

---

## VELOCIDADE DE ESCOAMENTO HORIZONTAL DE ÁGUA POR UM CONDUTO<sup>+</sup>\*

---

*Wilson Lopes*

Departamento de Física – Universidade Guarulhos  
Guarulhos – SP

### Resumo

*Esta experiência tem por objetivo o cálculo da velocidade da água que sai por um pequeno conduto horizontal, através das noções de Física básica do lançamento horizontal de uma partícula. Essa velocidade horizontal do jato d'água é comparada com as velocidades hidrodinâmicas obtidas, respectivamente, através da vazão em volume e pela equação de Bernoulli.*

**Palavras-chave:** *Lançamento horizontal; vazão em volume; equação de Bernoulli.*

### Abstract

*The objective of this experience is the calculation of the water speed escape by a horizontal little pipe through the basic Physics notions of a horizontal particle launch. This horizontal water speed is compared with the Hydrodynamic speeds of jet water obtained, respectively, by volume flux and the Bernoulli's equation.*

**Keywords:** *Horizontal launch; volume flux; Bernoulli's equation.*

---

<sup>+</sup> The speed of a horizontal water escape through a pipe

\* *Recebido: janeiro de 2010.  
Aceito: abril de 2010.*

## I. Descrição do experimento

A Fig. 1 mostra o esquema de montagem na realização do experimento. O frasco usado A é de refrigerante, onde, na sua tampa, colou-se uma rolha de borracha no lado contrário à parte rosqueada. Esse conjunto, rolha e tampa, foi perfurado por uma broca de diâmetro suficiente para passar um tubo de vidro, constituindo-se o sistema B. Esse sistema representa o *tubo borbulhador de ar*. A garrafa, ainda, foi perfurada na região inferior com a finalidade de se adaptar um cilindro metálico de cobre que, na dissertação do trabalho, chamaremos de *conduto  $A_1$* . O conduto  $A_1$ , antes de ser colado à garrafa, foi vazado por uma broca de diâmetro  $d = 3,0 \text{ mm} = 0,30 \text{ cm}$ . A garrafa, assim constituída, com o tubo borbulhador B e o conduto  $A_1$ , recebe o nome de *vaso de Mariotte*.

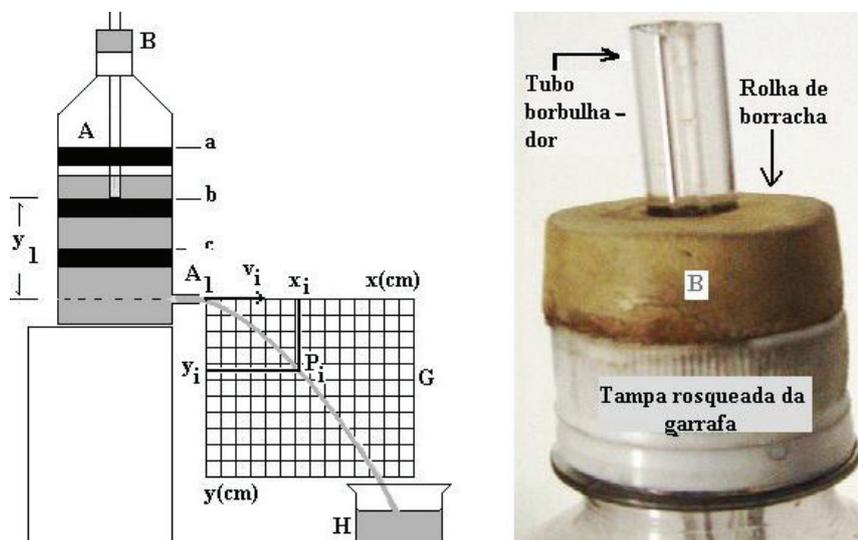


Fig. 1 - O desenho à esquerda mostra o esquema de montagem do experimento. A foto à direita mostra detalhes do conjunto B: tubo borbulhador atravessando a tampa rosqueada e a rolha de borracha.

As bordas superiores das faixas, de cor preta na garrafa e confeccionadas com fita isolante de material elétrico, estão distanciadas de 5,0 cm, isto é:

$$a - b = 5,0 \text{ cm e } b - c = 5,0 \text{ cm.}$$

A distância entre a borda superior da faixa b e o conduto  $A_1$  é  $y_1 = 9,5 \text{ cm}$ .

Enquanto a superfície livre da água, no interior do vaso de Mariotte, estiver acima (ou no mesmo nível) do extremo inferior do tubo borbulhador de ar B, a velocidade de saída do jato d'água pelo conduto  $A_1$  será constante. Esse fato pode ser explicado da seguinte maneira: o tubo borbulhador garante uma pressão igual à da atmosfera desde a tampa da garrafa até a borda superior da faixa b (no nosso caso, o extremo do tubo borbulhador, no interior da garrafa, coincide com a borda superior da faixa b), fazendo com que a diferença de pressão entre o nível da superfície livre da água, no interior da garrafa, e a borda superior de b, permaneça constante. Somente quando a superfície livre do líquido ultrapassa a borda superior da faixa b (fica abaixo da borda superior de b), a velocidade de saída de água pelo conduto  $A_1$  diminui. Resumindo, com a superfície livre do líquido entre os níveis a e b (que são os níveis de interesse neste problema) a velocidade horizontal da água que sai pelo conduto  $A_1$  é mantida constante<sup>[1]</sup>.

## II. Material utilizado no experimento

A foto, da Fig. 2, mostra a relação do material utilizado no experimento:

A = Garrafa de refrigerante de capacidade 2,0 litros.

$A_1$  = Conduto de cobre para o escoamento, com orifício produzido por uma broca de 3,0 mm de diâmetro.

B = Tubo borbulhador com rolha de borracha colada à tampa rosqueada da garrafa.

C = Béquer graduado com capacidade de 450 mL.

D = Cronômetro.

E = Câmera fotográfica.

F = Tinta nanquim para escurecer o jato d'água e torná-lo visível na fotografia.

G = Cada quadradinho da escala tem dimensões 0,50 cm x 0,50 cm, confeccionada no Excel.

H = Recipiente coletor de água.

I = Isopor com a finalidade de deixar a foto com fundo branco.

A velocidade do jato d'água pode ser obtida de três maneiras diferentes:

1) através do lançamento horizontal do jato d'água, medindo-se as coordenadas dos pontos  $P_i(x_i; y_i)$ , medidas em centímetros e assumindo-se a aceleração da gravidade  $g = 980 \text{ cm/s}^2$ ;

2) através da vazão em volume,  $Q_v = \Delta V / \Delta t$ , em que  $\Delta V$ , medido em  $\text{cm}^3$ , é o volume de água coletada no recipiente H, durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ , medido em segundos;

3) através da equação de Bernoulli, em que a velocidade de saída do jato depende da aceleração da gravidade e da distância entre a borda superior de b e do conduto  $A_1$ .

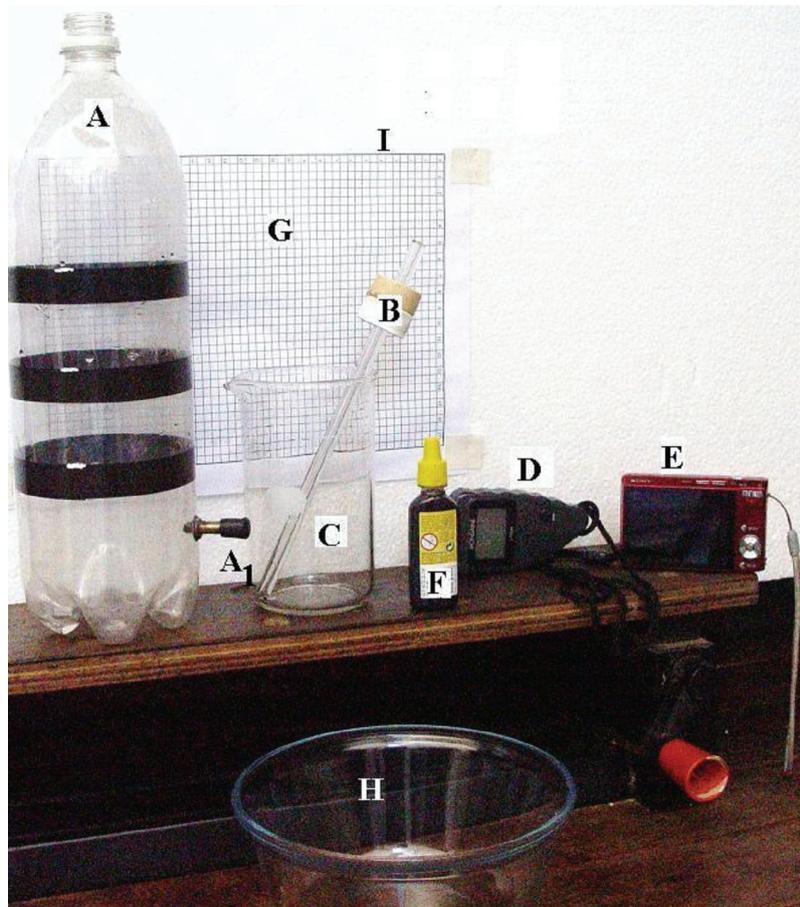


Fig. 2 - A foto mostra o material utilizado no experimento.

### III. Através do lançamento horizontal de partícula

Para se obter as coordenadas dos pontos  $P_i(x_i; y_i)$  da trajetória parabólica do lançamento horizontal do jato d'água, foi usada uma câmera fotográfica digital. A câmera, suportada por um tripé, fotografa perpendicularmente o plano do jato (no nosso caso, a câmera ficou à distância de, aproximadamente, 1,0 m do plano do jato d'água). Atrás do plano do jato d'água foi colocada uma escala quadriculada de 0,50cm x 0,50cm, construída com a planilha do Excel. O eixo das ordenadas dessa escala foi colocado na posição vertical e, para se minimizar os erros de paralaxe, o plano da trajetória do jato d'água ficou à menor distância possível da escala e paralela a mesma.

Com a superfície livre do líquido, no interior da garrafa, entre os níveis a e b e com a água jorrando pelo conduto  $A_1$ , fotografa-se o jato d'água e escolhe-se, na fotografia, um conjunto de pontos de coordenadas  $P_i(x_i; y_i)$  (no nosso caso, foram escolhidos seis pontos:  $P_1, P_2, \dots, P_6$ ).

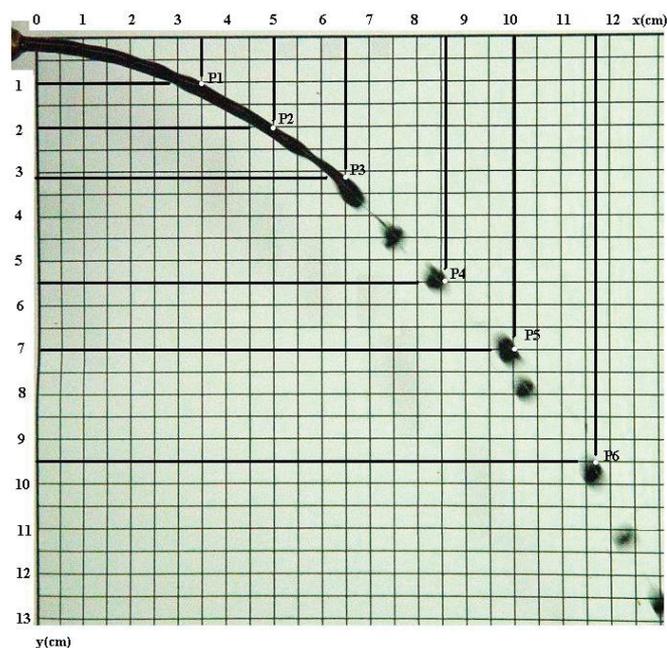


Fig. 3 - A foto foi obtida com a superfície livre de água, no interior do vaso Mariotte, entre as bordas superiores dos níveis a e b.

No eixo das ordenadas, o jato d'água está sujeito à aceleração da gravidade  $g = 9,8 \times 10^2 \text{ cm/s}^2$ , portanto:  $y_i = gt_i^2 / 2$ . No eixo das abscissas, não havendo aceleração, o movimento apresenta velocidade constante  $v_{0i}$  de equação:  $x_i = v_{0i} \cdot t_i$ . Eliminando-se o tempo  $t_i$ , entre essas duas equações, e evidenciando-se a equação resultante na velocidade inicial do jato d'água, obtém-se [2]:

$$v_{0i} = x_i \sqrt{\frac{g}{2 \cdot y_i}} \quad (1)$$

Tabela 1 - A tabela foi construída com as coordenadas dos pontos  $P_i(x_i; y_i)$ , escolhidos na Fig. 3, e a velocidade  $v_{0i}$  foi calculada com a equação (1).

$P_i(x_i; y_i)$	$x_i(\text{cm})$	$y_i(\text{cm})$	$v_{0i}(\text{cm/s})$
P1(3,5; 1,0)	3,5	1,0	78
P2(5,0; 2,0)	5,0	2,0	78
P3(6,5; 3,1)	6,5	3,1	82
P4(8,6; 5,5)	8,6	5,5	76
P5(10; 7,0)	10,0	7,0	84
P6(11,7; 9,5)	11,7	9,5	84

Com os seis pontos  $P_i(x_i; y_i)$ , escolhidos sobre a trajetória do jato d'água, foram calculados os seis valores da velocidade horizontal de lançamento (ver a quarta coluna da Tabela 1), resultando para a velocidade média  $\overline{v_0} = 80 \text{ cm/s}$ .

#### IV. Através da vazão em volume

Com a água jorrando pelo conduto  $A_1$  e a superfície livre do líquido, no interior do vaso de Mariotte, passando pela borda superior do nível a, deve-se iniciar a contagem dos tempos com um cronômetro e coletar o jato d'água num béquer. Quando a superfície livre da água, no interior do vaso, cruzar a borda superior do nível b, deve-se, simultaneamente, medir o volume  $\Delta V$ , coletado no béquer, e o intervalo de tempo  $\Delta t$  para se obter esse volume de água.

A vazão, em volume, é definida pela razão entre  $\Delta V$  e  $\Delta t$ :  $Q_v = \Delta V / \Delta t$ . Por outro lado, essa mesma vazão é obtida multiplicando-se a velocidade média, com que o jato d'água sai pelo conduto  $A_1$ , pela área interna da secção reta do

conduto:  $Q_v = a \cdot \bar{v}' = (\pi d^2 / 4) \cdot \bar{v}'$ . Igualando-se essas equações e evidenciando-se a equação resultante na velocidade média, obtém-se [3]:

$$\bar{v}' = \frac{4 \cdot \Delta V}{\pi d^2 \cdot \Delta t} \quad (2)$$

No nosso caso, o volume de líquido coletado  $\Delta V = 370 \text{ cm}^3$  foi obtido no intervalo de tempo  $\Delta t = 63 \text{ s}$  e  $d = 0,30 \text{ mm} = 0,30 \text{ cm}$ , resultando, para a velocidade horizontal média de lançamento, o valor:

$$\bar{v}' = 4 \cdot 370 / (\pi \cdot 0,30^2 \cdot 63) = 83 \text{ cm/s} .$$

## V. Através da equação de Bernoulli

Aplicando-se a equação de Bernoulli à água, na suposição que seja um líquido ideal e com escoamento permanente, pode-se escrever, entre os níveis de referência X (paralelo a x e passando pela borda superior da faixa b, cujas grandezas físicas estão nomeadas com o subscrito 1) e x (grandezas físicas com aspas):

$$p_1 + \rho g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p'' + \rho g \cdot y'' + \frac{1}{2} \rho v''^2 \quad (3)$$

Com a superfície livre da água, no interior do vaso de Mariotte, na borda superior da faixa b, tem-se:  $p_1 = p''$ ,  $y_1 = 9,5 \text{ cm}$ ,  $y'' = 0$ ,  $v'' \gg v_1$  (a secção reta e interna do vaso de Mariotte é muito maior que a secção reta do orifício do conduto  $A_1$ , fazendo com que a velocidade  $v_1$  seja desprezada por ser muito menor que a velocidade de lançamento  $v''$ ) e  $\rho$  é a massa específica da água. Levando-se em conta esses valores, pode-se escrever a equação de Bernoulli da seguinte maneira:  $\rho g \cdot y_1 \approx \rho v''^2 / 2$ . Simplificando-se a equação e evidenciando-se, na equação resultante, a velocidade de saída do jato pelo conduto  $A_1$ , obtém-se<sup>[3]</sup>:

$$v'' \approx \sqrt{2 \cdot g \cdot y_1} \quad (4)$$

Considerando-se, na equação (4),  $g = 9,8 \times 10^2 \text{ cm/s}^2$  e  $y_1 = 9,5 \text{ cm}$ , obtém-se:  $v'' \approx 136 \text{ cm/s}$ , que é um valor discrepante quando comparado com a velocidade média obtida no lançamento horizontal do jato d'água.

Já se vê que, para se ajustar o valor da velocidade obtida por Bernoulli à velocidade do lançamento horizontal de partícula, dever-se-ia escrever a equação (4) da seguinte maneira:

$$v'' \approx C \sqrt{2 \cdot g \cdot y_1} \quad (5)$$

em que, neste trabalho,  $C \approx 0,59$ <sup>[4]</sup>.

## VI. Conclusão

Foram encontradas algumas dificuldades iniciais na realização desse experimento. Para que o conduto  $A_1$  coincidissem na foto com o zero da escala G, foram feitas muitas tentativas. A foto da Fig. 3 foi considerada a melhor das fotos, e ainda assim, pode-se perceber o conduto  $A_1$  ligeiramente deslocado à esquerda do zero da escala. Esse pequeno deslocamento poderia causar erros sistemáticos nas medidas da velocidade horizontal do jato d'água. Para que a fotografia evidenciasse a trajetória do jato d'água, no lançamento horizontal de uma "partícula", houve a necessidade de se escurecer a água com tinta nanquim. Com água "pura" a trajetória do jato, na frente de uma escala branca, era quase imperceptível. Com a água tingida com tinta nanquim, aconselha-se realizar esse experimento nas vizinhanças de uma pia. Outra dificuldade encontrada foi na confecção da escala G. Estragaram-se muitas folhas de sulfite para se conseguir uma escala cujos quadradinhos tivessem 0,50 cm x 0,50 cm.

Com as coordenadas dos seis pontos, escolhidos sobre a trajetória do jato d'água (ver a Fig. 3), e com o auxílio da equação (1), foram calculadas as velocidades horizontais possíveis que teria o jato d'água, resultando para o valor médio:  $\bar{v}_0 = 80 \text{ cm/s}$ .

Foram usados, também, no cálculo da velocidade horizontal do jato d'água, a vazão em volume e a equação de Bernuille, obtendo-se, respectivamente, as velocidades médias:  $\bar{v}' = 83 \text{ cm/s}$  e  $v'' = 136 \text{ cm/s}$ . As razões entre a velocidade média, obtida no lançamento horizontal de "partícula", e as velocidades  $\bar{v}'$  e  $v''$  deveriam ser muito próximas da unidade, no entanto, somente a razão:  $\bar{v}_0 / \bar{v}' = 0,96$  obedece, razoavelmente, a essa condição, com um desvio percentual relativo, entre as duas medidas, de 3,6%. Esse pequeno desvio mostra ser razoável em se considerar o diâmetro do jato d'água, na saída do conduto  $A_1$ , com 3,0 mm de diâmetro. Por outro lado, a razão entre a velocidade média do lançamento horizontal de partícula e a velocidade obtida, com a equação (4),  $\bar{v}_0 / v'' = 0,59$ , já está bem mais distante da unidade. Portanto, neste trabalho, para que a equação de Bernoulli fornecesse um valor compatível com o lançamento horizontal de partícula, foi introduzido na equação um coeficiente numérico com o valor  $C \approx 0,59$ , conforme a equação (5).

Observa-se que a velocidade, na equação (4), depende somente da aceleração da gravidade e da altura  $y_1 = 9,5$  cm da superfície livre da água no interior da garrafa. Isso significa que, se a garrafa contivesse óleo até a borda superior de  $b$  ( $3,8 \times 10^{-1}$  N.s/m<sup>2</sup> – viscosidade dinâmica do óleo a 15 °C), que é bem maior que a da água ( $1,1 \times 10^{-3}$  N.s/m<sup>2</sup> – viscosidade dinâmica da água a 15 °C), com a mesma altura para a superfície livre de óleo,  $y_1 = 9,5$  cm, obteríamos a mesma velocidade  $v'' \approx 136$  cm/s? Como esse fato parece não ser correto, optou-se pela introdução desse fator numérico  $C$ , conforme a equação (5).

Neste trabalho, o coeficiente numérico  $C$  poderia estar relacionado com a viscosidade da água, que depende da temperatura e do escoamento, que poderia não ser permanente e sim turbulento, percorrendo o conduto  $A_1$ . Portanto, a razão entre a velocidade média de partícula e a velocidade obtida pela equação (4),  $\overline{v_0} / v'' = 0,59$ , indica que a água não pode ser tratada, pelo menos neste trabalho, como um líquido ideal.

## Bibliografia

[1] Disponível em: <[http://www.feira.de.ciencias.com.br/sala07/07\\_5/asp](http://www.feira.de.ciencias.com.br/sala07/07_5/asp)>. Acesso em: 17 abr. 2010.

[2] RESNICK, R; HALLIDAY, D; KRANE, K, S. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2003. v. 1.

[3] RESNICK, R; HALLIDAY, D; KRANE, K, S. **Física 2**. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2003. v. 2.

[4] AZEVEDO NETO, J. M. et al. **Manual de Hidráulica**. São Paulo: Edgard Blücher, 2003.

No capítulo 5 desta referência, p. 66, pode-se encontrar algumas considerações a respeito desses coeficientes numéricos que ajustam a equação de Bernoulli às situações experimentais.