

Modelagem matemática nos anos iniciais na perspectiva histórico-cultural

Mathematical modelling in the early years from a historical-cultural perspective

Margareth Ferreira Miyake¹

<https://orcid.org/0009-0007-4896-9709> 

Amauri Jersi Ceolim¹

<https://orcid.org/0000-0003-2271-5456> 

Alessandra Augusta da Silva¹

<https://orcid.org/0000-0002-0189-2173> 

1. Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, Brasil. E-mail: mar_miyake@hotmail.com; ajceolim@gmail.com; aleunesparcm@gmail.com

Resumo: Este artigo tem como objetivo discutir o papel da mediação do professor em atividades de Modelagem Matemática (MM) nos anos iniciais do Ensino Fundamental sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, a partir de uma pesquisa realizada em nível de mestrado. O *corpus* foi composto por atividades de MM descritas em duas dissertações disponíveis na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, das quais foram selecionadas cinco tarefas para análise. Elas foram desenvolvidas com turmas de 2º e 4º anos do Ensino Fundamental e foram analisadas segundo a Análise Textual Discursiva, obtendo três categorias, Mediação em relação ao tema, Mediação em relação ao problema e Mediação em relação à validação. As análises evidenciaram a importância da mediação do professor e a interação entre os alunos durante a implementação das atividades de MM como promotora para a aprendizagem e o desenvolvimento das funções psíquicas superiores.

Palavras-chave: Modelagem matemática, anos iniciais, teoria histórico-cultural.

Abstract: This article aims to discuss the role of teacher's mediation in Mathematical Modelling (MM) activities in the early years of Elementary School from the perspective of Historical-Cultural Theory, based on a research carried out at master's level. The corpus was composed of MM activities described in two dissertations available in the Digital Library of Theses and Dissertations, from which five tasks were selected for analysis. They were developed with classes from the 2nd and 4th years of Elementary School and were analyzed according to the Discursive Textual Analysis, thus obtaining three categories, Mediation in relation to the theme, Mediation in relation to the problem and Mediation in relation to validation. The analyzes have highlighted the importance of teacher's mediation and interaction among students during the implementation of MM activities as a promoter of learning and development of higher psychic functions.

Keywords: Mathematical modelling, early elementary school, historical-cultural theory.

Introdução

A Modelagem Matemática (MM)¹ é uma alternativa pedagógica que aborda temas e problemas do contexto dos estudantes, envolvendo questões econômicas, sociais e culturais, possibilitando, além da aprendizagem de conteúdos matemáticos, o desenvolvimento do senso crítico dos estudantes (Burak, 1992, 1994, 2010, 2017), que pode ser desenvolvido a partir dos anos iniciais.

O marco inicial da MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental no Brasil foi explicitado por Burak (1987, 1992). O autor é considerado precursor da MM nos anos iniciais, tendo orientado diferentes trabalhos de MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental, abrangendo as quatro séries, 1^a à 4^a, com diferentes temáticas, como pintura de uma sala de aula, construção de uma horta, entre outras.

Para Burak (1992, p. 62), a MM é “[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Em relação ao desenvolvimento de MM em sala aula, Burak (1992, 1994, 2010) aponta dois princípios norteadores: 1) partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas; e 2) obter as informações e os dados, sempre que possível, no ambiente onde se localiza o interesse do grupo. Além disso, apresenta cinco etapas: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e análise crítica das soluções.

O autor salienta que se deve enfatizar mais o processo do que a construção de modelos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que a MM pode ser utilizada não somente para ensinar conteúdos matemáticos, mas também para desenvolver o senso crítico, principalmente quando ela for efetivada de forma interdisciplinar e com situações que envolvem o contexto dos alunos, podendo ser pautadas em temas não matemáticos.

Para Almeida e Dias (2004, p. 7), a MM é “[...] uma alternativa para o ensino e aprendizagem da matemática escolar, que pode proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e

¹A MM, como parte da fundamentação teórica da pesquisa realizada, se deve ao recorte do corpus da pesquisa, tendo como objeto de análise atividades pedagógicas (tarefas) de duas dissertações. Deve-se ênfase à Burak (1992, 1994, 2010, 2017), por ter vínculo com os anos iniciais, e a Almeida e Dias (2004), devido à utilização de três momentos, elaborados por elas ao desenvolver atividades de MM.

reflexivo [...]"'. As autoras relatam que a MM apresenta potencial para o ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula, e que ela pode ser desenvolvida gradativamente a partir de três momentos, permitindo que os alunos, organizados em grupos, possam familiarizar-se com esse contexto.

No primeiro momento, o professor apresenta para todos os alunos uma situação-problema e realiza com eles deduções, análises e a construção do modelo matemático. No segundo, são apresentados uma situação-problema e um conjunto de informações e, os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação de hipóteses simplificadoras, a construção do modelo matemático e a sua validação. E, no terceiro, os alunos, em grupo, desenvolvem uma atividade de MM a partir de uma situação-problema escolhida por eles e o professor acompanha todo o processo. É nesse momento que os alunos são responsáveis por toda condução da atividade de MM.

Para Almeida e Dias (2004), o encaminhamento de atividade de MM tem se mostrado adequado na prática de sala de aula em diferentes níveis de ensino, assim como a apropriação de novos conhecimentos. Dessa forma, "[...] os alunos, tanto ressignificam conceitos já construídos, quanto constroem outros diante da necessidade de seu uso" (Almeida e Vertuan, 2011, p. 5). Nesse processo, os alunos vão adquirindo autonomia, criticidade e consolidando a aprendizagem matemática.

Nessa mesma direção, tem-se a Teoria Histórico-Cultural, cujos principais precursores Vigotski², Luria e Leontiev (2006) destacam o desenvolvimento das funções psíquicas superiores(FPS), com base no materialismo histórico-dialético, desenvolvido por Marx (2013) e Engels (2000).

Leontiev (1978) ressalta que o indivíduo não nasce humano, mas se humaniza por meio das vivências em sociedade em atividades que se constituem de necessidades, motivos, objetos e ações. Investigações mais atuais, realizadas por pesquisadores da Teoria Histórico-Cultural, o retomam, destacando-se Davíдов (1988), Martins (2011) e Martins et al. (2016). Para eles, nas atividades humanas, as relações intrapsíquicas constituem-se a partir das relações interpsíquicas. Nelas, o indivíduo cria e se apropria de ferramentas cada vez mais elaboradas que levam ao desenvolvimento humano, ou seja, ao desenvolvimento das funções psíquicas superiores (FPS).

Costa e Tuleski (2016) ressaltam que as ferramentas criadas para o trabalho de subsistência do homem, (na caça, na agricultura, etc), se relacionam com os

² Na literatura, o nome do autor aparece com distintas formas de escrita: "Vigotski, Vygotski", "Vigotsky" e "Vygotsky". Neste artigo, a forma escrita é preservada de acordo com cada obra referenciada. No entanto, quando se tratar de interpretações feitas nesta investigação, o termo será padronizado como Vigotski.

instrumentos elaborados para apropriação dos conhecimentos historicamente acumulados, como patrimônios da humanidade. Assim, “[...] foi a unidade entre os instrumentos concretos e os instrumentos abstratos (signos) que levou ao surgimento do gênero humano [...]”, liberando o homem das suas limitações biológicas (Costa & Tuleski, 2016, p. 9).

É importante ressaltar que, embora haja pesquisadores da mesma base teórica, Martins (2016) utiliza o termo ferramentas e Costa e Tuleski (2016), o termo instrumentos para referirem-se aos meios que são utilizados para apropriação de conhecimentos humanos ou para a construção de algum objeto de subsistência e que medeiam as relações humanas em suas diversas atividades.

Assim, neste artigo, o termo instrumento é utilizado para se referir aos objetos que são exteriorizados e objetivados pelo ser humano e que podem ser materializados em ferramentas ou, no caso da escola, em recursos pedagógicos. Eles são subdivididos em instrumentos materiais e simbólicos, materializados em recursos pedagógicos materiais tais como a caneta, quadro, papel, *slides*, etc ou em recursos simbólicos tais como textos, oriundos de gêneros textuais (Bakhtin, 2016) a partir dos instrumentos simbólicos.

Os instrumentos são mediados pela relação entre pensamento e linguagem (Davíдов, 1988; Vigotski, 2009) na própria atividade efetivada pelo ser humano e faz com que outras formas de atividade sejam criadas.

No contexto escolar, a natureza da atividade ocorre por meio da aprendizagem dos saberes sistematizados ao longo da história, o qual é internalizada e forma a consciência do sujeito (Leontiev, 1978). Por isso, comprehende-se que a escolarização exerce grande influência na compreensão e atuação do sujeito no mundo, pois a aprendizagem e o desenvolvimento humano não são resultados da maturação, ao contrário, são promovidos socialmente.

Com o intuito de aprofundar o assunto e esclarecer o papel do professor para o desenvolvimento psíquico, Vygotsky (1991) determina dois níveis de desenvolvimento: a Zona de Desenvolvimento Real (ZDR), que é o nível do desenvolvimento da criança em que suas funções mentais já se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento e Zona de Desenvolvimento Potencial (ZDP), que é o nível de desenvolvimento da criança, determinado por meio da capacidade de solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com os colegas mais experientes. Destaca-se que a ZDP representa o espaço entre o conhecimento apropriado pelo aluno e o conhecimento a ser adquirido por ele com a mediação do professor ao organizar a atividade de ensino.

Essa organização, segundo Moura et al. (2010, p. 208) se explicita “na busca de organizar o ensino, recorrendo à articulação entre a teoria e a prática e que se constitui a atividade do professor, mais especificamente, a atividade de ensino”, denominado pelas autoras como a Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

Na AOE, o papel do professor é o de mediação entre o que a criança já sabe e o que ela precisa aprender, por meio de instrumentos, materializados em recursos pedagógicos, com vistas à apropriação de conceitos científicos e, eventualmente, para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Assim, tem-se a mediação como:

- Relação entre homens por meio da linguagem e objetos, esses nomeados de instrumentos materiais concretos e simbólicos (Vygotsky et al. 2010);
- Auxiliador no desenvolvimento das atividades psíquicas por meio de instrumentos concretos e abstratos (Costa e Tuleski, 2016);
- Processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação (como, por exemplo, entre um conceito e outro) (Oliveira, 2001);
- Interação e discussões para promover autonomia, pensamento crítico e vínculo mais estreito entre professor e alunos (Burak, 1994);
- Processo de intenções (com começo, meio e fim) na organização das aulas na AOE, por meio de conteúdo (Moura et al. 2010).

Nessa direção, o Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná (Paraná, 2018) mostra a necessidade da utilização de recursos didáticos pedagógicos para sistematizar e consolidar os conhecimentos matemáticos dos alunos, convergindo com Moura (2001), ao afirmar que cabe ao professor a preparação desses recursos pedagógicos em sua prática.

A partir desses pressupostos, tem-se como objetivo da pesquisa compreender o papel da mediação do professor em atividades de MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, foi realizado um estudo documental com base em duas dissertações: *Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental* (Tortola, 2012) e *Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Possibilidades para o Ensino da Matemática* (Jocoski, 2020). Nas próximas seções serão apresentadas a metodologia, as análises de dados e resultados da pesquisa e, por fim, as considerações finais.

Metodologia

A pesquisa de cunho qualitativo documental, pautada em Creswell (2007) e Bogdan e Biklen (1994), ocorreu por meio da identificação de 14 pesquisas publicadas na Biblioteca digital de Teses e Dissertação (BDTD)³. Foi realizada uma leitura dos resumos, objetivos e do embasamento teórico de cada publicação com o objetivo de identificar o tema “Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental” com foco em estudantes no contexto de sala de aula.

Feito isso, foram selecionadas as dissertações de Tortola (2012), intitulada, *Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*, e de Jocoski (2020), *Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: possibilidades para o ensino de matemática*. A seleção justifica-se pela descrição detalhada e pela quantidade de atividades contidas em cada uma delas, o que foi suficiente para compor o *corpus* da pesquisa.

As atividades de MM foram selecionadas com base na leitura das atividades descritas nas duas dissertações selecionadas. As atividades (a partir de agora, representadas pelas siglas A1 à A5) de Tortola (2012) foram A1 - Tamanho dos Anéis, A2 - Espaço dos Estudantes na sala de Aula, A3 - Medindo a beleza de uma pessoa, A4 - Gastos com o flúor” e A5 - Receita de *Slime* de Jocoski (2020). A organização e análise dos dados foram realizados com base em Moraes e Galiazzi (2011), por meio da Análise Textual Discursiva (ATD).

Iniciou-se com a desconstrução do texto e fragmentação a partir do *corpus* de análise, como resultado da identificação das atividades emergindo três categorias e nove subcategorias. Esse processo, caracterizado pela produção de metatextos, segundo Morais e Galiazzi (2011), requer constante aperfeiçoamento e organização da escrita, pois exige uma permanente atenção aos fenômenos emergentes, uma análise criteriosa e interpretação detalhada por parte do pesquisador.

Análise de Dados e Resultados da Pesquisa

Nesta seção será apresentada a análise e resultados da pesquisa por meio das três categorias e nove subcategorias que emergiram dos dados. Segue Tabela 1.

³BDTD (ibict.br)O Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia - ibict - desenvolveu e coordena a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, é responsável por integrar os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino.

Tabela 1*Categorias e Subcategorias Emergentes dos Dados*

Categorias	Subcategorias	Fragmentos
Mediação em Relação ao Tema	S1:Escolha do tema pelo professor	A1.1; A1.38; A1.39; A1.41; A1.42; A2.38; A2.39; A2.40.
	S2: Escolha do tema pelo professor e aluno	A3.1; A3.2; A3.5; A3.6; A3.8; A3.21; A3.22; A3.64; A3.65; A3.66; A3.67.
	S3:Pesquisa exploratória	A1.2; A1.6; A1.42; A1.43; A2.1; A2.3; A2.4; A3.3; A3.9; A3.10; A3.11; A4.3; A4.8; A4.22; A5.10; A5.18; A5.19; A5.20; A5.54; A5.58; A5.59.
Mediação em relação ao problema	S4:Inteiração dos problemas	A1.3; A1.4; A1.5; A1.7; A1.8.; A1.9; A1.12; A2.7.; A2.8.; A3.12; A3.13; A3.6; A4.5; A4.6; A4.9; A4.10; A4.11; A4.12; A4.13; A4.17; A4.190; A4.24; A5.12; A5.21.
	S5: Levantamento dos problemas	A1.10; A1.11; A1.13; A1.14; A1.16; A1.17; A1.20; A1.21; A2.2; A2.5; A2.6.; A2.9; A2.15; A2.17; A3.1; A3.18; A3.19; A3.27; A3.29; A3.37; A3.38; A4.4; A4.11; A4.13; A5.11; A5.31.
Mediação em relação à Validação	S6:Resolução dos problemas	A1.23; A1.24; A1.26; A1.27; A1.28; A1.29; A1.30; A1.31; A1.32; A1.43; A1.48; A2.11; A2.13; A2.14; A2.19; A2.20; A2.21; A2.22; A2.23; A2.26; A2.36; A3.39; A3.58; A4.38; A5.26; A5.47.
	S7: Análises críticas das soluções	A1.33; A1.34; A1.37; A2.18; A2.24; A1.25; A3.25; A3.30; A3.34; A3.35; A3.44; A3.47; A3.49; A3.50; A4.16; A4.33; A4.38; A4.48; A5.27; A5.41; A5.60.
	S8: Interpretação dos resultados	A1.35; A1.36; A1.40; A1.45; A2.10; A2.33; A2.34; A2.35; A2.37; A3.4; A3.31; A3.33; A3.36; A3.43; A3.45; A3.46; A3.48; A3.51; A3.54; A4.41; A4.42; A4.43; A5.28; A5.50;
	S9:Validação e discussões reflexivas	A1.44; A1.45; A1.47; A1.48; 1.49; A1.50; A2.27; A2.29; A2.30; A2.31; A2.32; A2.38; A3.40; A3.41; A3.42; A3.52; A3.53; A3.55; A3.56; A3.57; A3.59; A3.60; A4.47; A4.50; A5.45.

Fonte:autores

A Tabela 1 sintetiza as categorias elencadas na primeira coluna; seguidas das subcategorias (S1 à S9), segunda coluna e os fragmentos⁴, terceira coluna e será utilizado como base para a discussão de todas as categorias resultantes da pesquisa.

Mediação em Relação ao Tema

Na primeira categoria, intitulada *Mediação em relação ao tema*, as atividades ocorreram de acordo com a proposta de Almeida e Dias (2004), seguindo os três momentos, a partir de atividades: I) *realizadas exclusivamente pelo professor*; II) *realizadas pelo professor e alunos*; III) *conduzidas pelo aluno, no entanto com a mediação do professor*. A primeira categoria culminou nas Subcategorias S1, S2 e S3. As atividades que fazem parte da S1, *Escolha do Tema pelo Professor*, são as A1 –

⁴ Os fragmentos foram codificados de acordo com os dados obtidos das cinco atividades, por exemplo: A1.15. S1, significa fragmento número 15 da atividade A1 e subcategoria S1.

Tamanho de Anéis e A2 – Espaço dos estudantes na sala de aula.

Na primeira subcategoria (S1) foi abordada a ação do professor pesquisador (Tortola, 2012), ao apresentar o tema aos estudantes e fornecer as informações necessárias para discussão, como pode ser observado pelos fragmentos a seguir:

- O professor iniciou a aula com alguns questionamentos em relação ao tema Anéis. (A1.1.S1);
- A empolgação identificada nas suas respostas e a disposição em relação ao estudo indica a aceitação desse convite feito pelo professor em investigar o tema, Tamanhos de Anéis. (A1.42.S1);
- O tema “Espaço dos estudantes na sala de aula” foi escolhido por contemplar um contexto que está diretamente associado ao ambiente escolar dos estudantes. (A2.38. S1).

A partir desses fragmentos, verifica-se que, na ação da escolha do tema, mesmo sem a participação direta dos alunos, Tortola (2012) demonstrou preocupação em promover a aceitação do tema, comovistoem A1.42.S1. Ele selecionou um tema relacionado ao contexto dos alunos, diretamente associado ao ambiente escolar e fomentou discussões que possibilitaram a elaboração de diálogos democráticos em sala de aula.

Essa ação corrobora com Vygotsky (1991, p.129) ao afirmar que “[...] o pensamento propriamente dito é gerado pela motivação, isto é, por nossos desejos e necessidades, nossos interesses e emoções”. Assim, Tortola (2012), ao proporcionar um ambiente de diálogo, permitiu ao aluno o desenvolvimento do pensamento e, consequentemente, potencializou o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Em outras palavras, essas abordagens despertam um “[...] maior interesse e desenvolvendo, um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática” (Almeida & Dias, 2004, p. 7).

A segunda Subcategoria (S2) refere-se à *Escolha do Tema pelo Professor e Aluno*, efaz parte do segundo momento de Almeida e Dias (2004). Seguem fragmentos referentes a atividade A3 – *Medindo a beleza de uma pessoa*, e pode-se observar as ações que denotam a escolha do tema entre professor e aluno.

- Para promover a interação e provocar uma discussão com os estudantes a respeito do tema, o professor apresentou em alguns slides fotos de pessoas famosas, como cantores, apresentadores de televisão, jogadores de futebol, etc. (A3.5.S2);
- Todos ficaram animados, alguns apenas levantavam a mão, como solicitado, outros, falavam alto e até comentavam suas opiniões. (A3.6.S2);
- [...] entregamos uma folha com informações a respeito do tema. (A3.64.S2);
- [...] a turma foi organizada em 8 grupos com 3 ou 4 estudantes cada. (A3.65.S2).

É notóriaa participação dos alunos na escolha do tema, sugerido pelo professor, além da organização da sala em grupos, como ressaltam Almeida e Dias

(2004). A mediação do professor no processo da apresentação do tema foi significativa para aceitação e participação na escolha do tema, convergindo com os pressupostos de Burak (1992, 2017). Por meio desses fragmentos, fica nítida a importância de trabalhar em grupo e por meio de um tema, pois, permite ao estudante o estudo dos fenômenos nas várias dimensões, biológica, psicológica e social, viabilizando discussões e desempenhando um papel fundamental no desenvolvimento da autonomia dos alunos (Burak, 2017).

Os instrumentos de mediação, utilizados por Tortola (2012) por meio de recursos pedagógicos, tais como uma folha com informações para mediar discussões; uma tabela com indicações para trabalhar medidas e uma folha com as informações a respeito do tema, têm como ponto de partida a ZPD dos estudantes, ao trazer para a sala de aula aquilo que o estudante pode aprender por meio do par mais experiente, neste caso, o professor. Consoante a isso, Burak (1992, 2017) ressalta que fazer a discussão do tema e investigar sobre o mesmo contribui para o ensino de matemática, principalmente nos anos iniciais e, além disso, para o desenvolvimento da criticidade.

Burak (1994) também apresenta o professor como mediador durante todo o processo das discussões e desenvolvimento da atividade e da importância da relação entre professor e aluno no processo de aprendizagem. Asbahr (2016) ressalta que a relação afetiva é potencializada para a organização do trabalho pedagógico. Consoante a isso, Moura (2001) destaca que na AOE, o ato do planejamento é feito de tal forma que leve os alunos a interagir, mediados por uma atividade que seja significativa e motivadora.

A Subcategoria (S3) refere-se à *Pesquisa exploratória*, a segunda etapa da forma de conduzir uma atividade de MM em sala de aula, conforme Burak (2010, 2017), que ocorre após ser escolhido o tema a ser pesquisado. Nos fragmentos a seguir, foram elencados momentos em que os alunos assumem uma postura atenta, criteriosa e comprometida com a pesquisa. A mediação de Tortola (2012) direcionou o olhar dos alunos por meio de discussões para algumas informações selecionadas, segundo seus objetivos, articuladas com o conteúdo impresso, a priori, na folha de informações. A seguir, alguns fragmentos.

- [...] os estudantes selecionaram as informações que consideraram úteis para o estudo do problema, as palavras utilizadas foram retiradas da folha com as informações a respeito dos anéis (Figura 18). (A1.43.S3);
- [...]o professor propôs aos estudantes que assistissem um trecho do vídeo “Donald no país da Matemágica”. (A3. 10.S3);
- Os estudantes buscaram informações e curiosidades na internet, as quais anotaram em uma folha em branco que lhes foi entregue. (A4.3. S3).

Pelos trechos apresentados, observa-se que o principal caminho escolhido por Tortola (2012) para a condução da pesquisa exploratória das atividades, A1, A2, A3 e A4, foi o diálogo. Moura (2001, p. 25) enfatiza o papel primordial da linguagem para Vigotski e salienta que “[...] a palavra é como o signo por excelência, responsável pelo desenvolvimento cultural dos sujeitos. A palavra é o signo cultural de mediação fundamental, responsável pela transformação das funções naturais de inteligência do sujeito para as funções superiores”. Nesse sentido, no contexto escolar, a partir da AOE, o professor tem papel significativo, pois a aprendizagem de conceitos científicos, quando adequadamente organizada, produz um efeito maior.

A organização apresentada por Jocoski (2020) na atividade A5 proporciona o desenvolvimento da autonomia dos alunos, assim como a aprendizagem com o outro mais experiente. Eis alguns fragmentos para exemplificação:

- Algumas crianças trouxeram de casa os diferentes nomes dados às Slimes, citando os seguintes: Amoeba, geleca, meleca, kimeleka, esticosa e cocô de unicórnio. (A5.18.S3);
- [...] as crianças em diversos momentos pediam ajuda aos seus pais, principalmente quando precisavam trazer anotações de pesquisas que eram pedidas a eles sobre a Slime. Os pais ajudaram bastante na parte da pesquisa das crianças[...]. (A5.54.S3).

Observa-sea partir dos fragmentos elencados da atividade A5 de Jocoski (2020) o primeiro princípio pautado em Burak (2010, 2017) relacionado ao interesse do grupo. A participação da família quando requerida nas atividades enviadas para casa, no processo da pesquisa, possibilitou sobremaneira o vínculo afetivo entre professor e aluno assim como a participação coletiva de todos. A pesquisa exploratória foi viabilizada pela *internet*, entrevista, vídeos e familiares e o professor utilizou os recursos pedagógicos efetivamente, potencializando o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Mediação em relação ao Problema

A segunda categoria, intitulada *Mediação em relação ao problema*, refere-se a fase em que os alunos identificam e formulam os problemas relacionados aos temas investigados por eles, ou a priori, preparado pelo professor, seguindo os três momentos (Almeida e Dias, 2004). Refere-se à fase em que os alunos identificam e formulam os problemas a partir das informações e os dados coletados segundo interesse do grupo, consoante os princípios apresentados por Burak (1992, 1994, 2010, 2017), que se objetiva responder os problemas levantados e as dúvidas que

surgem durante a pesquisa, por meio dos conteúdos matemáticos e possíveis modelos matemáticos. No entanto, na fase de estudo dos anos iniciais, Burak (1994, p. 53) salienta que “[...]o professor deve se preocupar mais com o processo, do que apenas criar modelos matemáticos, pois nessa fase as estruturas matemáticas ainda estão em processo de construção pela criança”.

A mediação realizada pelo professor é significativa, pois possibilita fortalecer, no aluno, aptidões numa perspectiva crítica, favorecendo a elaboração de situações-problema, a partir dos dados coletados (Burak, 2017). Nesse contexto, o papel do professor é atuar na ZDP entre o que o aluno já sabe fazer sozinho e o que ele está prestes a aprender perante a mediação. Sendo assim, entende-se o quanto é relevante o papel do professor como responsável pela organização do ensino. Ao planejar e preparar suas aulas, atuando como mediador dos recursos pedagógicos utilizados, o professor atua nas potencialidades de desenvolvimento do aluno (Moura, 2001). Nessa perspectiva, a categoria é composta por três Subcategorias, S4, S5 e S6.

A Subcategoria (S4), relacionada à *Inteiração dos problemas*, refere-se à fase em que os alunos são guiados por um problema específico e buscam inteirar-se, familiarizar-se com o tema investigado por meio da coleta de dados e informações a seu respeito. Nessa direção, seguem fragmentos com discussões levantadas por Tortola (2012) e Jocoski (2020):

- Após essa discussão inicial foi entregue a cada um dos estudantes uma folha com informações a respeito do tema, “Tamanho de Anéis”. (A1.4.S4);
- Mas como saber qual é o tamanho de anel adequado para o dedo? (A1.7.S4);
- Ao tomarem conhecimento do problema, o professor questionou os estudantes se imaginavam como solucioná-lo. (A1.12.S4);
- O professor questionou sobre a beleza uma mesma pessoa na foto, alguns colegas levantavam a mão e outros não, ou seja, uma pessoa que é bonita pra um colega, pode não ser pra outro. (A3.6.S4);
- Estudante 5: quantos bochechos vêm aqui pro colégio? (A4.19.S4);
- [...]decidiu elaborar um grupo no WhatsApp para encaminhar fotos, vídeos, recados, dúvidas e demais questões aos responsáveis das crianças acerca da atividade que seria desenvolvida durante a pesquisa. (A5.12.S4);
- Imagens baixadas de diferentes tipos de Slime, as crianças comentavam suas cores, texturas e ingredientes usados em cada imagem visualizada. (A5.21.S4).

Os exemplos mostram que as discussões são iniciadas com o objetivo de familiarizar os alunos com o problema, a partir de informações coletadas, baseadas no interesse do grupo, segundo Burak (2010, 2017). Esses problemas não necessitam ter ligação com a matemática, mas com o interesse em pesquisar. Para o autor, nessa fase, é necessário que o professor assuma a postura de mediador com o intuito de contribuir com a delimitação de um assunto, ao levar os alunos a se inteirar do

problema.

O que corrobora com o conceito de aprendizagem, a partir da Teoria Histórico-Cultural, destacando sua natureza social e atribuindo importância significativa ao papel do outro no desenvolvimento (Vigotski, 2009). Nos dados elencados, as discussões fazem com que os alunos se mostrem interessados e participativos, desenvolvendo um conhecimento crítico e reflexivo em relação ao conteúdo da Matemática, possibilitando tomadas de decisões (Burak, 1992, 2010).

A interação é essencial na compreensão do problema durante o processo de MM, pois é a fase que envolve a seleção e anotações dos dados, o que contribui para encontrar possíveis respostas sobre o problema. O principal recurso de mediação utilizado por Tortola (2012) e Jocoski (2020) é claramente visualizado nas ações mentais e no desenvolvimento das discussões, ações essas que são realizadas pelo professor e previamente pensadas por meio da organização do ensino (Moura, 2001).

A Subcategoria (S5) refere-se ao *Levantamento dos problemas*. Segundo Burak (2010, 2017), é papel do professor instigar os alunos a levantar questionamentos a partir das informações coletadas por eles e discutir sobre o que tem relação com a matemática ou não, para em seguida elaborar o problema de investigação. O autor ressalta que com a obtenção de tantos conhecimentos novos acerca do objeto estudado, os alunos delimitam o tema que será pesquisado. Para Burak (2010, p. 53), essa fase “[...] exige esforço e reflexão por parte de estudantes e professor; favorecem a compreensão de uma determinada situação; incentivam a participação ativa do aluno nas discussões e elaboração”.

Nessa fase, identificam-se os primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade de transformar as situações do cotidiano em situações matemáticas, ou não matemáticas, com a mediação do professor em todo o processo da realização da atividade (Burak, 2017). Neste sentido, nas atividades A1, A2, A3 e A4 de Tortola (2012) e A5 de Jocoski (2020) notou-se que as ações foram pensadas e orientadas pelo professor, como sugere Moura (2001), por meio de informações, indagações e questionamentos acerca do problema, como explicitado na sequência:

- Como se determina o tamanho de um anel? (A1.10.S5);
- A partir das informações obtidas, um problema foi formulado: “Qual é o gasto com o flúor em nossa escola?” (A4. 4.S5);
- Comentaram que para a próxima aula, já trariam uma Slime feita por eles, receitas ou desenhos caso não pudessem tirar fotos. (A5.11.S5);
- Iniciamos a reprodução do vídeo sobre a maior Slime do mundo, do youtuber “Tio Lucas”, eles acompanharam atentamente a apresentação do vídeo e elaboraram algumas perguntas referentes a ele. (A5.31.S5).

A partir desses fragmentos, verificou-se que a mediação realizada pelos professores foi relevante. Burak (2017, p. 12) destaca que “[...] a ação do professor, como mediador, é significativa pois oportuniza fortalecer, no estudante, aptidões para rever os dados coletados sob uma perspectiva crítica, favorece a construção de problemas ou situações-problemas, a partir da discussão dos dados coletados”. Observa-se que Tortola (2016) e Jocoski (2020) levantaram os problemas por meio de discussões a partir das questões, o que vai ao encontro de Burak (2017, p. 15) que afirma que com “[...] caráter genérico, exige esforço e reflexão por parte de estudantes e professor”. Ressalta-se, a partir desses fragmentos, a mediação do professor ocorrendo na ZDP, em concordância com Vygotsky (2007).

As ações foram pensadas e delineadas pelo professor, segundo Moura (2001). Mediante as discussões, observa-se o interesse e motivação na participação da atividade, a seguir:

- Eles afirmaram que sim e começaram com alguns palpites, uns diziam que cabia 38, alguns, 40, outros ainda, 42, 50, e assim foram surgindo novos palpites. (A2.5.S5);
- “cada um tem que ter um metro de espaço pra ele”, conforme aponta o Estudante 35. (A2.6.S5);
- [...] mais uma informação foi apontada pela Estudante 2, que “a sala de aula é ocupada por estudantes, professor e objetos... como cadeiras, carteiras, armários”, completando assim a coleta de informações (Figura 30). (A2.15.S5);
- Eles mediram e foram medidos pelos colegas. (A3. 29.S5);
- Estudante 8: quantos sachês são dados? [...] quanto é gasto? (A4.13.S5);
- Grupo 3: O que precisamos ter de ingredientes para fazer a Slime da nossa sala? (A5.34.S5).

As reflexões e questionamentos suscitados foram preponderantes para que ocorresse o processo de internalização. Burak (2017, p. 12) destaca que “[...] a qualidade da ação favorece o aprimoramento da autonomia, a formação de um espírito crítico do estudante que dá sentido e significado à resolução de problemas levantados”, gerando aprendizagem e desenvolvimento, segundo a Teoria Histórico-Cultural. Vygotsky (1991, p. 83) salienta que “as relações intrapsíquicas (atividade individual) se constituem a partir das relações interpsíquicas (atividade coletiva).” Infere-se que a interação ocorrida entre os alunos potencializou o processo da busca de informação no levantamento dos problemas.

Dentre os fragmentos elencados acima, observa-se um ambiente dialógico que se faz necessário nos anos iniciais entre as crianças, contribuindo, desta forma, para o ensino e aprendizagem (Burak, 2010), corroborando a concepção de aprendizagem por meio da relação com o outro, partindo do social para o individual.

A Subcategoria (S6), refere-se a fase da *Resolução dos problemas*. Segundo

Burak (1992, 2017), nessa fase, tem-se o objetivo de responder aos problemas levantados por meio da matemática. Geralmente, o foco está na construção de um modelo matemático, no entanto, para Burak (2017), p. 12) esta não é a prioridade nos anos iniciais do Ensino Fundamental “[...] pois nesse período da formação das crianças há que ensiná-las a construir conceitos mais do que se apropriar de fórmulas e realizar matematizações que, pelo nível de abstração exigido, não lhes são significativas” logo, é importante enfatizar e discutir os conceitos matemáticos que surgem desse processo, ao compreender o professor como mediador, atuando na ZDP e permitindo, por meio dos conteúdos matemáticos, a aprendizagem. Assim, a atividade (Leontiev, 2006), em seus elementos constitutivos, necessidade, motivo, objetivo e ação, mediada sempre pelo par mais experiente (Tuleski e Eidt, 2016), é responsável pelo desenvolvimento do psiquismo, vista com as lentes da Teoria Histórico-Cultural.

A fase de resolução dos problemas permite ao professor, na condição de mediador, proporcionar a apropriação de novos conhecimentos matemáticos atuando na ZDP, bem como as dificuldades, e levando os a um nível maior de conhecimento. Seguem exemplos (Tortola, 2012) nessa direção:

- [...] dúvida em relação ao ponto inicial de medida: Por onde começar medindo, do zero ou do um? (A1.23.S6);
- Outra questão que também necessitou de esclarecimentos foi em relação aos milímetros. (A1.29.S6);
- Os estudantes em geral estavam medindo a sala de aula como um todo, sem observar o fato de que era preciso desconsiderar o espaço ocupado pelos armários ou o espaço destinado ao professor. (A2.19.S6);
- Formas geométricas [...] conteúdo pouco explorado nas aulas até então. (A5.26.S6).

Percebe-se a importância da mediação realizada pelo professor a partir da ZDP, pois as dúvidas e dificuldades são repensadas, por meio do planejamento de ensino, para realização das mediações necessárias, convergindo com acepções de Moura (2001). Nesse sentido, Martins, Abrantes e Facci (2016) afirmam que as dúvidas e dificuldades encontradas em meio a uma situação problema é o ponto de partida para a prática de ensino do professor.

A partir da organização das atividades A1, A2, A3, e A4 de Tortola (2012) e A5 de Jocoski (2020), é possível observar que os professores partiram das dificuldades dos alunos para sanar suas dúvidas. Seguem fragmentos para exemplificação:

- O professor explicou a diferença entre adotar o zero ou o um como ponto inicial de medida e que, geralmente, começamos do zero, uma vez que a medida se torna mais fácil, pois, o que fazemos quando medimos? (A1.24.S6);

- Os estudantes não viam como explicar essa relação por meio de um número, já que para eles a beleza era algo essencialmente pessoal. (A3.39.S6);
- [...] então o professor propôs que eles medissem quanto de solução cabia em um copinho. (A4. 38.S6).

Percebe-se que houve discussões mediadas pelo professor e fomentadas pelos alunos, ficando evidente o planejamento do professor com detalhes, ao apresentar estratégias utilizadas para a resolução. Nesse processo da análise da resolução, as estratégias utilizadas para produção do modelo matemático podem ser observadas a seguir:

- As representações utilizadas na produção do modelo matemático dessa situação foram variadas, envolvendo registros figurais, numéricos e em linguagem natural. (A2.36.S6);
- [...] o modelo matemático produzido pelos estudantes para esta atividade foi constituído verbalmente com a ajuda do professor [...] e para sua constituição, o professor solicitou aos estudantes que, grupo a grupo, apresentasse suas conclusões. (A3.58.S6);
- [...] houve a construção do modelo da Slime a partir da receita adotada pelas crianças e que de início era um dos problemas levantados por alguns dos grupos. (A5.47.S6).

A partir dos fragmentos elencados, reforça-se, sob a perspectiva da Teoria Histórico-cultural, que a aprendizagem parte do meio social e, portanto, não há aprendizagem sem a relação com o outro. Os modelos matemáticos obtidos envolveram figuras, gráficos, tabelas, receitas e exposições verbais realizadas em grupo com objetivo de explicar matematicamente as situações-problema. Os principais recursos utilizados pelos professores pesquisadores foram apresentados por meio do diálogo durante as discussões, no desenvolvimento das atividades, que representa um dos fatores preponderantes para a aprendizagem, vistas a partir da Teoria Histórico-Cultural, parafraseando Vigotski (2004), tornando o homem capaz de planejar suas ações, solucionar problemas, fomentar discussões e tomar decisões, entre outros.

Mediação em relação à Validação

A *Mediação em relação à validação* teve como ponto principal a validação do modelo matemático. Entretanto, as análises anteriores apontaram para a importância do processo de apropriação de conhecimentos matemáticos, não da formulação de modelos matemáticos em primeiro plano, como destacado por Burak (1994). Essa categoria é composta pelas Subcategorias: S7, S8 e S9.

A Subcategoria (S7), *Análise crítica das soluções*, é pautada na criticidade e é

um momento singular, pois objetiva-se discutir as hipóteses apresentadas durante todo o processo da resolução do problema e soluções encontradas (Burak, 2017). Os fragmentos, abaixo, denotam as discussões que mediaram as soluções para o problema:

- No que concerne à discussão referente ao problema, os estudantes notaram que as medidas seguem uma regularidade. (A1.33.S7);
- Como resposta para o problema os estudantes obtiveram valores como 36, 39, 40, 42, etc (A2.24.S7);
- Os estudantes estavam impregnados do jogo de linguagem, referente à beleza, praticado em seu cotidiano, no qual a beleza é vista como algo pessoal e não há como ser medida, essa significação de beleza demorou a ser modificada. (A3.47.S7);
- As crianças foram muito criativas nas ilustrações de suas Slimes. (A5.27.S7).

Ressalta-se a participação ativa dos estudantes nas discussões em torno das resoluções dos problemas, apresentando momentos de reflexão crítica (Burak, 1992, 2010, 2017). Nesse sentido, os momentos discursivos contribuíram para a aprendizagem por meio da identificação de erros e pelas exposições das ideias, conforme fragmentos a seguir:

- Quanto aos erros cometidos, eles relacionaram à dificuldade em obter uma medida precisa[...]. (A1.37.S7);
- Os estudantes desconfiaram da resposta. (A4.38.S7);
- a partir de decisões tomadas ao longo da atividade, de acrescentarem quantidades dos ingredientes à receita. (A5.60.S7).

Por meio dessas discussões em grupo, destaca-se a mediação realizada pelo professor a partir da ZDP, por meio das dificuldades apresentadas pelos alunos. Percebe-se a importância central do professor como responsável pela organização em todo esse processo, o que corrobora com a AOE, proposta por Moura et al. (2010). Elas enfatizam o planejamento e replanejamento do ensino. Ressalta-se, também, que as discussões em grupos, conforme os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, conduzem ao desenvolvimento do indivíduo.

A Subcategoria (S8), *Interpretação dos resultados*, nas palavras de Burak (1992), é uma etapa importante para refletir sobre os resultados alcançados, tanto as respostas matemáticas, quanto as discussões contempladas referentes às atividades. Seguem exemplos:

- Conteúdos de determinação de área, perímetro e unidades de medida de comprimento e de área, além de contemplar algumas propriedades operativas, como a comutativa da multiplicação, e apresentar aos estudantes a interpretação de área sob um ponto de vista geométrico. (A2.10.S8);
- A comparação desses quocientes levou a Estudante 27, bem como outros, a concluir que os resultados obtidos estão próximos de 1,6 ou 1,61; como mostram os protocolos apresentados na Figura 49. (A3.31.S8);

- Os estudantes verificaram, então, quantos mililitros eram necessários para preparar 155 bochechos, desta vez, por meio da multiplicação 8×155 , obtendo 1240 ml de solução. (A4.41.S8);
- A criança procura registrar no desenho as unidades de medidas presentes na embalagem, procurando diferenciar o tamanho dos potinhos com a quantidade registrada 100g e 200g. (A5.28.S8).

Observa-se que, nessa ação, as discussões em grupo levaram à interpretação de diferentes conceitos matemáticos e situações presentes no cotidiano, possibilitando a análise de uma possível resposta ao problema. As discussões apresentadas são condizentes com o repertório matemático dos alunos, que precisaram da intervenção do professor para a interpretação dos problemas e chegarem a um modelo para a situação, como pode ser observado a seguir:

- Durante a discussão sobre o uso de anéis, ou sobre como determinar o tamanho de um anel, a linguagem natural prevaleceu, a comunicação naquele momento era estritamente oral. (A1.40.S8);
- Foi necessária a intervenção do professor para que um novo significado para a palavra de um novo contexto, e em outro jogo de linguagem. (A2.34.S8);
- A beleza não deixa sua característica de ser algo pessoal. (A3.48.S8);
- Eles calcularam quantos dias de higienização há no semestre por meio da multiplicação 6×4 – considerando que cada mês possui 4 sextas-feiras –, logo, em 6 meses há aproximadamente 24 dias de higienização e, portanto, são gastos com flúor, nessa escola, $24 \times 90 = 2160$ centavos, ou seja, R\$ 21,90. (A4.43.S8);
- Puderam questionar, pesquisar e solucionar dúvidas sobre conteúdos matemáticos. (A5.50.S8).

As discussões denotaram a conclusão da atividade por intermédio dos momentos de socialização e validação dos modelos matemáticos ou não matemáticos para a situação problema. Nesses momentos de socialização, constatou-se um ambiente reflexivo, organizado pelo professor, com o objetivo de finalizar a atividade de forma a validar todo trabalho desempenhado durante as ações dos alunos.

A organização de sala de aula, realizada pelos professores pesquisadores Tortola (2012) e Jocoski (2020), durante as cinco atividades analisadas nesse estudo, foi por meio da divisão em pequenos grupos. Tal abordagem se alinha aos pressupostos de uma atividade, especialmente no que diz respeito à resolução do problema e discussões reflexivas sobre os resultados. Essa estrutura se assemelha aos interesses da AOE, pois, de acordo com essa perspectiva, Moura, et al (2010, p. 225) destacam que “[...] garantir que a atividade de estudo dos educandos se dê prioritariamente dentro de um coletivo, busca concretizar o princípio ou lei de formação das funções psíquicas superiores elaborado pela Teoria Histórico-Cultural [...]. Isso torna a MM uma atividade potencializadora na aprendizagem nos anos iniciais, o que possibilita a elaboração de significados em matemática que se relacionam com a vida dos alunos. Além disso, ela favorece a aproximação da matemática escolar com problemas extraescolares vivenciados pelos estudantes.

A Subcategoria (S9) *Validação e discussões reflexivas* tem como objetivo a validação do modelo, ou seja, a comprovação de que o modelo ou modelos produzidos têm o fim de responder ao problema motivador da atividade. Burak (2010, p. 23) destaca que “uma lista de preços em um supermercado é considerada um modelo matemático”.

As ações pertencentes a essa subcategoria têm como finalidade a socialização e validação dos modelos matemáticos para a conclusão da atividade. A mediação do professor é preponderante (Burak, 2010) e, nesse momento, é papel do professor preparar um ambiente reflexivo conforme a AOE, proposta por Moura et al (2010), que promova a aprendizagem, com vistas a frisar a importância de finalizar a atividade de forma a validar o trabalho desempenhado dos alunos durante todo o tempo de realização da atividade de MM. Os fragmentos elencados em S(9) demonstramos relatos dos professores pesquisadores sobre a concretização da socialização dos resultados dos grupos, ou seja, dos modelos alcançados referentes às atividades de MM. Alguns fragmentos nessa direção:

- [...] o modelo matemático produzido pelos estudantes para esta atividade foi constituído verbalmente com a ajuda do professor, que orientou os estudantes na articulação das informações disponíveis e evidências encontradas, e para sua constituição, o professor solicitou aos estudantes que, grupo a grupo, apresentasse suas conclusões. (A3.57.S9);
- Os estudantes não construíram um modelo matemático de forma explícita, esse é revelado em suas discussões e em seus registros, por meio da sequência de operações que realizaram para solucionar o problema [...]. (A4. 47.S9).

Os relatos dos professores pesquisadores sobre a finalização do trabalho com vistas a socializar os resultados de cada grupo denotam momentos mais reflexivos. O papel do professor em mediar essas discussões é importante, pois objetiva-se finalizar a atividade e validar o trabalho realizado pelos alunos, o que está alinhado com a AOE. O processo de validação, com caráter explicativo, se apresenta como o principal elo das atividades.

Por meio das discussões, Tortola (2012) e Jocoski (2020) abordaram novos conceitos matemáticos, mesmo a partir de um tema não matemático, como explicita Burak (1992, 2010). Vygotsky (1991) enfatiza que a aprendizagem de novos conceitos ocorre na ZDP, a partir da compreensão dos conhecimentos reais do aluno, e assim se dá a introdução dos conhecimentos científicos, os quais contribuem para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como observa-se nos fragmentos abaixo:

- Multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura da sala de aula. (A2.38.S9);
- O professor então fez no quadro um exemplo de algoritmo da divisão, como estavam acostumados a fazer e mostrou-lhes as regras de uso [...] (A3.52.S9);
- Figura 82 – Linguagem numérica utilizada na resolução da atividade relacionada ao flúor. (A4.50.S9);
- [...] contagem cem a cem [...] Metro, quilograma. (A5.45.S9).

Esses fragmentos revelam um ensino bem organizado, alinhado com a AOE. Moura et al (2010) expõem que a aprendizagem de conceitos, quando adequadamente organizada, produz um efeito maior sobre o desenvolvimento do psiquismo humano, especialmente na formação do pensamento teórico nessa fase de estudo da criança. A validação aconteceu a partir de exposições das investigações realizadas, discussões sobre os resultados e conclusões críticas sobre os modelos produzidos. Segundo Burak (2017, p. 14) “[...] a oportunidade de refazer o processo de pensamento sobre uma determinada situação favorece cada estudante e o grupo, e promove a autoavaliação”. Destaca-se que a participação dos estudantes nas discussões realizadas de maneira reflexiva e crítica, possibilitou a aprendizagem e desenvolvimento.

Tecendo Algumas Considerações Finais

Nas três categorias analisadas, a ação mediadora do professor revelou-se essencial no desenvolvimento das atividades de MM e a aprendizagem dos estudantes dos anos iniciais.

Na primeira categoria, *Mediação em relação ao tema*, com caráter motivacional, os alunos expuseram os motivos das suas escolhas, ficando nítida a vinculação com seus interesses, que pode ser pessoal ou do grupo. Vygotsky (1991) salienta que o pensamento é instituído pela motivação, ou seja, pelos nossos interesses e emoções. Nessa concepção, o desenvolvimento da atividade realizada por meio dos grupos contribuiu para um vínculo maior entre professor e alunos e também nas relações entre os próprios alunos. Os saberes compartilhados por meio das discussões na escolha do tema entre os alunos e professores, de forma planejada e organizada com fins específicos, contribuiu para o desenvolvimento da autonomia dos alunos, gerando aprendizagem e potencializando desenvolvimento.

Outra ação potencializadora da primeira categoria refere-se à organização e utilização dos recursos pedagógicos como materialização de instrumentos. Nessa AOE, o professor é o principal responsável pela apropriação dos conceitos científicos

que por meio da relação estabelecida com os alunos, cria um ambiente propício para a aprendizagem.

Na segunda categoria, *Mediação em relação ao problema*, o professor buscou levantar os problemas relacionados aos temas e resolvê-los. A partir da análise realizada, ficou explícita a importância do papel do professor como mediador atuando na ZDP, a partir do aprofundamento e, apropriação dos conteúdos matemáticos, contribuindo de forma significativa para o desenvolvimento do psiquismo vistas com as lentes da Teoria Histórico-Cultural.

A fase de resolução dos problemas também convergiu com os princípios da AOE, tendo o professor na condição de mediador de novos conhecimentos matemáticos e conceitos científicos escolares e a formação do pensamento teórico. As dúvidas e dificuldades encontradas em meio a um problema foi o ponto de partida para a prática de ensino do professor, percebendo as dificuldades e repensando sua prática e buscando novos caminhos para a aprendizagem(Moura, et al., 2010).

Na terceira categoria, *Mediação em relação à Validação*, as validações relacionadas aos modelos matemáticos produzidos para os problemas estudados nas cinco atividades foram identificadas. A participação dos estudantes nas discussões em torno das análises foi evidente, tanto nas discussões matemáticas quanto nas reflexões sobre a realidade. Em convergência com os princípios da AOE, a mediação do professor revelou-se de extrema importância nesse processo, quando ele prepara um ambiente reflexivo com fins específicos, promovendo aprendizagem, ao finalizar a atividade e validar o trabalho desempenhado dos alunos durante todo o tempo de realização da atividade de MM. Na produção do modelo para o problema abordado, considerou-se o repertório matemático inicial dos alunos, e isso possibilitou a aprendizagem de conteúdos matemáticos e o desenvolvimento de pensamento crítico sobre o tema em questão.

Ressalta-se que as ações que mobilizaram as três categorias forneceram resposta para o objetivo geral da pesquisa outrora apresentada, com ênfase na mediação do professor, preponderante para aprendizagem e desenvolvimento das funções psicológicas superiores dos estudantes. Com o objetivo de organizar o ensino, infere-se que a AOE esteve presente em todas as atividades. Nas atividades em que os problemas foram propostos pelos alunos, o tema partiu do interesse do coletivo, pois todos estavam motivados em obter respostas para o problema. Já quando o problema foi proposto pelo professor, o objetivo foi familiarizar os alunos para que a atividade de MM fosse consolidada.

A mediação não ocorreu de forma direta, mas por intermédio dos signos e pelos

recursos pedagógicos, que quando considerados no contexto escolar à luz da Teoria Histórico-Cultural, destacam a mediação do professor. Cabe a ele a organização de sua prática pedagógica, utilizando esses recursos mediadores com objetivos e fins específicos. A troca de ideias e opiniões mediatizadas entre professor e aluno potencializou a realização e consolidação das atividades de MM.

A MM pode oferecer e potencializar o ensino da matemática, contribuindo para a apreensão de novos conceitos matemáticos. Ou seja, os estudantes se humanizam ao se apropriar e internalizar os processos de significação social, atribuindo um novo sentido ao que aprendem. Isso promove o desenvolvimento da criticidade e das funções psicológicas superiores por meio de um processo organizado, como propõe a AOE, com vistas a aprendizagem e a humanização dos sujeitos.

Não se tem a intenção de colocar um ponto final no assunto, pois, a MM no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental é um campo vasto. No entanto, espera-se que essa pesquisa possa contribuir para que outras investigações sejam desenvolvidas sobre a mediação do professor, ao considerar a relação professor-aluno, os recursos pedagógicos como materialização de instrumentos e a AOE na MM.

Referências

- Almeida, L. M. W., & Dias, M. R. (2004). Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, 17, 19-35.
www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10529
- Almeida, L. M., & Vertuan, R. E. (2011). Registro de representação semiótica em atividades de modelagem matemática: uma categorização das práticas dos alunos. *Union*, 7, 109-125.
www.union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/954
- Asbahar. F. S. F. (2016). Idade Escolar e Atividade de Estudo: Educação, Ensino e Apropriação dos sistemas conceituais. In: L. M. Martins, A. A. Abrantes, & M. G. G. Facci (Orgs.), *Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice* (pp. 171-192). Autores Associados.
- Bakhtin, M. (2016) *Os gêneros do discurso* (P. Bezerra, Trad.) São Paulo: Editora 34

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994) *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.

Burak, D. (1987). Modelagem Matemática:uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5^a série. [Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro].

<https://Portal de Periódicos Unesp - Câmpus de Rio Claro>

Burak, D. (1992). Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem. [Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas – SP].

<https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/46030>

Burak, D. (1994). Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. *Zetetiké*, 2, 10-27.

www.periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646925

Burak, D. (2010). Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem em Educação Matemática*, 1, 47-60.

<https://mid-educacao.curitiba.pr.gov.br/2017/10/pdf/00156542.pdf>

Burak. D. (2017). Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: Um Olhar Sobre seus Fundamentos. *Union*, 51, 9-26.

<http://funes.uniandes.edu.co/17147/1/>

Costa, E. M., & Tuleski, S. C. (2016). Psicologia histórico-cultural e a relação entre instrumento e signo no desenvolvimento infantil: uma discussão metodológica. *Interfaces da Educação*, 6, 101-123. <https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/762>

Creswell, J. W. (2007). *Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed.

Davídov, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental*. (M. Shuare, Trad.) Moscú: Editorial Progresso.

Engels, F. A. (2000). *Dialética da natureza. Paz e Terra.*

Jocoski, J. (2020). *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. [Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Paraná]. [https://acervodigitalhttps://acervodigital.ufpr.br/handle/](https://acervodigital.ufpr.br/handle/)

Leontiev, A. O. (1978) *Desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte.

Leontiev, A. N. (2006) Uma Contribuição à Teoria do desenvolvimento da Psique infantil. In: L. S. Vigotskii, A. R. Luria, A. N. Leontiev. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem* (pp. 59 - 84). São Paulo: Ícone.

Martins, L. M. (2011). *O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica*. Autores Associados.

Martins, L. M., Abrantes, A. A., & Facci, M. G. G. (2016). *Periodização Histórico – Cultural do desenvolvimento Psíquico, do nascimento à velhice*. Campinas: Autores Associado.

Marx, K. H. (2013). *O Capital: crítica da economia política. Livro I: O processo de produção do capital*. São Paulo: Boitempo.

Moura, M. O. (2001). A atividade de ensino como ação formadora. In: D. Astro., & A. M. P. Carvalho (Orgs.), *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média* (pp. 143 – 162). Pioneira Thompson Learning.

Moura, M. O., Sforni, M. S. F., & Araújo, E. S. (2010) A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: M. O. Moura (Org.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. Brasília: Liber livro.

Moraes, R., & Galiazzi, M. C. (2011). *Análise Textual Discursiva*. Unijuí.

Oliveira, M. K. (2001). *Vigotsky, aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*. Editora Scipione.

PARANÁ. (2018). Referencial curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações. Curitiba: SEED.

Tortola, E. (2012). *Os usos da Linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. [Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Londrina].

<https://pos.uel.br/pecem/wp-content/uploads/2021/08>

Tortola, E. (2016). *Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. [Tese de doutorado, Universidade Estadual de Londrina].

<https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/configuracoes-de-modelagem-matematica-nos-anos-iniciais-do-ensino-fundamental>

Tuleski, S. C., & Eidt, N. M. (2016). A periodização do desenvolvimento: Atividade dominante e a formação das funções Psíquicas superiores. In: L. M. Martins, A. A. Abrantes, & M. G. facci (Orgs). *Periodização Histórico-Cultural do Desenvolvimento do nascimento à velhice* (pp 33-45). 2^a. Edição, Autores Associados.

Vygotsky, L. S. (1991). *A formação Social da Mente*. 4^a edição, Martins Fontes.

Vigotski, L. S. (2004). *Psicologia Pedagógica*. Martins Fontes.

Vygotsky, L. S., Luria, A. R., & Leontiev, A. N. (2006). *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. Ícone.

Vigotski, L.S. (2009). *A Construção do Pensamento e da Linguagem*. Martins Fontes.

Vygotski, L. S., Luria, A. R., & Leontiev, A. N. (2010). *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem* (M.P. Bezerra, Trad). Ícone.

Notas de autoria

TÍTULO DA OBRA

Modelagem matemática nos anos iniciais na perspectiva histórico-cultural

Margareth Ferreira Miyake: Mestre pela Universidade Estadual do Paraná (Unespar), *campus* de Campo Mourão, Brasil.
E-mail: mar_miyake@hotmail.com
<https://orcid.org/0009-0007-4896-9709>

Amauri Jersi Ceolim: Professor adjunto da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), *campus* de Campo Mourão, Brasil.
E-mail: ajceolim@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2271-5456>

Alessandra Augusta da Silva: Professora adjunta da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), *campus* de Campo Mourão, Brasil.
E-mail: aleunesparcm@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0189-2173>

MARGARETH FERREIRA MIYAKE, Graduada em Pedagogia – licenciatura plena pela Universidade Estadual do Paraná - *campus* de Campo Mourão. Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), participa do grupo Relação com o Saber e Educação Matemática (ReSEMat) e Grupo de Pesquisa em Estudos em Psicologia Histórico-Cultural (GEPSIC) e atua como Professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental pela Prefeitura Municipal de Campo Mourão.

AMAURO JERSI CEOLIM, Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (2015). Docente da Universidade Estadual do Paraná – *Campus* de Campo Mourão, atua no Mestrado em Educação Matemática (PRPGEM), no Grupo de Pesquisa Relação com o Saber e Educação Matemática (ReSEMat) e com pesquisas voltadas à Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

ALESSANDRA AUGUSTA PEREIRA DA SILVA, Doutora em Estudos da Linguagem pela Universidade Estadual de Londrina (2015), bolsista do Programa de Doutorado Sanduíche no exterior pela CAPES. Docente vinculada à Universidade Estadual do Paraná, *campus* de Campo Mourão, lotada no colegiado de Letras – licenciatura dupla e membro dos grupos de pesquisa LIDERE - Linguagem, Desenvolvimento e Suas Relações (LIDERE) e ReSEMat - Relação com o Saber e Educação Matemática.

Endereço de correspondência do principal autor

Rua Marfin, 353, 87308635, Jardim Flor de Lis, Campo Mourão – PR, Brasil

AGRADECIMENTOS

Não se aplica

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: [M. F. Miyake, A. J. Ceolim, A. A. Silva](#)

Coleta de dados: [M. F. Miyake](#)

Análise de dados: [M. F. Miyake, A. J. Ceolim, A. A. Silva](#)

Discussão dos resultados: [M. F. Miyake, A. J. Ceolim, A. A. Silva](#)

Revisão e aprovação: [M. F. Miyake, A. J. Ceolim, A. A. Silva](#)

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO

Os autores cedem à revista **Alexandria** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que terceiros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER

Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITORES – uso exclusivo da revista

Fábio Peres Gonçalves

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 20-12-2023 – Aprovado em: 03-07-2025 – Publicado em: 24-09-2025