

## Eclipse total da Lua<sup>+</sup>\*

---

*Wilson Lopes*

Universidade de Guarulhos

Guarulhos – SP

Universidade São Judas Tadeu

São Paulo – SP

### Resumo

*Neste artigo, através de uma Geometria simples e de alguns conceitos básicos de Física, calcula-se, num eclipse total, o intervalo de tempo máximo em que a Lua permanece no interior do cone de sombra projetado pela Terra. A hipótese inicial assumida é que a Lua descreve um movimento circular e uniforme em torno da Terra e a Terra descreve um movimento circular e uniforme em torno do Sol, obtendo-se um intervalo de tempo máximo de permanência da Lua na umbra:  $\Delta t = 1h\ 45min\ 54s$ .*

**Palavras-chave:** *Movimento circular da Terra. Movimento circular da Lua. Eclipse total da Lua.*

### Abstract

*In this article, it was used a simple Geometry and some basic concepts in Physics to estimate, in a total eclipse, the maximum time interval in which the Moon remains in the interior of the shadow cone projected by the Earth. The initial hypothesis was that the Moon describes a circular and uniform motion around the Earth and this one describes a uniform circular motion around the*

---

<sup>+</sup> Moon's total eclipse

<sup>\*</sup> *Recebido: novembro de 2013.  
Aceito: março de 2014.*

*Sun, resulting in a maximum time that the Moon remains in the umbra:  $\Delta t = 1h 45min 54s$ .*

**Keywords:** *Earth's circular motion. Moon's circular motion. Moon's total eclipse.*

## I. Introdução

Ocorre um eclipse quando a Terra e a Lua, através de seus movimentos, encontram-se alinhadas com o Sol. Na fase de Lua Nova, quando a Lua se encontra entre a Terra e o Sol, há o eclipse do Sol. Durante a fase de Lua Cheia, é a Terra que se encontra entre o Sol e a Lua, ocorrendo o eclipse da Lua.

Uma pergunta de interesse pode ser formulada. Por que em todas as luas novas não há o eclipse do Sol e em todas as luas cheias não há o eclipse da Lua? Ter-se-iam, durante o mês lunar, um eclipse do Sol e outro da Lua, se o plano da órbita da Lua, em torno da Terra, coincidissem com o plano da eclíptica (o plano da eclíptica contém o Sol e a órbita da Terra em torno do Sol). Como esses planos não coincidem e estão inclinados, um em relação ao outro, de  $5,09^\circ$ , tocando-se nos pontos dos nodos, tornam-se os eclipses mais raros.

Para que ocorra um eclipse da Lua, a Terra deverá estar entre o Sol e a Lua, e os três corpos celestes deverão estar suficientemente alinhados. Nas posições (1) e (2), da Fig. 2, com a Lua, respectivamente, nos nodos A e B, haverá o eclipse da Lua.

## II. Condições para haver um eclipse da Lua

### Primeira condição:

A Fig. 3 mostra o Sol e a Terra distanciados um do outro de  $ST = 1,496 \times 10^{11}$  m e a Lua descrevendo um movimento circular, em torno da Terra, de raio  $TL = 3,844 \times 10^8$  m (ST e TL são distâncias médias)<sup>1</sup>. Se a distância  $TP > TL$  (ver a Fig. 3), a Terra projetará sombra sobre a Lua.

---

<sup>1</sup> A órbita terrestre tem forma elíptica, cuja excentricidade é pequena, permitindo uma aproximação de movimento circular. Contudo, admitir para a Lua um movimento circular (e não elíptico), torna a solução do problema bem mais simples e estaria ao nível da maioria dos livros de física usados: no curso secundário e no início do curso superior.

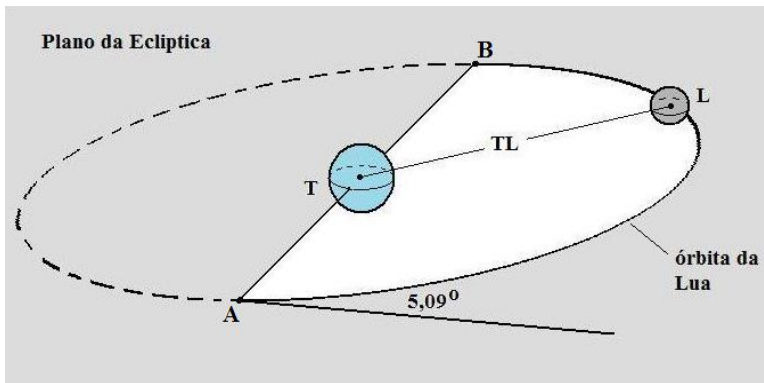


Fig. 1 – O segmento de reta, AB, é a intersecção entre o plano da eclíptica e o plano da órbita da Lua. A inclinação entre esses planos é, aproximadamente,  $5,09^\circ$  e os pontos A e B são os nodos da órbita lunar (COMINS; KAUFMANN, 2010, p. 49)<sup>2</sup>.

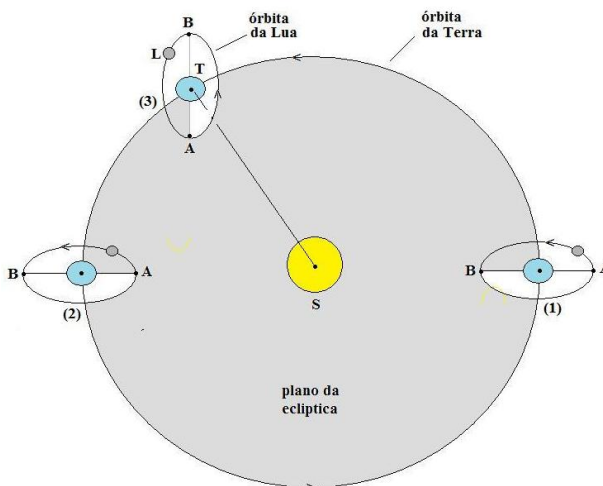


Fig. 2 – Para haver um eclipse da Lua, o segmento de reta, definido pelos os nodos A e B, deverão estar alinhados com o com o Sol. Portanto, nas posições (1) e (2), existem as possibilidades de eclipses da Lua, enquanto que a posição (3) representa uma impossibilidade.

<sup>2</sup> As grandezas físicas, com quatro algarismos significativos, foram obtidas a partir dessa referência.

Os triângulos SPC e TPD são semelhantes, havendo a seguinte proporcionalidade entre os seus lados,  $(ST + x)/R_S = x/R_T$ . Evidenciando a equação em  $x$ , obtém-se:

$$x = ST \cdot R_T / (R_S - R_T) \quad (1)$$

em que  $R_T = 6,378 \times 10^6$  m e  $R_S = 6,960 \times 10^8$  m são, respectivamente, os raios da Terra e do Sol. Substituindo-se esses valores numéricos na equação (1), resulta para o comprimento do cone de sombra,  $x = 1,384 \times 10^9$  m. Sendo  $x$  maior que o raio da órbita da Lua ( $x > TL$ ), conclui-se que a Terra projetará sombra sobre a Lua (ASÍN, 1979, p. 376-382).

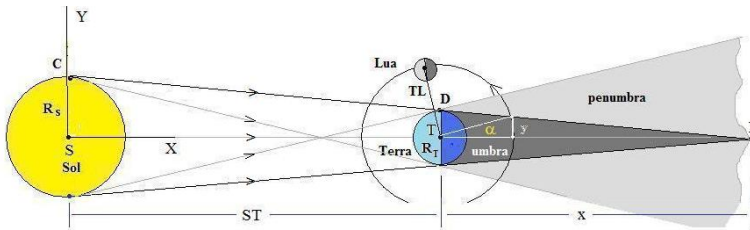


Fig. 3 – A figura mostra as regiões espaciais da umbra e penumbra, produzidas pela Terra ao interceptar os raios luminosos provenientes do Sol.

**Segunda condição:**

A seção reta do cone de sombra ou umbra, à distância TL, medida a partir do centro da Terra, é um círculo de raio  $y$  ( $y$  é o raio da seção reta da umbra e está sendo indicado nas Fig. 3 e 4). Se  $2y$ , que é o diâmetro do cone de sombra, for maior que o diâmetro da Lua,  $D_L = 2R_L = 2(1,738 \times 10^6) = 3,476 \times 10^6$  m, então a Lua ficará obscurecida ao entrar na umbra e, dessa maneira, poder-se-á ter um eclipse total da Lua (ver as trajetórias (2) e (3) na Fig. 4).

Na Fig. 3, o ângulo TPD é muito pequeno, fazendo com que o arco  $y$  seja, praticamente, igual ao raio  $y$  da umbra. Com essa condição, é válida a seguinte proporcionalidade,  $y/(x - TL) = R_T/x$ . Evidenciando-se  $y$ , nessa equação, obtém-se:

$$y = R_T(x - TL)/x \quad (2)$$

Substituindo-se os valores numéricos conhecidos, na equação (2), resulta para o diâmetro da seção reta da umbra, à distância TL:

$$2y = 9,213 \times 10^6 \text{ m} = 2,650 D_L.$$

Sendo o diâmetro da secção reta do cone de sombra maior que o diâmetro da Lua ( $2y > D_L$ ), conclui-se ser possível um eclipse total da Lua (ASÍN, 1979, p. 376-382).

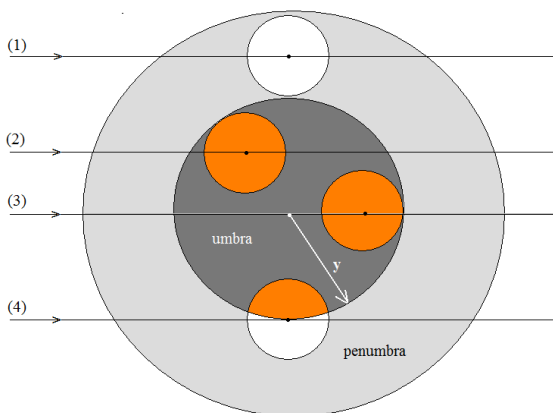


Fig. 4 – A figura mostra a seção reta da umbra, de raio  $y$ . Se a Lua segue pela trajetória (1), o eclipse é penumbral; pela trajetória (4) é parcial; pelas trajetórias (2) e (3) são totais. O intervalo de tempo de permanência na umbra será máximo, se a Lua seguir a trajetória (3) (COMINS; KAUFMANN, 210, p. 49).

### III. Intervalo de tempo máximo de um eclipse da Lua

O intervalo de tempo máximo de um eclipse total da Lua acontece quando a trajetória da Lua contém o centro da área circular da umbra (trajetória (3) na Fig. 4) e segundo Comins e Kaufmann (2010, p. 49), pode ter duração máxima de, aproximadamente, 1 h 47 min.

Na Fig. 5, Terra e Lua descrevem seus movimentos em relação ao sistema de referência, XSY, centrado no Sol. Com a Terra na posição T, a Lua adentrou no cone de sombra no instante  $t_1 = 0$ ; no instante  $t_2 = \Delta t$ , a Terra se encontra na posição T' e a Lua está prestes a iniciar a sua saída do cone de sombra após ter percorrido a distância  $2y$ .

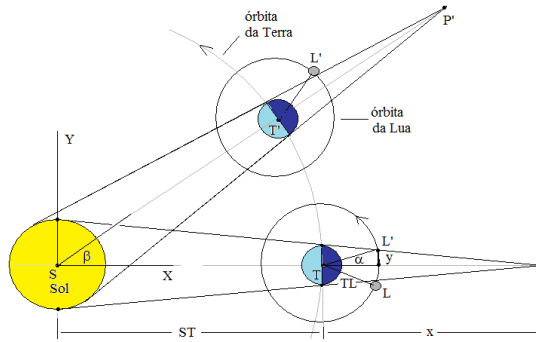


Fig. 5 – O sistema Terra Lua descreve seu movimento em torno do Sol. No intervalo de tempo  $\Delta t$ , a Terra se desloca de T para T' e a Lua percorre o arco  $2y$ .

Os períodos orbitais da Lua, em torno da Terra, e da Terra, em torno de seu eixo de rotação são, respectivamente,

$$T_L = 27,32 \text{ dias} = 2,360 \times 10^6 \text{ s}$$

e

$$T_T = 23\text{h } 56\text{min } 04\text{s} = 8,616 \times 10^4 \text{ s.}$$

Com esses períodos calculam-se as respectivas velocidades angulares:

$$\omega_L = 2\pi/T_L = 2,662 \times 10^{-6} \text{ rad/s e } \omega_T = 2\pi/T_T = 7,292 \times 10^{-5} \text{ rad/s.}$$

Assim, podem-se calcular, respectivamente, as velocidades, orbital da Lua e da superfície terrestre na latitude de  $23,45^\circ$ :

a) velocidade orbital da Lua:

$$v_L = \omega_L \cdot TL = 2,662 \times 10^{-6} \cdot 3,844 \times 10^8 = 1,023 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

b) velocidades da superfície terrestre na latitude  $\lambda = 23,45^\circ$ :

$$v_T = \omega_T R_T \cos(23,45^\circ) = 7,292 \times 10^{-5} \cdot 6,378 \times 10^6 \cdot 0,9174 = 426,7 \text{ m/s}^4$$

<sup>3</sup> O ângulo  $\beta$ , na Fig. 5, é muito pequeno. Para uma melhor clareza da figura esse ângulo foi desenhado de forma exagerada. Todas as figuras, deste trabalho, não estão em escala.

No intervalo de tempo  $\Delta t$ , a reta que une os centros da Terra e do Sol, ST, descreve o arco  $TT'$ , correspondente ao ângulo  $\beta$ , e, através de seu campo gravitacional, arrasta consigo a Lua que percorre o arco  $2y$  no mesmo intervalo de tempo.

O intervalo de tempo,  $\Delta t$ , em que a Lua permanece no interior do cone de sombra, é definido por:

$$\Delta t = 2y/(v_L + v_T). \quad (3)$$

Substituindo-se os valores das grandezas físicas em (3), obtém-se:

$$\Delta t = 6,355 \times 10^3 \text{ s} = 1 \text{ h } 45 \text{ min } 54 \text{ s}.$$

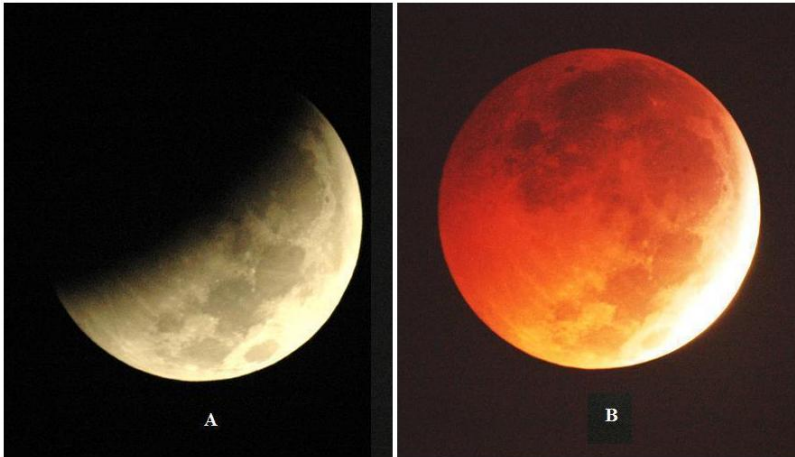
A Tabela 1 indica as ocorrências dos eclipses totais da Lua mais longos entre os anos de 1906 e 2009.

Tabela 1 – Indicam-se as datas dos eclipses totais e os intervalos de tempo em que a Lua permaneceu na umbra (Wikipédia, eclipse lunar, 2013).

<b>Data</b>	<b><math>\Delta t</math></b>	<b>Data</b>	<b><math>\Delta t</math></b>
<b>16/07/2000</b>	<b>1h47min01s</b>	<b>25/06/1964</b>	<b>1h41min25s</b>
<b>06/07/1982</b>	<b>1h46min20s</b>	<b>26/07/1953</b>	<b>1h41min22s</b>
<b>27/07/2008</b>	<b>1h43min34s</b>	<b>28/06/2001</b>	<b>1h41min16s</b>
<b>26/06/2009</b>	<b>1h42min32s</b>	<b>15/06/2001</b>	<b>1h40min52s</b>
<b>04/08/1906</b>	<b>1h41min48s</b>	<b>16/06/2006</b>	<b>1h40min49s</b>
<b>07/07/2007</b>	<b>1h41min29s</b>	<b>15/07/1935</b>	<b>1h40min16s</b>

---

<sup>4</sup> As velocidades angulares e orbitais da Lua e da Terra, do movimento circular e uniforme, podem ser encontradas em RESNICK; HALLIDY; KRANE (2003). A explicação de se utilizar a velocidade linear da superfície terrestre foi proposta no Adendo.



*Fig. 6 – Eclipse da Lua de 21/12/2010. Na posição A, a Lua está mergulhando na umbra; na posição B, o eclipse é total, a Lua está no interior da umbra.*

#### **IV. Conclusão**

Através de movimentos circulares, de velocidades angulares constantes, para a Terra e Lua, calculou-se, teoricamente, o intervalo de tempo máximo e de permanência da Lua no cone de sombra da Terra, durante um eclipse total:

$$\Delta t = 1\text{h } 45\text{min } 54\text{s.}$$

Esse resultado médio, da máxima duração teórica de permanência da Lua na umbra, está de acordo com os intervalos de tempo de alguns eclipses totais da Lua, registrados na Tabela 1. Contudo, com as aproximações de movimentos circulares da Terra em torno do Sol e da Lua em torno da Terra, resultaram que dois eclipses lunares: de 16/07/2000, com duração de 1h 47min 01s e o de 06/07/1982, com duração de 1h 46min 30s, superassem o valor encontrado neste trabalho, contrariando a proposta de que o intervalo de tempo teórico deveria superar todos os valores tabelados na Tabela 1.

A proposta deste trabalho poderia ser alcançada, com o máximo tempo de permanência da Lua na umbra, superando todos os intervalos de tempo da Tabela 1, admitindo-se a Terra e a Lua descrevendo seus movimentos elípticos, respectivamente, em torno do Sol e da Terra. Mas, essa nova posição traria uma sofisticação bem maior para o problema, cuja solução estaria um pouco mais distante dos



assuntos de Física abordados no curso secundário e no início do curso universitário.

No eclipse de 16/07/2002, que se encontra no topo da Tabela 1, em que a Lua permaneceu o intervalo de tempo  $\Delta t = 1\text{h } 47\text{min } 01\text{s}$  no interior da umbra, pode-se concluir que a trajetória da Lua, nesse eclipse, passou muito perto do ponto central da umbra e, mesmo resolvendo-se o problema com movimentos circulares, a diferença de tempo entre o eclipse, considerado acima, e o teórico é de apenas 1min 07s.

### **Adendo**

Se os eclipses da Lua acontecem no plano da eclíptica, ou muito próxima a esse plano, a inclinação do eixo de rotação da Terra, de  $23,45^\circ$ , deverá ser considerada. Qualquer que seja a longitude do eclipse, a Lua sempre estará cruzando o plano da eclíptica ou estará muito próxima a esse plano e a velocidade linear e superficial da Terra, na latitude de  $23,45^\circ$ , deverá ser levada em conta.

A velocidade linear e superficial da Terra, na latitude de  $23,45^\circ$ , pode ser calculada por:

$$v_T = \omega_T r = \omega_T R_T \cos(23,45^\circ)$$

em que  $\omega_T = 7,292 \times 10^{-5}$  rad/s representa a velocidade angular de rotação da Terra em torno de seu eixo e  $R_T = 6,378 \times 10^6$  m é o raio terrestre. Substituindo-se esses valores na equação acima, obtém-se:  $v_T = 426,7$  m/s.

Em relação ao sistema referencial SXY (ver a Fig. 7), as velocidades lineares da Terra e da Lua têm o mesmo sentido e devem ser somadas.

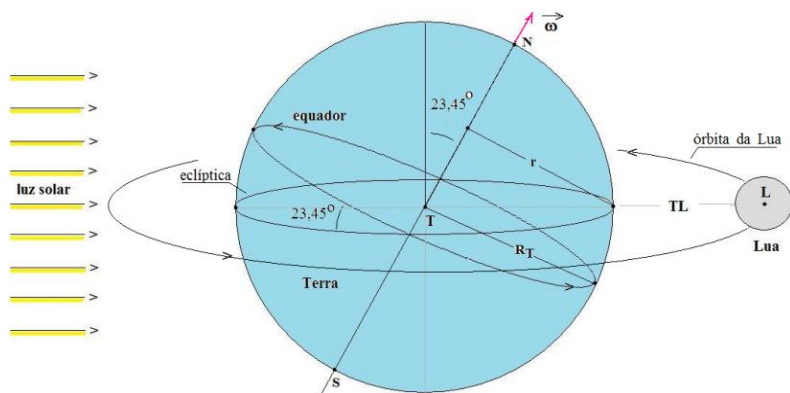


Fig. 7 – Durante um eclipse lunar, as velocidades: de rotação da superfície da Terra, em torno de seu eixo, e a velocidade orbital da Lua, em torno da Terra, se somam.

## Referências bibliográficas

COMINS, N. F.; KAUFMANN, W. J. **Descobrimos o Universo**. ed. 8. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ASÍN, F. M. **Astronomía**. Madri: Paraninfo, 1979.

RESNICK, R.; HALLIDY, D.; KRANE, K. S. **Física 1**. ed. 5. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2003.

WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Eclipse lunar. Disponível em: <<http://www.pt.wikipedia.org/wiki/eclipse>>. Acesso em: 29 jan. 2013.