ALEXANDRIA

ALEXANDRIA
Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

# Possibilidades de Exploração Teórica de Reflexões de Licenciandos em Matemática sobre suas Dificuldades na Resolução de Questões de Funções Afim e Quadrática

## *Possibilities of Theoretical Exploration of Reflections by Students from the Licentiate in Mathematics on their Difficulties in Solving Questions about Afinne and Quadratic Functions*

**Francieli Cristina Agostinetto Antunes[a]; Clélia Maria Ignatius Nogueira[a]; Marcus Bessa de Menezes[b]**

**a** Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, Brasil – francieliantunes@gmail.com; cminogueira@uem.br
**b** Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, Brasil - marcus.bmenezes@ufpe.br

**Palavras-chave:**
Obstáculos epistemológicos e didáticos. Formação de professores que ensinam matemática. Percurso de estudo e pesquisa.

**Resumo:** Este texto traz algumas reflexões sobre as dificuldades identificadas nas resoluções de atividades de um teste envolvendo função afim e quadrática apresentadas por dezoito acadêmicos do segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática. As atividades foram elaboradas com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, cujas resoluções revelaram a dificuldade na conversão dos registros gráfico e da língua natural para o registro simbólico algébrico. Foram verificadas dificuldades também quanto ao uso de argumentos matemáticos para justificar as estratégias utilizadas para resolução dos fenômenos apresentados. A falta de organização formal nas resoluções foi outro aspecto revelado pelos acadêmicos por meio das atividades do teste. A partir dessas dificuldades constatou-se que a conversão do registro gráfico para simbólico algébrico constitui-se em obstáculo didático e a conversão do registro em língua natural para o simbólico algébrico em obstáculo epistemológico para a aquisição do conhecimento de funções afim e quadrática.

**Keywords:**
Epistemological and didactic obstacles. Formation of teachers who teach mathematics. Study and research Path.

**Abstract:** This text brings some reflections concerning the difficulties identified in the resolution of activities of a test involving affine and quadratic functions presented by eighteen academics from the second year of the Mathematics Licentiate course. The activities were developed based on the Theory of Registers of Semiotic Representation, whose resolutions revealed the difficulty in converting graphic and natural language registers to the algebraic symbolic register. Difficulties were also observed regarding the use of mathematical arguments to justify the strategies used to solve the phenomena presented. The lack of formal organization in the resolutions was another aspect revealed by the academics through the test activities. From these difficulties, we interpret the conversion from graphic to algebraic symbolic as a didactic obstacle and the conversion from natural language to algebraic symbolic as an epistemological obstacle for the acquisition of affine and quadratic functions knowledges.

## Introdução

No período de formação inicial, qualquer que seja ela, é dada especial atenção aos saberes que o acadêmico precisa construir para ter êxito em seu futuro profissional, no presente caso, de ser professor de Matemática. Neste sentido, não apenas a maneira como as informações são mobilizadas e apresentadas ao sujeito interferem em sua aprendizagem, como, também, os seus conhecimentos prévios. Tais conhecimentos não se limitam aos específicos construídos na Educação Básica (que são os que virá a ensinar). Eles estão impregnados pelas percepções pessoais quanto à aprendizagem e como promovê-la, ou seja, sem nenhum embasamento teórico acerca dos processos de ensinar e aprender Matemática.

> Os saberes adquiridos durante a trajetória pré-profissional, isto é, quando da socialização primária e, sobretudo quando da socialização escolar, têm um peso importante na compreensão da natureza dos saberes, do saber-fazer e do saber-ser que serão mobilizados e utilizados em seguida quando da socialização profissional e no próprio exercício do magistério (TARDIF, 2002, p. 69).

Em sua formação inicial, o futuro professor tem contato com diferentes disciplinas, entre elas aquelas de caráter pedagógico, nas quais ele é levado (ou pelo menos deveria ser) a refletir sobre a articulação entre os saberes pedagógicos e os específicos da Matemática, entretanto, mesmo quando a formação inicial promove estudos e discussões sobre teorias que sustentam as práticas educativas, existe uma distância entre o que se estuda nas disciplinas pedagógicas e o exemplo que o estudante têm de seus professores, durante, pelo menos, dezesseis anos de sua escolarização, dos anos iniciais até sua graduação em Matemática, que é reforçado, quase sempre, pelas aulas que observa durante as atividades inerentes à Prática de Ensino e o estágio obrigatório.

Com o intuito de possibilitar aos licenciandos a compreensão da importância de considerarem aportes de teorias didáticas quando de sua atuação docente, a primeira autora deste texto (orientada pelos dois demais autores) que foi responsável pela disciplina *Didática Aplicada à Matemática,* realizou uma investigação buscando identificar, entre outros objetivos, as possibilidades formativas de se proporcionar aos licenciados comprovar, mediante sua vivência, aspectos preconizados pelas teorias didáticas que constam do programa da disciplina. Como a aplicação de qualquer teoria didática só é possível se ela estiver apoiada em um conceito matemático, foram selecionados os relativos à Função Afim e à Função Quadrática, estudados no Ensino Médio e no 1º ano do curso de Matemática.

A investigação foi desenvolvida buscando articular os conceitos específicos (no caso função afim e quadrática) e os didático-pedagógico (referentes às teorias da Didática da Matemática de influência francesa, integrantes do programa da disciplina) sempre considerando aspectos alusivos à Inclusão de estudantes apoiados pela Educação Especial (não abordados em outro momento do curso). A metodologia adotada foi a implementação de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), conforme estabelecido por Chevallard (1999).

O PEP é desenvolvido a partir de uma questão inicial, que se desdobra em outras questões, as chamadas questões derivadas, as quais promovem o desenvolvimento de várias ações, como a pesquisa bibliográfica, denominada por Chevallard (1999) por "visita às obras", pesquisas na internet, resolução de tarefas envolvendo função afim, utilização de tecnologias digitais, de maneira a reunir recursos novos e antigos do coletivo de estudantes. Segundo Bosch (2018, p. 4039), a busca por respostas aos questionamentos realizados "[...] gera um processo de investigação envolvendo um *milieu*[1] didático M composto de diferentes tipos de objetos ou ferramentas para a investigação".

A atividade compartilhada neste texto foi a primeira a ser realizada, antes das discussões envolvendo os conceitos de Didática, da função afim ou de Inclusão, e se constituiu na aplicação de um teste com questões envolvendo função afim e quadrática, aos 18 acadêmicos matriculados na disciplina e participantes da pesquisa, com o intuito de possibilitar aos pesquisadores, um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes e, aos licenciandos, a conscientização de suas próprias dificuldades e eventuais lacunas em relação ao saber matemático em questão.

No que se refere aos objetivos à investigação principal, a atividade foi proposta para motivar as discussões a respeito da Teoria das Situações Didáticas (TSD), elaborada por Guy Brousseau, consideradas as dificuldades identificadas na realização do teste, configurando-as, sustentados em Brousseau (1986), em obstáculos epistemológicos ou didáticos à aprendizagem da função afim. Os estudos realizados sobre a TSD, particularmente em relação aos obstáculos epistemológicos e didáticos, assim como os referentes às demais teorias, foram realizados por meio do paradigma de 'questionamento do mundo', que é a base de um PEP. Outra teoria de suporte à reflexão acerca das dificuldades encontradas foi a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval (2003), também um conteúdo programático da disciplina de Didática.

Durante o desenvolvimento de um PEP os estudantes são estimulados a buscar pelo conhecimento por meio de questionamentos, num processo crítico de pesquisa e construção da resposta à questão colocada inicialmente. Nesse sentido, o trabalho em sala de aula se diferencia do usualmente utilizado durante a trajetória escolar do professor em formação, que, segundo Chevallard (1999), baseia-se em uma perspectiva monumentalista, sob o paradigma de 'visita às obras', em que o conceito é apresentado ao aluno sem que sejam promovidas interações entre o aprendiz e o conceito. Na perspectiva monumentalista, o aluno apenas

[1] Introduzida por Brousseau, o *milieu* é o ambiente, o meio, em que o aluno aprende adaptando-se às condições e dificuldades encontradas.

contempla o conteúdo que lhe é apresentado, como se estivesse visitando uma obra de arte, tendo o professor como guia.

Os dados produzidos e suas respectivas análises foram realizadas com intuito de identificar as dificuldades e os obstáculos epistemológicos e didáticos apresentados pelos acadêmicos do segundo ano de licenciatura em Matemática durante a resolução do teste bem como a compreensão destes obstáculos e a teoria que os fundamenta trabalhados posteriormente. O teste é composto por 13 questões relacionadas à função afim e à função quadrática, das quais consideramos as 12 primeiras, excluindo a última delas por ser uma questão que solicita as definições de função e que não atendia aos nossos propósitos.

As questões que compõem o teste foram extraídas do instrumento de produção de dados de pesquisa realizada por Pires (2014), que usou a TRRS para elaboração, organização e análises das atividades. Utilizamos esse teste por ele já ter sido aplicado a acadêmicos do curso de Matemática de outra instituição de ensino superior, o que possibilitaria, caso fosse relevante, compararmos nossos resultados com os obtidos por Pires (2014), além de tornar desnecessária a realização de uma aplicação piloto. Os acadêmicos resolveram as questões individualmente, em duas horas/aula da disciplina, com cinquenta minutos de duração cada uma, entregando, ao final, suas produções à professora-pesquisadora para correção e posterior devolutiva aos estudantes. Neste texto, os estudantes estão designados pela letra $A$ acompanhada de um índice com base em uma lista criada por nós, mantendo assim seu anonimato.

A seguir, trazemos, aspectos de ambas as teorias a fim de contextualizar as análises realizadas a respeito das dificuldades dos licenciandos, identificadas nas resoluções do teste.

## Obstáculos epistemológicos e didáticos

As dificuldades encontradas pelos estudantes no processo de aprendizagem das funções foram foco de pesquisas realizadas por Sierpinska (1992). Segundo a autora um objeto matemático é compreendido quando o reconhecemos independente da maneira como está representado, quando o relacionamos com outro objeto matemático e quando conseguimos aplicá-lo para compreender e interpretar a realidade. Nesse sentido, Duval (2003) diz que o sujeito compreendeu o conceito quando é capaz de realizar conversões entre os diferentes registros de representação do objeto matemático. Sierpinska (1992) identificou diferentes dificuldades para aprendizagem de função afim, as quais podem configurar-se em os obstáculos epistemológicos e didáticos à compreensão do conteúdo.

Um obstáculo pode ser um conhecimento e não a ausência dele, ou seja, conhecimentos equivocados, incompletos e válidos em domínios específicos podem se constituir em obstáculos. Desta forma, os obstáculos podem ter diferentes origens, como os baseados em crenças sem fundamento cientifico que dificultam a aceitação e aprendizagem de conceitos cientificamente estabelecidos. O conceito de obstáculo foi introduzido pelo filósofo das ciências sociais Bachelard em 1938, ao descrever que “[...] é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado” (BACHELARD, 1996, p. 17 *apud* BARROSO; FRANCO, 2010, p. 212). Bachelard afirmou ainda, que o obstáculo pode estar pautado no que acreditamos saber em detrimento do que deveríamos saber com certeza e clareza e, segundo ele, por meio dos obstáculos é possível identificar causas de estagnação e lentidão no processo de aprendizagem.

Brousseau (1983) utilizou a noção de obstáculos de Bachellard voltando-a à aprendizagem de conceitos matemáticos. Para Brousseau (1983), os obstáculos podem ser de origem epistemológica, identificados na construção histórica do conceito; de origem didática, relacionado às escolhas realizadas pelos docentes para promover a aprendizagem; ou de origem ontogênica, causadas por limitações que o aluno possui ou desenvolveu em sua estrutura cognitiva. Esses conflitos não podem ser desconsiderados na formação do conceito a ser ensinado. Estudá-los nos permite identificar as fontes dos fatores que dificultam ou até mesmo obstruem a aprendizagem.

Sierpinska (1992) elencou obstáculos não relacionados aos métodos de ensino utilizados, portanto, epistemológicos, que se constituem em dificuldades à construção e à aprendizagem da Matemática. Os obstáculos epistemológicos, de origens variadas, identificados por Sierpinska (1992) são: identificar a Matemática como desconectada de problemas práticos; não considerar objetos de estudo da Matemática e as técnicas computacionais usadas para estabelecer relações numéricas.

Especificamente ao saber matemático Função, as dificuldades/obstáculos elencados pela pesquisadora são: identificar a mudança sem identificar o que está mudando; distinguir valores variáveis de valores constantes, quantidades conhecidas de quantidades desconhecidas, o que pode acarretar raciocínios em termos de equação e incógnita em detrimento de se considerar função e variável. A dificuldade apontada pela pesquisadora em diferenciar variável dependente e variável independente, pode levar à conclusão de que a ordem das variáveis é irrelevante; diferentes concepções de número; representação abstrata do número por meio de letras; distinguir as leis físicas das funções matemáticas; uso indevido da relação de proporção, pois muitas vezes elas são utilizadas para toda as funções afim, não apenas para a função linear; uso inadequado de estratégias matemáticas para resolução de expressões algébricas; acreditar que apenas relações apresentadas por meio de registros algébricos constituem-se funções.

Um obstáculo descrito por Sierpinska (1992) que não se refere somente à aprendizagem de funções é a compreensão de definição como sendo a descrição de um objeto, que por sua vez origina uma definição ou, ainda, a confusão entre o que é a função e sua representação gráfica. Outro obstáculo à aprendizagem de função, que pode ser também considerado como didático, é o uso de tabelas para a escrita de coordenadas que compõe a função, o que pode transmitir uma ideia de sequência. Associados ao obstáculo anterior, referente à representação gráfica de função, Sierpinska (1992) acrescenta: identificar as coordenadas de um ponto como um segmento e não como números; compreender o gráfico de uma função como sendo um modelo geométrico de uma relação; interpretar que a transformação de uma variável gera outras transformações, não apenas uma única, pois para cada transformação em $x$ ocorre uma única transformação em $y$.

Para estudar os obstáculos epistemológicos é preciso distinguir o processo inicial de apresentação do conceito e o instante da sua apresentação formal, pois eles não se revelam quando o saber é apresentado, mas quando são proporcionadas experiências com tal conceito, pois os obstáculos são "[...] um meio de interpretar alguns dos erros recorrentes e não aleatórios cometidos pelos estudantes, quando lhes são ensinados alguns tópicos da Matemática" (IGLIORI, 2002, p. 99). Ainda segundo a autora

> A noção de obstáculo pode ser utilizada tanto para analisar a gênese histórica de um conhecimento como o ensino ou a evolução espontânea do aluno. Pode-se, portanto, pesquisar os obstáculos epistemológicos a partir de uma análise histórica ou a partir de dificuldades resistentes entre os alunos procurando confrontá-las (ibid., p. 98).

O conhecimento dos obstáculos epistemológicos pelo professor pode contribuir para sua mediação nos processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos, pela sua antecipação pelo docente que pode, a partir de tarefas específicas, possibilitar que eles sejam identificados e transpostos pelo aluno. Os obstáculos apresentados pelos alunos no processo de construção do conceito podem ser ainda, de origem didática. "No plano pedagógico, esses primeiros obstáculos estão associados à forma simplificada com que os conteúdos são apresentados nos livros didáticos, nos quais o formalismo não corresponde aos desafios do fenômeno cognitivo" (PAIS, 2002 p. 47-48).

Os obstáculos didáticos estão relacionados às escolhas realizadas pelo professor ou por um grupo de professores com relação ao desenvolvimento da aula. Eles podem surgir das escolhas por estratégias de ensino que permitem a construção de conhecimentos incompletos, questionáveis ou que posteriormente podem se revelar como obstáculos à conceitualização formal do objeto, provocados por uma Transposição Didática (ALMOULOUD, 2007).

A construção desses obstáculos é, em grande parte, quase inevitável. Tem origem didática, associado ao sistema de ensino, ao discurso utilizado pelo professor durante as aulas, ou pelo que consta no livro didático adotado. De acordo com Artigue (1991) os obstáculos didáticos podem ser gerados por "[...] generalização abusiva, a regularização formal abusiva;

a fixação sobre uma contextualização ou uma modelização familiar; a aderência exclusiva a um ponto de vista” (ARTIGUE, 1991, apud IGLIORI, 2002, p. 103).

**Teoria dos Registros de Representação Semiótica**

No decorrer de suas pesquisas em psicologia cognitiva, Duval salientou que “[...] não há conhecimento que possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação” (DUVAL, 2009, p. 29). Segundo o autor, as representações semióticas são indispensáveis para a comunicação e desenvolvimento da atividade Matemática do ponto de vista cognitivo, uma vez que os objetos matemáticos “[...] não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos” (ibid., p. 14). Entretanto, podemos visualizar as representações desses objetos.

O autor destaca a existência de quatro grandes tipos de registros de representação: Língua Natural, Simbólico (numérico, algébrico e operatório), Gráfico e Figural (DUVAL, 2003). Para ele, não basta considerarmos as diferentes formas de representação isoladamente, mas o trânsito entre elas. Para tanto, destaca a necessidade de mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação, bem como possibilidade de troca entre eles, uma vez que na resolução de problemas “[...] um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro ao outro” (DUVAL, 2003, p. 15).

O autor destaca ainda a necessidade de realizar transformações entre as representações semióticas, classificadas como tratamentos e conversões. Um tratamento é “[...] uma transformação de representação interna a um registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 57), ou seja, “[...] quando a transformação produz outra representação no mesmo registro” (ibid., p. 54). Já a conversão é “[...] uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida” (ibid., p. 59), quer dizer “[...] quando a transformação produz uma representação de outro registro que a representação inicial” (ibid., p. 54).

As atividades que compõem o teste aplicado exigiram tratamentos e conversões em diferentes momentos de sua resolução, o que nos possibilitou identificar dificuldades que se configuraram em obstáculos epistemológicos apresentados pelos acadêmicos participantes de nossa pesquisa. Os dados produzidos durante a pesquisa, nos quais buscamos identificar tais obstáculos, são apresentados e analisados na sequência.

**O teste**

O teste, extraído da pesquisa de Pires (2014), foi aplicado aos dezoito acadêmicos participantes de nossa pesquisa, que o resolveram individualmente, sem uso de calculadora ou celular. As atividades que compõem o teste foram agrupadas pelo autor em cinco blocos, segundo os registros envolvidos e as transformações necessárias à resolução das atividades. Os blocos foram organizados com base na TRRS, são eles:

> - bloco I (atividades 07, 09, 11 e 14): atividades que abarcam principalmente os registros em língua natural, tabular e algébrico e sugerem conversão;
> - bloco II (atividades 03 e 12): envolvem registros algébricos e gráfico da função afim e exigem conversão;
> - blocoIII (atividade 05 e 06): abrangem os registros algébrico e gráfico da função quadrática e exigem conversão;
> - blocoIV (atividades 02 e 08): abarcam o registro algébrico exigem tratamento;
> - bloco V (atividades 01 e 10): abrangem registros na língua natural e algébrico exigem conversão (PIRES, 2014, p. 238).

As questões com mais de uma alternativa foram analisadas como sendo cada uma das alternativas um item, por exemplo, a atividade 03 contou com os subitens 03(a), 03(b), 03(c) e 03(d), logo, ela fora contabilizada nesta investigação, como sendo quatro itens diferentes. Assim, o teste totalizou vinte e um itens. Como foram dezoito os acadêmicos matriculados na disciplina de Didática e participantes da pesquisa, foram corrigidos e analisados 378 itens. As resoluções foram organizadas utilizando o esquema proposto por Pires (2014), o qual contempla: acertos; acertos parciais; itens em branco e erros. O autor, em sua análise, destacouuma atividade de cada um dos cinco blocos descritos anteriormente, o que fazemos também aqui após apresentarmos um panorama geral do desempenho dos acadêmicos quanto a resolução das atividades de cada um dos blocos ao qual pertencem.

O teste, criado e aplicado por Pires (2014), foi replicado por nós com o objetivo de identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados à aprendizagem das funções afim e quadrática dos acadêmicos colaboradores da investigação, para, a partir dessa identificação apresentar a teoria dos obstáculos epistemológicos e didáticos desenvolvida por Brousseau (1983) e a TRRS elaborada por Duval (2003). Com estes aportes teóricos e a identificação de seus próprios erros, os estudantes puderam refletir sobre dificuldades com as quais alunos do 1º ano do Ensino Médio podem se deparar quando lhes for apresentado o objeto matemático função, proporcionando subsídios para a elaboração de uma sequência de ensino para promover aprendizagem de função afim em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio. Esta tarefa foi desenvolvida com vistas a responder à seguinte questão apresentada aos acadêmicos: $Q_3$: Quais obstáculos epistemológicos e didáticos podem ser encontrados na aprendizagem e no ensino de função afim? quefez parte da resposta à questão geradora do PEP implementado.

A resolução das atividades, as facilidades e as dificuldades enfrentadas durante a realização do teste foram abordadas em aulas posteriores, promovendo uma discussão pautada em aspectos vividos e identificados pelos alunos, fornecendo elementos para futuras discussões. Por conta disso, adicionamos a Tabela 1, que descreve as correções de cada um dos itens das atividades resolvidas pelos acadêmicos em cada bloco, cuja correção foi organizada utilizando as categorias elaboradas por Pires (2014), ou seja, 'Acertos', 'Acertos Parciais', questões em 'Branco' e 'Erros'.

**Tabela 1:** Resultado da correção das atividades do teste

| | atividade nº | acertos | acertos parciais | branco | erro |
|---|---|---|---|---|---|
| bloco I | 4ª | 16 | 1 | 0 | 1 |
| | 4b | 8 | 4 | 6 | 0 |
| | 7ª | 17 | 1 | 0 | 0 |
| | 7b | 12 | 5 | 0 | 1 |
| | 9 | 14 | 0 | 3 | 1 |
| | 11ª | 13 | 1 | 3 | 1 |
| | 11b | 8 | 5 | 4 | 1 |
| Total de itens | 126 | 88 | 17 | 16 | 5 |
| bloco II | 3ª | 10 | 7 | 0 | 1 |
| | 3b | 10 | 7 | 0 | 1 |
| | 3c | 10 | 8 | 0 | 0 |
| | 3d | 9 | 9 | 0 | 0 |
| | 12 | 5 | 5 | 3 | 5 |
| Total de itens | 90 | 44 | 36 | 3 | 7 |
| bloco III | 5 | 14 | 0 | 1 | 3 |
| | 6ª | 9 | 4 | 2 | 3 |
| | 6b | 17 | 0 | 0 | 1 |
| | 6c | 10 | 1 | 4 | 3 |
| Total de itens | 72 | 50 | 5 | 7 | 10 |
| bloco IV | 2 | 11 | 3 | 1 | 3 |
| | 8ª | 16 | 0 | 2 | 0 |
| | 8b | 8 | 0 | 2 | 8 |
| Total de itens | 54 | 35 | 3 | 5 | 11 |
| bloco V | 1 | 5 | 0 | 1 | 12 |
| | 10 | 9 | 6 | 3 | 0 |
| Total de itens | 36 | 14 | 6 | 4 | 12 |

**Fonte:** elaborado pelos autores.

Como os blocos possuem diferentes quantidades de itens construímos a Tabela 2, na qual são identificados os percentuais obtidos, o que nos permite analisar onde estão concentradas as facilidades e dificuldades dos acadêmicos, segundo a classificação feita por Duval (2009).

**Tabela 2 -** Percentual obtido a partir da correção em relação as atividades dos blocos

| | acertos | acertos parciais | branco | erros |
|---|---|---|---|---|
| bloco I | 69,8 | 13,5 | 12,7 | 4,0 |
| bloco II | 48,9 | 40 | 3,3 | 7,8 |
| bloco III | 69,5 | 6,9 | 9,7 | 13,9 |
| bloco IV | 64,8 | 5,6 | 9,2 | 20,4 |
| bloco V | 38,9 | 16,7 | 11,1 | 33,3 |

**Fonte:** elaborado pelos autores.

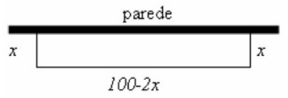
Um dado que nos chamou atenção foi o percentual de questões deixadas em branco. As questões não respondidas podem ter sido consequência do tempo que os alunos dedicaram para a realização do teste, que foi aplicado nas duas últimas aulas da noite.

O bloco I apresenta o menor percentual de itens errados em relação aos outros blocos, porém, se somados aos itens deixados em branco, assemelha-se ao bloco II. O bloco II chama atenção pelo alto percentual de acertos parciais (40%), diferentemente do ocorrido nos outros blocos, que apresentam número de acertos parciais inferiores. O bloco IV, apesar de apresentar percentual alto de itens corretos, apresenta, também, percentual alto de itens errados (20,4%). No bloco V, identificamos que o número de acertos foi 5,6% maior que o de erros, com destaque à Atividade 01, que será melhor discutida mais adiante.

Uma análise mais minuciosa nos permitiu identificar as dificuldades encontradas pelos acadêmicos. Para isso, analisamos as atividades de cada um dos cinco blocos descritos anteriormente. Iniciamos os trabalhos pela análise das atividades que compõem o bloco I, que apresentam registro em língua natural, tabular e algébrica e, para resolvê-las, é necessário realizar conversão entre os registros.

Constatamos, nas resoluções das atividades desse bloco, a ausência de rigor matemático, acompanhada pela falta de clareza e incompletude das justificativas. Dentre as resoluções, selecionamos uma, a Atividade 11, na qual cinco acadêmicos preencheram a tabela, tanto a parte numérica quanto a algébrica; no entanto, não apresentaram o tratamento na forma algébrica da função, nem a evidenciaram a relação encontrada na tabela. Interpretamos essa ausência da relação escrita como falta de atenção ao formalismo, pois, como já estava preenchido na tabela, podem ter considerado desnecessário repetir a função no item solicitado posteriormente.

**Atividade 11:** Seu Juca pretende construir um campo de futebol para seus netos, para tanto, dispõe de 100 metros lineares de tela para fechar o campo. Para ter um melhor aproveitamento da tela, ele decidiu fazer o cercado encostado na parede de sua casa, como mostra a figura a seguir.




| Largura do cercado | 5 m | 7,8 m | 12 m | 25 m | 30 m | x m |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Comprimento do cercado | 90 | 84,4 | 76 | 50 | 40 | 100-2x |
| Área do cercado | 450m² | 658,32 | 912 | 1250 | 1200 | (100-2x)·x |

(ESPAÇO PARA OS CÁLCULOS)

Analise a tabela que acabou de preencher e, escreva algebricamente a relação existente entre a área, a largura e o comprimento do cercado e, explique com suas palavras como é essa relação.

Essa relação sempre irá depender do valor da variável (no caso a medida do campo).

**Figura 1 -** Atividade 11 e a resolução apresentada pelo acadêmico $A_9$
**Fonte:** elaborado pelos autores.

No bloco II, o percentual de acertos foi de apenas 48,9%, segundo menor percentual quando comparado aos outros blocos. Outro dado que tem destaque é o número de acertos parciais, o maior de todos os blocos, 40%, cuja resolução principal responsável por esse índice foi relativa à Atividade 03, em que os acadêmicos deveriam observar quatro diferentes gráficos e relacioná-los a uma função, o que eles fizeram sem dificuldade. Na sequência, foi solicitado que eles explicassem o que os levou a relacionar cada gráfico àquela função e, nesse item, foi percebida a ausência de formalidade matemática nas justificativas, evidenciando a dificuldade da conversão do registro de representação gráfico para o registro em língua natural ou para o registro simbólico algébrico, apontado por Sierpinska (1992) como um obstáculo didático. Um exemplo dessa dificuldade pode ser verificado em uma resolução apresentada por um dos acadêmicos.

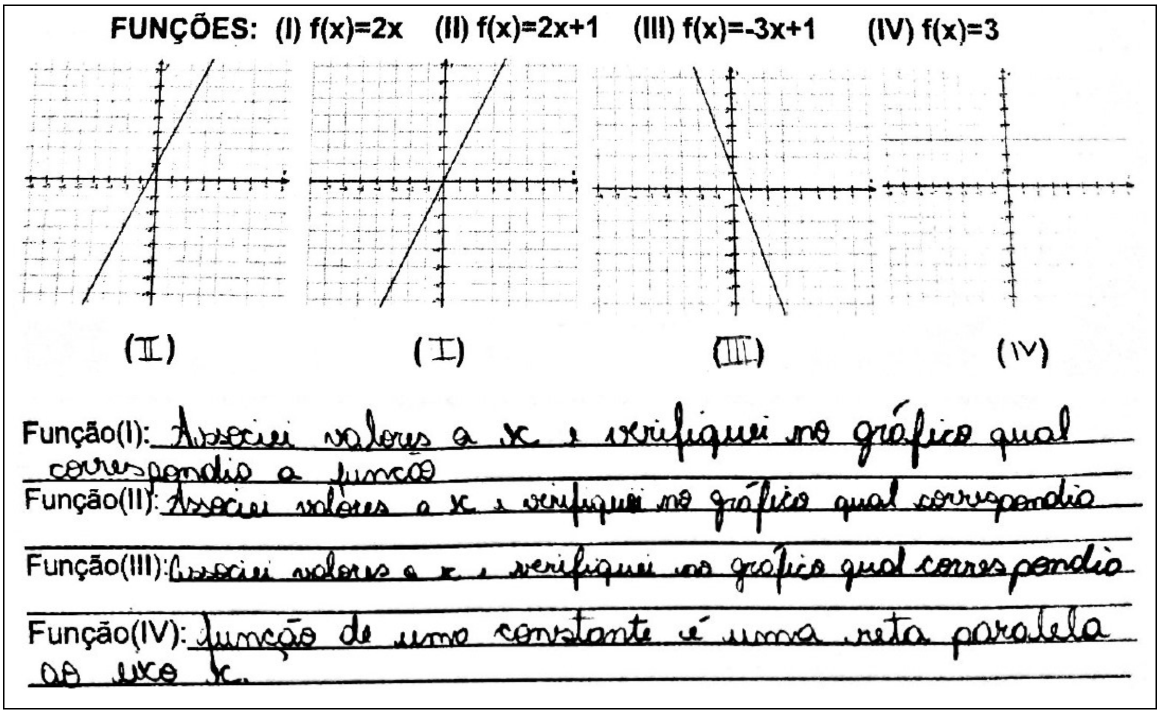



**Figura 2 -** Atividade 03 e resolução realizada pelo acadêmico $A_8$.
**Fonte:** elaborado pelos autores.

A expectativa era de que os acadêmicos identificassem que, nos casos (I) e (II), as funções são crescentes, pois, tomando dois pontos quaisquer, se $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) < f(x_2)$. No caso da função (I), além de ser crescente, ela intercepta os eixos cartesianos na origem, pois tem o coeficiente linear igual a zero, $b = 0$. Já o gráfico da função (III) revela que ela é decrescente, ou seja, se tomarmos dois pontos quaisquer tal que $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) > f(x_2)$. E, por último a função (IV) é constante, para qualquer $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) = f(x_2)$.

A Atividade 12, pertencente também ao bloco II, apresentou o maior número de erros e o menor número de acertos desse bloco. No enunciado, estão postas as informações de partida na forma de registro simbólico algébrico, sendo necessária a interpretação das funções por meio dos gráficos, cuja resolução faz necessária a conversão do registro simbólico algébrico em registro gráfico e, posteriormente, a apresentação da solução do registro em língua natural (PIRES, 2014).

**Atividade12 :** Dois taxistas cobram suas corridas da seguinte maneira:

- o taxista A cobra R$ 1,50 por km rodado mais um valor fixo de R$ 15,00, sendo essa relação expressa por $v=1,5x+15$ ($v$ é o valor cobrado pela corrida e $x$ a quantidade de km rodados);
- o taxista B cobra R$ 4,00 por km rodado, sendo essa relação expressa por $v=4x$ ($v$ é o valor cobrado pela corrida e $x$ a quantidade de km rodados).

Com base nessas informações, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos que representam os valores cobrados pelos taxistas em função da quantidade de quilômetros rodados.

De acordo com o gráfico que construiu, a partir de quantos km é mais vantajoso andar com o taxista A?

**Figura 3 -** Enunciado Atividade 12
**Fonte:** Pires (2014, p. 243)

A atividade nos pareceu, inicialmente, simples, e esperávamos que os acadêmicos tivessem facilidade na resolução. Os cinco acertos parciais foram dos acadêmicos que encontraram a quilometragem em que o Táxi A se torna mais barato, mas não esboçaram o gráfico conforme solicitado. Alguns deles igualaram as funções e encontraram o valor para $x$, considerando as imagens iguais das funções apresentadas, a partir de um tratamento na forma de registro simbólico algébrico, porém, sem a apresentação dos gráficos das funções, como solicitado no enunciado, o que pode estar relacionado a demanda de manipulações matemáticas necessárias à construção de um gráfico. Outros acadêmicos não se atentaram para o domínio da função, pois, como a variável independente descreve os quilômetros rodados, contempla apenas valores positivos.

Duas resoluções chamaram a atenção, visto que evidenciam dificuldade em relação à representação gráfica dos fenômenos descritos no enunciado da atividade. O acadêmico $A_{10}G_3$, de acordo com o desenho apresentado por ele, considerou os taxis partindo de um ponto diferente do instante, cuja quilometragem rodada fosse de zero, o que não faz sentido, pois, no ponto de partida da viagem, a quantidade de quilômetros rodados é nula. Três acadêmicos esboçaram os gráficos para valores negativos por meio de retas paralelas, como se vê na figura seguinte, em que $A_{13}G_2$ apresentou coordenadas negativas em sua representação gráfica, o que é incorreto, pois não existe deslocamento menor que zero. Esses três estudantes também não apresentam para qual quilometragem um taxi é mais econômico do que o outro, evidenciando dificuldade não apenas na conversão do registro simbólico algébrico para o registro gráfico, mas também no tratamento dentro do registro simbólico algébrico.

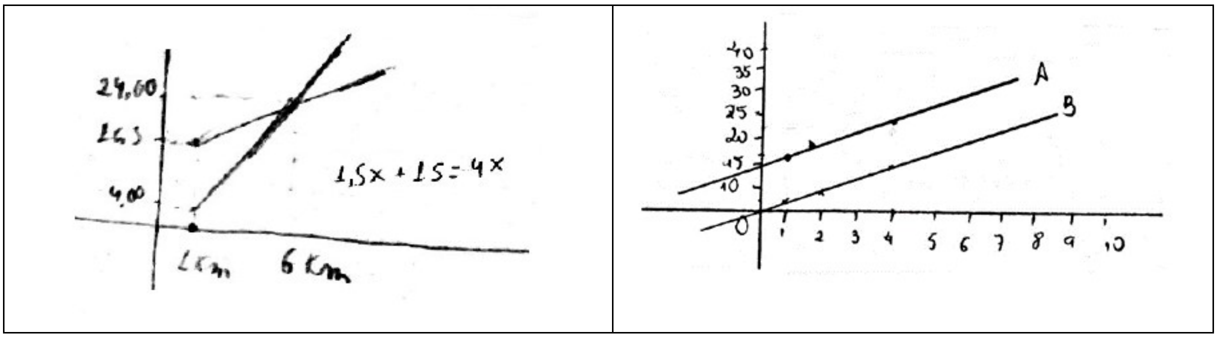



**Figura 4 -** Resoluções apresentadas por $A_{10}$ e $A_{13}$
**Fonte:** elaborado pelos autores.

Embora as dificuldades apresentadas sejam diferentes, elas revelam a falta de compreensão acerca do conjunto Domínio de uma função. Quando conversado sobre essa atividade em sala de aula, posteriormente à aplicação do teste, dúvidas emergiram quanto à cobrança que é efetuada pelo taxista, como destacado pelo acadêmico $A_6$ $G_3$:

> $A_6$: O taxista cobra pelos metros percorridos ou sempre efetua um arredondamento para quilômetro? Se a cobrança fosse pelos metros percorridos, a função sugerida na atividade descreve a situação real, mas, e se a cobrança for apenas para número de quilômetros inteiros?

Após as discussões, os acadêmicos lembraram da 'função escada', mas não conseguiram apresentar os detalhes da construção e os conceitos dessa função. As dúvidas permaneceram e eles foram motivados a trazer para aulas posteriores elementos que compõem tal função, na tentativa de esclarecê-las, gerando novos questionamentos dentro do Percurso de Estudo e Pesquisa.

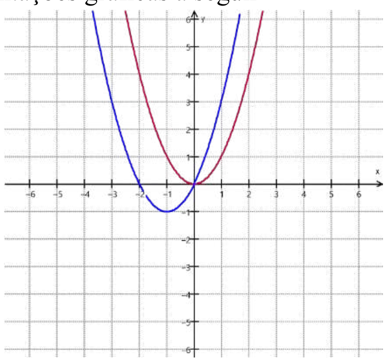
No bloco III, o percentual de acertos parciais foi o menor entre os blocos, com alto percentual de acertos, de 69,5%; o número de questões deixadas sem respostas e as respostas erradas foi de 9,7% e 13,9%, respectivamente. O item 'a' da Atividade 06 foi destaque em relação às demais atividades do bloco, com o maior número de questões com acertos parciais e erros.

Para a resolução da atividade, foi necessário escrever a lei de formação da função referência e da função a ela associada, o que exige a transformação do registro simbólico algébrico em decorrência da mudança no registro gráfico. Os acadêmicos reconheceram o deslocamento dos gráficos, perceberam as coordenadas dos vértices, porém, não conseguiram escrever essa mudança no registro algébrico, ou seja, não conseguiram fazer a conversão da mudança no registro gráfico para o registro simbólico algébrico. Notou-se falta de rigor matemático, com respostas que não utilizaram a linguagem matemática necessária para a compreensão do fenômeno descrito no enunciado. A resolução da atividade revelou dificuldade ao se fazer a representação algébrica da função, tendo como ponto de partida o vértice e dois pontos pertencentes ao gráfico da função.

Duval (2011) sugere que as dificuldades entre registro simbólico algébrico e gráfico sejam minimizadas a partir de um trabalho de interpretação global de propriedades figurais, ou seja, que se busque compreender que qualquer modificação no gráfico de uma função leva a uma modificação na expressão algébrica correspondente. Para isso, é necessário identificar as variáveis visuais frente às suas respectivas unidades simbólicas significativas na expressão algébrica, prática que é "[...] deixada de lado no ensino uma vez que depende de análise semiótica visual e algébrica" (DUVAL, 2011, p. 99).

Os oito acadêmicos que acertaram parcialmente a atividade não acertaram o registro algébrico da função ou deixaram-no em branco, como constata em uma das resoluções (Figura ).

**Atividade 06:** Observe as representações gráficas a seguir



O gráfico em vermelho é uma representação da função $f(x)=x^2$, que chamamos de função de referência. Já o gráfico em azul, representa uma função que chamamos de função associada e foi obtido a partir da função de referência com algumas alterações. Com base nas informações, responda:

a) observado as representações gráficas, quais as alterações que ocorreram na representação gráfica da função associada, considerando que ela foi obtida a partir da função de referência?

Houve a alteração de uma unidade para esquerda

b) determine as coordenadas do vértice de cada uma das parábolas que representam graficamente as funções. **função de referência V ( 0 , 0 ) função associada V ( -1 , -1 )**

c) escreva a expressão algébrica que representa o gráfico da função associada.

f(x) $x^2-1$

**Figura 5 -** Atividade 06 seguida pela resolução apresentada pelo acadêmico $A_9$
**Fonte:** elaborado pelos autores.

Por meio das resoluções das questões relacionadas à função associada, itens 'a' e 'c', percebemos que alguns acadêmicos apresentaram dificuldades na identificação dos elementos algébricos que geram o gráfico, o que influencia na representação algébrica. Tal dificuldade foi ressaltada na fala do acadêmico $A_4G_2$, que compartilhou com a turma, na aula em que foi promovido o debate sobre a resolução do teste. Segundo ele,

> $A_4$: No Ensino Médio, a gente não faz esse tipo de exercício, pelo menos onde eu estudei. O que a gente faz bastante é desenhar o gráfico tendo a função e os pontos.

O acadêmico destacou ainda, um dos motivos de apresentar dificuldade revelada por ele e por vários dos seus colegas relativa à escrita da lei de formação da função a partir de pontos do gráfico. Segundo ele

> $A_4$: Durante todo o tempo que estudei na escola nunca tinha visto que poderia escrever a lei de formação de uma função a partir do gráfico dessa função. Quando foi trabalhado na disciplina de Complementos fiquei impressionado, demorei um tempo para aprender a fazer isso. Agora, sempre que tenho a oportunidade lá na escola proponho este tipo de tarefa aos alunos. Pois não é uma coisa que vemos com frequência nos livros didáticos, é um tipo de tarefa bem raro de encontrar.

O relato feito pelo acadêmico remete a uma prática em sala de aula que pode gerar um obstáculo didático, pois, geralmente, os professores propõem atividades que têm como ponto de partida o registro algébrico da função e solicitam o gráfico, que, em geral, contemplado com número maior de tarefas do que o caminho contrário, ou seja, tendo o gráfico ou coordenadas dele como ponto de partida para escrever a lei de formação da função. A resolução das atividades nos permitiu identificar a dificuldade dos acadêmicos na conversão do registro gráfico para o registro simbólico algébrico.

No bloco IV, as atividades propostas apresentam o registro algébrico, cuja resolução exige tratamento. O objetivo de Pires (2014), ao propor as atividades que compõem o bloco, foi identificar as estratégias utilizadas no tratamento da variável independente e da dependente. Esperávamos muitos acertos nesse bloco, por serem atividades de baixa demanda cognitiva. Entretanto, foram identificados erros no item 'b', da Atividade 08, que consideramos estar relacionado à interpretação feita pelos acadêmicos com relação à variável $m$.

**Atividade 08:** Na casa de uma família que gasta cerca de 0,5 kg de gás de cozinha por dia, a massa contida em um botijão doméstico de 13 kg varia com o tempo de acordo com a fórmula m = 13-0,5t, onde t é o tempo em dias.

a) Calcule a massa de gás que resta em um botijão após 10 dias de uso.

b) Calcule o número de dias necessários para essa família consumir 6 kg de gás.

**Figura 6 -** Enunciado Atividade 08
**Fonte:** Pires (2014, p. 247)

Dos oito erros constatados na resolução destacamos dois, dos acadêmicos $A_2$ e $A_8$.

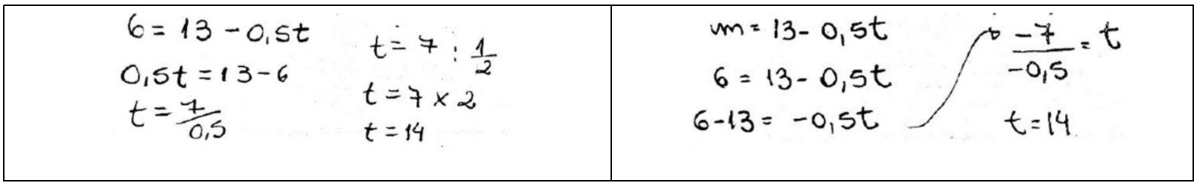



**Figura 7 -** Exemplos de resolução incorreta
**Fonte:** elaborado pelos autores.

Esses dois acadêmicos erraram ao considerar $m = 6$, pois a variável $m$ denota a massa de gás do botijão restante após $t$ dias de consumo, logo, o valor a ser substituído em $m$ deveria ser a diferença da quantidade inicial de gás e a quantidade restante após os seis dias de uso, obtida por meio de $13 - 6$, ou seja, $m = 7$.

Oito acadêmicos efetuaram a interpretação e a resolução correta da atividade. Desses acadêmicos, cinco apresentaram o resultado de maneira direta, sem cálculos; dois apresentaram os cálculos de maneira organizada e clara; e um utilizou a regra de três para a resolução, como exemplificam as resoluções a seguir.

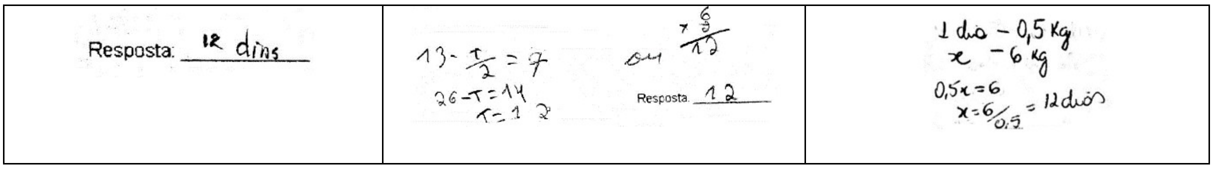



**Figura 8 -** Exemplos de resoluções corretas
**Fonte:** elaborado pelos autores.

As resoluções apresentadas pelos acadêmicos $A_6$, $A_4$ e $A_{13}$, respectivamente, possibilitaram-nos a reflexão acerca da maneira direta de resolução, isto é, sem a organização e a apresentação dos cálculos utilizados. Como alunos, é possível que se use essa maneira e, provavelmente, será aceita; porém, na posição de professor em formação, ela não é suficiente para promover a aprendizagem de seus alunos. Logo, sempre que havia oportunidade em sala, era destacada a relevância de organizar uma resolução e detalhá-la, para a compreensão de todos os alunos.

O acadêmico $A_{13}G_2$ foi o único que resolveu a atividade, por meio do recurso 'Regra de três'. Essa forma de resolução nos levou a questionar se os colegas que colocaram o valor final sem apresentar os cálculos também não teriam utilizado o mesmo recurso. Essa resolução é possível quando a proporcionalidade se mantém, ou seja, pode ser usada no caso de uma função linear, caso particular de função afim. A questão por nós levantada é se o acadêmico que evidenciou ter utilizado regra de três para a resolução tem clareza do uso restrito da regra à função linear. Esse item foi elencado como mais um entre os relevantes a serem discutido em nossas aulas para esclarecer quando uma função mantém a proporcionalidade e quando é possível lançar mão da regra de três em uma função afim.

O bloco V é composto por atividades que abrangem registros na língua natural e simbólico algébrico, exigindo, também, a transformação de conversão, segundo a TRRS. A resolução das atividades do bloco obteve o mais baixo percentual de atividades corretas entre os blocos, 38,9%; as deixadas em branco representam 11,1%; os acertos parciais totalizam 16,7% e o maior percentual de erros entre todos os blocos ficou em 33,3%. Destacamos a Atividade 01, com apenas cinco acertos, uma em branco e doze respostas erradas.

| |
|---|
| **Atividade 01:** Um avião de 100 lugares foi fretado para uma excursão. A companhia exigiu de cada passageiro R$ 800,00 mais R$ 10,00 por cada lugar vago. Para que número de passageiros a rentabilidade da empresa é máxima? |

**Figura 9 -** Atividade 01
**Fonte:** Pires (2014, p. 248)

A atividade foi proposta com intuito de identificar as estratégias de resolução dos acadêmicos, por não ser imediata a conversão do registro em língua natural para o registro de representação simbólica algébrica da função quadrática $f(x) = -10x^2 + 1800x$, ou $f(x) = 800x + 10x(100 - x)$. Os acadêmicos apresentaram dificuldades já na interpretação do enunciado, o que dificultou a conversão inicial.

Em um dos encontros posteriores ao do teste, quando conversamos sobre a resolução dessa atividade, a interpretação do enunciado foi um dos pontos destacados. De acordo com o acadêmico $A_7G_3$, o valor adicional de $R\$10{,}00$ a ser pago pelos passageiros por cada lugar vago tem sentido ambíguo, pois o texto possibilita diferentes interpretações. Ainda, segundo o aluno, para resolver esse problema, seria necessária a colocação de uma vírgula após a palavra passageiro, dizendo que a resolução foi prejudicada pela ausência da vírgula. Posteriormente ao diálogo e à resolução no quadro, a maioria dos acadêmicos entendeu ser desnecessária a virgula após a palavra ‘passageiro’. A atividade possibilitou, aos acadêmicos, refletir acerca da dificuldade na interpretação de enunciados, a necessidade de traçar um plano para resolução de problemas sobre os quais não se tem certeza dos conceitos envolvidos e de qual fórmula usar.

A Atividade 01 voltou a ser tema de debate semanas depois da aula em que foi resolvida no quadro, quando dois dos acadêmicos participantes da pesquisa realizaram uma prova de um concurso público federal que exigia Ensino Médio. Uma das questões da prova que, embora não se referisse à avião e passageiros, apresentava a maneira de resolução idêntica à Atividade 01 do teste. Esse relato nos pareceu ter gerado maior envolvimento dos acadêmicos nas atividades desenvolvidas nas aulas de Didática. De acordo com o acadêmico

> $A_6G_3$: Eu teria errado a questão no concurso se não tivesse errado no teste que fizemos na aula e depois corrigido no quadro.

Na figura a seguir, podemos identificar uma maneira de resolução correta, na qual o acadêmico interpretou corretamente o enunciado, a conversão da língua natural para o simbólico algébrico e posteriormente os cálculos.

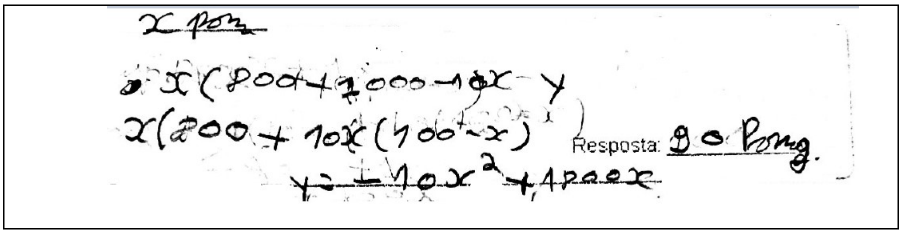



**Figura 10 -** Resolução do acadêmico $A_4$
**Fonte:** elaborado pelos autores.

O acadêmico relatou que:

> $A_4$: Apaguei tanto.... no início eu pensei: quanto mais gente melhor, mas não deve ser assim... só que aí eu não conseguia escrever a equação, nem sei quantas vezes apaguei, até que deu certo.

A questão foi resolvida corretamente, entretanto, como já mencionado anteriormente, a resolução realizada pelo acadêmico é desorganizada, não menciona o que ele chamou de $x$ e $y$, nem apresenta a função escrita com rigor matemático, ou seja, ele não iguala a função a $f(x)$ e, na terceira linha da resolução, há um $'x'$ sobrando fora dos parênteses e que não foi utilizado na multiplicação.

Corroborando o destacado por Sierpinska (1992), ao dizer que alguns obstáculos identificados na pesquisa estão relacionados com a organização do enunciado em termos de incógnitas e equações, em relacionar e distinguir os termos constantes e variáveis e a construção do gráfico. Tais dificuldades podem ser verificadas no desenvolvimento da resposta apresentada por $A_{11}$.

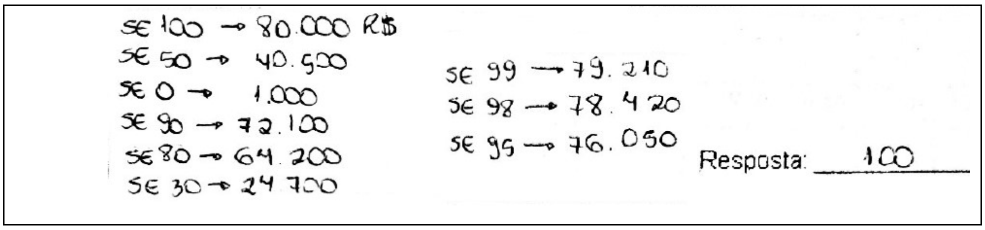



**Figura 11 -** Resolução do acadêmico $A_{11}$
**Fonte:** elaborado pelos autores.

Essa resolução demonstra a dificuldade que os acadêmicos encontraram para transformar o registro em língua natural para o registro simbólico algébrico, o que está relacionado com a falta de compreensão do fenômeno descrito no enunciado. É possível identificar também dificuldade para estabelecer as variáveis, reconhecer que a variável independente $(x)$ denota o número de passageiros e que o valor a ser pago por cada um deles tem relação direta com a quantidade de pessoas no avião e que o valor aumenta à medida que o número de passageiros diminui.

A aplicação da Atividade 01 revelou a dificuldade que os acadêmicos e os seus futuros alunos podem ter ao transformar o registro de língua natural para o simbólico algébrico.

A partir das dificuldades identificadas pelos acadêmicos durante a resolução do teste, foram gerados questionamentos e reflexões acerca dos *Obstáculos Epistemológicos e Didáticos* conforme estabelecido por Brousseau (1993), o que lhes possibilitou exemplificar, com a própria vivência, a reflexão abstrata de que, independentemente do objeto matemático abordado, existem dificuldades intrínsecas a ele, que, para que a aprendizagem ocorra, precisam ser superados.

Depois de dialogarem nos grupos pequenos sobre as dificuldades enfrentadas na resolução do teste e leitura de um texto de Pais (2002) relativo aos obstáculos epistemológicos e didáticos, nos organizamos em um grande semicírculo e elaboramos na lousa, em conjunto, um Mapa Conceitual na lousa, composto pelas dificuldades identificadas por eles durante a resolução do teste e enfrentadas em outros momentos de suas vidas. Após relatarem suas dificuldades apresentamos algumas outras, reveladas pelas pesquisas de: Sierpinska (1992), Pires (2014), Fonte (2017), Markovits et al., (1995), Scano (2009), Santos (2002) e Selingardi (2015), as quais contribuíram para a construção do Mapa.

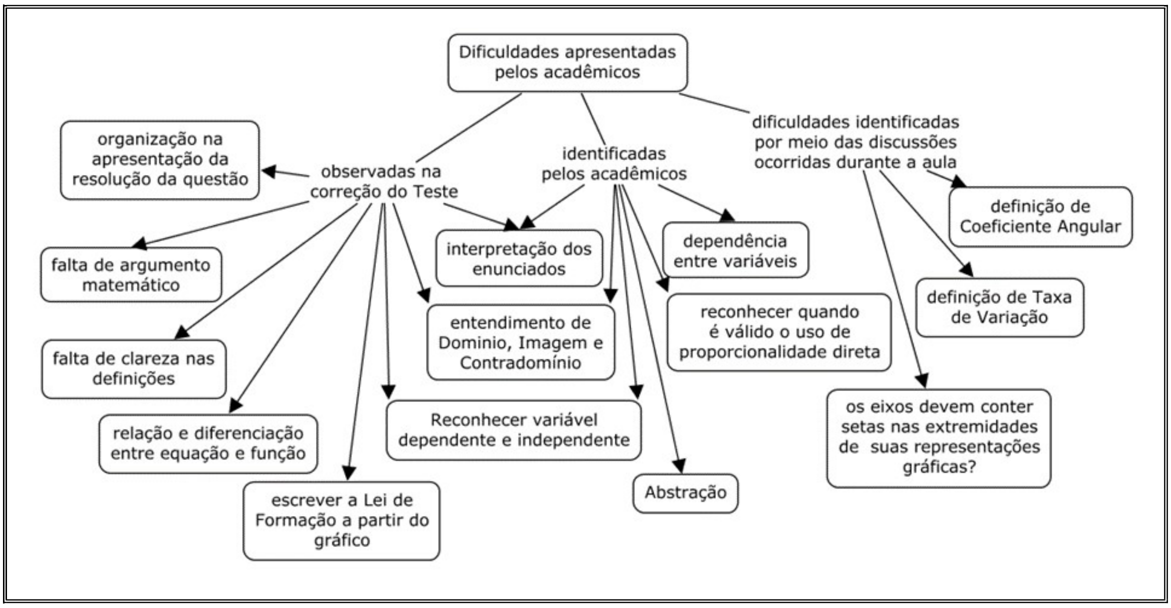



**Figura 12 -** Algumas dificuldades
**Fonte**: elaborado pelos autores.

Uma das dúvidas que surgiu durante a discussão foi acerca dos eixos cartesianos. Nas resoluções apresentadas pelos acadêmicos às tarefas propostas pelo teste, identificamos três tipos de representação das setas, que são colocadas nas extremidades dos eixos: 1) setas no sentido positivo dos dois eixos; 2) setas nos dois sentidos de ambos os eixos; e, 3) nenhuma seta.

Como a representação do sentido de uma reta resulta de convenção arbitrária, combinamos que usaríamos as setas no sentido positivo dos eixos $x$ e $y$, por conta de grande parte dos livros didáticos consultados apresentarem as setas no sentido positivo.Outro ponto relevante que emergiu de nossas discussões foi em relação aos nomes dados aos elementos que compõem a função $f(x) = ax + b$. Os acadêmicos se referiam ao parâmetro $a$ como sendo coeficiente angular independentemente se estavam se referindo ao registro simbólico algébrico ou ao registro gráfico, fato que desencadeou um debate sobre a importância do formalismo matemático, ou seja, do uso correto de símbolos e terminologia da Matemática, pois o uso incorreto pode gerar obstáculos didáticos aos alunos. Os acadêmicos, no caso em questão, tinham clareza do significado de coeficiente angular, mas o usavam para se reportar também ao registro algébrico da função, e não apenas ao ângulo formado pela reta que representa a função graficamente e o eixo $x$. Como destacado por Lima *et al.* (2016), é adequado dizer que uma função possui taxa de variação e uma reta possui coeficiente angular, pois esta última determina o ângulo entre a reta que representa a função e o eixo horizontal.

## Considerações finais

As discussões associadas à resolução do teste nos possibilitaram abordar aspectos relativos às dificuldades encontradas pelos acadêmicos durante a atividade e aquelas que eles supõem que os alunos do Ensino Médio encontrariam ao resolver atividades semelhantes às propostas.

Um dos aspectos que os acadêmicos demonstraram ter facilidade está relacionado à conversão de registro de língua natural para o simbólico algébrico, passando pelo tabular, pois o preenchimento dos dados em uma tabela contribuiu para algebrizar o fenômeno. Entretanto, quando solicitada uma justificativa ou descrição do comportamento da função, seja ela apresentada por meio de um enunciado, seja por um gráfico ou na forma algébrica, os argumentos não apresentam definições ou explicações compreensíveis utilizando representações, que são a base para a comunicação matemática.

As atividades nas quais foi solicitado esboço de gráfico revelaram problemas acerca da compreensão dos conjuntos Domínio e Imagem de uma função. Percebeu-se tal dificuldade, também, quando foi necessário fazer o tratamento do registro gráfico para o registro simbólico algébrico, o que está relacionado à interpretação do fenômeno representado por meio de um gráfico.

A replicação do teste elaborado por Pires (2014) permitiu que os acadêmicos identificassem suas próprias dificuldades em relação à compreensão de função afim e função quadrática. Essa identificação e as discussões a respeito das origens das dificuldades mostrou aos acadêmicos, a relevância de se embasar, no planejamento de suas aulas, em conhecimentos que extrapolem os específicos da Matemática, como, no caso em questão, a necessidade de conhecer, antecipadamente, pontos que constituem dificuldades para a aprendizagem dos alunos (obstáculos epistemológicos) bem como, identificar os obstáculos didáticos, propondo tarefas que possibilitem transpor os primeiros e desconstruir os segundos.

Outra constatação importante a que chegaram os acadêmicos a partir da identificação de suas dificuldades, foi a importância de propor tarefas em sala de aula que contemplem os diferentes registros, bem como transitar entre estes registros, constatação esta que, se não fosse promovida pela identificação de suas próprias dificuldades possivelmente não seria alcançada mediante discussões abstratas.

Em um curso de licenciatura não é possível estabelecer reflexões sobre todos os conceitos estudados na Educação Básica. O presente trabalho foi desenvolvido com intuito de considerar dificuldades para a aprendizagem de função afim e a partir delas promover a compreensão de que algumas delas se configuram como obstáculos epistemológicos e/ou didáticos, os quais são intrínsecos ao conceito ou à maneira como são ensinadas. Tais ações provavelmente oportunizarão ao futuro professor estabelecer reflexões semelhantes relacionadas a outros conceitos, começando pela reflexão de suas próprias dificuldades.

**Referências**

BACHELARD, G. *A formação do espírito científico.* Rio de Janeiro, Contraponto, 309 p. 1996. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/fis2008/Bachelard1996.pdf>. Último acesso em: 04 jul. 2019.

BARROSO, M. M.; FRANCO, V. S. O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores. *Zetetiké:* Unesp, Campinas, v. 18, n. 34, p. 205-234, jul. 2010. <https://doi.org/10.20396/zet.v18i34.8646684>

CHEVALLARD, Y. L'analysedes pratiques enseignantesenThéorieAnthropologieDidactique. *RecherchesenDidactiquesdesMathématiques.* Grenoble, p. 221-266, 1999. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques/>. Último acesso em: 01 set. 2020.

DUVAL, R. *Semiósis e Pensamento Humano:* Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática:* Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática. Uma análise da influência francesa.* Coleção Tendência em Educação Matemática. 2ª edição. Belo Horizonte. Editora Autêntica. 2002.

PIRES, R. F. *Função:* concepções de professores e estudantes dos ensinos médio e superior. 2014. 440 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduados em Educação Matemática, Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10984>. Último acesso em: 14 mar. 2019.

## SOBRE OS AUTORES

**FRANCIELI CRISTINA AGOSTINETTO ANTUNES.** Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (2003), mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (2007) e doutorado em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste. Professora Assistente do curso de Licenciatura em Matemática da Unioeste *campus* Cascavel desde 2009. Lattes: http://lattes.cnpq.br/8670412633799111.Contato:francieliantunes@gmail.com

**CLÉLIA MARIA IGNATIUS NOGUEIRA.** Licenciada em Matemática pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Tupã (1973), mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (1979) e doutorado em Educação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2002). Professora aposentada do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá – UEM, membro do corpo docente permanente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade do Oeste do Paraná – Unioeste e do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – PRPGEM da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR. Coordenadora adjunta do GT13/SBEM – Grupo de Trabalho Diferença, Inclusão e Educação Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Lattes: http://lattes.cnpq.br/7001703570357441.Contato:cminogueira@uem.br

**MARCUS BESSA DE MENEZES.** Possui Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (2000), Mestrado em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco (2004), Doutorado em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco (2010) e Pós-doutorado em Educação Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco e UniversidadComplutense de Madrid (2015). Professor Associado da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE); Membro do corpo docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências e Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco (CAA-UFPE); Membro do corpo docente permanentedo Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Lattes: http://lattes.cnpq.br/7719250848803909. Contato: marcus.bmenezes@ufpe.br

Recebido: 20 de abril de 2022.

Revisado: 16 de abril de 2023.

Aceito: 18 de abril de 2023.