AS TRÊS DIMENSÕES DO TRABALHO SOCIAL E O MODELO DE INSUMO-PRODUTO

Duílio de Ávila Bêrni[1]

1. INTRODUÇÃO

Caso se possa sustentar que o homem constitui a mais acabada dualidade do macaco, e que estes dois mamíferos diferem entre si essencialmente pelo uso da linguagem[2], então se pode sugerir que a natureza humana - por mais mutável que seja - nasceu condicionada por outra marcante dualidade: a da própria linguagem que lhe deu origem[3]. Inserido nessa mais-que-milenar tradição, o tempo de vida humano, quando voltado à produção de bens e serviços destinados à troca, transforma-se em trabalho social[4], gera mercadorias e, portanto, também gera **valor**. Desse valor, emerge a primeira dualidade da ciência econômica: aquela entre a produção de valores de uso e produção de valores de troca[5].

A tríade constituída pelo valor e sua dualidade[6] representam, assim, as três dimensões do trabalho social, que se manifestam em três circuitos. Seguindo uma tradição talvez iniciada com Aristóteles, sedimentada em Quesnay e

---

[1]Do Departamento de Economia da UFSC. O autor deseja expressar seu agradecimento aos colegas João Rogério Sanson, Adalberto Maia Neto e Pedro Lay Reis, pelas agudas observações feitas a uma versão preliminar deste.

[2]Diamond (1991:17) diz que a distância genética entre um homem e um chimpanzé é de 1,6%. Ou seja, caso se associe o homem (medida de todas as coisas) a um período de 24 horas (medida de todos os tempos), então o chimpanzé tem mais de 23h30min.

[3]Os gramáticos falam em "dualidade de estrutura": a fonêmica (ou sintática, onde sentenças são representadas por palavras) e a fonética (ou fonológica, em que as sentenças são representadas pelos sons que constituem as palavras).

[4]Por contraste ao uso social do tempo, indivíduos como o autor deste texto usam seu tempo privadamente para cortar as próprias unhas, contemplar as estrelas, ler, nadar, e para outras atividades não destinadas à produção de valores de troca.

[5]Não se pretende aqui aprofundar a idéia de que estas duas componentes do valor originam-se de duas instâncias contidas no cerne das mercadorias: o valor de uso e o valor de troca.

[6]O be-a-bá destes conceitos, consta, encontra-se em Aristóteles. Sua recuperação moderna foi feita pelos economistas clássicos. O primeiro capítulo da obra magna de Marx é básico também para dar a primeira lição sobre os fundamentos da medição contábil da atividade econômica da sociedade.

Smith, elaborada por Marx, formalizada por Walras e implementada por Leontief, o modelo de insumo-produto[7] é o melhor instrumento disponível para descrever esses três circuitos.

O primeiro, chamado de circuito das quantidades[8], descreve as relações intersetorias destinadas a criar valores de uso. As transações nele ocorridas são medidas em unidades físicas, como os quilos de cereais, litros de leite, visitas ao pedicure, etc. O segundo lida com a geração de valores de troca, chamando-se de circuito dos preços. Nele, medem-se as transações em preços (D$ por unidade física de cada mercadoria). O terceiro, chamado de circuito do trabalho, lida com os valores entendidos como tempo de trabalho socialmente necessário à produção dos bens estudados no primeiro circuito. A unidade de medida das transações relacionadas à compra e venda dos bens e serviços assim levados ao mercado é o número de horas de trabalho socialmente necessárias para sua produção.

O presente texto tem como objetivo apresentar a forma como o modelo de insumo-produto pode ser utilizado para descrever as três dimensões do trabalho social. Espera-se com esta abordagem à questão contribuir para o exame das interações e interdependências entre os setores produtivos de uma economia monetária, seus efeitos sobre a distribuição funcional primária da renda e os padrões de consumo assim estabelecidos.

A seção 2 exibe a representação geral do modelo de insumo-produto, partindo da formulação mais ampla hoje utilizada como moldura: a matriz de contabilidade social. Neste contexto, chega-se a indicar as matrizes retangulares de produção e absorção de mercadorias que, resolvido o chamado problema da classificação, determinam as tradicionais matrizes quadradas de insumo-produto. A seção 3 apresenta o circuito de quantidades, ingressando rapidamente no estabelecimento de diferenças entre os modelos aberto e fechado. A seção 4 apresenta o circuito dos

---

[7]Foge aos propósitos do presente texto apresentar uma discussão elementar do modelo de insumo-produto. Ao contrário, esta é considerada um pré-requisito para os que desejarem mergulhar na álgebra matricial adiante exposta. Em termos internacionais, excelentes exposições sobre o tema podem ser encontradas em Bulmer-Thomas (1982), Miller & Blair (1985) e Stone (1961). Em inglês, o número de surveys sobre o assunto é, por si só, impressionante. Para registrar apenas algumas, anotem-se as seguintes: Armstrong & Upton (1969), Carter & Petri (1989), Ciaschini (1988), Rose & Miernyk (1989) e Stone (1975, 1979). A melhor exposição em português, além de algumas traduções, é o livro de Haddad (1976).

[8]Registre-se, desde já, que o circuito das quantidades, mesmo tendo suas transações mensuradas em unidades físicas, nada impede que também se as mensurem em alguma unidade monetária específica. Mais detalhes sobre este ponto serão apresentados quando se discutir o circuito dos preços.

preços, usando extensas citações de terceiros para clarificar a lógica que preside a formulação dos conceitos e o tratamento algébrico desse circuito. Segue-lhe a seção 5, em que se apresenta o circuito do trabalho social, e sua formulação algébrica. A seção 6 é, sob certo ponto de vista, mais pretensiosa do que as anteriores. Ela retoma uma abordagem até agora apresentada apenas de modo incompleto na literatura, reunindo os insights de diversos pesquisadores, e batizando os resultados com os conceitos de **variáveis resolvidas** e **subeconomias**. Por fim, a seção 7 resgata as indicações feitas no decorrer do texto concementes à associação entre as três dimensões do trabalho social e a busca, por parte das sociedades humanas, de esquemas que lhes permitam usar racionalmente o tempo que dedicam à produção social. Pensa-se com isto estar lançando uma bem-humorada provocação aos eventuais leitores no sentido de que estes sejam críticos dos autores e comentadores que costumam exprobrar a importância do conceito de equilíbrio na formulação da ciência econômica.

2. REPRESENTAÇÃO GERAL DO MODELO DE INSUMO-PRODUTO

Considerando que a representação geral de um modelo de insumo-produto pode ser derivada, pensando-se em termos bastante flexíveis, da matriz de contabilidade social, inicia-se fazendo uma representação geral desta[9]. As três óticas de cálculo do valor adicionado podem ser reunidas num quadro que relaciona as interações ocorridas no sistema econômico: aquilo que Pyatt & Roe chamam de "quem recebe o quê de quem". Assim, pode-se pensar que a produção gera renda, a qual é gasta na compra de bens e serviços. Por seu turno, estes geram as receitas dos produtores que as distribuem aos proprietários dos fatores de produção. A um quadro deste tipo se chama de matriz de contabilidade social - MaCS.

Seguindo o exemplo de King (1978), pode-se construir a matriz de contabilidade social para uma economia extremamente simples, conforme o quadro abaixo apresentado.

---

[9]Ainda desconheço uma boa exposição em português sobre o tema da Social Accounting Matrix - SAM. Em inglês, o texto original é de Stone (1961), e a referência obrigatória para o iniciante é King (1978), contido no imprescindível livro de Pyatt & Round (1985).

Quadro 1 - Matriz de contabilidade social de Robinson Crusoé.

		Pagamentos			
	Itens	Renda	Despesa	Produto	Total
Recebimentos	Renda	0	0	100	100
	Despesa	100	0	0	100
	Produto	0	100	0	100
	Total	100	100	100	-

Fonte: King (1978:18)

Nesta economia, Robinson produz 100 cocos para seu próprio consumo. Com esta produção, pode adquirir[10] 100 cocos e assim consumir 100 cocos. O circuito pode começar, como acima, com a produção, sendo que também poderia começar com a necessidade de Robinson em consumir 100 cocos, daí emergindo a produção e em seguida a distribuição. O circuito produção-distribuição-consumo pode ser chamado de fluxo real, pois nele se visualiza a movimentação física da produção: as quantidades de cocos produzidas, distribuídas e finalmente comidas. Em sentido inverso, pode-se pensar em visualizar um fluxo monetário, caso Robinson se dê ao trabalho de inventar o dinheiro.

O sistema econômico refletido no quadro 1 é altamente simplificado em vários sentidos, cabendo destacar dois deles. O primeiro, acima sugerido, diz respeito ao fato de não ser uma economia monetária. O segundo concerne ao fato de que não existe qualquer problema de agregação, pois um coco somado a outro gera dois cocos. O mesmo não ocorreria se Robinson produzisse, além de cocos, leite de cabra. Não se soma um litro de leite com um coco, a menos que se queira apenas dizer que se obtiveram duas mercadorias.

---

[10] Como aqui não se trata de uma economia monetária, não se pode falar em **comprar** (adquirir **com dinheiro**). O substantivo **adquirir** (obter, conseguir, alcançar), ao evadir a expressão **com dinheiro**, contorna este complicado problema conceitual.

Numa economia monetária, resolve-se este problema com a conversão das quantidades das mercadorias em valores monetários. Isto é feito multiplicando-se preços por quantidades, o que não descaracteriza o fato de que se está inicialmente trabalhando com o circuito de quantidades, que deve ser entendido como o dual do circuito de preços. Medem-se as quantidades propriamente ditas das diferentes mercadorias utilizando valores monetários e gerando o que se denomina de valor adicionado. Dependendo da utilização deste conceito, pode ser conveniente falar em três óticas utilizadas para calculá-lo: produto, renda e despesa. De certo modo, isto faz com que se retorne ao quadro 1. Com efeito, o valor adicionado é, sob um ponto de vista puramente contábil, destinado a medir o esforço produtivo de um sistema econômico feito durante um determinado período (um ano, um mês, um qüinqüênio, etc.). O conceito de valor adicionado contrasta com o de valor da produção[11], pois este último envolve o que se chama de dupla contagem: tanto o valor adicionado como o valor das matérias primas utilizadas no processo produtivo.

A seguir, examina-se um exemplo de MaCS mais sofisticado do que o da economia de Robinson. O exemplo utilizado se deve a Bulmer Thomas (1982:9-11). Nele, pode-se ler:

> "Este sistema idealizado funciona como segue: as atividades entregam sua produção líquida de impostos indiretos à conta das mercadorias (M). Esta última então distribui esta produção doméstica [i.e., interna] a atividades tais como as compras de insumos intermediários (W), aos consumidores (c_r, c_u, gx) e às contas de capital (j_r+Ds_r, j_u+Ds_u, and j_g+Ds_g). O lançamento na coluna da terra representa os custos de transferência da terra e instalações (TCLB), i.e., aquela parte das compras de terras que não são compensadas pelas vendas. A fonte de demanda pela produção de mercadorias remanescente origina-se [...] do resto do mundo (e).
>
> "O saldo da produção feita pelas atividades não consumidas pelas compras de mercadorias domésticas (W) é gasto na importação de materiais (M_I) e pagamentos aos f fatores de produção (V). Estes últimos também recebem renda das contas de consumo (e.g. household payments to domestic servants) e do exterior (F_o). A renda dos fatores pré-impostos é então distribuída aos setores institucionais nas áreas rural e urbana (Y_r, Y_u). Os setores institucionais recebem

[11] Adiante, com freqüência, vai-se falar em **produção**, **valor da produção** e **valor bruto da produção** como expressões sinônimas.

transferências correntes feitas entre si (TR_{ij}), bem como do exterior (TR_{io}). Suas saídas consistem das compras das mercadorias produzidas internamente, das compras de importações (m_r, m_u, m_g), transferências, e impostos diretos e indiretos (T_r, T_u, T_g) e novas poupanças (S_r, S_u, S_g). A última fonte de receita governamental, ainda não mencionada, são os impostos incidentes sobre as exportações e as transferências do exterior (T_o).

"Os setores institucionais suplementam suas poupanças com transferências de capital (KTR_{ij}) entre si. Estas fontes de fundos são, então, dispendidas ou como novo capital [i.e., investimento], transferências de capital ou o saldo das compras de terras (L_r, L_u, L_g). O lançamento de ajuste é, então, fornecer/receber empréstimo (B_r, B_u, B_g). Nas contas do comércio, o único registro ainda não mencionado é o lançamento de ajuste (B_o), que pode ser interpretado (no caso de as importações excederem às exportações) ou como o déficit em conta corrente do balanço de pagamentos, ou como a entrada líquida originária do exterior. B_o é, portanto, igual à soma das necessidades líquidas de fornecer/receber empréstimo por parte dos setores institucionais de modo que a soma da linha da conta financeira é zero, e não há lançamentos na coluna."

Quadro 2 - Matriz de contabilidade social analítica

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOTAL
Produção													
1.Mercadorias (1,...,n)	-	W	-	c_r	c_u	g_x	j_r+Ds_r	j_u+Ds_u	j_g+Ds_g	TCLB	-	e	t_1
2.Atividades (1,...,n)	M	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	t_2
3.Fatores (1,...,f)	-	V	-	F_r	F_u	F_g	-	-	-	-	-	F	t_3
Consumo													
Privado													
4.Rural (1,...,r)	-	-	Y_r	TR_{rr}	TR_{ru}	TR_{rg}	-	-	-	-	-	TR_r	t_4
5.Urbano (1,...,u)	-	-	Y_u	TR_{ur}	TR_{uu}	TR_{ug}	-	-	-	-	-	TR_u	t_5
6.Público (1,...,g)	-	-	-	T_r	T_u	T_g	-	-	-	-	-	T	t_6
Acumulação													
Privada													
7.Rural (1,...,r)	-	-	-	S_r	-	-	KTR_{rr}	KTR_{ru}	KTR_{rg}	-	-	-	t_7
8.Urbana (1,...,u)	-	-	-	-	S_u	-	KTR_{ur}	KTR_{uu}	KTR_{ug}	-	-	-	t_8
9.Pública (1,...,g)	-	-	-	-	-	S_g	KTR_{gr}	KTR_{gu}	KTR_{gg}	-	-	-	t_9
10.Terras	-	-	-	-	-	-	L_r	L_u	L_g	-	-	-	t_{10}
11.Finanças	-	-	-	-	-	-	B_r	B_u	B_g	-	-	B	t_{11}
12.Comércio (1,...,m)	-	M_l	-	m_r	m_u	m_g	-	-	-	-	-	-	t_{12}
TOTAL	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	

--

Fonte: Bulmer-Thomas (1982:10)

As matrizes retangulares M e W, como se indicou na introdução deste texto, contemplam, respectivamente, os dados da produção e absorção das mercadorias. Elas dão origem às matrizes (quadradas, tradicionais) de insumo-produto, após resolver-se o chamado problema da classificação[12]. O resultado desse exercício de contabilidade nacional é uma **tabela** de insumo-produto que descreve relações inter-industriais ex post. Por contraste, define-se **matriz** de insumo-produto como distinguindo-se pela formulação de um conjunto de supostos tecnológicos e comportamentais sobre o funcionamento, respectivamente, das indústrias qua compradoras de insumos, e, quando é o caso, da demanda final dos consumidores qua induzida pela renda destes.

Em resumo, as principais características descritivas da mudança estrutural de uma economia são capturadas com exação pelas tabelas de insumo-produto convencionais. Por outro lado, usando o modelo de Leontief, pode-se obter uma extraordinária radiografia do sistema econômico. Claramente, caso se deseje estudar questões relacionadas ao crescimento econômico em termos reais, a discussão deve lidar com informação adicional concernente a índices de quantidade de modo que se possa criar variáveis reais.

O chamado modelo ampliado de Leontief apresentado em termos monetários pode ser visto como uma hiper-matriz constituída pelos blocos[13] **Z**, **F**, **V**, **T** e **0**. Aumentando este bloco de matrizes para incorporar o trabalho social, pode-se representar o sistema completo de Leontief como:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z} & \mathbf{F} \\ \mathbf{V} & \mathbf{T} \\ \mathbf{L} & \mathbf{O} \end{pmatrix}.$$

[12] Em poucas palavras, este problema consiste em a) partir da tabela de absorção (W) que mostra como a produção de mercadorias (devedoras) é absorvida pelas atividades (credoras), b) formular suposições sobre a natureza das relações técnicas de produção (tabela M) protagonizadas pelas atividades (devedoras) sobre um conjunto de matérias-primas, a fim de gerar um conjunto de mercadorias (credoras), de sorte a c) montar a matriz quadrada de insumo-produto. Maiores detalhes podem ser encontrados em Barros et al. (1983), Cressy (1976) e tabelas de insumo-produto produzidas pelo IBGE a partir de 1979.

[13] Ver Stone (1961:91). Fique convencionado que abaixo as matrizes serão escritas com letras em negrito, ao passo que escalares (números) serão expressos em letras comuns. Em geral (com uma ou outra exceção), reservar-se-ão as letras negritadas em maiúsculas para matrizes e as negritadas em minúsculas, para vetores.

A matriz **Z** é de ordem (nxn), e seu elemento característico é z_{ij}, representando, em termos monetários, as vendas de insumos intermediários[14] feitas pelo **setor** i ao **setor** j (i,j=1,2,3,...,n). A matriz **F**, de ordem (nxm), representa, em termos monetários, as vendas feitas pelo setor n a m diferentes **grupos** da demanda final (consumo familiar, investimentos, exportações, etc.) f_{ij} (i=1,2,3,...,n; j=1,2,3,...,m). O consumo familiar pode, adicionalmente, ser dividido em consumo devido a algumas **classes** de renda. A matriz **V**, de ordem (rxn), representa, em termos monetários, o montante de cada um dos r insumos primários (ou, mais especificamente, valor adicionado mais importações não competitivas) contratados pelo setor n em seu processo produtivo. Seu elemento característico é v_{ij} (i=1,2,3,...,r; j=1,2,3,...n), mostrando o montante de insumos primários da categoria r em particular usado na produção do setor n. A matriz **T**, de ordem (rxm), representa, em termos monetários, "os insumos de fatores primários remetidos diretamente para uso final, dos quais um exemplo são os serviços prestados diretamente às famílias" (UNIDO,1985:6)[15]. Finalmente, a matriz **L** é de ordem (sxn), mostrando o número de trabalhadores (ou, de preferência, o número de horas trabalhadas) pelo **tipo** de ocupação s no processo de produção do setor n; seu elemento característico é l_{ij} (i=1,2,3,...,s; j=1,2,3,...,n), e, finalmente, **0** é a matriz nula.

Defina-se agora o vetor de produção total do setor n como

$$\mathbf{x}_{(nx1)} = \mathbf{Z}_{(nxn)}\mathbf{i}_{(nx1)} + \mathbf{F}_{(nxm)}\mathbf{i}_{(mx1)}, \tag{1}$$

onde **i** é o vetor coluna unidade, seu transposto sendo dado por

$$\mathbf{i}' = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ ...).$$

A equação (1) simplesmente informa que a produção total de cada setor é dada pela soma dos insumos intermediários e da demanda final.

A este nível de representação, apenas identidades contábeis entre as variáveis econômicas relevantes foram utilizadas. Abandonando o reino da contabilidade nacional e ingressando no universo da teoria econômica, faz-se

[14] Parece uma redundância falar-se em insumos intermediários. Todavia, a classificação geral dos insumos contrapõe os primários aos intermediários. Os insumos primários são aqueles produzidos exogenamente ao sistema, como as importações e os serviços dos fatores produtivos (salários, lucros, impostos, etc.). Esses elementos constituem o bloco matricial **V**.

[15] Esta e todas as demais traduções de obras referenciadas em inglês são de minha autoria. Um exemplo concreto desses serviços é a remuneração da Dra. Gardênia de Jardim, por prestar serviços de assessoria fitotécnica à família do Dr. Narciso Flores.

necessário o estabelecimento de algumas suposições de caráter tecnológico. Trabalha-se com o que ficou conhecido como função de produção de Leontief, ou de proporções fixas. Em outras palavras, aceita-se que, em cada setor, os insumos intermediários são proporcionais à produção total, i.e., que a produção é obtida combinando-se os insumos em proporções fixas. Outros supostos convencionais são: cada setor produz apenas uma única mercadoria homogênea, e não há produção conjunta. Nestas circunstâncias, a proporcionalidade entre insumos e produtos fornece a seguinte relação:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}(\mathbf{x}^D)^{-1}$$

onde $\mathbf{x}^D$ é a matriz diagonal do vetor $\mathbf{x}$ da produção total. Daí segue:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}\mathbf{x}^D,$$

e

$$\mathbf{Z}\mathbf{i} = \mathbf{A}\mathbf{x}^D\mathbf{i}. \qquad (2)$$

Usando a propriedade associativa da multiplicação de matrizes,

$$\mathbf{Z}\mathbf{i} = \mathbf{A}\mathbf{x}^D\mathbf{i} = \mathbf{A}(\mathbf{x}^D\mathbf{i}) = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad (2')$$

substituindo a expressão (2') na (1), e fazendo

$$\mathbf{F}\mathbf{i} = \mathbf{f},$$

obtém-se:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}, \qquad (3)$$

que apresenta a seguinte forma reduzida[16]:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{f}. \qquad 4)$$

Esta formulação diz respeito ao chamado modelo fechado de Leontief, por oposição a seu modelo aberto, correspondente ao artigo original de 1936. No modelo aberto, as famílias são incluídas nas equações do circuito de quantidades tanto como um vetor linha de insumos de trabalho, quanto como um vetor coluna correspondente à demanda final. Em 1951, Leontief modificou esta forma de apresentação, trabalhando com a matriz reduzida

---

[16] Ao se trabalhar com valores de uso, a solução do circuito de quantidades requer o suposto de constância dos preços relativos. Simetricamente, a equação (4') abaixo requer a suposição de quantidades físicas fixas, descrevendo uma economia constituída apenas por capital circulante (nenhum capital fixo). Claramente, $\det(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ ¹ 0.

correspondente ao modelo fechado, o que originou os modelos abertos. Num estágio posterior, o termo **fechado** foi usado para designar modelos em que não apenas o nível do consumo intermediário, mas também o do consumo, importações e mesmo outras componentes da demanda final podem ser endogeneizados, isto é, passar a depender do nível de produção da economia. Portanto, o jargão da economia do insumo-produto tem significados diferentes para as expressões sistemas **aberto** e **fechado**, por oposição, ainda, ao significado de abertura de uma economia que transaciona com o resto do mundo[17].

Por outro lado, a equação (1) apresenta a seguinte forma dual:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{i}'\mathbf{Z} + \mathbf{i}'\mathbf{V}, \qquad (1')$$

onde **V** é o vetor linha do valor adicionado setorial. Nesta equação, os elementos de **Z**, como antes, devem ser compreendidos como multiplicações entre preços dos produtos de cada um dos diferentes setores e suas respectivas quantidades produzidas.

Assim, um setor típico j tem sua estrutura de compras intersetoriais de insumos dada por[18]:

$$P_jq_{ij} = p_1q_{ij} + p_2q_{2j} + \dots + p_iq_{ij} + p_jq_{jj} + \dots + p_nq_{nj} + V_j.$$

Dividindo esta expressão por q_j, tem-se:

$$P_j = p_1(q_{1j}/q_j) + p_2(q_{2j}/q_j) + \dots + p_n(q_{nj}/q_j) + V_j/q_j.$$

Há dois aspectos merecendo destaque nesta equação. Primeiramente, a variável V_j/q_j pode ser interpretada como sendo o valor monetário dos insumos primários usados no setor j por unidade de produção física desse setor, ou seja, ela representa a remuneração dos insumos primários por unidade de produção física. Em segundo lugar, observe-se que q_{ij}/q_j representa a quantidade necessária de insumos i utilizados pelo setor j, a fim de que este produza q_j unidades da mercadoria j. Tal interpretação deste coeficiente o associa a seu correlato a_{ij}. Assim, nada mais natural do que chamá-lo de a_{ij}. Claramente, pode-se reescrever a expressão de P_j acima exibida como:

$$P_j = p_1a_{1j} + p_2a_{2j} + \dots + p_na_{nj} + v_j.$$

---

[17]Ver Carter & Petri (1989) e a matriz aumentada de Bródy (1970).

[18]Esta exposição é uma combinação entre Bulmer-Thomas (1982:225) e Miller & Blair (1985:353-354).

Em continuação, pode-se notar que:

$$a_{ij} = p_i q_{ij}/P_j q_{ij}$$

$$= (p_i/P_j)a_{ij}.$$

Isto permite escolher-se adequadamente a unidade de medida das quantidades das mercadorias i e j, fazendo com que todas elas tenham seus preços iguais à unidade[19], de modo que

$$a_{ij} = a_{ij}.$$

Nestas circunstâncias,

$$P_j = p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \ldots + p_n a_{nj} + v_j,$$

o que resulta numa "notável simetria" com a equação (4).

Para visualizar-se mais facilmente essa proposição, considere-se uma economia com dois setores produtivos, conforme o seguinte sistema de equações:

$$\{ p_1 = p_1 a_{11} + p_2 a_{21} + v_1$$

$$\{ p_2 = p_1 a_{12} + p_2 a_{22} + v_2.$$

Neste caso,

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{A}' = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}.$$

Em notação matricial, o sistema acima expressa-se como:

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}'\mathbf{p} + \mathbf{v},$$

onde **p** é um vetor coluna de preços das n mercadorias da economia, **v** é o vetor coluna das razões entre os valores adicionados setoriais e suas respectivas produções, **I** é a matriz identidade e **A'** é a transposta da matriz dos coeficientes técnicos. Esta expressão também pode ser vista como apresentando a seguinte fórmula reduzida:

---

[19] Os chamados *dollar's worth*, como se verá extensivamente na Seção 4.

$$p = (I - A')^{-1}v. \tag{4'}$$

As equações (4) e (4') representam o cerne do modelo de insumo-produto, no sentido de reunirem duas importantes peculiaridades do processo metabólico da produção social, a saber, a criação de bens e serviços e o ato de atribuir valores de troca a eles. Estas duas equações podem ser vinculadas através daquilo que Stone (1961:172) chama de "equação fundamental da contabilidade nacional", que mostra que "[...] a soma dos produtos [x_i], cada um multiplicado pelo respectivo preço de seus fatores primários [v_i] é igual à soma das entregas à demanda final [f_i], cada uma multiplicada por seu preço [p_i]; ou, em outras palavras, a renda nacional iguala a despesa nacional."

Para comprovar esta proposição, retome-se a equação (4)

$$x = (I - A)^{-1}f.$$

Esta pode ser reescrita como

$$f = (I - A)x, \tag{4bis}$$

sendo sua expressão dual dada por

$$p' = v'(I - A)^{-1}. \tag{4'bis}$$

Multiplicando pela esquerda (4'bis) por (4bis), tem-se:

$$p'f = v(I - A)^{-1}(I - A)x,$$

ou

$$p'f = vx. \tag{4ter}$$

Para fins de mais fácil apreensão do conteúdo desta expressão, considere-se novamente uma economia constituída por dois setores, cada um produzindo uma mercadoria. Como se verá na seção 5, o vetor de preços é o vetor unidade, ou seja, os preços das duas mercadorias são normalizados como a unidade. Então, em notação escalar, a equação (4ter) pode ser escrita como:

$$1f_1 + 1f_2 = (V_1/x_1)/x_1 + (V_2/x_2)/x_2,$$

ou

$$f_1 + f_2 = V_1 + V_2,$$

ou seja, a soma das demandas finais setoriais é igual à soma dos valores adicionados setoriais[20].

Neste contexto, pode-se acrescentar às equações (4) e (4') uma terceira, contemplando a alocação setorial do trabalho social, o que será feito formalmente, passo a passo, na seção 5. Com este tipo de aparato analítico, as relações emergentes entre as principais dimensões de um sistema econômico, nomeadamente, produção, distribuição e consumo, podem ser estudadas.

Este tipo de raciocínio ilustra por que o modelo de insumo-produto é tão bem talhado para descrever a estrutura e a mudança estrutural de diferentes economias em diferentes tempos e regiões. Por exemplo, um aspecto interessante em se medir a mudança estrutural consiste em tentar detectar os padrões de mudança setorial vinculados a uma distribuição da renda específica e a seus correspondentes padrões de demanda final. Interessa saber, em outras palavras, como a demanda final afeta o valor adicionado e como este é distribuído primariamente, moldando padrões particulares da demanda final.

3. O CIRCUITO DE QUANTIDADES

3.1 O Modelo Aberto

O modelo de insumo-produto apresenta sua versão **aberta** quando se considera que a demanda final é determinada exogenamente, isto é, independe tanto da produção como da distribuição do produto. Ele pode ser chamado de **modelo**, ao invés de pura **identidade contábil** porque possui uma variável endógena resultante de uma suposição de natureza tecnológica: o consumo intermediário. O estudo paradigmático de Carter

> "[...] lida apenas com a estrutura cambiante das chamadas indústrias intermediárias ou endógenas. [...] Setores correspondentes à demanda final ou lista de mercadorias são tratados como exógenos. [...] Espera-se em geral que os setores classificados na demanda final sejam mais sensíveis a mudanças nos gostos e na política pública do que os setores intermediários; portanto, os economistas são volta e meia relutantes em atribuir-lhes uma 'estrutura'. [...] "A

---

[20] Obviamente, este fraseamento é válido para o caso de uma economia fechada. No caso de uma economia aberta, a relação é dada por: valor adicionado mais importações não competitivas é igual à demanda final menos as importações competitivas.

> distinção entre demanda final e demanda intermediária é bastante arbitrária, e os economistas geralmente reconhecem que a linha divisória dever ser traçada de modo a atingir as necessidades específicas de cada pesquisa." (Carter, 1970:19).

Ainda que o presente texto não tenha propósitos empíricos diretamente definidos, vai-se usar a expressão **modelo aberto de Leontief** no sentido de modelo com demanda final exógena, e **modelo fechado** no sentido de que parte da demanda final é endogeneizada, ou seja, é apresentada como dependente do nível de produção setorial. Adicionalmente, entende-se que o modelo comporta a presença de um setor governo, cobrando impostos indiretos sobre a produção ou as vendas, dando subsídios para atividades ou produtos, comprando bens e serviços do setor privado, e contratando trabalho das famílias. Também há um setor externo, vendendo e comprando bens e serviços no mercado externo. Por fim, a depreciação do estoque de capital inclui-se no investimento bruto.

Para um certo período, a fim de se medir o valor adicionado (VA) sob a ótica da produção, é possível considerar, em notação escalar, o valor bruto da produção (x), e deduzir dele as despesas de consumo intermediário (CI):

$$Y = x - CI. \tag{5}$$

A mensuração do valor adicionado sob a ótica da despesa é feita pela agregação dos gastos em bens finais verificados na economia durante um certo período:

$$Y = C + I + G + S + E - M + O, \tag{6}$$

onde
C é o montante de gastos em bens finais por parte das famílias;
I é o montante de compras de bens finais destinados a aumentar o estoque de capital da economia realizadas pelo setor privado ou pelo governo;
G é o gasto do governo em bens e serviços de consumo;
S é a variação nos estoques;
E é o montante total de bens e serviços exportados;
M é o montante total de importações, que tem que ser deduzido das despesas totais em insumos ou bens finais, a fim de compensar, por razões contábeis, as correspondentes importações inseridas em C, I, G, S, O, e mesmo em E; e
O é o montante de perdas ocorridas durante a transferência da produção para seus correspondentes compradores; em geral, as contas sociais não são tão precisas ao ponto de determinar este **uso** da produção.

Finalmente, o valor adicionado pode ser medido pela ótica da destinação funcional da renda gerada no processo produtivo:

$$Y = W + P + J + R + T - U + N + D, \tag{7}$$

onde
W é o montante total de salários pagos em um período produtivo;
P é o montante de lucros;
J é o montante de juros;
R é o montante de aluguéis recolhidos pelos proprietários das terras e outros ativos que não os bens de capital tradicionais;
T é o montante de impostos indiretos;
U é o montante de subsídios conferidos pelo governo a atividades ou a mercadorias;
N é a renda líquida enviada e recebida ao/do exterior (fatores de produção nacionais menos os fatores de produção de propriedade de estrangeiros usados dentro do país); e
D é a depreciação do estoque de capital.

Em equilíbrio, o modelo de insumo-produto considera que a produção total iguala a demanda total. Retomando a especificação e notação matriciais, considere-se novamente a equação (4). Sua matriz **A** é chamada de matriz dos coeficientes técnicos, a matriz (**I** - **A**) é chamada de matriz de Leontief, e sua inversa $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ é chamada de inversa de Leontief.

É de interesse notar que, no que tange a um elemento típico de **A**, o escalar a_{ij} representa o montante em dinheiro de uma certa mercadoria produzida pelo setor i e usada como insumo intermediário, produzindo uma unidade monetária no setor j. Caso os preços não sejam afetados pelo nível de produção, os coeficientes a_{ij} mantêm uma relação estreita com os coeficientes físicos.

Embora o sistema de equações (4) seja dado em unidades monetárias, pode-se considerá-lo como sendo medido em termos reais, no sentido de que é possível tratar as unidades físicas que constituem os produtos dos n setores como idênticas a seus correspondentes valores monetários, as chamadas quantidades de Leontief (unidades dollars worth, ou seja, unidades valorizadas[21] em dólar). Neste caso, é evidente que todos os preços mostrados pela equação (4') são estabelecidos como iguais à unidade.

---

[21]Mesmo escrevendo em alemão, Marx ([1890], 1982:42) tem uma interessante nota sobre a diferença na língua inglesa entre valor e valor de troca. Tal nota tem o seguinte teor na primeira edição brasileira: "No século XVII, ainda se encontra, com freqüência, nos escritores ingleses, "worth" significando valor-de-uso e "value", valor-de-troca, em conformidade com o espírito de um idioma que sói

Cabe fazer um comentário final sobre o papel da matriz **A** e sua inversa[22], uma vez que ela traz informação de natureza tecnológica, dada pela relação entre absorção de insumos e elaboração de produtos sob o ponto de vista setorial. Como diz Mathur (1967:2), "[...] o desenvolvimento de uma economia é primariamente um processo de mudar a economia de um complexo tecnológico para outro mais eficiente." Os estudiosos de insumo-produto usualmente associam as variações nos coeficientes de insumo-produto com a mudança tecnológica. Esta posição não é insustentável, caso se retenha o aviso de alerta de Fromm: "O termo mudança tecnológica [...] abrange tanto o incremento de produção devido a melhoramentos nos processos produtivos como o aumento devido à mudança nas quantidades adquiridas de insumos resultantes de variações nos preços relativos" (Fromm, 1968:65).

Com este alerta em mente, pode-se identificar - como o faz Carter - setores progressistas, estacionários e retrógrados, no que diz respeito à absorção de progresso técnico. Usando este tipo de abordagem, Carter determinou, para os Estados Unidos dos anos 50, "muitos tipos de desenvolvimento tecnológico, tais como substituição de materiais, automação e empacotamento, [..., discernindo] elementos declinantes e crescentes das mudanças nas combinações de processos, uma vez que os padrões de transações refletem os efeitos da eliminação de camadas da velha tecnologia, bem como do acréscimo de novas [...]" (Carter, 1967: 209), bem como a importância de "insumos gerais", tais como combustíveis e serviços, e a diversificação no uso de materiais. Todos esses elementos são os responsáveis pelo "impacto completo das inovações".

3.2 O Modelo Fechado

Nos anos 60, diferentes autores deram-se conta de que o modelo de insumo-produto pode abranger algumas características da função consumo keynesiana[23]. Assim, mudanças na demanda final podem ocorrer em virtude de mudanças no nível e composição dos gastos das famílias em bens e serviços de consumo pessoal. Isto cria um mecanismo de feedback, à medida que mudanças no consumo pessoal podem ser associadas a mudanças no nível e composição do valor adicionado. Por outro lado, estas mudanças

---

expressar o fenômeno original, com um termo germânico, e o reflexo, com um termo latino".

[22]Na verdade, os comentários que se seguem poderiam localizar-se também no contexto do circuito dos preços, dirigindo-se à matriz **A'**, transposta de **A**.

[23]O primeiro autor a avançar esta interpretaçao foi Goodman (1949).

provocam diferentes movimentos nos insumos intermediários e no valor adicionado e, portanto, na própria demanda final.

A manutenção de um elemento exógeno na demanda final no modelo fechado é importante tanto sob o ponto de vista matemático como econômico. No que tange à economia, ele permite que se imprimam mudanças exógenas no investimento e na política fiscal (particularmente, nos gastos do governo). Sob o ponto de vista matemático, isto permite a determinação unívoca do vetor **x** de produção setorial. Assim, dada a equação (6), nomeadamente,

$$Y = C + I + G + S + E - M + O,$$

pode-se endogeneizar alguns de seus elementos. Foi o que Miyazawa fez, em 1960, com o consumo familiar C, conforme se discuste extensivamente em seguida. Seguiu-o, em 1970, o próprio Leontief, com a endogeneização do investimento I, criando a chamada versão dinâmica de seu modelo. Transformar o investimento em variável endógena gerou uma verdadeira tradição em estudar modelos tipo turnpike, trazidos para o contexto do modelo de insumo-produto pela integração entre os princípios do multiplicador e do acelerador, o que se reforça pela endogeneização da variação de estoques S. Como esclarecem Leontief & Duchin (1986:4-5), um "modelo dinâmico de insumo produto [permite que seja assegurada consistência inter-temporal entre a produção de bens de investimento e sua subseqüente disponibilidade." Por fim, Morley & Smith (1970) definiram a demanda total como a soma dos elementos de (6) com a soma dos insumos intermediários, fazendo-os função do nível de produção setorial.

Os mais famosos modelo de endogeneização do consumo familiar devem-se a Miyazawa (1960,1976) e a Paukert et al. (1981)[24]. Nas palavra de Locatelli (1985:158), busca-se montar um modelo em que "[...] a produção conduz ao pagamento de fatores que determina a renda das famílias e financia as despesas de consumo, que levam a um aumento na produção, essencial para a criação de renda e para atender ao aumento da demanda."

Reconsidere-se a equação (3), inicialmente na forma de escalares:

$$x_i = CI_i + C_i + f_i, \qquad (8)$$

onde
x_i é o valor bruto da produção do setor i;

---

[24] Tais modelos foram desenvolvidos para o Brasil por Bonelli & Cunha (1982), Fonseca & Guilhoto (1987) e Locatelli (1985).

Cl_i é o montante de insumos intermediários vendidos pelo setor i;
C_i é o consumo das famílias das mercadorias vendidas pelo setor i; e
$f_{i,j}$ são os outros j componentes da demanda final por mercadorias originárias do setor i.

Portanto, o modelo de Leontief, considerando a equação (8) em sua forma extensiva, é dado por:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + ... + x_{in} + C_i + f_i, \tag{9}$$

e, supondo que os coeficientes técnicos são dados por:

$$a_{ij} = x_{ij}/x_j,$$

pode-se escrever que:

$$Cl_i = S({}_ja_{ij}x_j). \tag{10}$$

Em notação matricial, esta equação é dada por:

$$\mathbf{x = Ax + C + f_r}, \tag{11}$$

onde se explicita um vetor de consumo familiar **C** originário dos diferentes setores da economia, e
$\mathbf{f_r}$ representa o vetor que agrega os demais componentes da demanda final.

O desdobramento do modelo de Leontief por Miyazawa (1960) consiste em acrescentar à relação técnica subjacente à equação (10) outra relação comportamental vinculando quatro variáveis: as demandas setorial e total das famílias, o valor adicionado e o valor bruto da produção. Considere-se inicialmente, em notação escalar, as frações de recursos empregadas no setor j, as quais originam o consumo da mercadoria i:

$$C_i = Sd_{ij}x_i, \tag{12}$$

onde o coeficiente-ponte d_{ij} tem a função intuitiva de vincular o consumo da mercadoria i com a produção da mercadoria j. Admitindo-se a constância da razão entre o consumo setorial e o valor adicionado, segue-se que aumentos no valor adicionado de um setor específico implicam aumentos no consumo familiar. Mesmo que o valor adicionado de um setor não seja gasto diretamente no consumo de suas mercadorias, ele vai induzir o consumo de outros setores, e, simetricamente, a geração de valor adicionado em outros setores vai gerar consumo no setor inicial. Em outras palavras, está-se buscando um mecanismo endógeno de relacionamento entre renda de um setor e consumo de outro. Iniciando com um aumento no valor bruto da produção do setor j, isto requer a alocação de fatores de produção neste setor. Esta vai gerar renda a seus proprietários, e - dada uma relação constante entre valor da produção, valor adicionado e consumo - este aumento vai também gerar um aumento no consumo do setor i.

Mais formalmente, definam-se os seguintes coeficientes-ponte:

$$c_i = C_i/C_T, \tag{13}$$

que fornece a participação do consumo das mercadorias do setor i no consumo total;

$$v_j = C_j/V_j, \tag{14}$$

que fornece a razão entre a razão do consumo familiar da mercadoria j e o valor adicionado deste próprio setor[25];

$$r_j = V_j/x_j, \tag{15}$$

que fornece a razão entre o valor adicionado do setor j e seu valor bruto da produção,

$$s_j = v_j r_j = (C_j/V_j)(V_j/x_j) = C_j/x_j, \tag{16}$$

e

$$d_{ij} = c_i s_j = (C_i/C_T)(C_j/x_j). \tag{17}$$

Esta equação reflete a resposta de variações na produção do setor j sobre o consumo do setor i.

Usando a definição (13), pode-se escrever:

$$C_i = c_i C_T,$$

e, definindo

$$C_T = S c_j \tag{18}$$

---

[25]Note-se que a suposição de constância desta razão é bastante embaraçosa, por ser facilmente mutável. Por exemplo, o valor adicionado do setor j pode aumentar em virtude de aumentos de suas próprias exportações, o que modifica a magnitude da razão. Esta razão é, assim, um parâmetro instável. Embora esta razão não apareça nas equações (21) e (22), a razão entre o consumo das mercadorias originárias do setor j e seu valor da produçao sofrem, em termos genéricos, do mesmo problema. Esta última razao, no entanto, é mais palatável, conforme as matrizes de produçao de Augusztinovics (1970).

como uma manipulação conveniente, a fim de se alcançarem os resultados propostos, segue-se que

$$C_i = c_i S_j C_j, \tag{19}$$

e, usando (14), que postula que

$$C_j = v_j V_j,$$

segue-se que

$$C_i = c_i S_j v_j V_j. \tag{20}$$

Por exemplo, o consumo do segundo setor de uma economia de três setores pode ser denotado como:

$$C_2 = c_2(v_1V_1 + v_2V_2 + v_3V_3)$$

$$= (C_2/C_T)(V_1C_1/V_1 + V_2C_2/V_2 + V_3C_3/V_3).$$

Como, por (15),

$$V_j = r_j x_j,$$

a equação (20) pode ser reescrita como:

$$C_i = c_i S_j v_j r_j x_j,$$

ou

$$C_i = c_i S_j s_j x_j,$$

ou ainda

$$C_i = S_j c_i s_j x_j = S_j d_{ij} x_j.$$

Em notação matricial, esta última equação é dada por:

$$\mathbf{C} = \mathbf{Dx} \tag{21}$$

ou

$$\mathbf{C} = \mathbf{csx}, \tag{22}$$

onde **C** é um vetor de ordem (nx1) dos valores monetários do consumo familiar;
c é um vetor de ordem (nx1), cujo elemento característico é c_i;
s é um vetor de ordem (1xn), cujo elemento característico é s_j; e
x é um vetor de ordem (nx1) do valor da produção, como antes.

Com efeito, o coeficiente-ponte da equação (22) não precisa peremptoriamente ser um vetor. Pode-se, por exemplo, dividir as famílias em m classes de renda, de modo que **c** e **s** posam ser pensados, respectivamente, como matrizes de ordens nxm e mxn.

A solução de (22) em termos das variáveis remanescentes, com **c** e **s** tanto na forma de vetores ou de matrizes conformes, é:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{cs})^{-1} f_r . \tag{23}$$

Esta equação diverge de (4) em dois sentidos importantes. Primeiramente, aumentam as magnitudes dos elementos da inversa e, segundo, a solução torna-se muito mais instável do que antes, uma vez que reduz a magnitude dos elementos do vetor f_R.

3.3 Ligações entre o Segundo e Terceiro Quadrantes

Até o momento, as equações mais interessantes obtidas sempre se direcionaram a explicar a geração de produção. A importância desse tipo de conquista não pode ser magnificada, pois há dupla contagem entorpecendo a importância das comparações inter-setoriais: setores que usam mais insumos aparecem como mais importantes, o que pode deixar de ser referendado quando da analise do valor adicionado. De fato, usar mais insumos com pouca geração de valor adicionado mostra certa tibieza setorial.

Todavia, há duas considerações interessantes a serem feitas sobre os montantes adquiridos e vendidos de insumos, dizendo respeito à divisão setorial do trabalho social. A primeira parte das seguintes constatações:

$$x_i = Sx_{ij} + f_i,$$

e

$$x_j = Sx_{ij} + v_j$$

e ainda

$$Sx_i = Sx_j.$$

Então

$$Sx_{ij} + f_i = Sx_{ij} + v_j.$$

Manipulando esta expressão, tem-se:

$$Sx_{ij} - Sx_{ij} = v_j - f_i,$$

apontando para o fato de que setores que vendem a outros setores mais insumos intermediários do que deles compram têm o valor adicionado maior do que a demanda final. Precisamente são estes os setores que abarcam maior fração do trabalho social do que os demais. Assim, a análise das bordas do primeiro quadrante constitui-se numa forma de se integrarem as informações dos quadrantes 2 e 3. Ademais, ela permite conjeturar-se que esses setores utilizam maiores frações do trabalho social precisamente por possuírem produtividade dos insumos maior do que a dos demais setores.

A segunda consideração pertinente ao circuito das quantidades trata da ligação mais estreita entre os elementos do segundo e do terceiro quadrantes. O questionamento de como vincular a distribuição primária da renda às demais dimensões de um sistema econômico tem por objetivo isolar os efeitos da distribuição funcional moldada pelo mercado de trabalho, com os padrões de despesa, particularmente, com os padrões de consumo. A forma tradicional de se lidar com a relação entre insumos primários e valor da produção consiste em definir uma matriz diagonal para cada um dos insumos primários (ou seu total), cujo elemento característico é o insumo primário em questão dividido pelo correspondente valor bruto da produção setorial. Para iniciar, considere-se que o valor adicionado é dado por

$$\mathbf{V} = \mathbf{v}^D\mathbf{x}, \tag{24}$$

onde
V é um vetor coluna de ordem (nx1), cujo elemento característico é o valor adicionado no setor i, V_i ;
$\mathbf{v}^D$ é uma matriz diagonal de ordem (nxn) do valor adicionado por unidade de valor bruto da produção setorial, cujo elemento característico é:

$$v_i = V_i/x_i.$$

Mutatis mutandis, outros componentes dos insumos primários, a saber, importações não competitivas **M**, impostos indiretos **T**, salários **W**, e lucros **R**, podem ser vistos, respectivamente, como:

$$\mathbf{M} = \mathbf{m}^D\mathbf{x}, \tag{25}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{t}^D\mathbf{x}, \tag{26}$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{w}^D\mathbf{x}, \tag{27}$$

e

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}^D\mathbf{x}, \tag{28}$$

onde $\mathbf{m}^D$, $\mathbf{t}^D$, $\mathbf{w}^D$ and $\mathbf{r}^D$ são as matrizes diagonais de coeficientes de, respectivamente, importações, impostos indiretos, salários e lucros, todos por unidade de valor bruto da produção.

Além disso, o valor adicionado, por exemplo, pode ser expresso como uma função dos coeficientes técnicos, dos coeficientes-ponte, e da demanda final:

$$\mathbf{V} = \mathbf{v}^D(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Fi}, \tag{29}$$

e

$$\mathbf{V} = \mathbf{v}^D(\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{cs})^{-1}\mathbf{f}_r. \tag{30}$$

Alguns pesquisadores contestam a importância da equação (24), alegando que ela supõe uma estrutura fixa de insumos primários. Com efeito, esta crítica pode ser um problema para aqueles que desejam usar o modelo para fazer previsões. Nesse caso, deve-se fazer correções com o fim de superar os efeitos de modificações na escala de produção. Por outro lado, caso se considere que as equações acima são apenas descrições ex post da realidade, a própria dimensão temporal está ausente. Isto não degrada o uso do modelo para a realização de simulações sobre qual seria o efeito de variações de algumas variáveis sobre o nível de outras. Este tipo de exercício de análise contrafactual deve ser entendido, assim, como negligenciando a importância do efeito dos retornos à escala.

4. O CIRCUITO DOS PREÇOS

No modelo aberto de Leontief concernente ao circuito de quantidades acima examinado, criou-se um sistema de equações lineares ao longo de cada linha da tabela de insumo-produto. Foi possível fazê-lo através da definição de produção total de qualquer setor, a qual abrange tanto os insumos intermediários como a demanda final. Simetricamente a este procedimento, também se resolveu o sistema de equações ao longo das colunas. De acordo com Bródy (1970:27), pode-se criar uma analogia entre o fluxo dos valores de uso representados no sistema de quantidades e o fluxo dos valores de troca pertinentes ao processo de criação de valor representado pelo sistema de preços. Literalmente, a equação de preços "[...] retrata o fluxo de 'dinheiro' pago pelos produtos usados no processo. Estes fluxos monetários movem-se em sentido oposto ao fluxo da produção, e representam um ponto de vista dual do processo."

Como foi visto na seção 2, este procedimento é chamado, com freqüência, de equação dual do sistema de quantidades[26]. Nas palavras de Stone: "[...] pode-se construir um modelo que relaciona preços, que - a se usarem unidades de medida adequadas - são medidos pelos valores da produção, aos custos diretos dos fatores em cada indústria. Claramente, cada preço é formado pelos custos dos insumos originários de outras indústrias e dos fatores de produção diretamente alocados na indústria em questão" (Stone, 1961:94).

Um ponto importante a ser mencionado no presente contexto é que, a fim de criar uma condição necessária para a solução do sistema de equações do circuito de quantidades, Leontief supôs que todos os preços seriam iguais à unidade, de modo que o conjunto de n equações que recebeu o número (4') acima é constituído como um vetor unitário de preços.

A normalização efetuada neste contexto implica definirem-se todos os preços como iguais à unidade. Isto fica claro no caso de um produto que não usa insumos intermediários[27], ou seja, um produto para o qual

$$x_i = V_i.$$

Neste caso, como

$$v_i = V_i/x_i,$$

então

$$p_i = v_i = 1.$$

No caso menos abstrato de um setor que usa insumos, os preços obtidos são apenas preços relativos. O escalar v_i tem a propriedade de fazer cada elemento de **V** compatível com o preço escolhido para uma certa unidade de um produto, na medida em que o sistema é indeterminado (n equações e n+1 preços-incógnitas). Portanto, se o preço de mercado de uma mercadoria particular é escolhido como numéraire, seu preço pode ser determinado. Nestas circunstâncias, todos os preços remanescentes (e mesmo os preços de mercado) são relativos a este. De fato, os preços obtidos deste modo são **preços de equilíbrio**, no sentido de preços efetivos (i. e., verdadeiros, concretos); não são necessariamente iguais aos preços teóricos. No entanto, sob um ponto de vista teórico, esta não é uma limitação grave do modelo, pois, mesmo que as empresas não estejam obtendo os preços de equilíbrio, elas devem usar os preços de equilíbrio como seu custo de oportunidade para

---

[26] A exposiçao mais interessante da formalizaçao algébrica dessa dualidade encontra-se no Cap. 2 de Pasinetti (1977).

[27] Sou grato a Alexandre Barros, que me propiciou a compreensão deste ponto.

todos os cálculos econômicos relevantes. Leontief discutiu este problema do seguinte modo:

> "A fim de se obterem as quantidades físicas correspondentes a todos os bens e serviços, simplesmente definimos a unidade física de mensuração de cada tipo particular de produto, de modo a fazê-la igual ao montante da mercadoria que pode ser adquirida por um dólar ao nível corrente de preços. Portanto, a quantidade física dos produtos agrícolas e de alimentação iguala o valor líquido de um dólar deste tipo de mercadoria [... de modo que o total de todas as mercadorias] também pode ser considerado como representando o valor adicionado. [...] O preço de uma mercadoria sendo igual ao número de dólares pago por uma unidade, todos os preços são iguais a um dólar por unidade. [...] Usando os serviços das famílias como numéraire [sic], podemos finalmente dividir todas as demais quantidades físicas pela produção física desta indústria e obter a série de produtos físicos relativos [...]" (Leontief, 1951:72-3).

Portanto, os preços determinados no contexto deste circuito são preços relativos, podendo ser normalizados com relação ao preço de qualquer mercadoria. Leontief, por exemplo, os normalizou em termos do consumo familiar. À medida que os preços são normalizados com relação ao preço monetário[28] de alguma mercadoria específica, não há proteção contra mudanças de preços devidas à inflação, caso se pretenda fazer comparações inter-temporais entre duas tabelas de insumo-produto[29]. Quando se trata de fazer comparações a preços correntes, é interessante relembrar a abordagem de Carter à questão[30]:

> "As tabelas de insumo-produto usadas para nossa análise estrutural são todas em termos de valor, isto é, elas registram volumes de transações entre setores em dólares. Na qualidade de dados brutos, as tabelas de anos diversos refletiram os preços vigentes quando as transações

---

[28] O presente autor achava muito engraçado falar-se em preço **monetário**, até dar-se conta, com Milgrom & Roberts (199:), que, por exemplo, quatro arcos por bordunas é precisamente o preço dos arcos, quando as bordunas são escolhidas como *numéraire*.

[29] O deflacionamento de tabelas de insumo-produto é um problema complicado e alheio aos objetivos do presente texto.

[30] Note-se que aqui o substantivo **valor** não diz respeito à primeira dimensão do trabalho social e sim a **magnitudes monetárias**, ou **preços correntes**.

> efetivamente ocorreram. Para um dado ano, os coeficientes podem ser interpretados como razões de valor - valor da produção da indústria i requerido por dólares de produto da indústria u - ou como razões de requerimentos físicos por produto, com as unidades de insumos e produtos calculadas em a dollar's worth [i.e., o valor em dinheiro] de cada mercadoria específica. Enquanto os preços permanecerem constantes, o dollar's worth é uma medida física relevante; isto é, o montante que se pode comprar com um dólar (Leontief, 1951). Leontief salienta que as propriedades básicas de seu sistema econômico são unicamente determinadas pelas cifras de valor (relativas) de todos os diferentes tipos de insumos e produtos: 'Dois sistemas com idênticos padrões de valor terão também as mesmas reações tanto nos preços como nas quantidades. Mesmo que os preços tomados separadamente fossem muito diferentes (em virtude de diferenças reais ou nominais), a identidade das cifras de valor mostra que cada um dos dois cenários poderia ser transformado no outro através de movimentos puramente de caráter dimensional' (1951:65). As 'propriedades básicas de um sistema econômico' mencionadas por ele são, obviamente, relações de valor - as reações dos preços ou produção, expressos em termos de valor, a certa mudança estrutural ou exógena, também expressa em termos de valor" (Carter, 1970:22).

O circuito de preços permite a avaliação do papel das variações nos preços relativos sobre os padrões de produção, distribuição e dispêndio do valor adicionado setorial. Ele também permite o exame dos termos de troca entre diferentes setores. Mudanças exógenas em algum padrão de despesa implicam, assim como deslocamentos inter-setoriais na demanda, um certo crescimento nos preços[31]. O circuito de preços auxilia a que se quantifiquem e examinem as conseqüências distributivas de tais variações. Como diz Bjerkholt (1986:44), "[o] uso dos cálculos de preços no modelo de insumo-produto [...] indubitavelmente deu grande contribuição na criação de bases comuns para o entendimento das relações fundamentais entre preços e rendas."

Em 1954, Dorfman apontou para as aplicações do modelo de insumo-produto em termos do circuito de preços: fazer "[e]stimativas de variações nos salários

---

[31] Esta idéia não é alheia a modelos agregados, como o IS-LM, onde, por exemplo, um aumento no gasto do governo, considerado exógeno na maioria dos modelos, implica algum deslocamento (*crowding out*) de despesas de investimento para consumo e alguma elevação no nível geral de preços.

e na taxa de lucro sobre a estrutura dos preços", e se reporta às páginas 188-202 da obra prima de Leontief. Esta aplicação

> "[...] depende da identidade contábil de que o valor total da produção de qualquer setor iguala o valor das compras de todos os demais setores mais o valor adicionado. Isto, mais uma pitada de álgebra, permite que se calcule o efeito de mudanças na taxa de salários sobre a estrutura de preços, caso se façam duas suposições adicionais: (1) que os lucros, os lançamentos da depreciação, e os impostos indiretos por unidade de produção não mudem; e (2) que a variação na estrutura de preços não induza substituição. Estas suposições implicam que aumentos nos custos sejam integralmente passados adiante" (Dorfman, 1954:131).

Cabe, neste ponto, esclarecer que a discussão levada a efeito acima diz respeito ao que Bródy[32] chama de preços-valor, associando-os a uma economia com circulação simples de mercadorias. A razão disto é que o capital, enquanto merecedor de uma **recompensa** (ou como um **valor no processo de auto-valorização**), não se encontra presente na equação (4').

A abordagem genérica à equação de preços origina-se, conforme Brown & Licari (1977:189), da "[...] suposição marxista de que todo preço consiste de três componentes [escalares] básicos: custos com materiais (c), salários (w), e lucros, isto é, todos os componentes (exceto salários) do valor adicionado (z). Portanto, P = c + w + z." Deve-se acrescentar que se trata de **preço em D$ por unidade de produção**, logo as dimensões[33] das variáveis c, w e z também são dadas em D$ por unidade de produção. Fique claro, assim, por exemplo, que w não é taxa de salário e sim salário-eficiência (ou seja, salário por unidade de produção).

A suposição tecnológica convencional da proporcionalidade entre os insumos (os custos com materiais de Brown & Licari) e a produção total permitem que se escreva, em notação matricial, a forma explícita da equação (4') como:

$$\mathbf{p} = \mathbf{A'p} + \mathbf{w} + \mathbf{r}, \qquad (31)$$

onde

---

[32]Este e os próximos parágrafos se baseiam em Bródy (1970), particularmente sua seção 2.1 - "Three types of price systems", p.69-83, mas também p.41-42, seção 14.2 - "Modelos de preços", p.224-230; e a gigantesca resenha de Brown & Licari (1977:184-230) - "[Socialist] Price formation models and economic efficiency".

[33]Bródy (1970) tem um excelente capítulo discutindo a questão das equações dimensionais em economia.

w é um vetor cujo elemento característico é dado por W_i/q_i (salário por unidade de produto físico), e
r é um vetor de lucros por unidade de produto físico.

Caso se adicione uma constante (escalar) de proporcionalidade a cada um dos termos do membro do lado direito de (31), outras três equações comportamentais são sobre-impostas à suposição tecnológica original, conduzindo à obtenção de modelos de preços voltados ao planejamento, similares àqueles utilizados no passado da Hungria socialista, assumindo a forma geral

$$\mathbf{p} = (1 + k_1)\mathbf{A'p} + (1 + k_2)\mathbf{w} + (1 + k_3)\mathbf{r}, \tag{32}$$

os chamados preços de três canais, que levam em consideração os custos com materias-primas, salários e lucros.

Criando-se novas suposições sobre as magnitudes dos parâmetros k_i, bem como novas relações comportamentais sobre os elementos dos vetores **w** e **r**, pode-se construir diferentes modelos de formação do preço. Com efeito, mesmo que seus elementos sejam considerados parâmetros, a equação (32) é um sistema linear indeterminado, com n equações e n+4 variáveis. Portanto, alguns supostos adicionais devem ser feitos a fim de torná-lo determinado. Encontra-se além do alcance do presente texto discutir aprofundadamente os modelos de preços, indicando-se apenas um elenco de três soluções usuais.

A primeira solução consiste em fazer

$$k_1 = k_2 = k_3 = 0.$$

Neste caso, a equação (32) reduz-se à (31), i.e., ao modelo de preços-valor de uma economia em reprodução simples. Em segundo lugar, pode-se supor que $k_1 = k_2$, considerando-se como dada uma mesma taxa de retorno sobre o capital de k_3, para cada um dos setores da economia. Chega-se, com isto, aos modelos de preços de produção, na tradição de Marx. Nestas duas soluções, trabalha-se com os chamados preços de eficiência, i.e., preços destinados a estimar a diferença entre preços concretos e preços que conduzem à "eficiência econômica agregada"[34].

A terceira possibilidade de solução para a equação (32) consiste em voltar a considerar

$$k_1 = k_2 = k_3 = 0,$$

---

[34]Ver Brown & Licari (1977:185) e também Bulmer-Thomas (1982:224-227).

transformando-a em

$$\mathbf{p} = \mathbf{A'p} + \mathbf{M_U{}^D p} + \mathbf{r}, \qquad (33)$$

onde

$M_U{}^D$ é uma matriz diagonal cujo elemento característico é:

$$w_i = W_i/q_i = (W_i/x_i)p_i.$$

Sua equação reduzida é

$$\mathbf{p} = (\mathbf{I} - \mathbf{A'} - \mathbf{M_U{}^D})^{-1}\mathbf{v}, \qquad (34)$$

onde agora, obviamente, o vetor **v** não contempla o custo com a mão-de-obra. Observe-se a analogia entre esta e a equação (23), na qual é o consumo familiar que está endogeneizado.

Este tipo de conceptualização acompanha a moderna teoria macroeconômica, com sua incorporação dos microfundamentos da teoria da oferta, segundo os quais o preço cobrado por uma firma (ou setor) diverge de seu custo marginal. Cada elemento da matriz $\mathbf{M_U{}^D}$ é função do conceito convencional de mark up, de modo que a equação (33) permite a endogeneização dos custos variáveis convencionais, auxiliando o estudo do efeito do grau de monopólio setorial sobre seus preços.

5. O CIRCUITO DO TRABALHO SOCIAL

A teoria microeconômica da produção a curto prazo apresenta a seguinte relação funcional entre o nível de produção de uma firma genérica i e seu nível de emprego:

$$x_i = x(L_i).$$

Ela também sustenta que

$$dx_i/dL_i > 0,$$

e

$$d^2x_i/dL_i^2 < 0.$$

Esta segunda derivada caracteriza a chamada função de produção neoclássica, marcada pela presença de rendimentos decrescentes do fator trabalho. Acima, mencionou-se que, em termos ex post, a conceptualização marginalista pode ser evadida, enfatizando-se apenas o conceito médio. Assim, pode-se considerar que uma aproximação linear da função de produção apresenta razoável grau de interesse. Em outras palavras, pode-se supor a existência de uma estrita relação de proporcionalidade entre variações no nível de emprego e seu correspondente nível de produção.

Seja como for, pode-se expressar esse tipo de função em sua forma inversa

$$L_i = x^{-1}(x_i),$$

incorporando-a ao modelo de insumo-produto, o que permite o estudo das relações inter-setoriais entre emprego e produção. Neste contexto, pode-se definir uma matriz diagonal l^D, cujo elemento característico é dado por

$$l_i = L_i/x_i.$$

Em notação matricial, tem-se o vetor

$$\mathbf{L} = \mathbf{l}^D\mathbf{x}. \tag{34}$$

Esta expressão descreve o circuito do trabalho social do modelo de insumo produto. Nela ainda se pode substituir o vetor **x** por sua expressão equivalente dada na equação (4), obtendo:

$$\mathbf{L} = \mathbf{l}^D(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Fi}. \tag{35}$$

A equação (35) permite proceder-se à avaliação dos efeitos direto, indireto e induzidos de mudanças na demanda final sobre a absorção inter-setorial de trabalho. Daqui, derivam-se os conceitos de emprego direto e indireto, que podem ser explorados em diversos contextos analíticos e de planejamento.

6. A ECONOMIA E SUAS SUBECONOMIAS

Esta seção tem por objetivo apresentar uma extensão pouco usual do modelo de insumo-produto, particularmente no que diz respeito a seus circuitos de quantidades e de trabalho. Busca-se explorar, nas palavras de Bródy (1970), as **proporções** existentes internamente a eles. Enfatizam-se, assim, as proporções e diferentes pesos setoriais vinculados ao padrão da demanda[35]. A virtude deste tipo de conceptualização consiste na obtenção de um aparato facilmente

---

[35]A modelação adiante explicitada produz uma visão mais simplificada do sistema econômico, comparativamente àquelas oferecidas pelos trabalhos de Miyazawa (1960,1976), ou Paukert et al. (1976), para não mencionar os modelos de equilíbrio geral computável. Com efeito, no que segue não se faz nenhum esforço no sentido de vincular a produção, a distribuição e o consumo.

mensurável destinado à descrição da estrutura econômica[36] e sua variação no tempo.

A figura abaixo apresenta um mecanismo que vê a demanda final (necessidades) como iniciando a atividade produtiva nas sociedades mercantis. Inicia-se considerando uma dada estrutura da demanda final, tanto em termos de seus componentes (consumo familiar, investimento, etc.), como do padrão setorial dessas despesas. Esta estrutura, requerendo diferentes montantes de produção setorial (direta e indireta), vai moldar uma certa estrutura produtiva. Esta estrutura produtiva, por seu turno, ao mobilizar determinados montantes de insumos primários, contribuirá para o estabelecimento de um padrão específico de distribuição primária da renda[37].

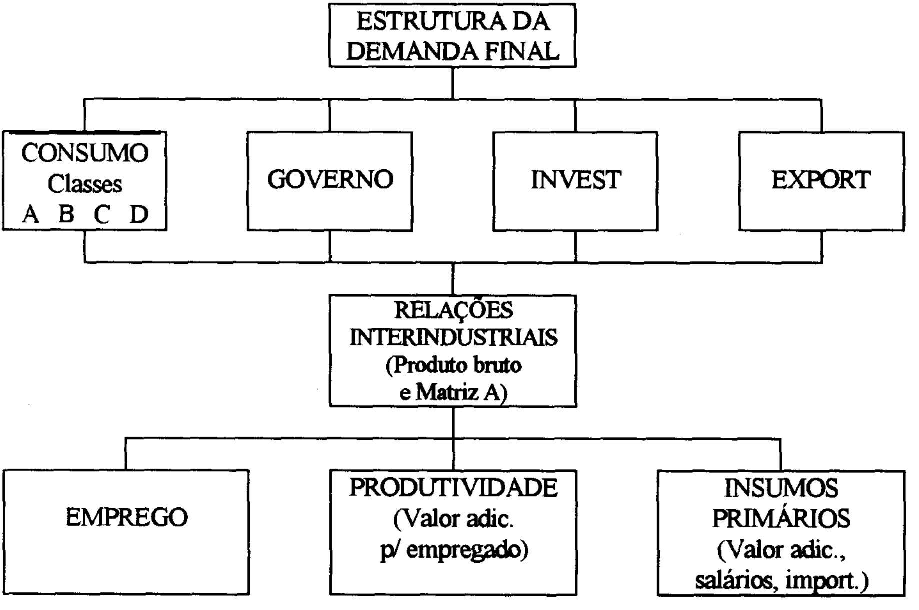

Figura 2 - Relações gerais entre o consumo, a produção, a distribuição e o emprego.

---

[36]Particularmente no que diz respeito à análise setorial da demanda final, valor adicionado e emprego.

[37]Ou seja, a distribuição prévia à ação do governo sobre os orçamentos familiares com a cobrança do imposto sobre a renda e o pagamento de transferências.

Com isto, o que se está procurando é enfatizar tanto os efeitos direto e indireto, como os induzidos, todos os três concementes a certos padrões da demanda. Com efeito, o modelo de insumo-produto permite observar-se tanto a análise estrita dos padrões de despesa nas indústrias imediatamente afetadas, como a relação entre as variações na produção de um setor e seus impactos sobre os demais. Deste modo, é possível ver como as diferentes estruturas das demandas setoriais moldarão diferentes estruturas setoriais de valor adicionado. As implicações para o emprego e taxa de salário podem ser simultaneamente exploradas, de modo que duas diferentes dimensões do trabalho social são interligadas sob o ponto de vista conceitual.

Dispõe-se a produtividade entre o emprego e a geração de renda, a fim de enfatizar sua origem econômica. A taxa de salário, por outro lado, pode ser ligada com a distribuição da renda em virtude da alocação dos insumos primários, particularmente, o emprego. Todavia, ao contrário das teses estruturalistas, o hiato entre a geração da renda e os padrões de consumo não é coberto[38].

Parte-se do conceito de indústrias verticalmente integradas[39], isolando cada um dos diferentes grupos e classes da demanda final, como constituintes de uma subeconomia[40]. Uma subeconomia consiste na atividade econômica executada com o fim de atender a um dos componentes da demanda final de uma economia (consumo das famílias pobres, consumo das famílias ricas, investimento, etc.). Cada subeconomia compartilha com as demais uma mesma estrutura tecnológica, descrita pela matriz **A**. Examinadas em dois momentos diferentes, essas subeconomias contribuem para o esclarecimento de como o crescimento econômico se distribui entre os diferentes grupos da demanda final, despertando particular interesse o consumo, por viabilizar o exame de impactos setoriais na variação da demanda das famílias pobres e ricas.

Deste modo, enfoca-se centralmente a distribuição do valor adicionado e do emprego entre diferentes indústrias, tal como convencionalmente definidas, as quais são responsáveis pela produção das mercadorias integrantes de cada item da despesa. Em virtude deste tipo de raciocínio, vai-se falar em conceitos **resolvidos** de valor adicionado, emprego, impostos indiretos, etc.,

---

[38]Como se discutiu na sub-seção 3.2, isto pode ser feito pelos modelos de Miyazawa e Paukert et al.

[39]Este conceito foi desenvolvido por Pasinetti (1973). Ele já se encontrava latente em Gupta & Steedman (1971), e foi explorado por Steedman (1983), Ochoa (1986, 1989) e Michl (1991).

[40]A aplicação empírica extensiva deste tipo de modelagem pode ser encontrada em Bêrni (1995), onde as equações (36) a (41) também são expostas.

na linha do tratamento dado por Adam Smith aos preços, considerando-os como **salários e lucros resolvidos**.

Na presente conceptualização, por exemplo, o elemento do vetor de emprego resolvido correspondente à agricultura abrange tanto o número de empregados que produz, e.g., mandioca a ser consumida pelas famílias mais pobres, quanto daqueles envolvidos na produção do leite que será vendido à indústria para pasteurização e posterior comercialização. Acrescentando a este volume de emprego o restante do emprego resolvido correspondente aos demais grupos e classes da demanda final exercida sobre a agricultura, cria-se o emprego total alocado direta e indiretamente na agricultura. O processo de derivação do emprego total é, assim, repetido para cada setor da economia, até que complete o padrão de emprego apoiado pelos diferentes grupos da demanda final.

Para iniciar, examine-se a demanda final, considerando seu impacto direto e indireto sobre a estrutura setorial da produção, ou seja, a produção compatível com padrões específicos da demanda final. Neste caso, o que se está considerando é o efeito direto destinado a atender os requisitos da demanda final, bem como os efeitos indireto e induzido devidos à demanda dos demais setores. Em outras palavras, quando a demanda final é mapeada no valor bruto da produção através da matriz inversa de Leontief, os efeitos direto, indireto e induzido da demanda final são obtidos, o que se constitui, precisamente, no valor bruto da produção setorial.

Portanto, o valor da produção de cada setor é direcionado ao atendimento de sua própria demanda intermediária (e.g., as sementes para a agricultura), à demanda final por suas exportações, ou consumo in natura, e à demanda intermediária da indústria de alimentos. De modo análogo, o emprego na agricultura induzido pelo consumo das famílias mais ricas compõe-se tanto do efeito direto como dos efeitos indireto e induzido das compras feitas à indústria de alimentos, ou seus gastos em restaurantes.

Deve-se enfatizar que a presente conceptualização centra-se no conceito de demanda final. Assim, por exemplo, o setor de extração de minerais não vende diretamente aos consumidores ou ao governo, observando-se zeros nas células correspondentes da matriz de demanda final. Isto, todavia, não significa dizer que não haja produção da indústria extrativa mineral incorporada às despesas de consumo. Com efeito, o minério de ferro é vendido para a fabricação de aço e latão, que serão usados para a fabricação de automóveis ou alimentos enlatados, que, por sua vez, serão adquiridos pelos consumidores. O modelo de insumo-produto permite a observação dos efeitos totais do gasto de certos grupos ou classes de despesa, ou seja, com ele pode-se **revelar** aquela parte da economia que produz de modos direto, indireto e induzido para cada grupo ou classe de despesa específicos.

Assim, ao lado dos gastos diretos em mercadorias específicas, deve-se analisar as demandas indireta e a induzida que são estimuladas pela demanda final de setores específicos. Considere-se, por exemplo, a demanda por produtos agrícolas como sendo composta por duas partes. A primeira é constituída pelas compras diretas feitas pelos diferentes grupos e classes de componentes da demanda final, tais como consumidores pobres, ou exportações, enquanto que a segunda consiste da demanda exercida indiretamente sobre outros setores que necessitam de insumos agrícolas. Neste caso, por exemplo, o setor de mobiliário, tendo sua demanda aumentada, vai adquirir mais do setor produtor de madeira, o qual vai aumentar suas encomendas à própria agricultura. Como se sugeriu anteriormente, o interesse deste tipo de modelação consiste em, usando a expressão familiar a Adam Smith, determinar a forma como todas as mercadorias integrantes da demanda final são **resolvidas** em insumos primários (importações e valor adicionado), bem como bens de consumo intermediário necessários à sua produção.

A **demanda final resolvida**, em notação matricial, é dada por

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{BF}, \tag{36}$$

onde

$\mathbf{F}_R$ é uma matriz de ordem (nxm) da demanda resolvida para m diferentes grupos e classes de demanda final,

B é a matriz inversa de Leontief, ou seja,

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1},$$

e **F** é a matriz original da demanda final.

Como diz Augustinovicz (1970:253), esta matriz "[...] aloca a produção total de setores específicos aos propósitos por eles atendidos; em outras palavras, descreve os usos finais da produção social." Claramente,

$$\mathbf{F}_R\mathbf{i} = \mathbf{x},$$

onde

i é o vetor coluna unitário de ordem (mx1), e

x é o vetor de produção total.

A expressão (36) permite que os diferentes vetores coluna de $\mathbf{F}_R$ sejam vistos como a demanda final de cada uma das m subeconomias do sistema econômico completo. Todos esses m subsistemas têm em comum a mesma estrutura tecnológica, dada pela matrizes **A** (dos coeficientes técnicos) e **B** (inversa de Leontief)[41]. Duas subeconomias diferem unicamente no que diz respeito aos vetores $\mathbf{f}^m$, cada um dos quais podendo ser visto como um fator de escala definidor do tamanho desta. Cada subeconomia compartilha com as restantes as mesmas propriedades estruturais, de modo que os correspondentes vetores resolvidos rastreiam as compras diretas, indiretas e induzidas de cada grupo ou classe de despesa, ou seja, de cada subeconomia.

Além disso, a identidade fundamental da contabilidade nacional sustenta que aumentos na demanda final culminam por provocar iguais aumentos nos insumos primários. A composição desses aumentos (emprego na agricultura, capital na extração de minerais, importações de petróleo), no entanto, depende precisamente das propriedades estruturais da economia como um todo. Essas propriedades associam-se a diferentes graus de divisão e especialização do trabalho, e dos diferenciais inter-setoriais de produtividade.

Aceitando que é a mesma estrutura tecnológica que supre os diferentes grupos e classes da demanda final, e definindo $\mathbf{q}^D$ como a matriz diagonal cujo elemento característico é dado pela razão entre os insumos primários e o valor bruto da produção do setor i, pode-se obter a matriz dos **insumos primários resolvidos** (com n setores e m grupos e classes de demanda final) como

$$\mathbf{Q}_R = \mathbf{q}^D\mathbf{F}_R. \tag{37}$$

Deve-se relembrar que o impacto direto originário de variações na demanda final é transmitido à estrutura tecnológica da economia pela demanda final resolvida (i.e., valor bruto da produção) foi capturado pelo movimento do vetor da demanda final para a matriz da demanda final resolvida. Este movimento mostra a incorporação das contribuições setoriais **indiretas** através de suas **vendas** de insumos intermediários. O próximo movimento consiste em **despir** as compras de todos os insumos intermediários de modo a evidenciar a contribuição do setor (tal como tradicionalmente classificado) via valor adicionado.

Portanto, definindo $\mathbf{v}^D$ como a matriz diagonal cujo elemento característico é dado pela razão entre o valor adicionado do setor i e seu valor da produção, pode-se obter a matriz $\mathbf{V}_R$ do **valor adicionado resolvido** de n setores, cada um deles relativo a m grupos e classes da demanda final como

---

[41] Note-se que, com isto, assume particular importância a suposição da homogeneidade do produto: um birô pode ser vendido alternativamente às famílias, ao governo, aos escritórios, etc.

$$V_R = v^D F_R. \tag{38}$$

Por analogia à equação (38), pode-se definir uma matriz diagonal l^D de coeficientes de emprego por unidade de valor da produção, e chegar à seguinte matriz do **emprego direto resolvido** como[42]:

$$L_R = l^D F_R. \tag{39}$$

Pode-se definir adicionalmente as matrizes diagonais w^D e m^D, respectivamente, como dos coeficientes dos salários setoriais totais por unidade de valor da produção e importações por unidade de valor da produção, obtendo-se a **folha de salários resolvida** e as **importações resolvidas**, respectivamente, como:

$$W_R = w^D F_R, \tag{40}$$

e

$$M_R = m^D F_R. \tag{41}$$

Neste contexto, pode-se acrescentar que a identidade fundamental da contabilidade nacional também vale isoladamente para cada subeconomia. A equação (37) pode ser reescrita como

$$Q_R = q^D BF,$$

de modo que

$$(q^D)^{-1} Q_R = BF$$

ou

$$(q^D)^{-1} Q_R = (I - A)^{-1} Q_R$$

e

$$(I - A)(q^D)^{-1} Q_R = F.$$

Multiplicando pela esquerda ambos os membros dessa equação pelo vetor unitário compatível, tem-se que

$$i'(I - A)(q^D)^{-1} Q_R = i'F,$$

---

[42]Possivelmente, foi ao lidar com este tipo de conceito que Leontief (1983:97-102) obteve sua Tabela 9.4 (p.191), que fornece o emprego setorial (direto mais indireto) associado a diferentes composições da demanda final. Ver também Locatelli (1985:147).

ou

$$i'Q_R = i'F,$$

ou seja, os elementos do vetor $i'\ Q_R$ são iguais, respectivamente, aos do vetor $i'F$. Em outras palavras, o montante de insumos primários de cada subeconomia é igual a suas vendas à demanda final.

As equações acima podem ser combinadas de modo a geraram conceitos derivados, como o de produtividade do trabalho [elementos de (38) divididos pelos elementos correspondentes de (39)]. Claramente, estes conceitos derivados fornecem os mesmos vetores para cada uma das m subeconomias. Em outras palavras, considerando que se trabalha com proporções fixas generalizadas, não há espaço para diferenças nas características internas de setores específicos (salário médio, valor adicionado/vendas, parcela dos lucros, etc.) relativamente aos diferentes grupos e classes da demanda final.

7. CONCLUSÃO

Tendo discutido as principais características do modelo de insumo-produto e as conexões de seus três circuitos com as três dimensões do trabalho social, o presente texto mostra como este aparato conceitual pode ser usado para a análise da estrutura e da mudança estrutural de sistemas econômicos específicos. Em particular, o valor adicionado no circuito de quantidades numa economia monetária pode ser avaliado por três óticas de cálculo alternativas: produto, renda e despesa. Assim, as estruturas de produção, distribuição e dispêndio de uma economia também podem ser estudadas com o modelo de insumo-produto.

O circuito original - o das quantidades -, contemplando a geração de valores de uso, aponta para a atividade deliberada de apropriação da natureza[43] por parte do homem, em sua "luta pela sobrevivência". À medida que as sociedades humanas evoluíram econômica e socialmente, ampliou-se seu domínio sobre a natureza, gerando-se crescentes volumes de excedente econômico e, assim, expandiu-se a troca de mercadorias. Com esta, ainda que inicialmente não assumindo a forma monetária, emergiu o preço, ou seja a quantidade de uma mercadoria (como o sal, o ouro ou o dinheiro) cedida em troca de uma unidade de outra. Neste contexto, ficou visível a emergência de todo o circuito de preços, no qual o valor de troca das mercadorias é determinado. A vida societária que viabilizou a geração de excedente de produção sobre o consumo de subsistência também viabilizou o processo de

[43] Incluindo-se nisto, por suposto, a apropriação de macacos.

troca entre frações desse excedente. Com isto, ela engendrou, simultaneamente, a forma de escriturar essas transações: uma contabilidade baseada nas horas de trabalho socialmente necessário à reprodução das condições materiais da existência humana. Essa contabilidade social encontra-se escriturada no chamado circuito do trabalho.

A idéia tradicional do modelo de insumo-produto permite que se entenda o valor da produção como envolvendo os componentes direto, indireto e induzidos da produção necessários para atender à demanda final. No presente texto, ela foi aprofundada, gerando o que se denominou de demanda final resolvida. Este conceito frutificou, gerando, entre outras, as noções de valor adicionado resolvido e de emprego resolvido. O conjunto desses conceitos, cada um deles aplicado a grupos ou classes específicos da demanda final, permitiu que se postulasse a existência de um conjunto de subeconomias compartilhando a mesma estrutura tecnológica de produção.

O modelo de insumo-produto constitui-se no mais potente instrumento disponível para a compreensão das interações entre as três dimensões do trabalho social. Sua origem contábil parte da obviedade de que o total de compras feitas pelos agentes econômicos é milimetricamente igual ao total de vendas: mesmo para casos em que não há poder de mercado por parte de compradores ou de vendedores, é mais do que verdade dizer-se que as compras e vendas já nascem casadas, ou seja, encontram-se em equilíbrio ex post. Este truísmo, todavia, está distante da compreensão de um bom número de livre-pensadores que sugerem que o conceito de equilíbrio é irrelevante. Esses comentadores do pensamento econômico clássico desconhecem a conceptualização das três dimensões do trabalho social e sua associação com os circuitos de quantidades, preços e trabalho. Estando incapacitados de ver que a sociedade não deseja desperdiçar as horas de seu trabalho, punindo as agentes econômicos que o fazem, desprezam também o conceito de equilíbrio ex ante. Com efeito, dado um elenco de necessidades por parte da população, nenhum produtor espera deixar os adquirentes de seus produtos insatisfeitos, tentando antecipar, até a última casa decimal, os desejos destes. Em outras palavras, os produtores buscam ofertar uma quantidade nem maior nem menor do que a desejada pela sociedade. É por isto que se pode concluir afirmando que o modelo de insumo-produto também se constitui numa das mais eloqüentes justificativas científicas da importância do conceito de equilíbrio ex ante, quando se trata de explicar fenômenos que gravitam em torno da vida econômica da sociedade humana.

REFERÊNCIAS

ARMSTRONG, A.G. & UPTON, D.C.(1969). A review of input-output applications. *Bulletin of the International Statistical Institute*. V.XLIII bk1 p.113-130.

AUGUSZTINOVICS, Maria (1970). Methods of international and intertemporal comparison of structure. In: CARTER, A. & BRODY, A. eds. (1970) - *Contributions to input-output analysis*. Amsterdan: North Holland. V.1.

BÊRNI, D.d.A.(1995). Análise contrafactual da distribuição da renda no Brasil. *Revista de Economia Política*. V.15 n.3 Jul.Set. p.66-83.

BJERKHOLT, Olav (1986). Experiences in using input-output techniques for price calculations. In: SOHN, Ira ed.(1986). *Readings in input-output analysis; theory and applications*. New York, Oxford: Oxford University. p.35-50

BONELLI, R. & CUNHA, P. Vieira da (1982). Mudanças nas estruturas de produção, renda e consumo, e crescimento econômico no Brasil no período 1970-75. *Pesquisa e Planejamento Econômico*. V.12 n.3 p.807-850.

BRODY, A.(1970). *Proportions, prices and planning*. Amsterdam: North Holland.

BROWN, A. A. & LICARI, J. A.(1977). Price formation models and economic efficiency. In: ABOUCHAR, A. ed.(1977). *The socialist price mechanism*. Durham, N.Carolina: Duke University.

BULMER-THOMAS, Victor (1982). *Input-output analysis: sources, methods and applications for developing countries*. London: John Wiley.

CARTER, Anne P.(1967). Changes in the structure of the American economy, 1947 to 1958 and 1962. *Review of Economics and Statistics*. V.49 n. p.209-224 May.

CARTER, Anne P.(1970). *Structural change in the American economy*. Cambridge-USA: Harvard University.

CARTER, Anne P. & PETRI, Peter A.(1989) Leontief's contribution to economics. *Journal of Policy Modeling*. V.11 n.1 p.7-30.

CIASCHINI, Maurizio (1988). Input-output analysis: an introduction. In: _____ ed.(1988). *Input-output analysis*. Current developments. London, New York: Chapman and Hall.

DIAMOND, Jared (1991). *The rise and fall of the third chimpanzee.* London: Vintage.

DORFMAN, Robert (1954). The nature and significance of input-output. *Review of Economics and Statistics.* V.36 n. p.121-133 May.

FONSECA, Manual A. R. da & GUILHOTO, Joaquim José M.(1987). Uma análise dos efeitos econômicos de estratégias setoriais. *Revista Brasileira de Economia.* V.41 n.1 p.81-98 Jan.

FROMM, G.(1968). Comment on Vaccara and Simon. In: KENDRICK, John W. ed.(1968). *The industrial composition of income and product.* New York, London: NBER, Columbia University. p.19-66.

GOODWIN, R. M.(1949). The multiplier as matrix. *Economic Journal.* V.59 n.236 p.537-555 Dec.

GUPTA, S. & STEEDMAN, Ian (1971). An input-output study of labour productivity in the British economy. *Bulletin of the Oxford Unversity Institute of Economics and Statistics.* V.33 n.1 p.21-34.

HADDAD, Paulo Roberto (1976). *Contabilidade social e economia regional.* Rio de Janeiro: Zahar.

KING, Benjamin (1978). What is a SAM? a layman's guide to social accounting matrices. In: PYATT, Graham & ROUND, Jeffery I. eds.(1985). *Social accounting matrices: a basis for planning.* Washington: World Bank.

LEONTIEF, Wassily W.(1951). *The structure of the American economy; 1919-1939.* 2 ed.New York: Oxford University.

LEONTIEF, Wassily ed.(1953). *Studies in the structure of the American economy.* New York: Oxford University.

LEONTIEF, W.(1970). The dynamic inverse. In: CARTER, A. & BRODY, A. eds.(1970). *Contributions to input-output analysis.* Amsterdan: North Holland. V.1. p.294-320.

LEONTIEF, Wassily (1983). *A economia do insumo-produto.* São Paulo: Abril Cultural.

LEONTIEF, W. & DUCHIN, F.(1986). *The future impact of automation on workers.* New York: Oxford University.

LOCATELLI, Ronaldo Lamounier (1985). *Industrialização, crescimento e emprego: uma avaliação da experiência brasileira*. Rio de Janeiro: IPEA.

MARX, Karl Heinrich ([1890]1982). *O Capital*. 7ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira.

MATHUR, P.N.(1967). An appropriate system for deflation of sectoral income in a developing economy. *Review of Income and Wealth*. V.14 n.1 p.1-11.

MICHL, Thomas R.(1991). Wage-profit curves in US manufacturing. *Cambridge Journal of Economics*. V.15 n.3 Sept. p.271-286.

MILGROM, Paul & ROBERTS, John (1992). *Economics, organization and management*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

MILLER, Ronald E. & BLAIR, Peter D.(1985). *Input-output analysis: foundations and extensions*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

MIYAZAWA, Kenichi (1960). Foreign trade multiplier, input-output analysis and the consumption function. *Quarterly Journal of Economics*. V.74 n.1 (294) p.53-64 Feb.

MIYAZAWA, Kenichi (1976). *Input-output analysis and the structure of income distribution*. Berlin: Springer-Verlag. (Lecture notes in economics and mathematical systems).

MORLEY, Samuel A. & SMITH, Gordon W.(1970). On the measurement of import substitution. *American Economic Review*. V.60 n.4 p.728-735 Sep.

OCHOA, Eduardo M.(1986). An input-output study of labor productivity in the U.S. economy, 1947-72. *Journal of Post-Keynesian Economics*. V.9 n.1 p.111-137 Fall.

OCHOA, Eduardo M.(1989) - Values, prices and wage-profit curves in US economy. *Cambridge Journal of Economics*. V.13 n.3 Sept. p.413-429.

PASINETTI, Luigi (1973) - The notion of vertical integration in economic analysis. *Macroeconomica*. V.25 Fasc.1 p.1-29 Gen.

PASINETTI, Luigi (1977). *Lectures on the theory of production*. New York: Columbia.

PAUKERT, Felix; SKOLKA, Jiri & MATON, Jeff (1981). *Income distribution, structure of economy and employment; the Philippines, Iran, the Republic of Korea and Malaysia*. London: Croom Helm.

ROSE, A. & MIERNYK, W.(1989). Input-output analysis: the first fifty years. *Economic Systems Research*. V.1 n.2 p.229-271.

STEEDMAN, Ian (1983) - On the measurement and aggregation of productivity increase. *Metroeconomica*. V.35 n.3 Oct.

STONE, Richard (1961). *Input output and national accounts*. Paris: OECD.

STONE, Richard (1975). The expanding frontiers of input-output analysis. *Bulletin of the International Statistical Institute*. V.46 n.1 p.306-321.

STONE, Richard (1979). Where are we now? a short account of the development of input-output studies and their present trends. In: SOHN, Ira ed.(1986). *Readings in input-output analysis; theory and applications*. New York, Oxford: Oxford University. p.13-33.

TAVARES, Maria da Conceição (1983). O movimento geral do capital: um contraponto à visão da autoregulação da produção capitalista. In: FIGUEIREDO, Eurico; KONDER, Leandro & CERQUEIRA F°.,Gisaldo Lopes eds.(1983). *Por que Marx?*. Rio de Janeiro: Graal. p.233-256.

UNIDO - United Nations Industrial Development Organization (1985). *Input-output tables for developing countries*. New York. 2v.