

---

## UM MODELO PARA O MOVIMENTO ANUAL APARENTE DO SOL A PARTIR DE UMA PERSPECTIVA GEOCÊNTRICA<sup>++</sup>

---

*Fernando Siqueira da Silva*

Programa de PG em Educação – Universidade de Caxias do Sul

*Francisco Catelli*

Programa de PG em Educação – Universidade de Caxias do Sul

*Odilon Giovannini*

Universidade de Caxias do Sul

Caxias do Sul – RS

### **Resumo**

*O presente trabalho tem como objetivo principal a construção de um modelo que permita identificar o movimento aparente do Sol (MAS), bem como estimar o intervalo de tempo em que este fica acima do horizonte (“dia claro”), em qualquer lugar do planeta e em qualquer época do ano. Inicialmente é feita uma breve reflexão acerca da gênese da astronomia e de alguns de seus conceitos básicos, a partir dos quais é explanada a construção do modelo. Este consiste basicamente de um cilindro transparente, no qual aparecem as trajetórias do MAS ao longo do ano. A partir do modelo são apresentados alguns exemplos, nos quais é estimada a duração do “dia claro” em diferentes locais do globo terrestre. Esse modelo, além do baixo custo e fácil exequibilidade, possibilita uma boa compreensão do MAS.*

**Palavras-chave:** *Movimento aparente do Sol; período de luz solar; modelos didáticos.*

---

<sup>+</sup> A model for the Sun apparent movement from a geocentric perspective

<sup>\*</sup> *Recebido: dezembro de 2008.*

*Aceito: setembro de 2009.*

## Abstract

*The present work has as main objective to build a model to identify the sun apparent movement (SAM) as well as estimate the time interval in which it is above the horizon, to anywhere in the world and in any season. We begin with a brief reflection on the genesis of astronomy and some of its basic concepts, from which the model is built. The model basically consists of a transparent cylinder, in which are shown the paths of the SAM over the year. As applications of the model, are proposed some examples, such as the duration of "daylight" in different places of the globe. Making and using this model, besides the low cost and easy feasibility, provides a good understanding of the SAM.*

**Keywords:** *Apparent movement of the Sun; daylight period; didactic models*

## 1. Introdução

*O firmamento constelado que contemplamos está suspenso sobre um solo visível, e pois, conquanto seja a mais bela e perfeita das coisas visíveis, deve ser, necessariamente, reputado inferior aos verdadeiros impulsos da rapidez absoluta, da absoluta inteligência. Estas, aprende-as a razão e a inteligência, não a visão. Que se utilizem os céus constelados como imagem e meio de obtenção deste conhecimento superior. Tanto em astronomia como em geometria, façamos nossos problemas, mas deixemos os céus em paz; só assim poderemos abordar diretamente o problema e tirar algum proveito do dom natural da razão. Platão, – 428 a.C. / 347 a.C. (HOGBEN, 1970, p. 31)*

Movido pelo desejo de compreender os seus mais inquietantes pensamentos, e também pela necessidade de explicar algo que lhe escapava à compreensão, o homem neolítico começou a buscar maneiras de explicar a si mesmo e aos seus contemporâneos os acontecimentos e as manifestações que faziam parte do cotidiano: o dia e a noite, o tempo, os deuses; toda a ordem universal passou então a ser investigada.

Embora os instrumentos para medições e pesquisas nessa era ficassem invariavelmente restritos às observações da sombra solar projetada por um gnô-

mon ou da própria observação das constelações<sup>1</sup>, as poucas informações coletadas por meio de registros em tabelas foram sendo passadas de geração a geração. Foi dessa maneira que, com a sucessão dos dias e dos anos, o movimento aparente do Sol e a duração aproximada do “dia claro” (a expressão “dia claro” significa o intervalo de tempo que o Sol fica acima do horizonte) passaram a ser eventualmente melhor estimados.

Dentre os grandes centros de astronomia do mundo antigo, ganhavam destaque aqueles mantidos pelos babilônicos (600-500 a.C.), egípcios, chineses, maias e incas. Esses povos foram os pioneiros na construção de calendários baseados no movimento da Lua, do Sol e numa série de outros fenômenos como as revoluções sinódicas dos planetas, a periodicidade dos eclipses, entre outros (HERRMANN, 1983). Entretanto, os Gregos (600 a.C. a 400 d.C.) foram os que mais se destacaram nessa época, contribuindo com conceitos e teorias que atravessaram os tempos e que até hoje são utilizados; um exemplo disso é a esfera celeste (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2000).

Os gregos, ao fazerem suas observações do céu, imaginavam estarem envoltos por uma imensa esfera em movimento, contendo, fixas em sua superfície, uma grande quantidade de estrelas e constelações. No centro dessa imensa esfera estaria localizada a Terra: o termo “geocêntrico” nasce justamente desta ideia e refere-se à “Terra no centro”. Hoje, a descrição do movimento aparente dos astros é associada ao movimento de rotação da Terra (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2000, p. 9):

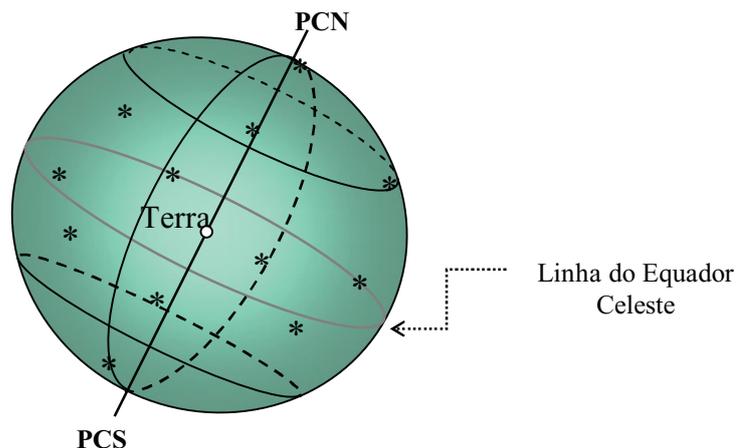
*Com o passar das horas, os astros se movem no céu, nascendo a leste e se pondo a oeste. Isso causa a impressão de que a esfera celeste está girando de leste para oeste, em torno de um eixo imaginário, que intercepta a esfera em dois pontos fixos, os pólos celestes. Na verdade, esse movimento, chamado movimento diurno dos astros, é um reflexo do movimento de rotação da Terra, que se faz de oeste para leste. O eixo de rotação da esfera celeste é o prolongamento do eixo de rotação da Terra, e os pólos celestes são as projeções, no céu, dos pólos terrestres.*

---

<sup>1</sup> Segundo (HOGBEN, 1970, p.55) “No vale do Nilo, o homem [neolítico] determinou o número de dias que compunham o ano, pelo nascer helíaco da estrela Sírios. [...]É bem provável que, já antes do início do grande calendário da civilização, o homem tivesse eleito duas linhas fundamentais de referência: o primeiro meridiano, que liga os pontos norte e sul do horizonte [essa referência] foi inspirada naturalmente pela posição assumida pela sombra solar quando mais curta ao meio dia[...] A descoberta dessas duas referências foi o primeiro problema matemático da experiência social da humanidade”.

É importante percebermos que, embora a “esfera celeste” esteja na atualidade presente apenas no mundo das ideias, trouxe-nos a oportunidade de compreender um pouco melhor o movimento aparente dos astros no céu. É partindo dessa concepção mais primitiva que a astronomia moderna passa a desenvolver novos modelos que permitem encontrar a posição de um astro na esfera celeste em qualquer tempo, a partir de suas coordenadas astronômicas.

A representação do céu numa esfera é fundamental para compreender a proposta deste trabalho. Como a Terra, nesta representação, está no centro da esfera celeste, é importante definir os movimentos aparentes do Sol, tal como percebidos por um observador terrestre. Devido ao movimento de rotação da Terra, do oeste para o leste, o Sol descreve um movimento aparente diário, do leste para o oeste, que é percebido em qualquer lugar do planeta. Já o movimento de translação da Terra ao redor do Sol, associado à inclinação do eixo de rotação da Terra, resulta num movimento aparente anual do Sol, que está relacionado às estações do ano. Em todo o restante do texto, a expressão “movimento do Sol no céu” referir-se-á a um movimento aparente.



*Fig. 1 - Representação da esfera celeste com a localização aparente de algumas estrelas. O Pólo Celeste norte (PCN) e Pólo Celeste sul (PCS) representam os dois pontos por onde o eixo de rotação imaginário da Terra cruza a esfera celeste.*

Como podemos ver na Fig. 1, e dentro da perspectiva geocêntrica descrita acima, o planeta Terra está localizado bem ao centro da esfera celeste. O plano

imaginário que divide a Terra em dois hemisférios ao longo da linha do equador estende-se infinitamente, “cortando” a esfera celeste em um círculo máximo, é a linha do equador celeste. Notemos ainda que o prolongamento do eixo de rotação imaginário da Terra cruza a esfera celeste em dois pontos, PCN e PCS, que são os chamados pólo celeste norte e pólo celeste sul. É importante enfatizar que, na representação da Fig. 1, uma pessoa em qualquer localidade da Terra encontrar-se-á no centro da esfera celeste, em um plano tangente à superfície da Terra naquele local, definido como “horizonte do observador”<sup>2</sup>.

Mas, dirá o leitor, a quem interessaria hoje compreender o movimento aparente do Sol (MAS)? Podemos encontrar as mais diversas respostas. Aos agricultores que, no cultivo de uma determinada espécie de planta, devem levar em consideração uma série de fatores como o solo, a vegetação e principalmente o clima da região. Aos arquitetos que, ao construir uma casa ou edifício, procuram a iluminação solar mais adequada para sua obra e, para isso, devem levar em consideração o movimento aparente do Sol ao longo do ano. Aos engenheiros que, na intenção de construir coletores de energia solar cada vez mais eficientes, precisam saber qual o ângulo ótimo de incidência da radiação solar ao longo do dia e em diferentes épocas do ano. Aos astrônomos, aos meteorologistas, aos estudantes e professores dos mais diversos níveis. A todos aqueles que desejam utilizar a luz solar como fonte de energia não poluente. Enfim, a uma legião de curiosos.

Os próximos passos para a confecção do modelo do MAS serão os seguintes: primeiramente, descrevemos as trajetórias aparentes do Sol para observadores em diferentes latitudes. Depois, considerando a superfície esférica da Terra, mostramos como essas trajetórias podem ser representadas. Então, associamos o movimento aparente anual do Sol ao movimento de translação da Terra. Em seguida, é detalhada a construção do modelo, que permite visualizar o movimento aparente do Sol para qualquer latitude. Por fim, são apresentados alguns exemplos para auxiliar na operação do modelo, bem como algumas conclusões.

## II. A trajetória aparente do Sol em diferentes latitudes

Na região da serra gaúcha, onde, no inverno, as temperaturas são baixas e a umidade relativa do ar é alta, a incidência direta dos raios solares é sempre

---

<sup>2</sup> Horizonte: é o plano tangente à Terra e perpendicular à vertical do lugar em que se encontra o observador. A vertical do lugar é definida por um fio a prumo. Considera-se que o plano do horizonte intercepta a esfera celeste em um círculo máximo. (OLIVEIRA FILHO; SARAIVA, 2000. p.10)

desejada e muito bem-vinda pelos moradores dessa região, principalmente nos dias frios e úmidos. Um morador atento percebe facilmente que no solstício de verão, quando o Sol atinge sua declinação máxima (23 graus ao sul do equador celeste), no meio-dia local<sup>3</sup>, o Sol está muito próximo do zênite, quase 7 graus ao norte, para um observador localizado numa latitude de 30 graus ao sul. Porém, no solstício de inverno, o Sol cruza o meridiano local fazendo um ângulo de aproximadamente 53 graus ao norte do zênite do observador. Por isso, nessa região, como o Sol nunca passa pelo zênite, e durante o inverno o Sol está ainda mais ao norte do observador, os imóveis cuja “orientação solar” aponta para o norte são mais valorizados.

Já em Macapá (AP), cuja latitude é de aproximadamente zero grau, o Sol passa pelo zênite ao meio-dia local duas vezes por ano, nos equinócios. No solstício de verão no hemisfério sul, ao meio dia local, o Sol estará ao sul do zênite do observador e no solstício de inverno, no mesmo horário, estará ao norte do zênite do observador.

Com estes dois exemplos, em cidades de latitudes bem distintas, podemos perceber que a trajetória aparente do Sol durante o ano depende do local do observador. Se tomarmos o mesmo dia e o mesmo horário, por exemplo, no equinócio e ao meio-dia local, em Macapá o Sol estará no zênite; em Caxias do Sul o Sol estará a 30 graus, aproximadamente, ao norte do zênite do observador.

Para ter uma compreensão melhor da trajetória aparente do Sol em locais de diferentes latitudes, vamos analisar a Fig. 2. Ela representa o caminho aparente percorrido pelo Sol para um observador sobre a linha do equador, cuja latitude é de zero grau (Fig. 2-a) e para um observador em um local com latitude de 30 graus ao sul (Fig. 2-b) em três épocas distintas: solstício de verão, equinócio e solstício de inverno.

Na Fig. 2-a, o círculo intermediário ( $S_2$ ) representa a trajetória aparente diária do Sol no equinócio: o Sol nasce exatamente no ponto cardeal leste, cruza o meridiano local exatamente acima da cabeça do observador, no zênite, e o ocaso ocorre no ponto cardeal oeste. No solstício de verão, o Sol nasce a 23 graus<sup>4</sup> ao sul do ponto cardeal leste, cruza o meridiano ao sul do zênite e se põe a 23 graus ao sul do ponto cardeal oeste. De maneira análoga, no solstício de inverno o Sol

---

<sup>3</sup> O meio-dia local é definido como o instante em que o Sol cruza o meridiano onde se encontra o observador; é também chamado de passagem meridiana.

<sup>4</sup> Na verdade, o valor “23 graus” é uma aproximação de um valor mais exato, 23 graus e 27 minutos.

nasce a 23 graus ao norte do ponto cardinal leste e se põe a 23 graus ao norte do ponto cardinal oeste.

Na Fig. 2-b percebe-se que em qualquer época o Sol (cuja trajetória é representada pelos círculos) está sempre ao norte do zênite ao meio-dia local. No solstício de inverno, o Sol cruza o meridiano local (círculo mais à direita, Fig. 2-b) a 37 graus, aproximadamente, acima do horizonte na direção do ponto cardinal norte. Nas duas figuras,  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  têm os seguintes significados:  $S_1$  representa a trajetória diária aproximada do Sol ao meio dia nos equinócios de outono e primavera no Hemisfério sul, em 21 de março e em 23 de setembro, respectivamente;  $S_2$  representa o Sol ao meio dia no solstício de verão para o hemisfério sul (por volta de 22 de dezembro);  $S_3$  representa o Sol ao meio-dia no solstício de inverno para o hemisfério sul (por volta de 21 de junho).

Ao observarmos detidamente as trajetórias aparentes do Sol nas Fig. 2-a e 2-b, percebemos que este parece se mover anualmente, tal como visto da Terra, dentro de uma “faixa” da esfera celeste. A posição dessa faixa difere em função do local que o observador ocupa na superfície da Terra e o deslocamento aparente do Sol entre os extremos da faixa é de aproximadamente 46 graus, para qualquer posição do observador. O modelo que propomos a seguir, para representar as diferentes trajetórias aparentes do Sol, para qualquer latitude, terá como ponto de partida essa faixa.

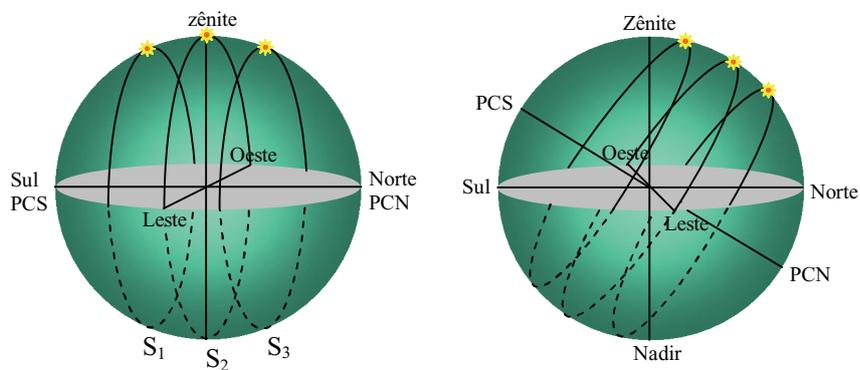


Fig. 2 – a) Trajetórias aparentes diárias do Sol para uma latitude de 0 grau. b) Trajetórias aparentes diárias do Sol para uma latitude de  $\approx -30$  graus.

Na Fig. 3, o plano do horizonte do observador é representado por um disco (CD), na linha do equador (Fig. 3-a) e numa latitude de 30 graus ao sul (Fig. 3-

b). A faixa na qual estão traçadas as trajetórias aparentes do Sol, como descrito na Fig. 2, é uma lâmina transparente (transparência de retroprojeter), na forma de parte da parede lateral de um cilindro. As três linhas traçadas em cada uma das faixas são as trajetórias aparentes do Sol no equinócio e nos solstícios. Note que, em qualquer localidade, o eixo imaginário da faixa (cilindro) é paralelo ao eixo de rotação da Terra.

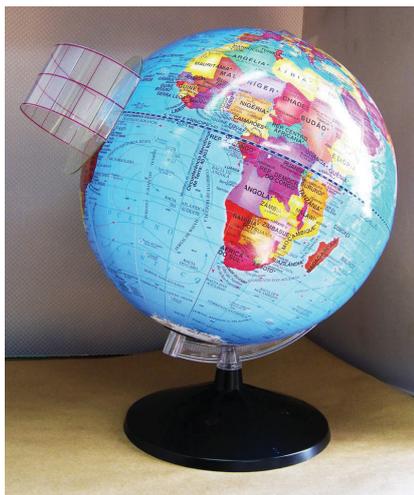


Fig. 3-a



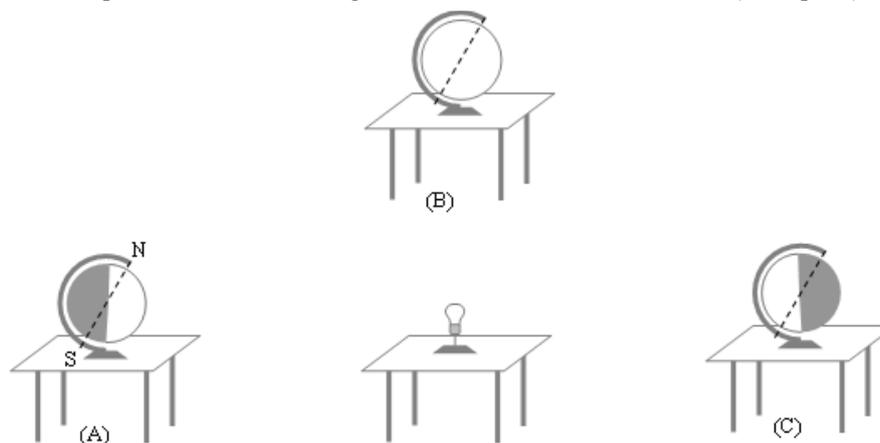
Fig. 3-b

*Fig. 3 - Ao fixarmos o plano do horizonte no globo terrestre, o eixo imaginário da faixa fica paralelo ao eixo imaginário de rotação da Terra. A Fig. 3-a representa o plano do horizonte (disco) e a faixa que contém as trajetórias aparentes do Sol para um observador situado na linha do equador. A figura 3-b mostra a mesma representação, para um observador situado numa latitude de 30 graus ao sul.*

Para uma melhor compreensão dos efeitos conjugados da posição do observador no globo terrestre e da época do ano, considere a Fig. 4. O plano do tampo das mesas sobre as quais repousam os globos terrestres materializa o plano da órbita da Terra em torno do Sol (representado pela lâmpada); o eixo de rotação da Terra (N – S, linha pontilhada) possui mesma orientação nas posições A, B e C. Note que em (A) o pólo norte recebe a luz do Sol, ao contrário do pólo sul, que

não é iluminado: é o verão no hemisfério norte. Em (C), o verão ocorre no hemisfério sul.

Essa simulação pode ser feita facilmente numa sala escura, com o auxílio de um globo terrestre, mesas e um retroprojetor. Para um efeito mais convincente, o espelho do retroprojetor (colocado na posição da lâmpada na Fig. 4) deve ficar na mesma altura do centro do globo. Para cada posição do globo, o retroprojetor – que deve ser a única fonte de luz na sala – é apontado para ele. A demonstração também funciona com uma lâmpada, porém o contraste de claro – escuro não é tão convincente. A vantagem da lâmpada, entretanto, é que esta não precisa ser “apontada” para o globo terrestre. Uma quarta posição, não representada na figura, pode ser executada na sala de aula; ela seria simétrica à posição (B) em relação à lâmpada e representaria o equinócio de outono. É imprescindível que o eixo do globo terrestre possua sempre a mesma orientação no espaço<sup>5</sup>, para todas as posições em que for colocado ao longo de sua “órbita” em torno do Sol (a lâmpada).



*Fig. 4 - Representação da órbita da Terra em torno do Sol no solstício de inverno (A), no equinócio de primavera (B) e no solstício de verão (C), do ponto de vista do hemisfério sul.*

<sup>5</sup> Isto é verdadeiro para períodos de tempos não muito longos, da ordem da duração da vida de um ser humano. Num período de aproximadamente 26 000 anos, o eixo da Terra executa um movimento completo de precessão (como o movimento sobre a parede de um cone imaginário, executado pelo eixo de um pião em rotação), que evidentemente não precisa (nem deve) ser considerado num modelo simplificado como o aqui apresentado.

### III. O modelo

Então, por que não generalizar as faixas representadas na Fig. 3-a e 3-b? A ideia é fazer um cilindro completo, que possa ser ajustado conforme a latitude desejada pelo observador. Na Fig. 5-a reproduzimos esta ideia em correspondência com a Fig. 3-a, e da mesma forma para a Fig. 5-b e 3-b.

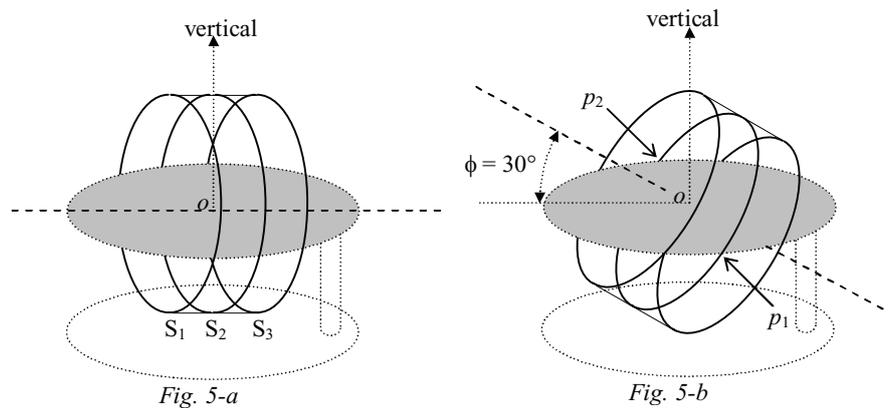


Fig. 5- Um modelo para a visualização do MAS (movimento aparente do Sol). Fig. 5-a. O modelo para um observador situado no equador. Fig. 5-b. O mesmo modelo, ajustado para um observador situado a uma latitude  $\phi$  de  $30^\circ$ . O cilindro (constituído dos três círculos paralelos) pode rodar em torno do eixo que passa por  $p_1$ , por  $o$  (onde está situado o observador) e por  $p_2$ . Os círculos  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  materializam o MAS em diferentes épocas do ano.

Para o observador situado em “ $o$ ”, em algum ponto da linha do equador terrestre, o círculo  $S_1$  (Fig. 5-a) corresponde ao movimento do Sol na posição mais à esquerda; o Sol é visto, então, segundo um ângulo de  $\approx 23$  graus em relação ao plano do equador (ou, nesse caso, em relação à vertical do lugar). Já o círculo central ( $S_2$ ) está contido no plano do equador. O círculo mais à direita ( $S_3$ ) representa a trajetória do Sol três meses depois do equinócio, e também é visto segundo um ângulo de  $\approx 23$  graus à direita em relação ao plano equatorial.

Pois bem, aí está o cilindro! (na seção seguinte detalharemos passo a passo a construção deste cilindro). Para entender melhor a ideia, pense em duas tiras confeccionadas com material transparente (transparência de retroprojeter, por

exemplo), unidas pelas extremidades, formando um cilindro, como na Fig. 6-a. Nos pontos  $p_1$  e  $p_2$  são colocados alfinetes, que prendem o cilindro à base (plano do observador) e permitem que ele seja girado. Note também que (Fig. 6-b) a parte mais escura do círculo  $S_1$  corresponde à trajetória do Sol no céu, acima do horizonte (dia claro). Numa latitude de 30 graus, essa região corresponde a aproximadamente 14/24 avos do círculo inteiro (o dia claro “dura” 14 horas). No círculo  $S_2$  a parte escura corresponde a 50% do círculo, e no círculo  $S_3$ , a aproximadamente 10/24 avos (10 horas).

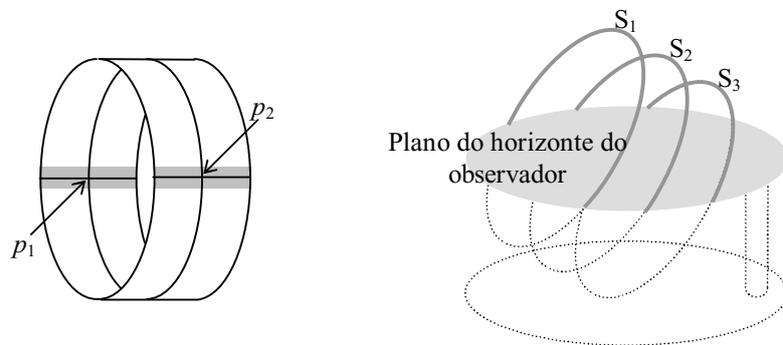


Fig. 6-a. O cilindro, montado com duas lâminas de transparência, unidas por fita adesiva. Fig. 6-b. O cilindro, ajustado para uma latitude de  $\pm 30$  graus.

Então, o “modelo” da Fig. 6 pode ser usado para prever de maneira aproximada o intervalo de tempo ao longo do qual o Sol fica acima do horizonte, em qualquer época do ano e em qualquer ponto do globo terrestre. Em outras palavras, poderemos prever de maneira aproximada o período em que há luz do Sol, ou seja, o “dia claro”; da mesma forma, “noite” designa o período em que este se encontra abaixo do horizonte. Nas Fig. 5-a, 5-b e 6-b, o eixo do cilindro está inclinado de um ângulo  $\phi$  igual à latitude do lugar – zero grau na Fig. 5-a,  $\pm 30$  graus nas Fig. 5-b e 6-b, como será explicado a seguir. Desconsidere por ora o sinal de  $\phi$ : o modelo funciona corretamente para o hemisfério norte e para o hemisfério sul.

Considere, na Fig. 6-b, uma latitude de 30 graus no hemisfério sul (que corresponderia rigorosamente a  $\phi = -30$  graus). Se o círculo  $S_1$  for dividido em 24

partes iguais (24 horas), aproximadamente 14 partes ficarão acima do plano do horizonte do observador (a parte mais escura do círculo, acima do plano do horizonte). Ou seja, o “dia claro” mais longo do ano, nessa latitude, dura em torno de 14 horas e ocorre por volta de 21 de dezembro, no hemisfério sul (solstício de verão). A previsão do “dia claro” numa latitude de 30 graus no hemisfério norte segue o mesmo ajuste do modelo. Nesse caso ( $\phi = +30$  graus), o “dia claro” mais longo ocorrerá por volta de 21 de junho. O círculo  $S_2$  corresponde ao Sol nos equinócios, que ocorrem por volta do dia 21 de março e 21 de setembro, em ambos os hemisférios. Já o círculo  $S_3$  corresponderá ao solstício de inverno, que ocorre por volta de 21 de junho no hemisfério sul e 21 de dezembro no hemisfério norte. Nessas latitudes e datas, o período de luz solar tem uma duração de apenas 10 horas, é o “dia claro” mais curto do ano (ou a noite mais longa: 14 horas).

Façamos mais um exercício, desta vez com um local muito próximo à linha do equador, Macapá, por exemplo. A latitude da capital do Amapá é muito próxima de zero grau, o que equivale dizer que a cidade se encontra praticamente sobre a linha do equador. Veja a Fig. 5-a: é fácil verificar que a parte que fica acima do plano do horizonte de qualquer um dos três círculos (ou outro círculo intermediário) que compõem o cilindro corresponde à metade da circunferência completa. Quer dizer: em Macapá, em todos os dias do ano, durante 12 horas o Sol estará acima do horizonte.

As expressões “por volta de” usadas acima designam uma aproximação. A data e hora exatas dos equinócios e solstícios, em ambos os hemisférios, dependem de fatores adicionais não considerados no modelo aqui proposto. Por exemplo, a Terra se move em torno do Sol segundo uma órbita ligeiramente elíptica, fato do qual este modelo não dá conta.

Na construção do modelo que será detalhada a seguir, adicionaremos círculos que indicam o movimento do Sol mês a mês. Para isso, precisamos saber sob qual ângulo o Sol é visto na data escolhida. A solução mais simples talvez seja a de procurar esse dado em alguma fonte, tal como no Anuário do Observatório Nacional<sup>6</sup>. Esse ângulo corresponde à declinação do Sol nestas datas: veja um valor médio (aproximado) destes ângulos na tabela 1. Os valores foram arredondados para o grau; os valores exatos (que apresentam pequena variação de ano para ano) diferem pouco daqueles listados na tabela. Note que este ângulo, o ângulo de declinação do Sol em coordenadas astronômicas, independe da posição na qual o observador se encontra sobre a Terra; nas explicações anteriores, coloca-

---

<sup>6</sup> O Anuário do Observatório Nacional está disponível em:  
<[http://www.on.br/conteudo/modelo.php?endereco=coaa/servicos/anuario\\_on/anuario\\_on.html](http://www.on.br/conteudo/modelo.php?endereco=coaa/servicos/anuario_on/anuario_on.html)>.

mos o observador no equador apenas para simplificá-las. A validade do modelo, entretanto, estende-se a qualquer ponto da superfície da Terra.

Tabela 1 - Valores aproximados da declinação do Sol, no dia 21 de cada mês. A sequência dos ângulos para os meses que se seguem é simétrica: 21 de julho, 20 graus, 21 de agosto, 11 graus e assim sucessivamente.

Data	Declinação do Sol (graus)
21 de dezembro, 2008	-23
21 de janeiro, 2009	-20
21 de fevereiro	-11
21 de março	0
21 de abril	11
21 de maio	20
21 de junho	23

#### IV. Construção do modelo

Com os dados da tabela 1 é possível construir um cilindro para o modelo que permitirá a visualização do movimento aparente do Sol na latitude escolhida, de mês a mês. Passemos à elucidação dos detalhes principais de construção desse cilindro.

1- Exemplifiquemos com um raio de 6,2 cm: um cilindro com esse raio pode ser confeccionado a partir de uma folha de transparência de tamanho A4, e o plano do horizonte pode ser materializado por meio de um CD fora de uso, por exemplo. O cilindro é composto de duas metades, de  $2 \times 2,63$  cm de altura e aproximadamente 22 cm ( $\pi \times 6,2$  cm) de comprimento. Note que  $\arctan(2,63/6,2) \approx 23$  graus, ângulo este que corresponde à inclinação do eixo de rotação da Terra com o plano da órbita Terra – Sol, para qualquer posição da Terra ao longo do ano.

2- Duas destas faixas são unidas pelas extremidades de modo a formar um cilindro de raio  $r$  (igual a 6,2 cm no nosso exemplo), dividido verticalmente em 24 partes (24 horas). Considere a faixa superior da Fig. 7. Para um raio do cilindro  $r = 6,2$  cm, a distância da linha horizontal central até a primeira linha acima (ou abaixo) da central é de  $\approx 1,2$  cm ( $6,2 \times \tan 11^\circ$ , veja a tabela 1); a distância à segunda linha (acima ou abaixo, sempre em relação à linha central) é de  $\approx 2,3$  cm ( $6,2 \times \tan 20^\circ$ ) e a distância à terceira linha, 2,6 cm ( $6,2 \times \tan 23^\circ$ ). Com esses dados, o leitor poderá confeccionar cilindros nas dimensões que desejar, bastando, para isso, retomar a etapa 1 com o valor numérico de  $r$  desejado. A

Fig. 7 mostra (em escala) as duas faixas: foi acrescentado a uma delas um “transferidor”, que permite o ajuste aproximado da latitude desejada (veja também as fotos da Fig. 8).

Cada linha horizontal corresponde (na Fig. 7) à posição do Sol num determinado mês do ano. Os 12 espaços definidos pelas linhas verticais em cada uma das faixas correspondem a doze horas. As linhas horizontais representam o movimento aparente do Sol em sucessivos meses do ano.

Por exemplo: usando o modelo para localidades no hemisfério sul, a linha superior corresponde ao dia 21 de dezembro, a seguinte, de cima para baixo, a 21 de janeiro, e assim por diante. Chegando à última linha inferior (21 de junho), retorne à linha imediatamente superior (21 de julho), depois à seguinte (21 de agosto), até chegar novamente à linha superior, novamente em 21 de dezembro.

O suporte para a faixa pode ser confeccionado com um pote de plástico adaptado, ou com dois CDs e um espaçador, ou com uma estrutura em papelão resistente, enfim, na forma que o leitor julgar mais conveniente. As bases mostradas nas fotos foram confeccionadas com dois CDs e um espaçador de madeira, de  $\approx 7$  cm de altura. A base circular (o “plano do horizonte” do observador) deve ter um diâmetro ligeiramente menor que o do cilindro, de modo que este possa assumir qualquer inclinação entre 0 e 90 graus. O ajuste da latitude  $\phi$  é feito relativamente a uma seta, que funciona como fio de prumo (Fig. 8-a e 8-b).

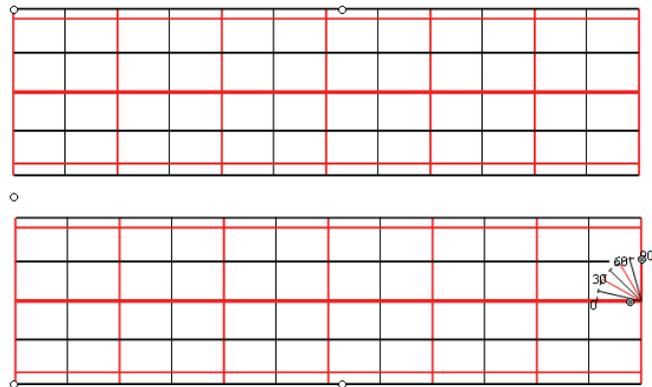


Fig. 7 - As duas faixas que compõem o cilindro completo<sup>7</sup>. A montagem deste no suporte pode ser vista nas fotos da Fig. 8 e seguintes.

<sup>7</sup> A faixa da figura não tem as dimensões anunciadas no texto, mas está em escala. Um arquivo em formato PDF, com as faixas desenhadas nas dimensões sugeridas, para ser

## V. Alguns exemplos adicionais de operação do modelo

Vimos anteriormente que, enquanto em Macapá (cidade próxima à linha do equador, ou seja,  $\phi \approx$  zero grau) o número de horas de Sol (“dia claro”) é igual ao número de horas de escuridão, em qualquer época do ano, em Caxias do Sul ( $\phi \approx -30^\circ$ ) o período de horas de Sol num dia vai de 14 horas, em 21 de dezembro, até 10 horas, em 21 de junho.

Como segundo exemplo, viajaremos em busca do “Sol da meia-noite”. Esta expressão, provavelmente já conhecida do leitor, sugere que o Sol pode ser visto acima do horizonte... à meia-noite! O modelo aqui desenvolvido dá conta desse fato, mas para isso, precisaremos “viajar” para regiões muito próximas aos pólos, tais como o círculo polar ártico ou antártico, Noruega, Suécia, Finlândia, etc. No hemisfério sul, menos povoado, poderíamos pensar em ilhas que abrigam estações de pesquisa como a Terra da Princesa Elisabeth, Terra Adélia, etc. O Sol da meia-noite é um fenômeno que só pode ser observado em regiões cuja latitude é igual ou maior a  $66^\circ$ , durante o verão. Ajuste então seu modelo para esta latitude, como na Fig. 9-a. Você notará que o círculo mais externo ( $S_1$ , na Fig. 6-b) fica por inteiro acima do plano do horizonte. Ou seja, o Sol é visível acima do horizonte nas 24 horas do dia; à meia-noite o Sol “roça” a linha do horizonte e volta a subir!

No terceiro exemplo, iremos ao pólo sul (latitude de  $90^\circ$ ). Nessas regiões, o Sol é visto continuamente acima do horizonte por aproximadamente seis meses! Na estação oposta, ou seja, no inverno, a “duração da noite” passa a ser também de aproximadamente seis meses (Fig. 9-b). Durante os equinócios de primavera e outono, que acontecem em  $\approx 23$  de setembro e  $\approx 21$  de março para o hemisfério sul e  $\approx 21$  de março e  $\approx 23$  de setembro para o hemisfério norte, o Sol “tangencia” o plano do horizonte, permanecendo continuamente em crepúsculo.

## VI. Conclusão

Como podemos perceber, a construção do modelo nos permite verificar o número de horas de Sol (duração do “dia claro”) em qualquer latitude de uma forma rápida, simples e divertida. Embora o modelo construído não possa ser usado como um relógio, os dados com ele obtidos acabam sendo muito próximos dos valores reais no que diz respeito ao período no qual o Sol fica acima do horizonte, em qualquer época do ano e em qualquer local da Terra. A diferença entre

---

impresso numa transparência de tamanho A4, pode ser enviado aos leitores interessados mediante solicitação.

as durações obtidas por meio do modelo e as durações obtidas em tabelas (Anuário do Observatório Nacional, por exemplo) é pequena.



Fig. 8-a



Fig. 8-b

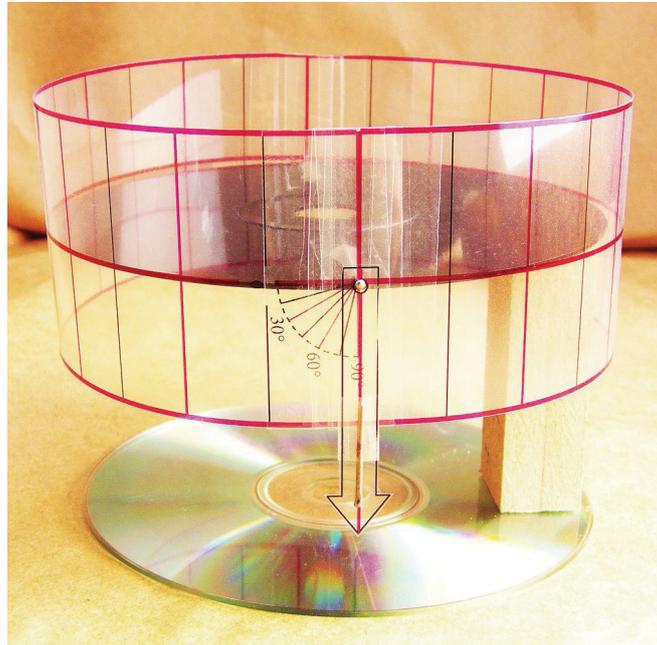
Fig. 8-a. O círculo mais à esquerda e o círculo mais à direita representam o MAS, tal como visto por um observador situado em algum ponto da linha do equador, nos solstícios. O círculo central representa o MAS nos equinócios, para este mesmo observador. Fig. 8-b. O primeiro círculo sobre o cilindro, da esquerda para a direita, representa o MAS para um observador a uma latitude de  $\approx -40^\circ$ : é o solstício de verão, em 21 de dezembro. O segundo círculo corresponde ao MAS um mês depois, em 21 de janeiro, o terceiro círculo a 21 de fevereiro, e assim sucessivamente.

Quanto ao uso do modelo: um fator evidente de erro aleatório deve-se à pouca rigidez mecânica da faixa: se ela estiver ligeiramente “ovalada”, as durações das horas de Sol retiradas do modelo estarão afetadas por algum erro. Mas não pensamos que este aspecto limite sua utilização, visto que, mais do que uma “ferramenta de cálculo”, ele se constitui num excelente “visualizador” do movimento aparente do Sol.

Várias possibilidades de exploração ainda podem ser trabalhadas, como por exemplo, na matemática: trigonometria, geometria, proporções, etc. Um desafio interessante é o de escrever o análogo matemático do modelo aqui descrito, sob forma de equações. Na astronomia, as explorações podem voltar-se às velocidades angulares, projeções e principalmente às coordenadas de posição. Além disso, uma série de atividades adequadas para aulas que envolvam uma grande participação de alunos podem ser exploradas, entre elas: a insolação de uma casa ao longo do ano, a melhor orientação para um coletor solar móvel e diversas outras.



*Fig. 9-a - Representação do MAS para regiões próximas ao Círculo Polar Ártico ou Antártico durante o solstício de verão. Lembre que o solstício de verão no hemisfério sul acontece em  $\approx 21$  de dezembro e no hemisfério norte em  $\approx 21$  junho.*



*Fig. 9-b - Representação do MAS no pólo sul. Observe que, nessa região, o Sol fica por aproximadamente seis meses acima do horizonte. Nos equinócios, ele se movimenta tangenciando a linha do horizonte. No pólo norte ocorre o mesmo fenômeno, de maneira inversa: nos seis meses em que o Sol aparece acima do horizonte no pólo norte, haverá escuridão (Sol abaixo do horizonte) no pólo sul.*

Outro exemplo de trabalho que pode ser desenvolvido: projetar, construir e, principalmente, entender o “funcionamento” de um relógio solar, o qual permita a leitura da hora com incerteza não superior a alguns minutos, tomando como ponto de partida o modelo aqui apresentado.

Terminamos com uma sugestão: leve o modelo e um globo terrestre à aula, e peça aos alunos para escolherem uma cidade qualquer. Ensine-os a regular o modelo e a preverem qual o período mais longo de Sol, em qualquer época do ano, no local por eles escolhido. Depois, deixe-os se divertirem: o “poder” de fazer previsões é algo “quase divino”, e os alunos certamente se encantarão com essa possibilidade.

### **Agradecimentos**

À Universidade de Caxias do Sul (UCS) e ao CNPq, pelo apoio prestado; aos revisores do CBEF, pelas sugestões oferecidas.

### **Referências**

BOSKO, R. **Conceitos de Astronomia**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1984.

HERRMANN, J. **Atlas de Astronomia**. Tradução de Miguel Paredes Larruca. Madrid: Alianza Editorial, S. A., 1983. p. 11-15.

HOGBEN, L. **Maravilhas da Matemática**. Tradução de Paulo Moreira da Silva; Roberto Bins; Henrique Carlos Pfeifer. 2. ed. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

OLIVEIRA FILHO, K. S.; SARAIVA, M. F. O. **Astronomia e Astrofísica**. Porto Alegre: UFRGS, 2000.