
O PÊNDULO GRAVITACIONAL USADO COMO DINAMÔMETRO SENSÍVEL PARA MEDIR FORÇAS ELETROMAGNÉTICAS⁺*

Klaus Weltner

Instituto de Física – UFBA

Salvador – BA

Johann Wolfgang Goethe –Universität – Institut für Didaktik der Physik
Frankfurt – Germany

Antonio Sergio Cavalcante Esperidião

Paulo Miranda

Jose Fernando Moura Rocha

Instituto de Física – UFBA

Salvador – BA

Resumo

Usamos a força restauradora de um pêndulo gravitacional para medir forças horizontais de pequena intensidade, como a força eletromagnética entre correntes elétricas paralelas em uma balança de Ampère. Tal procedimento permite substituir os dinamômetros sofisticados e sensíveis, porém caros, por um dispositivo de construção simples, de baixo custo e bastante sensível. Este pode ser confeccionado pelo experimentador, o que amplia o leque de aplicações a outros experimentos ou demonstrações em sala de aula.

Palavras-chave: *Pendulo Gravitacional, forças eletromagnéticas, dinamômetro de baixo custo.*

Abstract

We used the restoring force of a gravitational pendulum to measure small horizontal forces like the electromagnetic forces acting between parallel currents. With this procedure we substitute expensive dyna-

⁺ The gravitational pendulum used as sensitive dynamometer to measure small horizontal electromagnetic forces.

^{*} *Recebido: março de 2002.
Aceito: dezembro de 2003.*

mometers by simple and low cost arrangements which enlarge the variety of classroom demonstrations.

Keywords: Gravitational pendulum, electromagnetic forces, low cost dynamometers.

I. Introdução

Um pêndulo gravitacional pode ser usado para medir quaisquer forças horizontais. Isso é particularmente útil se elas forem pequenas demais para a utilização dos dinamômetros comumente usados em sala de aula. O nosso objetivo é medir a intensidade da força eletromagnética entre arames paralelos conduzindo correntes elétricas.

A Fig. 1 ilustra o uso do pêndulo gravitacional no nosso experimento. Na Fig. 1a, os círculos representam arames condutores perpendiculares ao plano da página e sem transporte de corrente elétrica. Um arame é fixo, o outro é móvel. O barbante do pêndulo gravitacional toca no arame móvel. Essa configuração é denotada por A e representa o estado inicial de equilíbrio, no qual a distância entre os arames condutores é igual a d .

A Fig. 1b representa a situação na qual flui, nos condutores, corrente elétrica de sentidos opostos. O círculo marcado por um $\times$ representa a corrente elétrica penetrando a página e o outro, marcado por um ponto central, o caso contrário. Nesta situação, surge uma força eletromagnética entre os condutores que se repelem, fazendo com que a distância d aumente até que essa força se equilibre com a resultante das forças restauradoras que agem no arame móvel. São duas as forças restauradoras. Uma é devida ao sistema do arame móvel e não é conhecida quantitativamente. A outra é a força aplicada pelo barbante do pêndulo gravitacional.

Para medir a intensidade da força eletromagnética temos que eliminar a força restauradora não conhecida devido ao sistema do arame móvel. Conseguimos isso recuperando a configuração do estado inicial, no qual a força restauradora desconhecida não existe. Nesse caso, a força eletromagnética equilibra a componente horizontal da força restauradora aplicada pelo barbante do pêndulo gravitacional. Por isso, deslocamos o ponto de sustentação (alça) do pêndulo de O para O' até que a configuração A seja recuperada, ou seja, a distância entre os condutores volte a ser d , a mesma existente antes de fluir a corrente elétrica nos arames. Veja Fig. 1c.

Nesta situação a força eletromagnética, F , é igual à componente horizontal da tensão do barbante do pêndulo, F_{rest} .

Analisando a configuração apresentada na Fig. 1c, temos:

$$F = F_{rest} = mg \frac{\Delta s}{\sqrt{h^2 + \Delta s^2}} \quad (1)$$

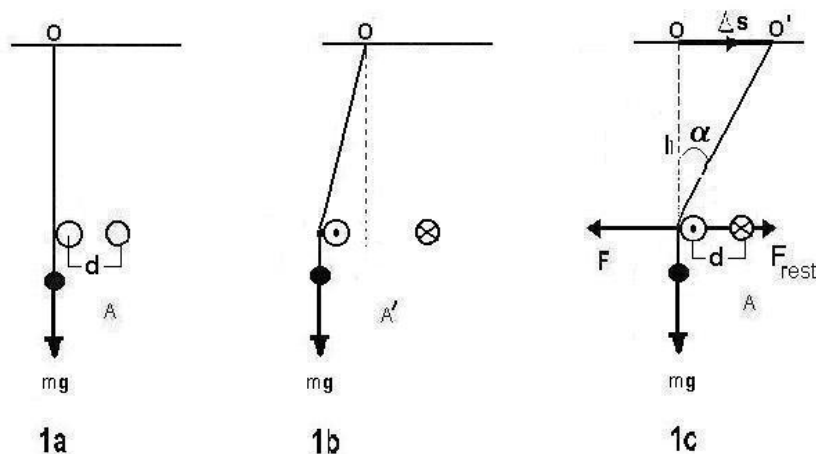


Fig. 1- Ilustração do pêndulo gravitacional como dinamômetro, fora de escala. (a) Pêndulo em repouso no estado inicial. O pêndulo está suspenso pelo ponto O e os arames condutores não conduzem corrente elétrica. O barbante do pêndulo toca o arame móvel da balança. Esta configuração dos arames condutores é denotada por A. (b) Pêndulo deslocado. A corrente elétrica que flui nos arames condutores paralelos faz surgir uma força eletromagnética que desloca o arame móvel da posição de equilíbrio. Esta é a configuração A' dos arames condutores. (c) Alça deslocada do pêndulo. Para medir a força eletromagnética temos que recuperar a configuração inicial e determinar a força aplicada ao arame. Para isso movemos o ponto de suspensão do barbante do pêndulo de O para O' de um deslocamento de módulo Δs , o qual foi exagerado na figura.

Vamos considerar ângulos pequenos, tais que a aproximação $\sin \alpha \cong \tan \alpha$ seja válida, e possamos estabelecer uma relação simples entre as intensidade das forças como se segue:

$$F = F_{rest} = mg \cdot \frac{\Delta s}{h} \quad (2)$$

em que:

Δs – é o módulo do deslocamento do ponto de suspensão. Este ponto é uma alça que pode se deslocar na haste horizontal de sustentação do pêndulo.

h - é a distância na vertical entre o ponto O de suspensão do pêndulo e o ponto de contato entre o arame condutor e o barbante do pêndulo.

m – é a massa do pêndulo.

g – é a aceleração gravitacional local.

Com esse procedimento podemos medir a força eletromagnética F entre os arames ou qualquer outra força horizontal. Como a força restauradora depende da massa do pêndulo, este pode ser adaptado facilmente a situações bem diferentes, adequando a massa m à força que se deseja medir. É exatamente esse fato que nos permite utilizá-lo em um experimento muito sugestivo como o da balança de Ampère no qual as forças são extremamente pequenas.

II. Aplicação: Balança de Ampère

A descoberta de Oersted da relação entre a eletricidade e magnetismo, divulgada em 21 de julho de 1820, através de uma pequena *Memória* escrita em latim, foi seguida por uma febre de experiências e descobertas. Muitas delas ocorreram na França, e em parte, foram atribuídas a Ampère.

Em setembro de 1820, logo após a revelação da descoberta de Oersted ter chegado a Paris, Ampère fez uma comunicação à Academia de Ciências francesa (entre muitas outras feitas por ele, nessa época), anunciando a descoberta de que dois arames paralelos por onde passavam correntes elétricas exerciam forças um sobre o outro.

Ampère também concebeu um dispositivo para mostrar essas forças, conhecido hoje como balança de corrente de Ampère, cuja parte essencial é constituída por um arame retilíneo fixo e um outro móvel colocado próximo ao primeiro, preso a um suporte que pode girar. Se uma corrente passa em ambos os arames, uma força se estabelece entre eles^[1].

Essa balança serve de modelo para a definição da unidade de corrente elétrica – o ampère. As balanças de corrente modernas, entretanto, são construídas segundo uma configuração de bobinas paralelas portadoras de correntes. Estas são mais adequadas para medir correntes e forças eletromagnéticas, sendo usadas atualmente nos laboratórios especializados para aferir aparelhos elétricos. Muitas de nossas escolas não têm condições, infelizmente, de adquirir balanças desse tipo. Porém, com uma balança como aquela concebida originalmente por Ampère, resultados satisfatórios podem ser obtidos em laboratórios didáticos, usando a força restauradora de um pêndulo gravitacional como dinamômetro sensível para medir a força entre arames paralelos retilíneos conduzindo corrente. Esse fato motivou e justificou a construção a baixo custo de uma balança de Ampère. A demonstração e a medida dessas forças têm significado educativo por duas razões. A primeira é histórica: reproduzir um dos experimentos e uma das descobertas fundamentais da Física. A segunda, já mencionada, é que são utilizadas, hoje em dia, para se definir a unidade de corrente.

Na definição do ampère, consideram-se dois arames condutores paralelos, ambos de comprimento infinito, a uma distância de 1,0m um do outro. Se a força por unidade de comprimento do arame condutor no vácuo for exatamente $2 \times 10^{-7} \text{N}$, a intensidade da corrente elétrica que os percorre é definida como sendo igual a um ampère^[2]. Essa força pode ser de atração ou de repulsão se os sentidos das correntes elétricas forem iguais ou contrários, respectivamente.

Considerando o vácuo e dois arames condutores paralelos de comprimentos l , percorridos por uma corrente de intensidade i , separados por uma distância d , com $d \ll l$, o módulo da força eletromagnética entre os arames é dado por:

$$F = 2 \times 10^{-7} \frac{i^2 \cdot l}{d} \quad (3)$$

em que:

i – é a corrente elétrica

l – é o comprimento dos arames condutores

d – é a distância entre os arames condutores, todos em unidades do SI.

No nosso experimento, trabalhamos na presença do ar, cujo efeito supusmos desprezível. Além disso, existe a influência da componente do campo magnético da Terra, que também pode ser negligenciada ou completamente eliminada, fazendo no experimento a média de duas medições, invertendo-se o sentido da corrente na segunda delas.

Para exemplificar a ordem de grandeza da intensidade dessa força, vamos considerar o caso de dois arames finitos paralelos de 50cm de comprimento, percorridos por uma corrente de 10A e afastados de 1cm. O fato de serem finitos tem apenas importância teórica, cujas alterações foram também negligenciadas, pois, $d \ll l$. O valor da intensidade da força eletromagnética, usando a Eq. 3, é de $1,0 \times 10^{-3}$ N, ou seja, de um milinewton e corresponde, aproximadamente, ao peso de uma massa de um décimo de grama.

Um arranjo bem parecido ao experimento original de Ampère foi sugerido por Achilles^[3] e pode ser facilmente reproduzido. A parte móvel da balança, no nosso experimento, guarda esta semelhança.

III. Procedimento experimental

A balança que construímos, e esperamos que possa ser reproduzida, é composta de material barato, exigindo um pouco de paciência e alguma habilidade manual e criativa para utilizar os recursos disponíveis.

III.1 Material necessário

- uma fonte variável de corrente contínua de, no mínimo, 10A ou bateria de automóvel e um resistor de resistência variável;
- amperímetro ou multiteste capaz de medir corrente contínua de, no mínimo, 10A;
- dois pedaços (um de 0,7m e outro de 2,0m) de arames de cobre de, pelo menos 1,5mm de diâmetro;
- duas tiras de madeira de aproximadamente 60cm de comprimento, espessura de 0,5cm e largura em torno de 3cm;
- pequeno espelho;

- massa de 0,5g;
- apontador laser;
- além de suportes, presilhas, fita crepe, fita isolante, cabos flexíveis de conexão elétrica, jacarés, barbante, etc.

A Fig. 2 apresenta uma vista geral do experimento cujos detalhes serão explicados ao longo do texto.

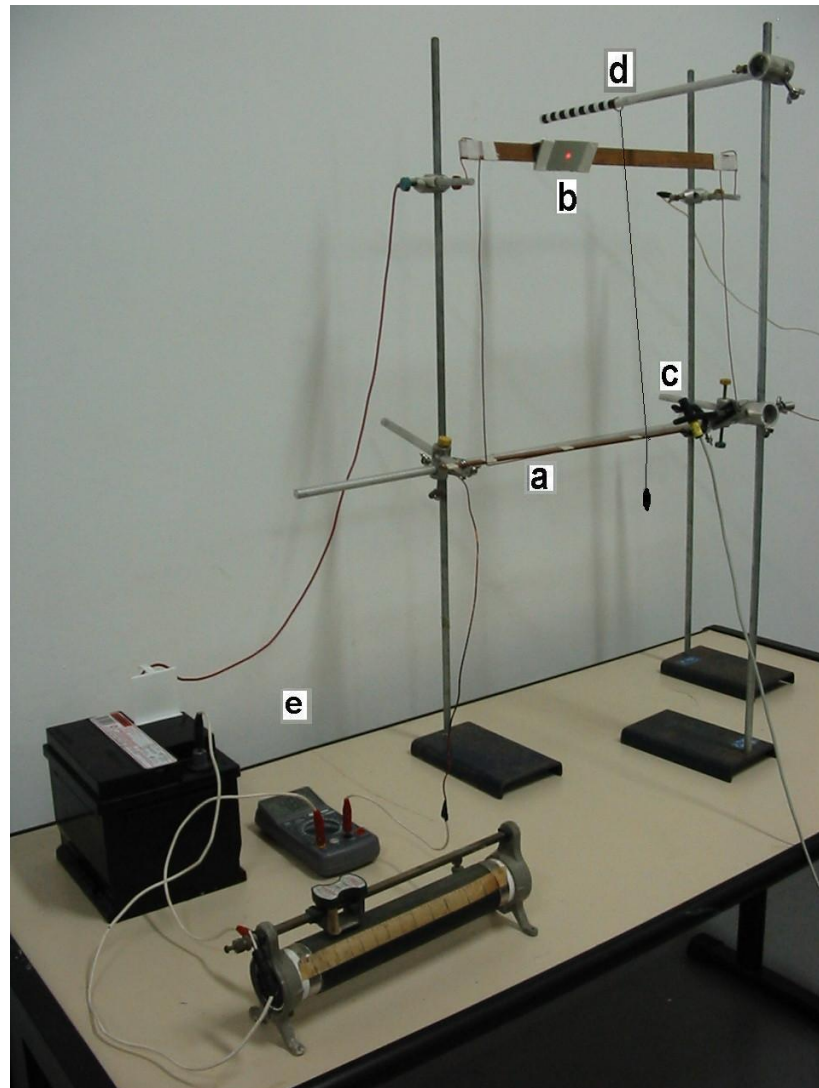


Fig. 2 - Arranjo experimental, vista geral. (a) Arames paralelos, veja detalhes na Fig.5. (b) Espelho na tira de madeira, estabilizadora da parte móvel. (c) Apontador laser montado no suporte do pêndulo. (d) Sustentação da alça do pêndulo gravitacional, mostrando sua posição inicial. (e) Bateria, amperímetro e resistor variável.

1) Construção da Balança, arranjo do arame fixo f_1

Tomamos o arame de menor comprimento f_1 , e o fixamos à borda maior da tira de madeira com fita adesiva, que tem a finalidade de proporcionar estabilidade ao arame f_1 . Prendemos a peça obtida aos suportes horizontais, fixos às hastes ver-

tais. Estas devem formar uma estrutura estável, o que é conseguido mediante a fixação entre elas de uma haste metálica.

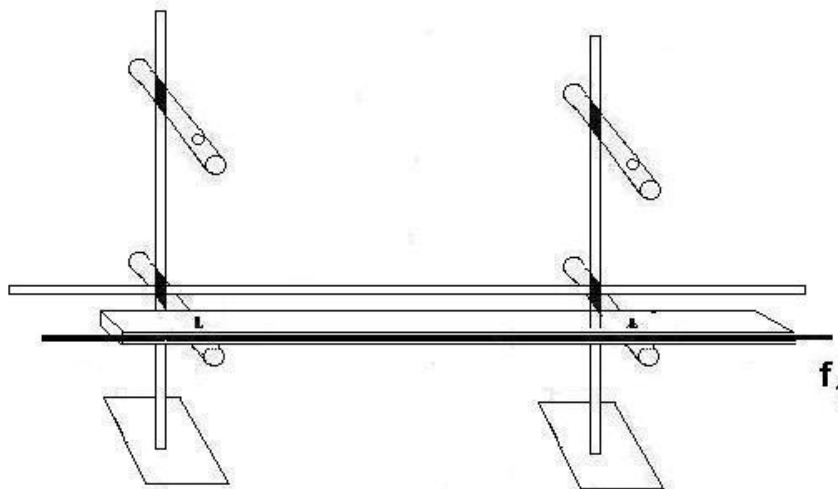


Fig. 3 - Arranjo do arame fixo f_1 e haste metálica do estabilizador.

2) Construção da Balança, arranjo do arame móvel f_2

Esta parte da balança deve ser móvel, para indicar a presença das forças eletromagnéticas que surgem entre condutores paralelos percorridos por correntes elétricas. Para construí-la, vamos usar o outro arame condutor, f_2 e a outra tira de madeira ou compensado. Com eles, devemos formar uma peça como indicado na Fig. 4. A tira (b), na qual se fixa com fita adesiva o arame f_2 (d), tem por finalidade dar estabilidade ao arranjo do arame móvel. A parte (a) de f_2 , veja Fig. 4, tem 50cm de comprimento. Ela será posicionada paralelamente a f_1 no arranjo do arame fixo. As extremidades livres de f_2 apontam para baixo e servem tanto como pontos de sustentação, quanto de contatos elétricos entre as partes móveis e fixa da balança. Esses contatos devem ser metálicos, rigidamente fixos por presilhas às hastes verticais dos mesmos suportes aos quais prendemos o arranjo do arame fixo f_1 . Em nosso experimento, foram confeccionados com bastões de alumínio de aproximadamente 15cm de comprimento, dispostos horizontalmente e isolados eletricamente das hastes por meio de pequenas peças de mangueira de borracha ou plástico de 2-3cm de comprimento. A conexão entre os arranjos dos arames fixo e móvel deve ser estável e bem definida. Por isso, as faces dos bastões voltadas para cima possuem uma pequena cavidade onde se inserem as extremidades livres do arame móvel f_2 . Estas devem ser pontiagudas para permitir livres oscilações dessa parte da balança. Assim o arranjo do arame móvel f_2 é um pêndulo físico que pode oscilar. Veja Fig. 4.

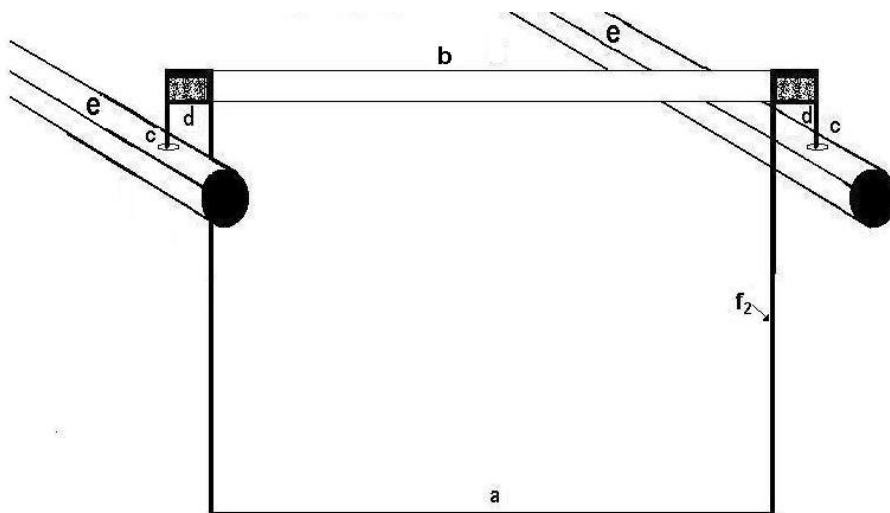


Fig. 4 -Ilustração do arranjo do arame móvel f_2 . (a) Parte retilínea do arame condutor a ser posicionada paralelamente ao arame fixo. (b) Tira de madeira, reforço da parte móvel. (c) Contatos das extremidades de f_2 com as cavidades nos bastões. (d) Fixação com fita adesiva do arame f_2 à tira de madeira. (e) Bastões pertencentes à estrutura fixa.

O período de oscilação do arame móvel depende do comprimento das suas extremidades laterais voltadas para baixo. Se tal período for de aproximadamente 1,0s, o arranjo será bastante sensível para reagir visivelmente à força eletromagnética entre os arames. A regulação desse período pode ser conseguida com a manipulação das extremidades que apontam para baixo. Se o seu centro de gravidade for deslocado para cima a sua sensibilidade aumenta e vice-versa. O arame móvel deve ser posicionado cuidadosa e paralelamente ao arame fixo a uma distância de 1,0cm, como ilustram as Figs. 5 e 1a.

3) Pêndulo Gravitacional como dinamômetro

O nosso pêndulo foi confeccionado com uma massa de 0,5g suspensa por um barbante fino. Massas adequadas são obtidas como segue. Com uma balança para medir pequenas massas, determina-se a massa M de um pedaço de fio, arame de cobre ou de qualquer metal. O seu comprimento L é medido também. Com esses dados, podemos calcular o comprimento l de um pedaço do arame com massa de 0,5g e cortá-lo. Devemos lembrar que com menores massas a sensibilidade do pêndulo é maior e vice-versa.

A extremidade superior do arame do pêndulo é fixada numa alça móvel, inserida em uma haste calibrada e montada horizontal e perpendicularmente ao arame móvel e localizada acima dele, veja (d) na Fig. 5. O barbante fino do pêndulo tangencia o arame condutor móvel f_2 . Se quisermos aplicar uma força horizontal ao arame móvel com a ajuda do pêndulo gravitacional, basta deslocar somente a sua alça. Se quisermos medir uma força horizontal com o pêndulo gravitacional, basta des-

localizar adequadamente a posição da alça de Δs cm até compensar totalmente o deslocamento sofrido pelo pêndulo. Assim é possível medir pequenas forças, como as que surgem na balança de Ampère.

A figura a seguir apresenta detalhes do arranjo do arame fixo, do arame móvel e do pêndulo gravitacional.

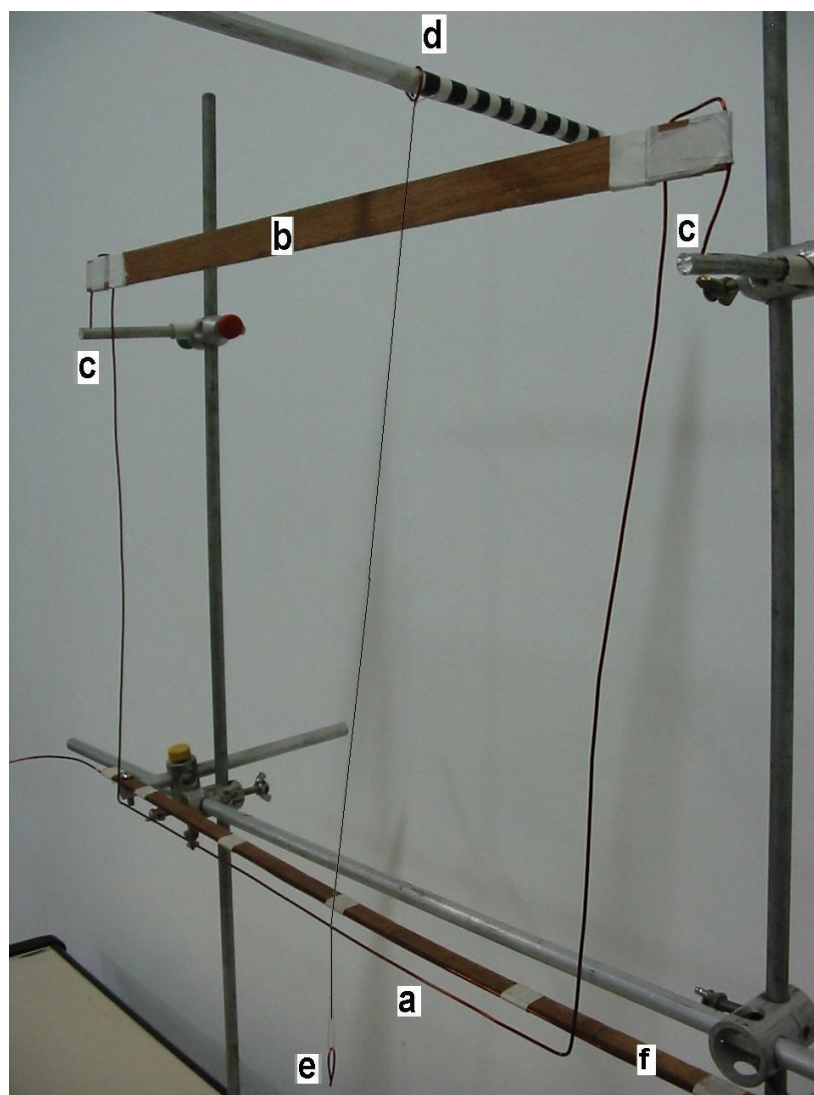


Fig. 5 - Balança de Ampère e pêndulo gravitacional usado como dinamômetro. (a) Arame móvel f_2 , parte paralela ao arame fixo f_1 . (b) Tira de madeira, reforço da parte móvel. (c) Contato. (d) Alça do pêndulo gravitacional na haste calibrada de sustentação. (e) Massa do pêndulo gravitacional. (f) Tira de madeira onde é preso o arame fixo.

4) Parte elétrica

O esquema do circuito elétrico utilizado está representado na Fig. 6.

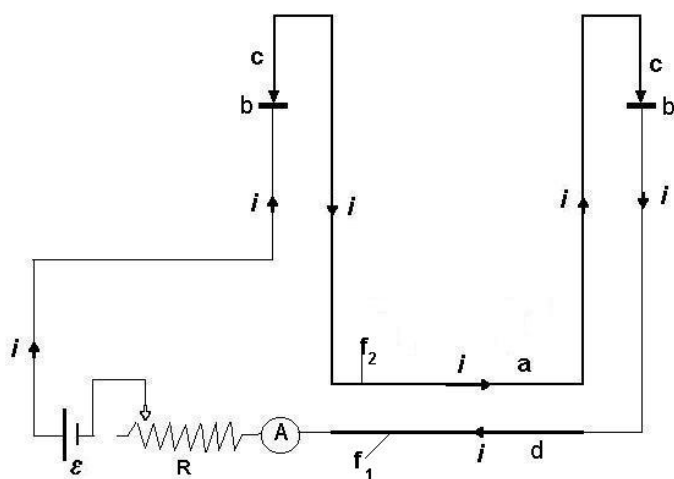


Fig. 6 - Esquema elétrico. (a) Trecho retilíneo do arame móvel f_2 . (b) Suportes do arame móvel. (c) Extremidades do arame móvel sustentadas pelos contatos. (d) Trecho da parte fixa f_1 . (R) Resistência variável. (A) Amperímetro. (i) Corrente elétrica. (ε) Fonte de alimentação.

O circuito elétrico permite que a mesma corrente passe pelos dois arames, montados em série, em sentidos opostos nos trechos (a) e (d) para criar forças repulsivas, facilitando as medidas e as observações. Devemos usar uma fonte regulável com capacidade de suprir uma corrente de no mínimo 10A. Se não existir tal fonte, pode-se usar uma bateria de carro regulando a corrente com uma resistência variável. Nesse caso, é aconselhável colocar a resistência variável num banco separado da mesa de experimento para evitar perturbações. O controle da corrente é imprescindível e pode ser feito com um amperímetro ou um multiteste adequado para medir correntes de 10A ou mais.

5) Parte óptica

Resta-nos ainda considerar o controle da distância entre os arames. Para demonstrações em salas de aula, usamos um ponteiro de luz para controlá-la, conforme mostra a Fig. 7. Colamos um pequeno espelho na tira de madeira do arranjo do arame móvel e instalamos um ponteiro laser no suporte que sustenta o pêndulo gravitacional com presilhas adequadas, de modo que o feixe de luz seja refletido no espelho, criando um ponto luminoso bem visível na parede oposta da sala. A posição inicial desse ponto, no equilíbrio, com o circuito sem corrente, deve ser marcada com um pedaço de uma fita isolante ou crepe.

Se a corrente elétrica for ligada, o ponto luminoso afasta-se da posição inicial, na direção vertical devido à força eletromagnética repulsiva. Deslocando-se a

alça do pêndulo de Δs , aplicamos ao arame móvel uma força compensadora até que o ponto luminoso volte à posição inicial.

A Fig. 7 mostra as partes móvel e fixa da balança, enfatizando a parte óptica constituída pelo espelho, apontador laser e a imagem do ponto luminoso na parede.

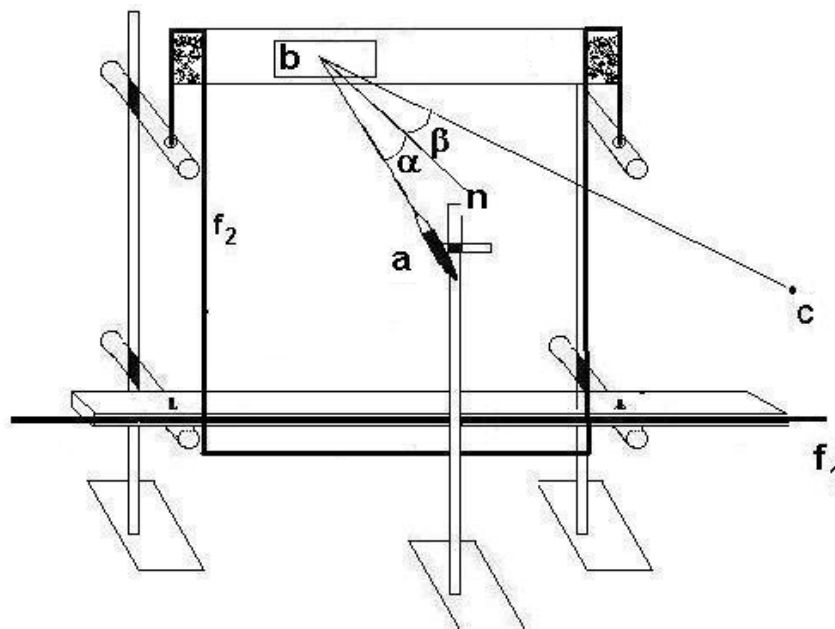


Fig. 7 - Detalhes da parte óptica. (a) Apontador laser. (b) Espelho com sua normal n e ângulos de incidência α e de reflexão β . (c) Ponto luminoso na parede, ponto de referência.

IV. Medidas realizadas

A distância entre o ponto de suspensão do pêndulo gravitacional e o ponto de contato com o arame móvel é conforme as equações (1) e (2) aproximadamente h , veja Fig.1. Sendo o peso da massa igual a mg , podemos calcular o módulo da força restauradora pela Eq. (2). Com este método, forças horizontais de até 0,1mN (milinewton) podem ser medidas com erros de não mais que 10%.

No nosso experimento, utilizamos as seguintes medidas:

corrente elétrica.....	$i = 10A$;
massa do pêndulo.....	$m = 0,5 \times 10^{-3}kg$;
distância.....	$h = 0,5m$;
deslocamento.....	$\Delta s = 0,11m$.

O valor obtido para a força foi de 1,1mN, enquanto que o valor calculado pela Eq. (3), para a mesma condição, é 1,0mN.

Os resultados obtidos estão, assim, numa boa concordância com os valores teóricos.

Podemos usar este experimento para demonstrar quantitativamente mais duas relações importantes:

i) Que a força eletromagnética é proporcional ao quadrado da corrente conforme a Eq. 3.

Realmente, se reduzirmos a corrente à metade, o deslocamento da alça para compensar a força elétrica cairá para um quarto da distância original.

ii) Que a força eletromagnética é proporcional ao inverso da distância entre os arames condutores.

De fato, se a distância entre os arames paralelos for duplicada, o deslocamento da alça para compensar a força eletromagnética cairá para a metade da distância original.

Este método de medir forças horizontais pode ser usado em outros experimentos em substituição aos dinamômetros. Em um artigo recentemente publicado^[4], mostramos como é possível medir o calor específico do ar usando o aquecimento de um fluxo de ar, gerado por um secador de cabelos. A potência do secador e a variação da temperatura são facilmente medidas. Difícil é a determinação da massa do ar aquecido. No artigo, descrevemos como é possível determiná-la medindo a força de reação devida à aceleração do ar pelo secador. A partir daí, pode-se calcular o seu fluxo. Para medir essa força, utilizamos, também, um pêndulo gravitacional substituindo um dinamômetro tradicional.

Bibliografia

[1] GOLDENBERG, J. **Física Geral e Experimental**. São Paulo: Editora Nacional e Editora da USP, 1970.

[2] INMETRO. **Sistema Internacional de Unidades – SI**. 6^a ed., Brasília, SENAI/DN, 2000.

[3] ACHILLES, M. **Historische Versuche der Physik, funktionsfaehig nachgebaut**. Frankfurt am Main: Editora Woelzel, 1996.

[4] WELTNER, K; MIRANDA, P. Medição do calor específico do ar em sala de aula. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 19, n. 2, p. 253-263, 2002.