CINEMÁTICA ELEMENTAL APLICADA A CUESTIONES DE SEGURIDAD DEL TRÁFICO EN RUTAS[+*]

Héctor O. Di Rocco
Instituto de Física Arroyo Seco
Facultad de Ciencias Exactas
Universidad Nacional del Centro
CONICET
Tandil – Argentina

Resumen

Usando conceptos muy simples de Cinemática en una dimensión, se examinan las condiciones para evitar accidentes en rutas, especialmente los choques frontales, cuando los vehículos más rápidos pretenden sobrepasar a otros más lentos. Usando como distancia característica la longitud de las rayas amarillas, se plantean dos problemas recíprocos. El primero es cuál debe ser la longitud mínima L *de las rayas, dadas las velocidades permitidas y las actuales de los vehículos, mientras que el segundo plantea cuál debe ser la velocidad de sobrepaso* $v_{sobrepaso}$ *cuando* L *es un dato, como sucede en la realidad. Como trabajo de campo se muestran datos obtenidos en rutas de la Argentina.*

Palabras clave: *Enseñanza, tráfico, cinemática.*

Abstract

Using very simple one-dimensional kinematical concepts, the necessary conditions to avoid car accidents in routes, specially frontal collisions, are examined. Using as characteristic distance

[+] Elementary Kinematics applied to security issues in traffic routes

* *Recebido: novembro de 2008.*
Aceito: abril de 2009.

the longitude of the yellow lines, we propose reciprocal problems. The first one is which might have been the minimum L longitude of the lines, when the permitted speed is given and the actual speed of the vehicles, while in the second we offer, what should be the exceeded speed when L is a data, as it happens actually. As a practical example, data obtained in argentinean routes are shown.

Keywords: *Education; traffic; kinematics.*

I. Introducción

Conceptos elementales de Cinemática en 1D pueden ayudarnos a comprender algunas cuestiones muy simples pero importantes del tráfico en rutas. Éstas, vistas en su mayor generalidad, son complejas, y una gran variedad de modelos se han desarrollado por ingenieros, físicos y matemáticos. En 1945 se publicó un trabajo donde se analizan, mediante principios físicos simples, cuestiones como seguridad, capacidad, rapidez y economía del tránsito en rutas (HERREY-HERREY, 1945). Transcurrido el tiempo, otras cuestiones más sutiles aparecen en el trabajo de Hodas y Jagota, con muchas referencias modernas (HODAS; HAGOTA, 2003).

El propósito de este corto trabajo es responder a las cuestiones básicas relativas al tráfico en rutas. Pueden surgir, entonces, preguntas del tipo: i) ¿Cuáles son las condiciones cinemáticas que deben cumplirse para que no ocurran choques frontales?, es decir, ii) ¿Cuál debe ser la velocidad que los vehículos pasantes deben tener por sobre la de los más lentos, para pasar con seguridad? Esto depende, evidentemente, de la distancia que hay entre los vehículos que circulan en sentidos opuestos. En el proceso de investigar la causa de tantos accidentes fatales, por ejemplo en la Argentina, deberían hacerse estadísticas de tránsito o filmaciones de algún tipo en diversos lugares, información empírica que no se ha levantado (según mi conocimiento, estadísticas de este tipo se llevado a cabo en algunas rutas canadienses). A falta de estos datos, podemos usar como longitud característica la de las rayas amarillas, L, que señala la prohibición de sobrepasar vehículos en dicho tramo.

Considerando en particular las rutas argentinas, la gran mayoría de éstas son de un solo carril por mano. En los lugares peligrosos, como cruce con caminos secundarios, curvas, lomas, etc., se dibujan las mencionadas rayas amarillas en el centro de la ruta. El caso más peligroso puede consistir en que "justo en el mismo momento" y en ambos sentidos del tráfico, dos vehículos, uno en cada sentido, pretender sobrepasar a otros al comienzo de la raya. Recordando las preguntas del párrafo anterior, podemos preguntarnos: ¿cuál debe ser la longitud mínima de las rayas amarillas que permitan un sobrepaso seguro, dada las velocidades (tanto las reales como las permitidas) de los vehículos?

Hay que hacer notar que los problemas relacionados al tránsito son muy complejos y se usan modelos físicos y matemáticos sólo aptos para estudiantes avanzados. Este trabajo, pese a su sencillez, puede ser interesante para un primer curso de Física, puesto que hay que hacer algunas estimaciones "razonables" sobre las características de los vehículos y los conductores, antes de aplicar las ecuaciones de movimiento. Sirvan de ejemplo, el *espacio de influencia* que hay que asignar a los vehículos y el tiempo de percepción más el de reacción de los conductores, respectivamente.

Un posible trabajo de campo es averiguar si la longitud de las rayas amarillas está de acuerdo con las velocidades permitidas para los vehículos. En Argentina, $v = 110\ km/h$ ($\cong 30\ m/s$) para los autos y $v = 90\ km/h$ ($\cong 25\ m/s$) para los camiones.

Hay que hacer notar que en este trabajo no nos ocuparemos (¡pese a su innegable importancia!), de los aspectos dinámicos del problema como, por ejemplo, la potencia necesaria para rebasar un vehículo[1]. Estas cuestiones podrán ser tratadas en un próximo artículo.

II. Exponiendo el problema; primeras aproximaciones

Sea un vehículo A_1 que va por su mano en el sentido positivo del eje x con velocidad v_{1P} y A_2 el que, llevando una velocidad v_{2P} pretende sobrepasarlo al comienzo de la raya, de longitud L; coloquemos en dicho lugar el origen de coordenadas. En sentido opuesto ("negativo") vienen un vehículo B_1 por su mano (con velocidad v_{1N}) y otro B_2 (con velocidad v_{2N}) que pretende sobrepasarlo en el mismo instante en que A_2 pretende hacerlo com A_1; ver Fig. 1. El momento de sobrepaso simultáneo es tomado como origen de tiempos. Para nuestro tratamiento vamos a hacer algunas hipótesis simplificatorias: i) la carretera es recta y plana en el tramo considerado, ii) no hay variaciones apreciables de la atmósfera, que

[1] Agradezco a uno de los árbitros por plantear la importancia de estas cuestiones.

distorsionen la percepción de las distancias, iii) los movimientos de los vehículos son, además de rectilíneos, uniformes. La generalización para cuando los vehículos pretenden frenar o acelerar, no debería causar problemas conceptuales desde el punto de vista de la Cinemática. Sin embargo, la cuestión dinámica acerca de la potencia necesaria para sobrepasar un vehículo no será tratada en este artículo y no es trivial. En efecto, no conozco libros de Mecánica Elemental (primer año de Ciencias o de Ingeniería) donde se explique la importancia del peso del vehículo y del coeficiente de rozamiento para el cálculo de la tracción. Una excepción es el libro de L. Brand [BRAND, 1974].

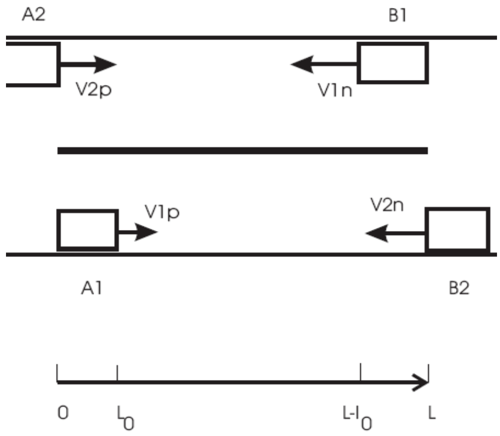

Fig. 1 - Esquema del momento de sobrepaso de A_1 por A_2 y de B_1 por B_2. En ese momento se coloca el origen de tiempos.

Por más simples que sean las condiciones, tenemos que tener en cuenta que, en la práctica, los vehículos requieren un cierto espacio libre a su alrededor para circular por la ruta; se lo ha denominado el *espacio de influencia* (HERREY-HERREY, 1945). Este espacio de influencia, puede aproximarse por un rectángulo que tenga el ancho del carril y una longitud l_o que hay que estimar; lógicamente, l_o es mayor que su longitud propia, l_p. Una estimación de l viene dada por (1):

$$l_0 = l_P + vt^* + v^2/2a \tag{1}$$

siendo t^* el tiempo de percepción más el tiempo de reacción (que puede estimarse en 0.5 s) y a la máxima deceleración posible. ¿Cómo estimar a? Una publicidad radial de una Organización no Gubernamental (ONG, Argentina) que alerta sobre los problemas de tránsito expresa: "un auto a 100 km/h ($\cong$ 28 *m/s*) necesita unos *80 m* para frenar", lo cual indica que $a \sim 5\ ms^{-2}$. Sin embargo, como uno de los árbitros hace notar al autor, las distancias de frenado para vehículos que van a *100 km/h* están entre *35 m* y *55 m*. Em este último caso, la deceleración es $a \sim 7\ ms^{-2}$. Un camión, debido a su masa mucho mayor, necesita evidentemente, una distancia mayor de frenado. El término $v^2/2a$ es de la máxima importancia para el móvil pasante y la falta de respeto a este término es causante de muchos accidentes fatales. Los conductores más veloces suelen no respetar dicha distancia y se colocan muy cerca del móvil que va delante y, si comenzada la etapa de sobrepaso, no pueden lograrlo, tampoco tienen la oportunidad de volver a colocarse detrás del móvil más lento y se produce el choque frontal. Supongamos que al móvil más lento le asignamos $l_o^{'} = l_p + vt^*$ y al más rápido la expresión completa (1). Es decir, que un camión de $l_p = 20\ m$ que circule a 90 km/h ($\cong$ 25 *m/s*), tendrá $l_o \approx 32{,}5\ m$. Si el auto que pretende pasarlo mide $l_p = 24{,}5\ m$, $v = 30\ m/s$ y $a = 7\ m/s$, tiene $l_o \approx 85\ m$; entre ambos "ocupan" ambos carriles y tienen una longitud combinada de $l_o = l_{o,camión} + l_{o,auto} \sim 132\ m$. Esta estimación puede parecer exagerada a primera vista, pero es muy posible que la falta de respeto a tales números explique la tasa tan alta de accidentes en muchos países (en especial, en la Argentina).

Supongamos un caso problemático, dentro de las aproximaciones anteriores. En el momento de sobrepaso de A_1 por A_2 y de B_1 por B_2, las colas de los camiones están en los orígenes de las rayas conjuntamente con la trompa de los autos. En lugar de considerar que cada vehículo tiene su espacio de influencia (un rectángulo por cada vehículo), supongamos que a los camiones le asignamos un valor combinado $l_o = l_{o,camión} + l_{o,auto}$ y los autos sean considerados "puntos". Entonces escribimos, para similares incrementos de velocidades ($\Delta v_P \approx \Delta v_N \approx \Delta v$) los módulos de las velocidades como:

$$v_{2P} = v_{1P} + \Delta v_P = v_{1P} + \Delta v \tag{2}$$

y

$$v_{2N} = v_{1N} + \Delta v_N = v_{1N} + \Delta v\,. \tag{3}$$

Recordando que el origen de coordenadas y de tiempos está en el lugar y el momento donde A_2 pasa a A_1 (al comienzo de la raya de longitud L), las ecuaciones de movimiento para las trompas de los cuatro vehículos serán:

$$A_1(t) = l_0 + v_{1P}t \tag{4}$$

$$A_2(t) = v_{2P}t = (v_{1P} + \Delta v)t\,, \tag{5}$$

$$B_1(t) = (L - l_0) - v_{1N}t \tag{6}$$

$$B_2(t) = L - v_{2N}t = L - (v_{1N} + \Delta v)t \tag{7}$$

El tiempo de cruce entre A_2 y B_2 (que, si queremos ser más trágicos, podemos llamarlo tiempo de choque, t_{ch}) ocurre cuando $A_2(t) = B_2(t)$ de donde,

$$t_{ch} = \frac{L}{(v_{1P} + v_{1N} + 2\Delta v)} \tag{8}$$

para los ejemplos que estamos dando, si $L = 600m$, $t_{ch} \approx 10\ s$.

Indudablemente, para que esto no ocurra, A_2 tiene que estar por delante de A_1 (es decir, haber sobrepasado la longitud combinada l_o). Si queremos que A_2 esté una cierta distancia d por delante de A_1, o sea $d = A_2 - A_1$ (y lo mismo para B_2 "delante" de B_1 en su propio carril), planteamos que, para un tiempo que denominaremos tiempo de sobrepaso, $t_{sobrepaso}$, se cumpla

$$\begin{aligned} A_2(t) - A_1(t) = d = (v_{1P} + \Delta v)t_{sobrepeso} - (l_0 + v_{1P}t_{sobrepeso}) \\ t_{sobrepeso} = \frac{l_0 + d}{\Delta v} \end{aligned} \tag{9}$$

Estimaciones "con la regla del pulgar" indican que al sobrepasar otro vehículo hay que contar mentalmente al menos 3 s; esto hace que, *numéricamente,* si la velocidad esté em m/s, $d \sim 3\Delta v$ [m/s] (en realidad $d \sim 3c\Delta v$ [m/s] $x\ 1\ s$). Entonces, en el sistema MKS:

$$t_{sobrepeso} \approx \frac{l_0 + 3\Delta v[m/s] \times 1s}{\Delta v[m/s]} \tag{10}$$

Como debe cumplirse $t_{sobrepaso} < t_{choque}$, resulta que esta condición puede escribirse en término de las longitudes y las velocidades involucradas como:

$$\frac{L}{(v_{1P} + v_{1N} + 2\Delta v)} \overset{\downarrow}{>} \frac{(l_0 + d)}{\Delta v} \tag{11}$$

donde, en el sistema MKS,

$$\frac{L}{(v_{1P} + v_{1N} + 2\Delta v)} \overset{\downarrow}{>} \frac{l_0 + 3\Delta v[m/s] \times 1s}{\Delta v[m/s]} \tag{12}$$

La ecuación (11) es la más importante de este trabajo. Veámosla desde estos dos puntos de vista. Dadas las velocidades reales de los vehículos[2], la longitud de la raya debe cumplir:

$$L \overset{\downarrow}{>} \frac{(v_{1P}+v_{1N}+2\Delta v)(l_0+d)}{\Delta v} \approx \frac{(v_{1P}+v_{1N}+2\Delta v)(l_0+3\Delta v[m/s]\times 1s)}{\Delta v[m/s]} \qquad (13)$$

mientras que, si L está dada (¡como ocurre en la práctica!), entonces los vehículos que sobrepasan deben hacerlo con un incremento de velocidad dado, al menos, por

$$\Delta v \overset{\downarrow}{>} \frac{(v_{1P}+v_{1N})(l_0+d)}{[L-2(l_0+d)]} \approx \frac{(v_{1P}+v_{1N})(l_0+3\Delta v[m/s]\times 1s)}{[L-2(l_0+3\Delta v[m/s]\times 1s)]} \qquad (14)$$

lo que implica una ecuación cuadrática para Δv[3]. Los siguientes términos tienen su claro significado cinemático: $v_{rel} = v_{1P} + v_{1N}$ es la velocidad relativa del móvil B_1 respecto del A_1, mientras que $L_{livre} = L - 2l_o$ es la longitud libre entre las trompas de los móviles A_1 y B_1. Entonces la ecuación anterior tiene la forma, *cuando todo se mide en el sistema MKS:*

$$\Delta v \overset{\downarrow}{>} \frac{v_{rel} l_0 + 3v_{rel}\Delta v}{L_{libre} - 6\Delta v} \qquad (15)$$

o sea, se debe satisfacer:

$$6\Delta v^2 - (L_{libre} - 3v_{rel}) - v_{rel} l_0 > 0\,;$$

de las dos soluciones analíticas, la físicamente aceptable es:

$$\Delta v \overset{\downarrow}{>} \frac{(L_{libre} - 3v_{rel}) - ((L_{libre} - 3v_{rel})^2 - 24 l_0 v_{rel})^{1/2}}{12}$$

III. Resultados y discusiones

La ecuación (14) nos indica la relación que debe cumplirse aceptando las longitudes de las rayas como están, mientras que la ecuación (13) nos indica si las

---

[2] Que suelen ser mayores a las permitidas, pero esto tal vez ayude a explicar por qué hay tantos accidentes en nuestras rutas.

[3] Esto hace, lógicamente, que si alguna de las velocidades están por encima de las permitidas, obliga al vehículo sobrepasante a una velocidad aún menos permitida...

rayas actuales deben dejarse como están o hay que alargarlas. Esto, lógicamente, depende de las velocidades máximas permitidas[4].

En la Fig. 2 mostramos un caso donde *L* vale *600 m*[5], para l_o tomamos *35 m*, que es un límite inferior muy comprometido; suponemos dos camiones A_1 y B_1 que van a *25 m/s* y dos autos A_2 y B_2 que pueden viajar a *30 m/s* (cuadrados) o, eventualmente, a *35 m/s* (círculos). La gráfica nos dice que, en el primer caso Δv debe ser de, al menos *5 m/s*, por lo que estaríamos en un caso de choque inminente; en el segundo caso Δv debe ser de, al menos *7 m/s* por lo cual no habría choque. Lógicamente, los autos van a mayor velocidad que la permitida. Si *L* valiese *800 m*, entonces bastaría con $\Delta v \geq 7$ *m/s*.

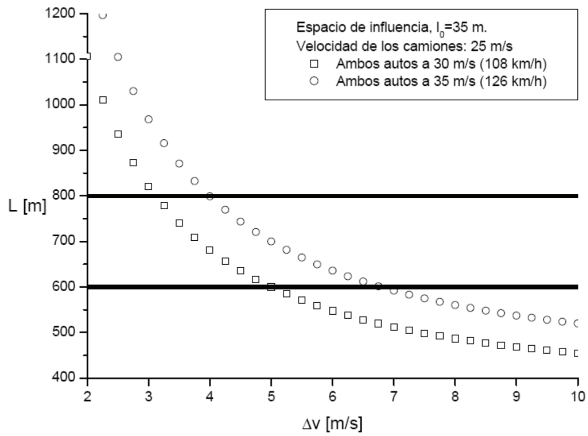

Fig. 2 - Caso donde L vale 600 m y l_o 35 m; suponemos dos camiones A_1 y B_1 que van a 25 m/s y dos autos A_2 y B_2 que pueden viajar a 30 m/s (cuadrados) o, eventualmente, a 35 m/s (círculos). La gráfica nos dice que, en el primer caso Δv debe ser de, al menos 5 m/s, por lo que estaríamos en un caso de choque inminente; en el segundo caso Δv debe ser de, al menos 7 m/s por lo cual no habría choque. Si L valiese 800 m, entonces bastaría con $\Delta v \approx 5$ m/s.

---

[4] ¡No hagamos comentarios aquí entre la supina contradicción que hay entre la performance de los vehículos, el estado de las rutas y las velocidades máximas permitidas!

[5] Un promedio de las longitudes de las rayas amarillas en la región de Tandil, en el centro de la provincia de Buenos Aires (Argentina).

En la Fig. 3 consideramos dos situaciones donde longitud de las rayas es $L = 600\ m$ y el espacio de influencia vale $l_o = 35\ m$; queremos averiguar cuánto tiene que valer la velocidad de sobrepaso cuando i) los vehículos A_1 y B_1 viajan ambos a *25 m/s* y ii) ambos viajan a *30 m/s*. Graficamos las ecuaciones t_{choque} y t_{paso} en función de Δv y entonces vemos que, como debe cumplirse $t_{sobrepaso} < t_{ch}$,, en el primer caso es necesario $\Delta v \geq 5\ m/s$ mientras que en el segundo debe ser $\Delta v \geq 7\ m/s$.

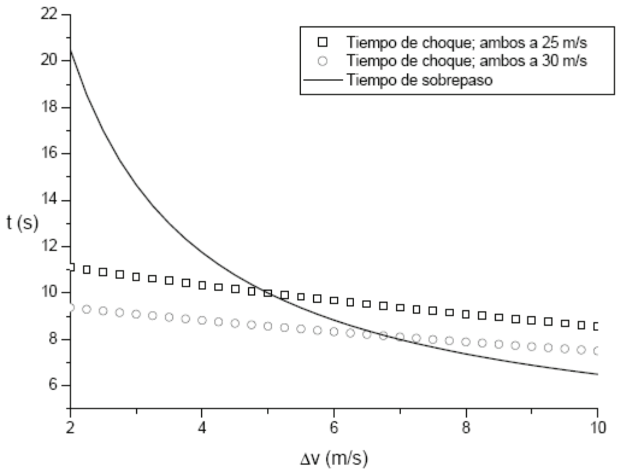

Fig. 3 - Dos situaciones donde longitud de las rayas es L = 600 m y el espacio de influencia vale $l_o = 35\ m$; queremos averiguar cuánto tiene que valer la velocidad de sobrepaso cuando i) los vehículos A_1 y B_1 viajan ambos a 25 m/s *(cuadrados) y ii) ambos viajan a* 30 m/s *(círculos). Graficamos las ecuaciones t_{choqu} y t_{paso} en función de Δv y entonces vemos que, como debe cumplirse $t_{sobrepaso} < t_{ch}$, en el primer caso es necesario $\Delta v \geq 5\ m/s$ mientras que en el segundo debe ser $\Delta v \geq 7\ m/s$.*

En la Fig. 4 vemos una situación problemática y casi extrema: como antes $L = 600\ m$ pero ahora $l_o = 20\ m$ (correspondiente a un automóvil, ya no un camión); las velocidades de los vehículos más lentos son de *30 m/s* mientras que $\Delta v = 5\ m/s$. Las ecuaciones de movimiento son, de acuerdo a las ecuaciones (4)-(7): $A_1(t) = 22+30t$, $A_2(t) = 35t$, $B_1(t)= 578–30t$ y $B_2(t) = 600+–35t$. Para estas condiciones el tiempo de cruce (o de choque) entre A_2 y B_2 es prácticamente igual al tiempo de sobrepaso (alrededor de *8.5 s*).

En la Fig. 5 hemos graficado la ecuación (15) usando v_{rel} como parámetro[6]. Vemos, por ejemplo, que si la longitud libre es de *500 m* se necesita un incremento de velocidad $\Delta v = v_{2P} - v_{1P}$ de unos *3.3 m/s* cuando la velocidad relativa $v_{rel} = v_{1P} + v_{1N}$ es de *50 m/s;* otros ejemplos se deducen del dibujo.

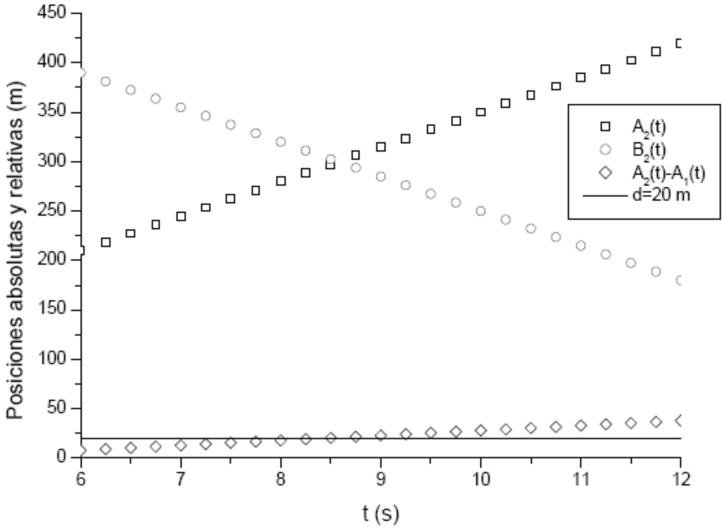

Fig. 4 - Una situación problemática y casi extrema: como antes L = 600m pero ahora l_o = 20 m (correspondiente a un automóvil, ya no un camión); las velocidades de los vehículos más lentos son de 30 m/s *mientras que Δv = 5 m/s. Las ecuaciones de movimiento se encuentran en el texto. Para estas condiciones el tiempo de cruce (o de choque) entre A_2 y B_2 es prácticamente igual al tiempo de sobrepaso (alrededor de* 8.5 s*).*

[6] Independientemente de si este valor lleva al vehículo a velocidades prohibidas.

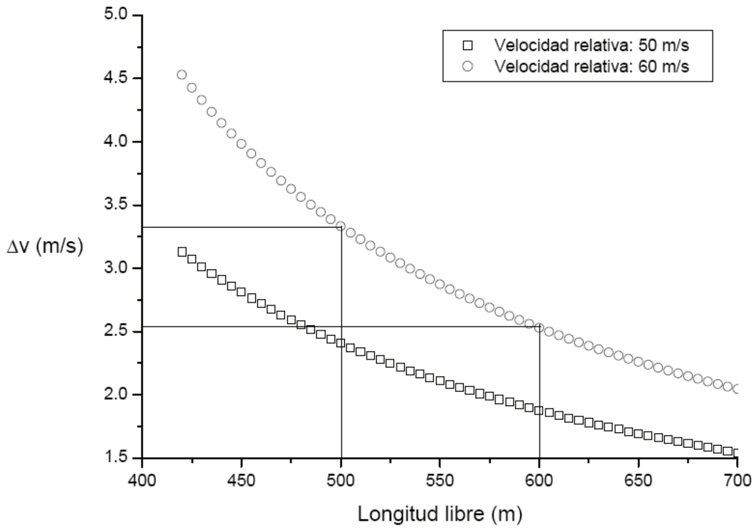

Fig. 5 - Gráfico de la ec. 15 usando v_{rel} *como parámetro. Vemos, por ejemplo, que si la longitud libre es de* 500 m *se necesita un incremento de velocidad* $\Delta v = v_{2P} - v_{1P}$,*de unos* 3.3 m/s *cuando la velocidad relativa* $v_{rel}=v_{1P}+ v_{1N}$ *es de* 50 m/s.

IV. Datos experimentales

En un tramo de unos *140 km*, en parte pertenecientes a una ruta provincial y en parte a una ruta nacional, ambas en la provincia de Buenos Aires, ubicamos 17 cruces peligrosos. Las longitudes de las rayas indicando peligro van desde *200* a *900 metros,* salvo en un caso de dos curvas contiguas en que es de *1600 m*. Las longitudes más cortas (*200-300 m*) indican caminos secundarios, lo que implica el peligro de que un auto que esté sobrepasando otro se encuentre de pronto con un vehículo que ingresa a la ruta de mayor velocidad. Asimismo, hemos observado que antes de los puentes, la longitud de las rayas no pasa de *400 m*; esto también es peligroso, puesto que los puentes suelen impedir un cómodo sobrepaso. La mejor demarcación se observa en las curvas, donde la longitud es de *900 m*; pero esto indica que hay solamente unos *450 m* de clara visibilidad.

V. Conclusiones

En el presente trabajo, usando simples consideraciones de Cinemática en 1D, hemos estudiado la relación entre los siguientes parámetros: longitud de las líneas de seguridad, la velocidad de los vehículos y el espacio de influencia que hay que asignar a los vehículos, tiempos de cruce y de sobrepaso. No hemos pretendido aquí explayarnos sobre las condiciones de tráfico, de mantenimiento, etc. ni los efectos de la refracción atmosférica, niebla, humo, etc. Una de las conclusiones que pueden sacarse es que las rayas que significan peligro deberían tener una longitud mayor que *600 m* para que, con velocidades permitidas, puedan efectuarse sobrepasos sin inconvenientes (ver Fig. 2).

El estado actual de las aplicaciones de la Física Avanzada a problemas de tráfico pueden encontrarse en los siguientes dos trabajos, aptos para docentes y alumnos de cursos superiores: el de Chowdhury y cols. (2000) y el de Helbing (2001). Allí se tienen en cuenta diversos modelos físicos y/o matemáticos. Muchos efectos son difíciles de modelar y, más aún, algunos entran en el reino de la psicología del conductor.

Agradecimientos

Agradezco a mi hija Mariana por su interés en este trabajo y haber confeccionado la estadística de la longitud de las rayas así como los accidentes que acompañaban a cada una de ellas (puentes, subidas, cruce de caminos, vías férreas, curvas, etc.). Las sugerencias hechas por los árbitros a la primera versión son debidamente agradecidas.

Referencias

BRAND, L. **Mecánica Vectorial**. México: Ed. CECSA, 1974.

CHOWDHURY, D.; SANTEN, L.; SCHADSCHNEIDER, A. Statistical Physics of vehicular traffic and some related system. **Phys. Rep**., v. 329, p. 199-329, 2000.

HELBING, D. Traffic and related self-driven many-particle systems. **Rev. Mod. Phys.**, v. 73, p. 1064-1141, 2001.

HERREY, E. M. J.; HERREY, H. Principles of Physics applied to traffic movements and road conditions. **Am. J. Phys.**, v. 13, n. 1, 1945.

HODAS, N. O.; JAGOTA, A. Microscopic modeling of multi-lane highway traffic flow. **Am. J. Phys**.*,* v. 71*,* p. 1247, 2003.