontaram as sugestões para facilitar o aprendizado de adição e subtração nos documentos e nos livros didáticos. Eles apresentaram resultados preliminares em que evidenciam que os

¹⁰ A prova por coincidência é um tipo de prova indireta que “consiste em construir uma figura geométrica que possua todas as propriedades em questão e depois mostrar que coincide com a figura geométrica especificada” (SHUTE *et al.*, 1949, p. 68, tradução nossa).

facilitadores de aprendizagem (o contexto do barramento, a linguagem das setas e a linha numérica) muitas vezes não foram usados da mesma maneira e, apesar de estarem incorporados nos livros, nem sempre são feitos de acordo com as ideias da EMR.

A estrutura proposta no TIMSS foi empregada por Sato (2019) para analisar como é apresentada a multiplicação de números decimais em dois livros didáticos japoneses, pois, apesar da aparente simplicidade da realização do algoritmo, muitos estudantes têm dificuldade no entendimento dessa operação. O autor evidenciou a existência de diferenças nas explicações apresentadas nos materiais, o que, de certa forma, terá implicações nas práticas dos professores que os adotarem.

Já Watanabe (2019) fez uso das análises vertical e horizontal para investigar a introdução e o desenvolvimento de razão, taxa e relação proporcional em uma coleção de livros didáticos, amplamente usada no Japão, mostrando que os livros analisados tratam as ideias relacionadas a esses conteúdos com cuidado e sistematização. As cinco funções de uma classificação hierárquica de quadriláteros, proposta por De Villiers (1994) foi utilizada por Murata (2019), que analisou livros didáticos do ensino secundário japonês, concluindo que nem todas as funções foram apresentadas nos materiais investigados.

Equivalência, divisão e multiplicação de frações foram os conteúdos abordados por Cavedon Ripoll e Garcia de Souza (2019), Cho e Bao (2019) e Ishii (2019), respectivamente. Apoiado no modelo para analisar o uso de livros didáticos com base na Teoria da Atividade de Rezat (2006), Ishii (2019) focou seu olhar na multiplicação de frações em livros japoneses do 6º ano, sem especificar a quantidade de materiais analisados. Cavedon Ripoll e Garcia de Souza (2019) investigaram a equivalência de frações em 13 livros didáticos brasileiros do 4º ao 7º ano e evidenciaram que não existe uma caracterização completa de frações equivalentes nos capítulos analisados nos livros do 6º ano. Buscando um olhar sobre os conceitos de divisão de frações em dois livros coreanos publicados em 2009 e 2015, Cho e Bao (2019) sinalizaram diferenças em relação aos algoritmos e aos modelos visuais.

A análise documental e a estrutura da TAD (Teoria Antropológica do Didático) foram empregadas por Tesfamicael *et al.* (2019) para investigar transições entre representações de função em dois livros noruegueses (o mais usado e o mais recente). Os autores identificaram 42 possibilidades de transições, por meio da Rede de Representações; que não há uma distribuição uniforme das diferentes transições; e que apenas 22 delas foram registradas nos livros analisados, o que deixa a cargo do professor a elaboração de exemplos e tarefas que possam promover a utilização de representações e transições para aprofundar o conhecimento do conteúdo funções.

Os capítulos introdutórios, que tratam vetores, foram objetos de estudos de Dilling (2019) e Mai e Biehler (2019). O primeiro investigou se quatro livros didáticos alemães de

Matemática e Física possuíam várias representações de vetores, empregando análise de conteúdo e identificando que a introdução ao conteúdo difere, significativamente, nos livros analisados e que a abordagem geométrica predomina nesses materiais. Por sua vez, Mai e Biehler (2019) focaram o olhar para tais conteúdos a partir da noção de praxeologias da TAD em três livros alemães, evidenciando, também, que cada livro emprega uma abordagem diferente para a introdução de vetores, e as tarefas centradas na aritmética são favorecidas ao longo dos objetos de estudo.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi empregada por Moreno-Arotzena *et al.* (2019) que investigaram o conceito de gradiente em um livro didático espanhol, observando a existência de atividades que requerem conversões entre representações do conceito em meio aos diversos registros de representação, pois o uso combinado de várias representações é necessário para entender completamente o conceito estudado.

Com o intuito de fornecer uma análise de recursos para o ensino de Matemática em cursos de engenharia, Tabchi *et al.* (2019) olharam os conteúdos relacionados aos caminhos eulerianos e hamiltonianos em dois livros destinados a esses cursos. Os autores assumem o conceito de conectividade como “um conjunto de recursos para o ensino da teoria dos grafos como o potencial de conexão, prática e, cognitivamente, para um determinado usuário (aluno ou professor)” (TABCHI *et al.*, 2019, p. 325, tradução nossa). Encontraram várias possibilidades de conexões entre os tópicos analisados, entre os conceitos e os processos matemáticos, entre os registros e os algoritmos. Destacam os autores desses estudos que essas conexões possibilitam diminuir a diferença entre o conteúdo e suas aplicações, bem como desenvolver o pensamento logístico por parte dos alunos, considerado como fundamental para o futuro engenheiro.

Com o olhar para a análise de tarefas e/ou conceitos específicos, encontramos sete pesquisas. Diferenciamos a análise de conteúdos específicos e a análise de tarefas e/ou conceitos, porque compreendemos que os primeiros, conforme mencionados acima, tratam de tópicos voltados para algum ano em especial (mesmo que podendo ser aprofundados em outros momentos), já os últimos têm como foco de discussão a exploração de temáticas mais amplas, que não se restringem a algum ano de escolaridade, mas que podem ser desenvolvidas ao longo dos ciclos de aprendizagem.

Identificamos duas pesquisas que trouxeram análises de tarefas. Alves Gentil e Amaral-Schio (2019), por exemplo, investigaram tarefas de Geometria em outras áreas da Matemática, utilizando para isso três livros brasileiros, focando nas representações visuais. Já

Dröse (2019) analisou os problemas de palavras (*word problems*¹¹), observando as características matemáticas, factuais, semânticas e linguísticas das tarefas em 12 livros alemães, investigando a transição entre o 4º e o 5º ano, ou seja, a mudança dos Anos Iniciais para os Anos Finais do Ensino Fundamental (no caso da escolaridade alemã).

Dentre as análises de conceitos, tivemos cinco trabalhos que apresentaram diversidades em relação à quantidade de livros investigados e as temáticas observadas. Esses estudos não focaram em análises particulares como tarefas ou conteúdos, mas em como alguns conceitos são trabalhados nos materiais, seja em livros de diferentes anos ou em livros com editoras diversas. Por exemplo, o estudo de Kitabori e Tsuji (2019) examinou as características e a classificação de diagramas em livros usados para cálculos de números inteiros, durante o Ensino Fundamental. Já Miyazaki *et al.* (2019) analisaram as provas matemáticas contidas em dois livros do 8º ano, investigando as relações entre premissas prescritas na definição de uma prova e propriedades usadas nas provas nos livros didáticos.

De modo específico, Okubo (2019) apresenta o único estudo que analisou duas páginas de um livro, observando os níveis de explicação matemática, a partir do arcabouço teórico apresentado por Miyazaki (1995). Segundo o autor, há necessidade de outros tipos de marcos teóricos para melhorar as situações identificadas, visto que o arcabouço trazido por Miyazaki (1995) tem foco nas provas matemáticas e não especificamente em como esses níveis de explicação poderiam ser melhorados.

Por fim, os trabalhos de Witt (2019) e Hayata e Amori (2019) investigaram, respectivamente, o poder matemático nos conceitos de razão, taxa e relação proporcional e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Witt (2019) traz o foco em seções específicas de uma coleção de livros didáticos, apresentando quais ‘entendimentos essenciais’ sobre o tema esses materiais abordam. Já Hayata e Amori (2019) analisaram os livros do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental japonês, de uma editora, compreendendo unidades específicas de Geometria, como simetria, formas e figuras geométricas, área e volume.

Para encerrar, trazemos as pesquisas constituídas de estudos pouco explorados, visto não ser ainda possível destacar alguma tendência em particular. No estudo de Montecino e Andrade-Molina (2019), por exemplo, a análise decorreu nos livros didáticos chilenos como um todo, identificando o valor atribuído à tecnologia nesses materiais. Na visão dos autores, o poder da tecnologia nos livros encontra-se na capacidade de caracterizar os sujeitos, aluno e professor, desejados.

Jones e Jayawardena (2019), por sua vez, trouxeram um estudo que utilizou quatro métodos de amostragem para determinar se o custo do tempo em um censo é justificado pelos

¹¹ Conforme explicado por Daroczy *et al.* (2015, p. 1, inserção e tradução nossas), estes problemas “[...] fazem parte do currículo escolar e são ensinados em todos os níveis de ensino. Nos [problemas de palavras], as informações relevantes são apresentadas na forma de uma narrativa curta, em vez de em notação matemática”.

benefícios da confiança nos resultados. O estudo tomou como base o trabalho de Jones *et al.* (2015), que fizeram uma análise da distribuição de tarefas de estatística em quase 18.000 páginas de livros diferentes. Já Jones e Jayawardena (2019) trazem esses métodos de amostragem (amostra aleatória simples, amostra sistemática, amostra aleatória estratificada e amostra de cluster) para verificar se o exame de uma amostra menor de páginas forneceria resultados semelhantes, sem perder a confiança dos resultados que Jones *et al.* (2015) apresentaram. Os autores afirmaram que a amostra estratificada forneceu menos erros, contudo, nenhuma dessas amostragens forneceu estimativas consistentemente próximas do trabalho citado.

Götze (2019) apresentou uma visão dos processos individuais de aprendizagem em um livro didático alemão e traz em sua investigação um aluno como sujeito. Esse aluno não tem o alemão como primeira língua. A autora verificou que palavras e frases relacionadas ao significado de subtração podem ajudar a entender e a concatenar representações concretas e simbólicas e que “[...] a linguagem do pensamento deve ser promovida de forma mais ofensiva como linguagem dos alunos e não apenas como linguagem dos professores” (GÖTZE, 2019, p. 183, tradução nossa).

E, os trabalhos de Kim (2019), Olsher (2019) e Woollacott *et al.* (2019), que foram enquadrados na perspectiva de que os sujeitos que analisaram os livros não são os pesquisadores, trouxeram focos diferentes no modo de proceder à investigação. Como já destacamos, no caso das duas primeiras pesquisas, os professores lançaram um olhar para os livros, observando as lições destinadas aos alunos, com foco em seus objetivos, limitações, recursos, linguagem, relações entre os conteúdos (KIM, 2019) e nas narrativas oriundas das características das tarefas (OLSHER, 2019). Já quando o foco recai sobre os alunos e autores dos livros (WOOLLACOTT *et al.*, 2019), não podemos inferir sobre o que, de fato, foi usado. O que podemos dizer é que o foco estava na leitura dos materiais pelos alunos e no modo como os autores elaboravam seus livros.

Olhar para como o livro didático é analisado nos possibilita identificar as diversas vertentes sobre as quais os pesquisadores se debruçam para esse material de ensino e aprendizagem. Identificamos que, nessa perspectiva, a maioria dos trabalhos possui uma abordagem metodológica situada no paradigma da pesquisa qualitativa com foco para a análise do objeto em atenção, sob a lente da teoria ou da abordagem teórica adotada pelos autores, observando se tais preceitos foram contemplados ou não no livro didático.

O que é analisado nos livros didáticos

Agrupamos, aqui, os textos que apresentavam pesquisas relacionadas com a análise de um determinado conteúdo ou temática no livro didático de Matemática. Na Educação

Matemática, a análise de conteúdos nesses materiais recebe muita atenção (FAN *et al.*, 2013), quando comparada a outras pesquisas que tomam o livro como objeto de estudo. A prevalência de pesquisas nesse grupo foi evidenciada também no presente mapeamento. Dos 33 textos analisados, 25 tratam sobre a análise de um determinado conteúdo ou tema matemático. Destacamos que a maioria dos trabalhos (21) possui foco na Educação Básica e, de forma tímida, alguns conteúdos do Ensino Superior foram analisados: gradiente (MORENO-AROTZENA *et al.*, 2019) e caminhos eulerianos e hamiltonianos (TABCHI *et al.*, 2019).

Na perspectiva anterior, pontuamos que 12 estudos fizeram a análise de conteúdos específicos. Entretanto, pesquisas que realizaram comparações, por exemplo, também trouxeram, como pano de fundo, olhares para algum conteúdo ou temática, mas ainda com características na comparação em si. Como já afirmado, esse tipo de análise aparece com mais frequência nas investigações com livros didáticos; assim, de modo a sintetizar os resultados, iremos agrupar alguns dos conteúdos ou temáticas encontrados e apresentar elementos teóricos sobre eles.

O conteúdo de frações apareceu em cinco estudos na ICMT 3, possivelmente porque o seu ensino é muito importante e requer do professor habilidade para favorecer a aprendizagem do aluno (SILVA; PEROVANO, 2012). A maior dificuldade por parte dos alunos está no entendimento dos diferentes significados de fração, tais como parte-todo, quociente, medida, razão, operador, probabilidade e reta numérica (POMMER, 2020) e o livro didático pode constituir uma ferramenta de abordagem desse conteúdo, contribuindo para ampliar ou ajudar a superar essa dificuldade (CHARALAMBOUS *et al.*, 2010).

Um dos estudos que tratou do conteúdo de frações investigou a narrativa dos conjuntos de recursos de aprendizagem (tarefas, diagramas, planos de aula, entre outros) como descrito pelos professores (OLSHER, 2019). No estudo, foi evidenciado que, ao marcar o conjunto de recursos de aprendizagem, os professores escolheram diferentes tipos de características que se coadunavam com as suas perspectivas a respeito dos materiais curriculares.

A pesquisa de Cavedon Ripoll e Garcia de Souza (2019) buscou responder, baseada em livros brasileiros, se uma caracterização completa para frações equivalentes é claramente apresentada aos alunos, e se a equivalência é usada na comparação, adição e subtração de frações. As autoras evidenciaram que, quando se aborda a equivalência de frações de forma minuciosa, se oportuniza ao aluno vários momentos para desenvolver o pensamento matemático, especialmente no que tange à construção dos números racionais.

Cho e Bao (2019) analisaram, em duas séries de livros da escola primária sul-coreana de 2009 e 2015, o método de ensino de divisão de frações. Segundo os autores, é relevante

estudar como os livros didáticos apresentam a divisão de frações atrelada a problemas do mundo real que refletem o contexto da realidade e modelos conceituais. Eles identificaram que os livros analisados apresentaram a divisão de fração na ‘divisão de partições’ com diferentes tipos de algoritmos, problemas de palavras e modelos visuais. O livro de 2009 pretendia apresentar o algoritmo ‘inverter e multiplicar’ de maneira lógica e processual. Já o outro livro didático, de 2015, teve como objetivo despertar o interesse dos alunos com várias representações, *e.g.*, algoritmos e modelos visuais intuitivos.

No estudo de Ishii (2019), a investigação centrou-se no entendimento conceitual da multiplicação de frações em livros didáticos japoneses do 6º ano, identificando que multiplicar numeradores e denominadores entre si é apenas uma compreensão processual dessa operação e que a compreensão conceitual não está relacionada nos livros didáticos analisados.

Por fim, as atividades envolvendo frações articuladas com a Geometria foram abordadas por Alves Gentil e Amaral-Schio (2019). Elas investigaram como a Geometria está presente em outros ramos da Matemática em alguns livros brasileiros. As autoras evidenciaram que a representação de um número racional por uma figura geométrica pode ajudar o aluno a entender o que é o todo e suas partes.

No que tange aos conteúdos geométricos, encontramos quatro pesquisas que abordam esses temas. De acordo com Van Hiele e Van Hiele-Geldof (1958), os alunos aprendem Geometria, inicialmente, a partir de suas experiências no espaço com formas e figuras concretas, avançando para os chamados níveis lógicos de pensamento geométrico. Examinando se essa progressão é encontrada nos currículos da escola primária japonesa, usando livros didáticos de Matemática, Hayata e Amori (2019) identificaram que os livros japoneses do 1º ao 4º ano são adequados para promover o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, mas os livros do 5º e 6º ano são inadequados (de acordo com a metodologia empregada).

Para Uegatani *et al.* (2019), ao provar a recíproca do Teorema de Pitágoras por coincidência, devemos fazer referência ao próprio teorema, o que pode causar confusão por parte dos alunos e, portanto, cabe ao professor fazer um esforço para resolver essa confusão. No entanto, nos sete livros do Ensino Médio analisados, não foram identificadas diferenças entre a abordagem do Teorema de Pitágoras e sua recíproca.

Esclarecer as funções de uma classificação hierárquica de quadriláteros em livros didáticos japoneses de duas editoras foi o objetivo de Murata (2019). O autor espera que os alunos entendam não apenas conteúdos matemáticos, mas também as funções dos conteúdos; assim, analisou os livros a partir das cinco funções propostas por De Villiers (1994). Foi verificado por Murata (2019) que nem todas as funções são apresentadas nos livros. Ele

aponta a necessidade de analisar a apresentação de uma classificação hierárquica de quadriláteros nos livros de outros países, de modo a esclarecer se a limitação pode ser aplicada não apenas para livros japoneses. Além destas três pesquisas, temos Alves Gentil e Amaral-Schio (2019) já mencionada anteriormente, com foco em Geometria.

Três estudos detiveram-se em observar os conteúdos de razão, taxa, relação proporcional e raciocínio proporcional (MEMIŞ; YANIK, 2019; WATANABE, 2019; WITT, 2019), interesse que se justifica, pois muitos professores consideram esses tópicos difíceis de ensinar, e os alunos acham difícil aprender (WATANABE, 2019). Tais conteúdos são como um pilar do Ensino Fundamental (MEMIŞ; YANIK, 2019). Tal como as frações, a proporcionalidade é um conteúdo que também envolve vários conceitos e, segundo Menduni-Bortoloti (2016, p. 17), sua “caracterização traz uma variedade de modos de conceituá-la ao longo dos diferentes níveis escolares, já que perpassa todo o ensino da Educação Básica”. Na visão da autora, são também formas de conceituar a proporcionalidade: razão, escala, taxa, porcentagem e função.

Memiş e Yanik (2019) examinaram até que ponto os livros do Ensino Fundamental da Turquia, de Singapura e do Canadá oferecem aos alunos oportunidades de experimentar um raciocínio proporcional. Os resultados mostram que os livros selecionados em Singapura oferecem a maior oportunidade para esse raciocínio. Ao verificar o nível dos alunos no raciocínio proporcional, os professores podem organizar suas aulas, oferecendo um *feedback* importante para os autores de livros didáticos e para os responsáveis pelo currículo, no que tange ao conceito investigado.

Watanabe (2019) analisou como uma das coleções de livros didáticos mais usada no Japão introduz e desenvolve os tópicos de razão, taxa e relações proporcionais. O autor mostrou que as ideias relacionadas a esses conteúdos são abordadas com cuidado e de forma sistemática, a partir do Ensino Fundamental e também apresentou a relação do estudo de tais tópicos na abordagem do conteúdo função. O autor recomenda, como futuras pesquisas, examinar outra série de livros didáticos para que se tenha um panorama do currículo japonês a respeito desses conteúdos.

Já a investigação de Witt (2019, p. 359, tradução nossa) buscou determinar a natureza do “poder matemático” (PM) nas seções de razão e taxa do currículo “Matemática no contexto”. O autor entende PM como o desenvolvimento das competências dos alunos na comunicação sobre problemas complexos, tanto em termos matemáticos quanto no contexto do mundo real, incluindo incentivar o uso de várias representações e estratégias de solução de problemas para gerar diversas maneiras de pensar sobre os problemas em questão. Isso é feito por meio da comunicação do raciocínio lógico por trás do trabalho e da crítica das ideias de outras pessoas e relacionadas ao contexto do mundo real. O autor sugere que o PM pode ser

útil para professores interessados em ensinar os alunos a “ler” e “escrever” o mundo com Matemática.

Apesar de nos referirmos às frações, aos conteúdos geométricos e ao raciocínio proporcional/proporcionalidade, outros conteúdos da Educação Básica também foram temas de estudo, em um ou dois trabalhos, tais como: funções (2), vetores (2), adição (1), adição e subtração (1), multiplicação (1), números negativos (1), equações e inequações (1), trigonometria (1) e tópicos de estatística (1). Salientamos que, em alguns estudos, como é o caso de Olsher (2019), são mencionados mais de um conteúdo.

Ao destacar a perspectiva sobre o que é analisado, ponderamos evidenciar os elementos teóricos que se articulam com os conteúdos matemáticos escolhidos. Desse modo, além de mapear as formas de abordagem e a apresentação dos conteúdos, esse olhar pode nos trazer com quais dificuldades e limitações o professor pode se deparar ao utilizar o livro em sua prática pedagógica. Compreendemos que essa ação demandaria um olhar para complementar ou contornar tais informações trazidas pelos autores desses materiais.

Algumas considerações e mapeamento sobre a análise de livros didáticos de Matemática

O livro didático tem sido objeto de estudo de várias pesquisas. Aqui, buscamos responder quais perspectivas e possibilidades sobre a análise do livro didático encontram-se presentes na terceira edição do ICTM? Desse modo, trouxemos um recorte que mapeou textos das comunicações orais e pôsteres do referido evento, os quais constituíram 53 produções.

No âmbito da ICMT 3 identificamos quatro categorias: livro digital, uso do livro, análise do livro e outros. Para este texto, trouxemos a discussão relativa à terceira categoria, que abarcou 33 estudos dos 53 selecionados. As três categorias restantes foram abordadas em outra produção textual, que nos mostrou estar o campo em crescimento, ampliando perspectivas teóricas e consolidando métodos utilizados para análise e produção dos dados (GUIMARÃES; PEROVANO, 2021).

Assim, ao ajustar nossas lentes para os 33 textos, identificamos três perspectivas não disjuntas: **quem são os sujeitos que analisam os livros didáticos, como os livros didáticos são analisados e o que é analisado nos livros didáticos**. Compreendemos que essas foram as perspectivas que emergiram de nossa investigação, sendo que outras podem ser evidenciadas em novos estudos, de diferentes conferências.

A respeito dos sujeitos que analisam os livros entendemos que se descortinaram outros, para além dos pesquisadores que investigam esses recursos, o que possibilita evidenciar características que são atreladas à prática docente, com as interpretações dos autores dos livros didáticos e dos estudantes, enquanto professores em formação. Analisar os livros com uma noção crítica para a abordagem dos conteúdos relaciona-se com a visão do

professor frente aos recursos que lhe são disponíveis. Os autores elaboram os livros relacionados com suas experiências em atendimento às prescrições curriculares oficiais e às principais tendências didáticas, no âmbito ou não, da Educação Matemática. Olhar para o livro na perspectiva de como se pode utilizá-lo em sua prática, ao assumir a regência de suas turmas, é um fator relacionado à análise pelos estudantes em formação. Esses resultados indicam caminhos que podem respaldar os formuladores de políticas públicas, os formadores de professores, bem como os pesquisadores, no que diz respeito ao olhar do professor, do autor de livros didáticos e do futuro professor sobre esses materiais.

Podemos dizer, com base nas 33 produções analisadas que, em relação às pesquisas feitas pelos pesquisadores, as quais constituíram a maioria dos estudos (30 pesquisas), o papel da representação matemática em diversas vertentes, e associadas com outras teorias ou discussões como o modo em que um conteúdo é apresentado, características dos matemáticos, representação de habilidades e outras, vêm despontando como uma tendência para a análise de livros didáticos de Matemática, visto que apareceram em oito produções. Não obstante, a Didática da Matemática, a História da Matemática e a EMR foram outras tendências em Educação Matemática que apareceram nos trabalhos, perfazendo cinco estudos no total. Além disso, o foco em demonstrações ou provas matemáticas também se fez presente em outras três investigações. Por fim, a linguística, as tecnologias, os níveis de explicação matemática e a noção de ler e escrever o mundo com a Matemática foram percebidas em quatro estudos.

Já na perspectiva de como os livros são analisados, apontamos para algumas escolhas metodológicas que foram empregadas. Claramente, a pesquisa qualitativa com uma diversidade de procedimentos pode ser vista como a mais utilizada nos estudos, seja para comparação de livro e/ou análise de conteúdos, tarefas e/ou conceitos. Além disso, esses estudos elucidaram caminhos que podem ser tomados por outros pesquisadores, como separar a análise em visões macro e microscópicas de alguma temática (CHEN; HE, 2019) ou, ainda, fazer uma divisão da investigação em blocos, que contenham narrativas, tarefas, exemplos e representações (MEMIŞ; YANIK, 2019), do objeto que está sendo estudado.

Com relação a algumas opções metodológicas que seguiram o caminho da pesquisa quantitativa (HAYATA; AMORI, 2019; JONES; JAYAWARDENA, 2019; POSTUPA, 2019), identificamos que esse tipo de investigação ainda não é utilizado nos estudos brasileiros, quando tomamos as pesquisas da ICMT 3. Os estudos do contexto brasileiro escolhem analisar, mesmo trazendo comparações entre livros, algum conteúdo específico ou abordar alguma discussão, como o gênero presente nesses materiais (NETO; PINHEIRO, 2019). Notamos, diante dos dados produzidos, que a análise quantitativa é uma vertente possível, quando tomamos os livros didáticos enquanto objetos de estudo.

Concernente ao que é analisado no livro didático de Matemática, pontuamos quais conteúdos e temáticas estão sendo objeto de atenção. Destacamos que a maioria das produções abarcavam conteúdos destinados ao Ensino Fundamental e Ensino Médio e, timidamente, despontaram alguns trabalhos que tratavam de conteúdos relacionados ao Ensino Superior, mas não encontramos produções que versassem sobre a Educação Infantil¹². Desse modo, mesmo que o evento abordasse discussões além dos livros escolares, identificamos que um olhar para livros do Ensino Superior configura uma lacuna dentro dessa perspectiva de análise.

A análise de algum conteúdo matemático pode suscitar reflexões frente ao conhecimento produzido, localizando-o num período histórico particular. Tal análise ainda é importante porque oportuniza identificar as diferentes abordagens, de acordo com a visão do autor, em relação às sugestões sobre como tratar aquele tópico. É possível, também, ao analisar o conteúdo do livro, perceber as dificuldades e limitações que podem refletir na prática pedagógica do professor, demandando, desse modo, um cuidado desse profissional durante seu planejamento ao complementar ou reconfigurar as informações apresentadas no material didático adotado.

Em suma, como encontrado nas produções analisadas por Fan *et al.* (2013), a maioria das pesquisas concentrava-se na análise de livros didáticos. Do mesmo modo, a prevalência em estudos voltados para análise desses materiais aconteceu também na ICMT 3. Em nossa visão, isso pôde ocorrer, pois essa análise possibilita: pôr em evidência especificidades relacionadas aos conteúdos e procedimentos da Matemática escolar; destacar aspectos alusivos ao ensino e à aprendizagem da disciplina; revelar lacunas entre o que está sendo proposto pelos autores e os documentos oficiais; e oportunizar as compreensões no âmbito das pesquisas em Educação Matemática, a partir do que os materiais trazem.

As contribuições desta investigação foram as perspectivas e as possibilidades, evidenciadas a partir de nosso olhar para os *proceedings* da ICMT 3. Temos consciência de que não esgotamos todas as possibilidades e de que esse mapeamento fornece uma visibilidade para as pesquisas que foram publicadas em formato de comunicações orais e pôsteres, no âmbito do referido evento. Desse modo, apresentamos um panorama de quais focos estão sendo investigados, quando se trata de pesquisas relacionadas aos livros didáticos de Matemática e, em particular, à análise desses materiais.

Referências

¹² Destacamos que, pela primeira vez, a Educação Infantil é contemplada com um edital específico no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). O Guia do Livro Didático do PNLD 2022, por exemplo, já se encontra disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2022_didatico/inicio. Acesso em: 09 set. 2022.

ALVES GENTIL, L.; AMARAL-SCHIO, R. B. The Presence of Geometry in Fraction Tasks: An Analysis of Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 367-368.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. 1996.

BROWN, M. W. The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In: REMILLARD, J. T; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (org.). *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction*. New York, NY: Routledge, 2009. p. 17-36.

CAVEDON RIPOLL, C.; GARCIA DE SOUZA, R. Equivalence of Fractions in the 6th Grade Brazilian Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 131-136.

CHARALAMBOUS, C. Y.; DELANEY, S.; HSU, H. Y.; MESA, V. A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning*, [s.l.], v. 12, n. 2, p. 117-151, 2010.

CHEN, Y.; HE, X. A Comparative Analysis on Trigonometry Textbooks from Three Countries. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 137-142.

CHO, H.; BAO, J. An Analysis of Teaching Methods of Division of Fractions in South Korea Elementary Mathematics Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 143-148.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e misto*. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CRESWELL, J. W. *Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens*. São Paulo-SP: Editora Penso, 2014.

DAROCZY, G.; WOLSKA, M.; MEURERS, W. D.; NUERK, H. C. Word problems: A review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in Psychology*, [s.l.], n. 6, p. 348, 2015.

DE VILLIERS, M. The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, [s.l.], v. 14, n. 1, p. 11-18, 1994.

DILLING, F. Representation of Vectors in German Mathematics and Physics Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 155-160.

DRÖSE, J. Mathematical and Linguistic Features of Word Problems in Grade 4 and 5 German Textbooks - a Comparative Corpus Linguistic Approach. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 161-165.

FAN, L.; ZHU, Y.; MIAO, Z. Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, [s.l.], v. 45, n. 5, p. 633-646, 2013.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas Estado da Arte. *Educação e Sociedade*, [s.l.], v. 23, n. 79, p. 257-271, 2002.

FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S.; CRECCI, V. M.; LIMA, R. C. R.; COSTA, M. C. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (org.). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012*. Campinas: FE/Unicamp, 2016. p. 17-41.

GITIRANA, V; MIYAKAWA, T.; RAFALSKA, M.; SOURY-LAVERGNE, S.; TROUCHE, L. (org.). *Proceedings of the Re(s)ources 2018 International Conference*. Re(s)ources 2018, Lyon, France, 2018.

GÖTZE, D. Meaning Making Schoolbook Materials for Promoting Subtraction with Regrouping Skills. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 179-184.

GUIMARÃES, D. R.; PEROVANO, A. P. Perspectivas e direcionamentos de Algumas Pesquisas Apresentadas na Terceira Edição da Conferência Internacional em Pesquisa e Desenvolvimento de Livros Didáticos de Matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, [s.l.], v. 14, n. 2, p. 199-211, 2021.

HAYATA, T.; AMORI, S. Theory of Geometrical Thinking in Elementary Textbook: Case Study of Japan. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 191-196.

ISHII, T. Current Status and Issues of Digital Teaching Materials in Japan. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 373-374.

JONES, D.; JAYAWARDENA, I. A Comparison of Page Sampling Methods for Mathematics Textbook Content Analysis. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 209-214.

JONES, D. L.; BROWN, M.; DUNKLE, A.; HIXON, L.; YODER, N.; SILBERNICK, Z. The statistical content of elementary school mathematics textbooks. *Journal of Statistics Education*, [s.l.], v. 23, n. 3, p. 1-22, 2015.

JONES, K.; BOKHOVE, C.; HOWSON, G.; FAN, L. (org.). *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)*. Southampton: University of Southampton, 2014.

KIM, O. K. Preservice Teachers' Learning to use Existing Resources. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 215-220.

KITABORI, H.; TSUJI, H. The Analysis of the Diagrams in the Textbook of Arithmetic. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 375-376.

LI, N.; FAN, L. How are Mathematicians Represented in Chinese Mathematics Textbooks? *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 227-232.

LIMA, A. F.; VIEIRA, L.; GUIMARÃES, D. R.; PEROVANO, A. P.; MAZZI, L. C. Panorama sobre os livros didáticos de matemática no XIII ENEM: algumas peças de um mosaico em construção. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2022, [no prelo]. *Anais...*

- MAI, T.; BIEHLER, R. On the Introduction of Vectors in German Textbooks for Upper Secondary School. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 233-238.
- MEINERZ, F. M.; DOERING, L. R. Analysis of Textbooks in Three Latin Countries: Resolution of Equations and Inequalities. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 239-244.
- MEMIŞ, Y.; YANIK, H. B. Examining Proportional Reasoning in Middle School Mathematics Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 245-250.
- MENDUNI-BORTOLOTTI, R. D'A. *Um estudo sobre a matemática para o ensino de proporcionalidade*. 2016. 141 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA, 2016.
- MIYAZAKI, I. *Research on proof in school mathematics: Though setting the level of explanation at the stage of proof*. 1995. Doctoral Thesis – Tsukuba University, 1995.
- MIYAZAKI, M. FUJITA, T.; JONES, K. Geometrical Properties as Assumptions in Proofs in Japanese Junior High Mathematics Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 379-380.
- MONTECINO, A.; ANDRADE-MOLINA, M. The Value of Technology in Chilean School Mathematics Textbooks: A Way of Conducting Conducts. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 263-268.
- MORENO-AROTZENA, O.; POMBAR, I.; BARRAGUÉS, J. I. The Conversion Activities Between Representation Registers as an Instrument for the Analysis of Mathematics Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 269-274.
- MURATA, S. The Functions of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. In Japanese Textbook: Its Presentation and Limitation. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 275-280.
- NETO, V.; PINHEIRO, W. A. The Gender Trouble in Mathematics Textbooks: A Comparative Analysis Between Brazil and the USA. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 281-286.
- OKUBO, T. A Qualitative Study on the Levels of Mathematical Explanation in Japanese Elementary Textbook. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 381-382.
- OLSHER, S. The Narrative of Sets of Learning Resources as Described by Teachers. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 287-292.
- OLSHER, S.; YERUSHALMY, M. Making informed decisions: Teachers' interacting with curriculum resources. In: International Commission on Mathematical Instruction Study 24, 2018, Japão. *Anais... Japão*, 2018.
- PEROVANO, A. P.; RIBEIRO GUIMARÃES, D. Um mosaico dos trabalhos publicados nos anais do SIPEM: foco nos livros didáticos e nos materiais curriculares. *INTERMATHS*, [s.l.], v. 1, n. 1, p. 34-51, 2020.
- POMMER, W. M. Frações unitárias: um levantamento de dissertações e teses brasileiras publicadas entre 2001 e 2018. *Ensino da Matemática em Debate*, [s.l.], v. 7, n. 1, p. 34-70, 2020.

- POSTUPA, J. Comparing Mathematics Textbooks - An Instrument for Quantitative Analysis. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 293-298.
- REZAT, S. A model of textbook use. *In: Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2006, Prague, Czech. Anais...* Prague, Czech: PME, 2006. p. 409-416.
- REZAT, S.; FAN, L.; HATTERMANN, M.; SCHUMACHER, J.; WUSCHKE, H. (org.). *Proceedings of the Third International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-3)*. Paderborn, Germany: Universitätsbibliothek Paderborn, 2019.
- ROBITAILLE, D. F.; SCHMIDT, W. H.; RAIZEN, S. A. Curriculum frameworks for mathematics and science (TIMSS Monograph No. 1). 1993, Vancouver. *Anais...* Vancouver: Pacific Educational Press, 1993.
- SAMACÁ ALONSO, G. D. Los Manuales Escolares como Posibilidad Investigativa para la Historia de la Educación: Elementos para una Definición. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana*, [s.l.], s.v., n. 16, p. 199-224, 2011.
- SATO, S. Analyzing Math Textbook in Elementary School Mathematics in Japan: Focusing on the Explanations of Multiplication of Decimal Numbers. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 383-384.
- SCHUBRING, G.; FAN, L.; GIRALDO, V. (org.). *Proceedings of the Second International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2)*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.
- SHIMIZU, K. A Study of the Characteristic of Japanese Textbooks Towards the Growth of Children's Mathematical Representation. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 385-386.
- SHUTE, W. G.; SHIRK, W. W.; PORTER, G. F. *Plane geometry*. American Book Company, 1949.
- SILVA, C. V.; PEROVANO, A. P. Obstáculos na compreensão de frações por alunos da Educação Básica. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 5., 2012, Petrópolis-RJ. *Anais...* Petrópolis-RJ, 2012. p. 1-21.
- TABCHI, T.; SABRA, H.; OUVRIER-BUFFET, C. Resources for Teaching Graph Theory for Engineers - Issue of Connectivity. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 324-328.
- TESFAMICAEL, S. A.; LUNDEBY, Ø. A.; SIKKO, S. A. Textbook Research Via the Anthropological Theory of Didactics (ATD): the Case of Representation of Functions. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 335-340.
- UEGATANI, Y.; HAYATA, T.; HAKAMATA, R. Exploratory Research on Understanding Proof by Coincidence: Building an Analytical Framework by Comparing Japanese Textbooks. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 389-390.
- VALVERDE, G. A.; BIANCHI, L. J.; WOLFE, R. G.; SCHMIDT, W. H.; HOUANG, R. T. *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer, 2002.

Van HIELE, M. P.; Van HIELE-GELDOF, D. A method of initiation into geometry at secondary schools. *Report on methods of initiation into geometry*. Groningen: J. B. Wolter, 1958.

Van ZANTEN, M.; Van den HEUVEL-PANHUIZEN, M. 50 Years of Realistic Mathematics Education Ideas and Their Implementation in Textbooks - Learning Facilitators for Addition and Subtraction. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 341-346.

WATANABE, S. A Lesson Study Intervention to Develop Primary School Students' Ability to Perform Mental Folding Operations'. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 347-352.

WEINBERG, A.; WIESNER, E. Understanding mathematics textbooks through reader-oriented theory. *Educational Studies in Mathematics*, v. 76, n. 1, p. 49-63, 2011.

WITT, N. Mathematical Power in the Mathematics in Context Curriculum. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 359-364.

WOOLLACOTT, B. ALCOCK, L.; INGLIS, M. A Mathematics College Textbook: Design Intentions and Reading Practice. *Proceedings of the 3th ICMT*. Paderborn, Germany, 2019. p. 391-392.

SOBRE OS AUTORES

ANA PAULA PEROVANO. Doutoranda em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP/Rio Claro). Integrante do grupo de pesquisa teorEMa – Interloções entre Geometria e Educação Matemática. Desenvolve pesquisas sobre Livros Didáticos de Matemática. É professora assistente da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, câmpus de Vitória da Conquista. Autora de material didático do Programa todos pela Educação Pacto com municípios – Alfabetização Matemática subsidiado pela Secretaria de Educação do Estado da Bahia (SEC).

DOUGLAS RIBEIRO GUIMARÃES. Mestrando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP/Rio Claro) e licenciado em Matemática (UNESP/Rio Claro). Bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Integrante do grupo de pesquisa teorEMa – Interloções entre Geometria e Educação Matemática. Desenvolve pesquisas sobre Livros Didáticos de Matemática e estudos em Educação Matemática Crítica.

BEATRIZ FERNANDA LITOLDO. Doutora em ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP/Rio Claro) e licenciada em Matemática (UNESP/Rio Claro). Integrante do grupo de pesquisa teorEMa – Interloções entre Geometria e Educação Matemática. Possui experiência enquanto professora da Educação Básica (Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio) e na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, Formação de professores que ensinam Matemática, Livros Didáticos, Resolução de Problemas e Criptografia.

Recebido: 05 de outubro de 2021.

Revisado: 28 de julho de 2022.

Aceito: 25 de agosto de 2022.