

---

## PODE-SE PROGREDIR COM BASE EM FUNDAMENTOS INCONSISTENTES? (O CASO DO ÁTOMO DE BOHR)<sup>+</sup>\*

---

*Jenner Barretto Bastos Filho*  
Departamento de Física – UFAL  
Maceió – Al

### Resumo

*Apesar de a procura de consistência (ausência de contradições) ser um dos objetivos centrais da atividade científica, pode-se mostrar que é possível fazer progressos com base em fundamentos inconsistentes provisórios. Argumentamos que essa circunstância não implica em qualquer tipo de irracionalidade. Nesse contexto, analisamos o exemplo da teoria do átomo de Bohr de 1913.*

**Palavras-Chave:** *Fundamentos consistentes, fundamentos inconsistentes, átomo de Bohr.*

### Abstract

*In spite of the search of consistence (absence of contradictions) being an important aim of science, we can show that it is possible to make progress on the basis of provisional inconsistent foundations. We argue that this circumstance does not imply any kind of irrationality. In this context, we consider Bohr theory (1913).*

**Keywords:** *Consistent foundations, inconsistent foundations, Bohr atom.*

---

<sup>+</sup> Can the progress of physics take place on the basis of inconsistent foundations? (The case of Bohr atom)

\* *Recebido: dezembro de 2002.  
Aceito: julho de 2003.*

## I Introdução

Procedemos aqui a um estudo de alguns elementos presentes na teoria do átomo de Bohr (BOHR<sup>1</sup>, 1913; BOHR<sup>2</sup>, 1969) tendo em vista certos objetivos básicos, os quais passaremos a expor. Os objetivos do presente trabalho são de dois teores que podem ser coadunados e integrados.

O **primeiro objetivo** diz respeito à implementação de uma discussão quanto aos possíveis estatutos da Lógica e da Dialética no contexto da atividade científica, notadamente no que se refere à física moderna. Acreditamos que, nesse contexto, o estudo da teoria do átomo de Bohr constitui exemplo privilegiado.

Em linha de continuidade conceitual com o primeiro objetivo e ainda elegendo como foco principal de nossas atenções a teoria do átomo de Bohr, o **segundo objetivo** deste trabalho consiste em implementar a discussão de como idéias e teorias até mesmo disjuntas e incompatíveis podem ser combinadas no contexto de um procedimento fértil que implica em uma comensurabilidade inteligível por meio de um princípio de correspondência que é, ao mesmo tempo, um enfático balizador da racionalidade do processo.

Uma vez perseguidos os dois objetivos acima de maneira articulada será possível dar uma resposta, ainda que parcial, à pergunta que constitui o título deste trabalho.

Este trabalho se encontra organizado da seguinte maneira: na seção II apresentaremos uma justificativa mais ampliada dos nossos objetivos, tentando consubstanciá-los de uma forma mais abrangente; na seção III exporemos a teoria do átomo de Bohr de tal modo a ressaltar os elementos que serão tratados no decorrer da discussão; na seção IV discutiremos brevemente o postulado da quantização do momento angular e a explicitação da constante de Rydberg em termos de constantes basilares da física atômica; na seção V discutiremos o *princípio da correspondência* e a explicitação da constante de Rydberg; a seção VI será dedicada a uma análise dos resultados das seções III, IV e V à luz do par antitético *comensurabilidade* versus *incomensurabilidade*; na seção VII procederemos a uma análise à luz da idéia de *fundamentos inconsistentes* na qual serão consideradas *de per se* cada uma das fórmulas que aparecem na teoria do átomo de Bohr; finalmente, na seção VIII resumiremos as nossas conclusões.

---

<sup>1</sup> Trata-se da famosa trilogia de Bohr publicada na revista *Philosophical Magazine*, em 1913.

<sup>2</sup> A tradução portuguesa da trilogia referida na nota acima encontra-se em um livro que aparece na lista das referências bibliográficas.

## II Justificativa mais abrangente da proposta

Vejam aqui uma justificativa e uma explicação que permitirão explicitar a abrangência de nossa proposta.

Popper, no capítulo 15 de seu livro *Conjecturas e Refutações*, intitulado *O que é Dialética?* (POPPER, 1982, p. 343-365) argumenta, com notável ênfase, contra a *Lógica Dialética* de Hegel. A confrontação entre a *Lógica* e a *Dialética* pode ser colocada, *grosso modo*, da seguinte maneira: o princípio da contradição da lógica clássica, tão caro a Aristóteles e a Leibniz, assevera que A e não-A não podem ser, ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto, ambos verdadeiros. A dialética hegeliana não se sujeitaria à “camisa de força” do princípio da contradição. Em Hegel, a *contradição* é elevada à categoria de *virtude suprema*, na medida em que justamente as contradições seriam as promotoras do progresso e, assim, ao invés de evitá-las, deveríamos acolhê-las. Desse modo, segundo Hegel, toda e qualquer evolução (na história, na natureza e na sociedade) se faria com base na tríade dialética de *tese/antítese/síntese*. Por outro lado, os argumentos de Popper que mais nos interessam para os propósitos do presente trabalho podem ser resumidos da seguinte maneira: Popper dá razão parcial aos dialéticos quando esses afirmam que as contradições desempenham um papel fundamental de progresso, mas adverte que isso somente tem lugar na medida em que estivermos dispostos a evitá-las e, conseqüentemente, na medida em que não estivermos dispostos a incorporá-las no seio de nossas teorias. Adverte, ainda, que se viermos a incorporar as contradições no seio de nossas teorias, essas perderão toda a fertilidade enquanto promotoras de progresso. Afirma ainda Popper que, se admitíssemos duas sentenças contraditórias, então destruiríamos o compromisso racional e, por conseguinte, desarticularíamos toda a ciência, na medida em que tudo passaria a ser igualmente aceitável, inclusive todos os possíveis absurdos por mais flagrantes que viessem a sê-los.

Se analisarmos, ainda que de maneira panorâmica, alguns aspectos da história da matemática ocidental, podemos notar que os matemáticos sempre estiveram firmemente determinados, durante esses 25 séculos, a não incorporar contradições no seio de seus esquemas hipotético-dedutivos e, em geral, nos seus esquemas teóricos.

Vejam agora um exemplo da matemática. A descoberta da incomensurabilidade entre a diagonal e o lado do quadrado<sup>3</sup> pelos pitagóricos se manteve como um problema desafiador pelo fato de os matemáticos não terem incorporado contradições no seio de seus esquemas teóricos. Se admitíssemos a possibilidade de que a razão entre a diagonal e o lado do quadrado pudesse legitimamente ser escrita como uma razão entre dois números inteiros, teríamos, necessariamente, que incorporar e admitir a contradição segundo a qual o mesmo número é par e ímpar. Em outras palavras, o problema da incomensurabilidade acima

---

<sup>3</sup> Isso é, a impossibilidade de se escrever a razão entre a diagonal e o lado do quadrado como uma tal entre dois números inteiros.

referido permanece fértil e desafiador se, e somente se, aquilo que nos move é a firme determinação para fazer progresso em busca de uma solução racional, livre de contradições. Em 1872, Dedekind (CARAÇA, 1984, p. 48-63) lançou mão dos conceitos de *continuidade*, *correspondência biunívoca* e *corte* e, desse modo, foi capaz de elaborar uma teoria dos números irracionais e do problema da incomensurabilidade, teoria essa que pode ser considerada como um dos pontos culminantes de fertilidade de um programa de pesquisa que manteve, ao longo de 25 séculos, como núcleo duro, princípios lógicos e, por conseguinte, a determinação de não incorporar contradições.

Certamente, a descoberta do problema da incomensurabilidade teve uma grande repercussão na História da Filosofia e na História da Ciência e, sem dúvida, teve um relevante papel quanto ao desenvolvimento tanto da Filosofia quanto da Ciência. A questão da incomensurabilidade entre a diagonal e o lado do quadrado é um problema aritmético e não um problema geométrico. Platão notou isso com toda perspicácia (POPPER, 1982, p. 112-117)<sup>4</sup>. Isso pode ser compreendido de várias maneiras. Uma delas é a seguinte: quando Sócrates (personagem do Diálogo *Ménon* de Platão), a fim de dar a sua demonstração da teoria da *Reminiscência*, pergunta para o escravo “*Qual é o lado do quadrado de área dupla?*”, a solução do problema aparece – de maneira exata – ao se desenhar o quadrado de área dupla a partir da diagonal do quadrado de área simples, pois o lado do quadrado de área dupla é exatamente igual à diagonal do quadrado de área simples. Então, não aparece o problema da incomensurabilidade. Outra maneira de se compreender esse fato é a seguinte: do ponto de vista da medida de comprimentos, deparamo-nos inevitavelmente com um erro em algum grau de precisão de tal modo que sempre é possível eleger uma unidade mínima, dentro dessa precisão, que seja comum a ambos, lado e diagonal do quadrado, e assim desaparece o problema da incomensurabilidade. Ainda uma outra maneira alternativa de dizer isso é que quando lado e diagonal são tratados como comprimentos, o problema é obliterado (KLINE, 1980, p.105). O fato de a geometria ter passado à frente da aritmética como

---

<sup>4</sup> Sobre essa importantíssima questão, os três seguintes textos de Popper são muito esclarecedores. O primeiro texto é: “‘Incomensurabilidade’ não significa portanto incompatibilidade por métodos geométricos ou pela *medição*, mas incomparabilidade pelos métodos aritméticos de *contagem* com números naturais – inclusive o método caracteristicamente pitagórico de comparar *razões de números naturais* (incluindo, naturalmente, a contagem de unidades de extensão).” (POPPER, 1982, p. 112); o segundo texto é: “Penso que a principal contribuição platônica à ciência teve suas origens na percepção do problema dos irracionais, na modificação das idéias pitagóricas e atomísticas que ele precisou promover para salvar a ciência de uma situação catastrófica. Platão percebeu que a teoria puramente aritmética da natureza estava derrotada; que era necessário um novo método matemático para descrever e explicar o mundo – por isso incentivou o desenvolvimento de um método geométrico autônomo, que daria frutos nos *Elementos* de Euclides – um pensador que seguiu a linha platônica.” (POPPER, 1982:115) ; o terceiro texto é: “Desde Platão e Euclides, mas não antes deles, a geometria aparece, em lugar da aritmética, como o instrumento fundamental de todas as explicações e descrições físicas, na teoria da matéria e na cosmologia.” (POPPER, 1982, p.117)

concepção de mundo pode também ser compreendida em um contexto mais amplo (Ver CARUSO e XAVIER de ARAÚJO, 1999; BASTOS FILHO, 1999a) tanto em decorrência de razões lógicas (evitar a contradição encontrada do mesmo número ser par e ímpar) quanto em decorrência de razões epistemológicas (segundo o programa de Platão e Euclides, a geometria é mais confiável do que a aritmética enquanto base de uma concepção de mundo). No entanto, isso não quer dizer que a aritmética tenha perdido a sua fertilidade. A história da ciência é muito complexa e no seu desenvolvimento são vários os programas de pesquisa científica que intervêm e se entrelaçam dialeticamente. Por exemplo, um artigo recente (BUNGE, 2001) ressalta que nomes como d'Alembert, Fourier, Faraday, Millikan, Planck, Einstein e Bohr exibem nítidos traços pitagóricos. Ressalta ainda que a própria idéia de quantização tem uma história de 25 séculos e remonta a Pitágoras. No entanto, temos que acrescentar que a história da ciência e até mesmo os pensamentos de cada um desses autores se constituem em algo bastante complexo. Desse modo, cada um desses pensadores exhibe entrelaçamento de vários programas de pesquisa.

Agora vejamos um exemplo da Física. Pode-se demonstrar com base nos métodos da análise dimensional que não podemos escrever unidades de comprimento, tempo e massa se tomarmos como sistema básico de unidades as seguintes constantes da física: a constante  $h$  de Planck, a velocidade da luz no vácuo  $c$  e o quadrado da carga elétrica  $e^2$  escrita em unidades “mecânicas”. A expressão matemática dessa impossibilidade é que o sistema obtido de três equações lineares é incompatível. Pode-se facilmente mostrar que nesse sistema de três equações lineares está presente a contradição “ $1=0$ ”. Os físicos, tal como os matemáticos, não podem trabalhar com esses dois tipos de contradição acima aludidos, pois se o pudessem a ciência estaria completamente desarticulada na medida em que qualquer absurdo seria igualmente legítimo.

Muitos outros exemplos podem ser aduzidos – e as histórias da matemática e da física estão repletas deles – mas os dois aludidos já são suficientes para consubstanciar os nossos argumentos.

Agora, Lakatos (1979, p. 176)<sup>5</sup> introduziu o seguinte contraponto: ele concorda com Popper de que a luta contra a dialética hegeliana, dialética essa que elege a existência da contradição como virtude suprema, é muito justa. Ademais, Lakatos concorda com Popper quando este último adverte para os perigos de uma apologia triunfalista da contradição tal como se encontra presente em Hegel. No entanto – e exatamente aí vem o seu contraponto – Lakatos faz uma crítica aos falseacionistas ingênuos os quais somente admitiriam, como legítimos, os programas de pesquisa que, rigorosamente, não admitissem quaisquer contradições – ou mesmo anomalias – pois somente assim o compromisso de racionalidade estaria mantido. Em outras palavras, ao dar razão a Popper na sua luta contra a exacerbação apologética da contradição

---

<sup>5</sup> Ver também o artigo de F. L. da Silveira sobre o pensamento de Imre Lakatos no Caderno Catarinense de Ensino de Física (1996, p. 219-130).

hegeliana, Lakatos também argumenta, por outro lado, que é perfeitamente possível realizar progresso em ciência, até mesmo em cima de fundamentos inconsistentes. É necessário que se diga com ênfase que isso não significa incorporar contradições e sim avançar em termos de obtenção de resultados, mantendo-se em quarentena temporária, contradições, anomalias e, possivelmente, antinomias, paradoxos, etc. Em suma, Lakatos argumenta que, dentro de um programa racional de pesquisa, é perfeitamente possível se progredir tendo por base fundamentos inconsistentes. Claro está que esses avanços devem ser submetidos a critérios ulteriores a fim de eliminar as inconsistências pendentes. É óbvio que a argumentação de Lakatos se distingue radicalmente daquilo que está presente no programa hegeliano, que transforma a contradição em virtude essencial e irremovível, em relação a qual não se deve envidar esforços para evitá-la. O presente estudo da teoria do átomo de Hidrogênio de Bohr pode esclarecer muitos desses aspectos.

Na nossa opinião, é perfeitamente possível argumentar que se um matemático e um físico incorporassem nos seus esquemas conceituais contradições do tipo de “ $0=1$ ” ou “o mesmo número é par e ímpar”, então esses indivíduos estariam imersos em um procedimento altamente negativo que somente poderia conduzir ao absurdo. Tratar-se-ia de um procedimento tão negativo que somente seria compatível com a irracionalidade e, por conseguinte, com o absurdo. No entanto, em 1913, Bohr progrediu sem se importar que o seu modelo do elétron que gira em torno do núcleo (descrevendo a estabilidade da matéria) está em flagrante contradição com a eletrodinâmica que diz que uma carga acelerada emite energia e cai rapidamente no núcleo (e assim não explicaria a estabilidade da matéria). Nesse caso de Bohr, tratou-se de uma adoção metodologicamente fértil, que pôde ser posta em quarentena, a fim de que fosse remetida para ser dirimida em instâncias posteriores, e tudo isso dentro de um programa racional de pesquisa científica. Logo, é fundamental que os dois tipos de contradição não sejam confundidos, posto que eles são de teores radicalmente diferentes.

Da Costa<sup>6</sup> – que é um dos proeminentes criadores da lógica paraconsistente – argumenta que há outras lógicas tão legítimas quanto à lógica clássica e que não se

---

<sup>6</sup> “Na ciência, reiteradas vezes, tem-se que compatibilizar, de um modo ou de outro, teorias inconsistentes entre si. Um dos exemplos mais comentados é o do átomo de Bohr... Bohr, em seu modelo atômico, empregou simultaneamente a mecânica clássica e a teoria de Maxwell, incompatíveis entre si, juntamente com a quantização; esta última, aliás, é contrária ao espírito das duas primeiras. Dissemos que a teoria de Bohr se encaixa em certa lógica multidedutiva apropriada... Este é mais um argumento a favor da aplicação de lógicas heterodoxas em ciência: as teorias científicas são instrumentos de trabalho e a de Bohr, não obstante superada pela física atual, continua sendo útil e pode ser posta em prática dentro das limitações que lhe são inerentes. Uma disciplina como a física compõe-se de numerosas teorias e sua utilidade consiste apenas no fato de que é possível harmonizá-las por meio de lógicas heterodoxas (e da quase-verdade).” (DA COSTA, 1997, p. 202-203).

deve ter medo da contradição. É possível que ele tenha razão sobre alguns aspectos, mas não saberíamos em que medida dizer isso, em razão de não compreendermos a lógica paraconsistente. No entanto, cremos que se alguém encontrar que “ $0=1$ ”, “ $n$  é par e ímpar”, “as parcelas de ambos os membros de uma dada equação têm dimensões físicas diferentes”, aí então teremos a firme convicção de que isso é claramente inaceitável porque é claramente absurdo e, desse modo, não é possível ir muito adiante com um procedimento tão negativo.

No entanto, é necessário que se afirme o caráter complexo do desenvolvimento da matemática. Em que pese o fato de que historicamente os matemáticos tivessem evitado contradições, podemos tranqüilamente asseverar que, na história da matemática, não somente a *Lógica* desempenhou papel. Essa história também tem revelado processos os quais foram denotados por Kline<sup>7</sup> de *ilógicos*.

Neste trabalho proveremos espaço para uma discussão sobre as idéias que envolvem o termo *contradição* em conexão com as idéias de *comensurabilidade*<sup>8</sup> (possivelmente de *incomensurabilidade* também) entre teorias, tendo como balizador o *princípio da correspondência*. (Ver BASTOS FILHO, 1998 e 2000). A teoria do átomo de Hidrogênio de Bohr constitui, mais uma vez, um exemplo privilegiado, pois é justamente na transição de uma teoria mais geral (a teoria de Bohr) para a teoria menos geral (a teoria clássica) que se obtém o sucesso retumbante da explicitação da constante de Rydberg em função das constantes basilares da física atômica, a saber, a constante de Planck, a massa do elétron e a carga do elétron em unidades “mecânicas”. Esse resultado é um importante critério para se julgar a racionalidade do processo de construção da teoria de Bohr e, também, obviamente, trata-se de um critério de julgamento do teor da adoção metodológica de seu programa de pesquisa. Aqui nos referimos ao Bohr de 1913, que é muito diferente do Bohr do princípio da complementaridade de 1927. Nas seções seguintes dedicamos razoável espaço para essa discussão.

---

<sup>7</sup> “In fact mathematics had developed illogically. Its illogical development contained not only false proofs, slips in reasoning, and inadvertent mistakes which with more care could have been avoided. Such blunders there were aplenty. The illogical development also involved inadequate understanding of concepts, a failure to recognize all the principles of logic required, and an inadequate rigor of proof; that is, intuition, physical arguments, and appeal to geometrical diagrams had taken the place of logical arguments” (KLINE, 1980, p. 5)

<sup>8</sup> Neste contexto, os conceitos de comensurabilidade e incomensurabilidade têm um sentido diferente daquele discutido no caso da diagonal e do lado do quadrado. Aqui, duas teorias são comensuráveis, quando a mais geral pode dar vazão à teoria menos geral que lhe é um caso particular. Essas teorias se acham relacionadas por um *princípio de correspondência*. Deste modo, comensurabilidade e correspondência se acham conectadas.

Agora vejamos como Lakatos concebe o confronto que tem lugar entre a tentativa de se dar historicidade aos feitos da ciência com a tentativa de reconstruí-los racionalmente. Neste exato instante, daríamos a palavra a Lakatos:

*"Ao redigir o estudo de um caso histórico deve-se, creio eu, adotar o seguinte procedimento: 1) faz-se uma reconstrução racional; 2) tenta-se cotejar essa reconstrução racional com a história real e criticar tanto a reconstrução racional por falta de historicidade quanto a história real por falta de racionalidade. Dessa maneira, todo estudo histórico deve ser precedido de um estudo heurístico: a história da ciência sem a filosofia da ciência é cega". (LAKATOS, 1979, p. 169)<sup>9</sup>*

Se o caldeirão da descoberta é complexo e cheio de inconsistências, os únicos guias possíveis são a intuição e a fertilidade que o programa científico for capaz de ensejar a fim de subjugar os problemas e fazer face às inconsistências. A reconstrução racional é, evidentemente, muito diferente do processo histórico, na medida em que se trata de uma depuração crítica. Na nossa opinião, o entrelaçamento dialético entre uma análise histórica acompanhada da crítica de sua falta de racionalidade e a análise racional acompanhada da crítica de sua falta de historicidade lança muitas luzes para o processo da *aprendizagem significativa* das teorias, mas os nossos argumentos não serão desenvolvidos aqui. Temos a intenção de apresentá-los em outra instância.

Encaminhando-nos para o fechamento desta seção, trazemos à baila duas provocativas citações de Miguel de Unamuno:

*"O triunfo supremo da razão é o de lançar dúvidas sobre a sua própria validade." (UNAMUNO apud KLINE, 1980, p. 319)*

E, em uma conversa informal,

*"Se um homem nunca se contradisse, será porque nunca disse nada." (UNAMUNO apud SCHRÖDINGER, s/d: 79)*

Não devemos esquecer que o nosso conhecimento sobre o mundo (ou seja, as nossas teorias) contém muitas inconsistências a despeito de grandes conquistas cognitivas, as quais, por seu lado, também revelam o seu extraordinário valor.

---

<sup>9</sup> Parte dessa citação de Lakatos pode ser encontrada em Holton, 1979, p. 101.



### III A teoria do átomo de Bohr

Exporemos a teoria do átomo de Bohr (ver, por exemplo, BORN, 1966) e, após isso feito, discutiremos, em detalhes, tanto os ingredientes nela utilizados como os pressupostos advindos das diversas teorias da física que o modelo teórico de Bohr incorpora.

Admitamos a imagem pictórica<sup>10</sup> (RUTHERFORD, 1911) de um corpúsculo carregado girando em órbita circular em torno de uma carga muito mais massiva, de tal maneira que seja plenamente justificável a aproximação do núcleo fixo. Adiantaremos que um simples refinamento da teoria, como aquele que leve em conta o pequeno movimento do núcleo, é essencial para o estudo dos isótopos; no entanto, isso não será discutido aqui.

Tendo em vista esses pressupostos simplificadores, a energia total do átomo será a soma da energia cinética do corpúsculo (elétron) que gira, com a energia de interação de natureza coulombiana entre o elétron e o núcleo do átomo, este último suposto conter  $Z$  prótons (para  $Z = 1$ , temos o átomo de Hidrogênio; para  $Z=2$ , temos o átomo de Hélio; para  $Z = 3$ , temos o átomo de Lítio; ...). A carga do próton é, em módulo, exatamente igual à carga do elétron; a diferença é que essas cargas têm sinais opostos. No caso do átomo de Hidrogênio, temos apenas um elétron, mas no caso do átomo de Hélio, temos dois, e no que se refere ao átomo de Lítio, temos três. Tendo em vista a dificuldade do tratamento de muitos corpos, a teoria do átomo de Hidrogênio de Bohr pode ser facilmente generalizada para o tratamento do Hélio simplesmente ionizado ( $\text{He}^+$ ) e do Lítio duplamente ionizado ( $\text{Li}^{++}$ ), o que significa que, no caso do Hélio, um dos elétrons foi arrancado e não mais está ligado ao núcleo através da interação coulombiana; no caso do Lítio, dois elétrons foram arrancados e isso constitui o processo de ionização.

A energia total do átomo será:

$$E = (m v^2 / 2) - (Z e^2 / a) \quad (1)$$

As quantidades que comparecem na fórmula acima têm os seguintes significados:  $m$  denota a massa do elétron,  $v$  a sua velocidade linear,  $a$  é o raio com o

---

<sup>10</sup> A conjectura de Bohr tinha base empírica nos famosos experimentos de espalhamento de Rutherford. Como os experimentos sugeriam que para cada 10.000 partículas alfa emitidas somente uma era significativamente desviada, segundo ângulos pronunciados, pelas finíssimas folhas de ouro, inferiu-se que a matéria não era tão compacta como se pensava e sim que para 10.000 espaços “vazios” haveria 1 espaço “cheio” (o núcleo do átomo). É importante que se enfatize que tudo isso teve lugar de maneira fortemente embasada em sólidos referenciais teóricos, o que se distancia sobremaneira de explicações inadequadas em base de inferências indutivas.

qual o elétron gira em torno do núcleo constituído pelos  $Z$  prótons e  $e$  representa a “carga” do elétron em unidades “mecânicas”, tal como logo adiante explicaremos em pormenores.

O sinal negativo do segundo termo do segundo membro de (1) decorre, como sabemos, da interação coulombiana atrativa entre o elétron e a carga do núcleo, o qual é constituído por  $Z$  prótons. Todos os termos da equação (1), evidentemente, têm a dimensão de energia, mas é importante discutir um aspecto, a nosso ver relevante, o qual ou é inteiramente omitido ou é insuficientemente referido nos livros didáticos que tratam de física moderna. A *carga* propriamente dita, aqui denotada por  $Q$ , não é uma entidade ‘mecânica’<sup>11</sup>, no sentido estrito em que por entidade mecânica entendemos qualquer uma quantidade  $G$  que admita ser escrita como uma combinação das grandezas basilares, a saber,  $L$  (comprimento),  $T$  (tempo) e  $M$  (massa), segundo a forma  $G = G(L^x T^y M^z)$ , forma essa na qual  $x$ ,  $y$  e  $z$  são constantes reais. No caso da carga  $Q$ , isso não é possível, o que significa, precisamente, neste sentido estrito do termo, que a carga não se constitui em uma entidade mecânica. No entanto, se redefinirmos a quantidade  $(Q^2/4\pi\epsilon_0)$  como igual a  $e^2$ , então essa quantidade pode ser expressa em função das grandezas basilares da mecânica, tendo portanto unidade de  $ML^3T^{-2}$ .

Poder-se-ia inadvertidamente supor que se trata de uma “redução” do referencial teórico da eletrostática à mecânica mas não é propriamente isso o que se dá. Toda e qualquer energia deve ser referida como uma tal tendo a dimensão física de  $ML^2T^{-2}$ , inclusive o calor. O fato de se escrever o calor com essa dimensionalidade física não significa que o calor foi reduzido à mecânica nem que a termodinâmica foi reduzida à mecânica. No caso da eletrostática, por exemplo, trata-se apenas de uma acomodação desta ao referencial teórico da mecânica.

Feitas essas considerações, passemos a escrever uma segunda expressão que simplesmente nos diz que a força de natureza coulombiana é uma força central. Deste modo, podemos escrever:

$$m v^2/a = Z e^2/a^2 \quad (2)$$

Manipulações simples das expressões (1) e (2), tendo em vista que a velocidade linear  $v$  e a velocidade angular  $\omega$  são conectadas pela relação:

$$v = \omega a \quad (3)$$

---

<sup>11</sup> A rigor, essa caracterização para o termo ‘mecânica’ não é boa. O calor, por exemplo, que não é uma grandeza mecânica, tem dimensão de energia  $ML^2T^{-2}$  e essa dimensão, evidentemente, é escrita na forma  $G = G(L^x T^y M^z)$ . Aqui, a caracterização da carga em coulomb como uma grandeza ‘não-mecânica’ deve ser considerada estritamente no sentido de que não dá para expressá-la na forma  $G = G(L^x T^y M^z)$  e nada mais do que isso. Em virtude disso, elege-se uma outra ‘carga’ cujo quadrado é  $e^2$  e esta assume a dimensão  $ML^3T^{-2}$ .

nos levam às expressões,

$$E = -Z e^2 / 2 a \quad (4)$$

e,

$$|E|^3 / \omega^2 = Z^2 e^4 m / 8 \quad (5)$$

Essa é uma parte do problema. Vejamos agora uma outra parte. Em 1885, J. J. Balmer propôs uma fórmula empírica capaz de reproduzir as riscas espectrais conhecidas do átomo de Hidrogênio, as quais se situavam na região visível do espectro. Essa fórmula era:

$$\nu = R [ (1/4) - (1/s^2) ] \quad (6)$$

na qual  $R$  é a constante de Rydberg, que pelo conhecimento da época não passava de uma mera constante empírica, e  $s$  se referia a valores inteiros maiores que 2 ( $s > 2$ ). A frequência  $\nu$  está relacionada com a frequência  $\omega$  através da relação:

$$\omega = 2 \pi \nu \quad (7)$$

Bohr leu a fórmula de Balmer<sup>12</sup> à luz da conjectura de Planck-Einstein constituída pela basilar relação:

$$E = h \nu \quad (8)$$

na qual  $h$  representa a constante de Planck, fundamentalíssima para toda a física quântica. Na leitura de Bohr, também está presente a idéia dos estados estacionários da energia.

Bohr reescreveu a fórmula de Balmer (6) como:

$$\nu_{s, 2} = R [ (1/2^2) - (1/s^2) ] \quad (9)$$

---

<sup>12</sup> Em um relato do tipo mais parecido com uma reconstrução racional do que com o real desenvolvimento histórico, pode à primeira vista transparecer que houve uma espécie de inferência indutiva por parte de Bohr a partir da fórmula de Balmer. Mas isso é falso, pois a fórmula de Balmer somente é profundamente significativa do ponto de vista da teoria à luz da conjectura de Planck-Einstein e da idéia de estados estacionários de energia. Em nota de rodapé exibida mais adiante na seção VI deste trabalho mostraremos um excerto de Lakatos criticando a idéia ingênua daqueles que atribuem a esse fato da história da ciência um exemplo de inferência indutiva.

e a interpretou, à luz da luminosa conjectura (8) introduzida por Planck, por ocasião de sua solução do problema da radiação do corpo negro, e por Einstein, por ocasião de sua solução do efeito fotoelétrico. Isso teve lugar segundo a maneira que explicaremos a seguir.

A frequência  $\nu_{s, 2}$  corresponderia àquela, observada no espectro do átomo de Hidrogênio, e que seria proveniente da transição do *estado estacionário*  $E_s$  para o *estado estacionário*  $E_2$  onde ( $s > 2$ ). Nesse espírito e referindo-nos a esse tipo de transição entre *estados estacionários*, a fórmula (8) pode ser escrita como:

$$E_s - E_2 = h \nu_{s, 2} \quad (10)$$

As fórmulas (9) e (10) podem ser imediatamente generalizadas para, em princípio, quaisquer valores inteiros, de tal maneira que,

$$\nu_{s, n} = R [ (1/n^2) - (1/s^2) ] \quad (11)$$

$$E_s - E_n = h \nu_{s, n} \quad (12)$$

A combinação das fórmulas acima, tendo em vista que a frequência é uma grandeza positiva e a energia do átomo para os estados ligados (4) deve necessariamente ser negativa, nos conduz ao valor,

$$E_n = - (R h / n^2) \quad (13)$$

no qual  $n$  pode assumir todos os valores inteiros positivos, ou seja  $n = 1, 2,$  etc.

#### **IV O postulado da quantização do momento angular e a explicitação da constante de Rydberg em termos das quantidades basilares da física atômica**

Nesta seção, vamos mostrar uma maneira de explicitar a constante de Rydberg em termos das quantidades basilares da física atômica, a saber, a constante de Planck  $h$ , a ‘carga’ do elétron  $e$  em “unidades mecânicas” e a massa  $m$  do elétron.

Os nossos pontos de partida serão as expressões (1), (2) e o postulado da quantização do momento angular segundo a fórmula:

$$m v a = n h / 2\pi \quad (14)$$

Explicitando, a partir da fórmula (1), o valor da quantidade ( $mv^2$ ) e o substituindo na fórmula (2), chegamos ao resultado (4).

Explicitando, a partir da expressão (14), o valor de  $\underline{v}$  e substituindo-o na fórmula (2), obtemos:

$$a = n^2 h^2 / 4 \pi^2 Z e^2 m \quad (15)$$

Substituindo (15) em (4), obtemos:

$$E = - (Z^2 e^4 4 \pi^2 m) / (2 h^2 n^2) \quad (16)$$

Atribuindo ao  $E$  da expressão acima o sub-índice  $\underline{n}$ , tal como o expresso por (13), uma simples comparação entre (13) e (16) nos conduz ao resultado:

$$R = Z^2 e^4 2 \pi^2 m / h^3 \quad (17)$$

que constitui a constante de Rydberg escrita em função da constante de Planck, da massa do elétron e da ‘carga’ do elétron em unidades ‘mecânicas’.

O resultado importante obtido desses cálculos singelos é que, a partir das equações (1), (2) e (14) e do balizamento proporcionado pela (13), podemos explicitar a constante de Rydberg, que agora, lida através desse referencial teórico, passa a ter um significado fundamental, posto que é passível de ser escrita como uma combinação de constantes fundamentalíssimas para toda a física atômica.

E por uma questão de tornar mais completa a apresentação desta seção, a partir de (17) e de (13) podemos muito facilmente explicitar os diversos valores de energia assumidos pelos *estados estacionários*. O resultado é:

$$E_n = - 2\pi^2 Z^2 e^4 m / n^2 h^2 \quad (18)$$

onde o sub-índice  $\underline{n}$  está relacionado com a enumeração dos valores possíveis de energia, ou seja, para  $n = 1, 2, \text{etc.}$

## **V O princípio da correspondência de Bohr e a explicitação da constante de Rydberg**

Há uma contradição entre a expressão (13) [ou (18)], por um lado, e a (5), por outro. A fim de que venhamos a entender onde reside essa contradição, basta acompanhar o seguinte argumento: tendo em vista que o segundo membro de (5) é uma constante, é evidente que existe uma infinidade de pares de valores ( $E, \omega$ ) que satisfazem (5); ademais, esses valores percorrem um espectro contínuo de

possibilidades; em outras palavras, a partir de um dado valor de  $\underline{E}$  teremos sempre um valor de  $\underline{\omega}$  que satisfaz (5) segundo um espectro contínuo de valores, tanto de  $\underline{E}$  quanto de  $\underline{\omega}$ ; por outro lado, (13) [ou (18)] somente se verifica para valores que sejam compatíveis com as transições envolvendo *estados estacionários* e esses não percorrem, evidentemente, um contínuo de valores nem de  $\underline{E}$ , nem de  $\underline{\omega}$  (ou se quisermos, nem de  $\underline{\nu}$ ).

A questão que se coloca é a seguinte:

Como podemos compatibilizar a expressão (18) com a (5) ?

A resposta para essa pergunta é a seguinte: como o espectro possível de valores da energia tem uma dependência com o número quântico segundo a forma  $E_n \sim -n^{-2}$ , então é de se esperar que para números quânticos muito grandes tenhamos valores da energia percorrendo um quase-contínuo. Nesse regime se daria a transição da mecânica atômica de Bohr para a teoria clássica, esta última descrita nas passagens de (1) a (5). É importante aqui salientar que em nenhuma instância nos passos de (1) a (5) foi introduzida qualquer idéia de quantização. Em outras palavras, o contexto de (1) a (5) é integralmente clássico.

No que diz respeito à expressão (18) (ou, se quisermos, (13)), as idéias de quantização já se encontram introduzidas e, nesse caso, o contexto é o quântico. A partir de  $E = 0$ , ou seja, para valores positivos de  $E$ , não há mais estados ligados do elétron ao núcleo; para  $E > 0$ ,  $E$  percorre um contínuo de valores.

O espírito do *princípio da correspondência* é o de propiciar inteligibilidade no sentido de ser capaz de prover a reprodução do conhecimento anterior como um caso particular do conhecimento novo. (Abriremos adiante uma discussão extensiva sobre esse importante princípio).

Tomemos a expressão (11) e a reescrevamos na forma seguinte:

$$v_{s,n} = R [ (s^2 - n^2) / s^2 n^2 ] = R [ (s + n) (s - n) / s^2 n^2 ] \quad (19)$$

Como queremos estudar o que sucede para números quânticos grandes, deveremos, por conseguinte, estudar o que ocorre com a fórmula (19) quando:

$$n \gg 1 ; s \gg 1 \text{ e, } s \approx n, \text{ por exemplo, } s = 10^{15} \text{ e } n = 10^{15} - 1 \quad (20)$$

Isso significa que teremos:

$$s+n \approx 2n ; (s-n) = 1 \text{ (transição mínima) ; } s^2 n^2 \approx n^4 \quad (21)$$

Reescrevendo (19) no regime descrito por (20) e (21), que é o mesmo que substituir (21) em (19), teremos:

$$v \approx 2 R / n^3 \quad (22)$$

ou, equivalentemente:

$$n \approx (2R/v)^{1/3} \quad (23)$$

Substituindo (23) em (13), tendo em vista a relação (7), teremos:

$$|E|^3/\omega^2 = (R h^3 / 16 \pi^2) = \text{Constante} \quad (24)$$

Igualando (24) a (5) obtemos (17), isto é, a constante de Rydberg explicitada em função das quantidades fundamentais da física atômica, a saber, a constante de Planck  $h$ , a massa do elétron  $m$  e a ‘carga’ do elétron  $e$  escrita em unidades “mecânicas”. Se substituirmos (17) em (13), obteremos (18), que fornece os diversos valores possíveis de energia correspondentes aos respectivos estados estacionários.

## VI Análise dos procedimentos das três seções anteriores à luz do par antitético comensurabilidade/incomensurabilidade

Analisemos as fórmulas de (1) a (5). Efetivamente, são fórmulas mecânicas com um ingrediente adicional: o conceito de carga foi devidamente acomodado ao referencial teórico da mecânica.

Por outro lado, sabemos que, no contexto do eletromagnetismo de Maxwell, a carga elétrica é um conceito muito importante. Ora, a mecânica de Newton está em contradição com o eletromagnetismo de Maxwell no sentido estrito em que a primeira está de acordo com a interação instantânea à distância e a segunda contém a idéia de ações que se propagam com a velocidade finita. No entanto, se restringirmos o domínio de aplicação, e esquecermos o conceito de campo eletromagnético, poderemos dizer que a mecânica e a eletrostática, ambas, podem ser compatibilizadas com a idéia de ação instantânea à distância.

No que diz respeito à interação coulombiana, ainda que se introduza a idéia importante de *campo*<sup>13</sup>, trata-se de um campo estático que não se propaga. É possível argumentar (BASTOS FILHO, 1999b) que, no contexto eletrostático, a introdução do conceito de campo constituiu-se em uma melhoria de linguagem, porém não é ainda uma solução para a superação do problema da ação instantânea à distância, o que somente tem lugar no contexto do eletromagnetismo, isto é, no contexto das quatro equações de Maxwell.

---

<sup>13</sup> O que não foi nem o caso de Newton nem o de Coulomb, posto que o conceito de *campo* foi introduzido em física por Faraday e por Maxwell.

A fim de se entender esse importante ponto, sejam duas cargas elétricas  $q$  e  $Q$ , sendo  $Q \gg q$ , que interagem entre si de acordo com a lei de Coulomb:

$$F = (1 / 4\pi \epsilon_0) Q q / r^2 \quad (25)$$

Ora, essa é uma lei de ação instantânea à distância, na medida em que a carga  $q$  interage à distância com a carga  $Q$  através do vácuo.

Ao invés dessa leitura, uma outra é possível. A carga  $Q$  cria um campo no espaço, campo esse que a uma distância  $r$  da carga pontual  $Q$  vale:

$$E(r) = (1 / 4\pi\epsilon_0) Q/r^2 \quad (26)$$

Se colocarmos no ponto  $r$  uma carga de “prova”  $q$ , a força que age sobre  $q$  será dada pelo produto da carga  $q$  pelo valor do campo criado pela carga  $Q$  a partir de sua origem, porém sentido a uma distância  $r$  dessa origem. Assim:

$$F = q E(r) \quad (27)$$

Trata-se de uma melhoria de linguagem, pois é melhor dizer que a carga  $q$  interage com a carga  $Q$  através do campo criado por esta última no espaço do que dizer, como antes, que a carga  $q$  interage instantaneamente à distância com  $Q$  através do vácuo. O problema, no entanto, não é resolvido na medida em que esse campo intermediário “carrega” instantaneamente a interação através do espaço. No entanto, a vantagem dessa melhoria de linguagem é sentida quando, no contexto das equações de Maxwell, os campos elétrico e magnético se propagam no vácuo com a velocidade da luz  $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$  na qual  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  são, respectivamente, a permissividade elétrica e a susceptibilidade magnética, ambas referentes ao vácuo. Neste contexto, os campos adquirem um sentido dinâmico.

No entanto, esse sentido dinâmico de *campo* não é incorporado pela teoria de Bohr, pois há uma clara contradição entre o fato do átomo de Hidrogênio ser estável com a circunstância de que, pelo referencial teórico do eletromagnetismo, uma carga acelerada perder constantemente energia até colidir com o núcleo. E é justamente essa parte do eletromagnetismo que é “cirúrgica” e programaticamente abandonada pela teoria de Bohr, enquanto princípio explicativo da estabilidade do átomo. Em outras palavras, incorpora-se a eletrostática<sup>14</sup> mas não o eletromagnetismo como um todo.

Mas será que esse procedimento é legítimo?

A fim de melhor analisar o problema, é necessário que passemos ao estudo do significado da introdução do conceito de estado estacionário, da leitura da fórmula

---

<sup>14</sup> Devidamente acomodada à mecânica.



de Balmer à luz da relação de Planck-Einstein e, conseqüentemente, da generalização da lei de Balmer.

Mas aí as coisas se tornam ainda mais estranhas. Se a mecânica e o eletromagnetismo são incongruentes a ponto de se fazer uma ‘cirurgia’ daquilo que pode ou não ser conciliado, diríamos que, no que concerne à relação de Planck-Einstein, há, claramente, uma incompatibilidade com ambas, tanto com a mecânica quanto com o eletromagnetismo. Por exemplo, a relação (8) é central para a explicação do efeito fotoelétrico, o que não pode ser feito – por absoluta impossibilidade – nem pela mecânica de Newton nem pelo eletromagnetismo de Maxwell.

Lembremos que uma energia proporcional à frequência constitui-se em algo que está fora do espírito tanto da mecânica de Newton quanto do eletromagnetismo de Maxwell. Tanto no contexto da mecânica quanto no do eletromagnetismo, a frequência não desempenha papel central e sim os quadrados das amplitudes dos osciladores; era precisamente nisso que residia a inadequação do eletromagnetismo de Maxwell para explicar o efeito fotoelétrico.

Ora, a lei de Balmer<sup>15</sup> é lida por Bohr com a mente armada da conjectura de Planck e Einstein e da idéia luminosa de *estados estacionários do átomo*, o que significa, neste ponto, tanto um abandono programático do eletromagnetismo maxwelliano quanto da mecânica de Newton. Bohr adota um procedimento que poderíamos chamar de *dialético* ou *cirúrgico* (não importa a terminologia) que consiste tanto em incorporar alguns elementos dessas teorias quanto de programaticamente recusar alguns outros a fim de explicar a estabilidade do átomo de Hidrogênio. Em que pese esse processo cognitivo e criador não ser redutível à lógica, não implica que seja ilógico. Como podemos notar, o *princípio de correspondência* funciona como um elo

---

<sup>15</sup> Alguns historiadores chegaram a sugerir que os resultados de Bohr adviriam de uma inferência indutiva a partir dos resultados de Balmer. Lakatos protestou enfaticamente contra essa idéia de inferência indutiva. A propósito, veja o texto correspondente de Lakatos: “Visto que as séries de Balmer e Paschen eram conhecidas antes de 1913, alguns historiadores apresentaram a história como exemplo de ‘ascensão indutiva’ baconiana: (1) o caso das linhas do espectro, (2) uma ‘lei empírica’ (Balmer), (3) a explicação teórica (Bohr). Isso se parece, sem dúvida, com os três ‘pavimentos’ (‘floors’) de Whewell. Mas o progresso da ciência pouco se teria atrasado se nos faltassem os louváveis ensaios e erros do engenhoso mestre-escola suíço: a linha principal especulativa da ciência, levada adiante pelas ousadas especulações de Planck, Rutherford, Einstein e Bohr teriam produzido dedutivamente os resultados de Balmer, como enunciados-testes de sua teoria, sem o chamado ‘pioneirismo’ de Balmer. Na reconstrução racional da ciência há escassa recompensa para os trabalhos dos descobridores de ‘conjecturas ingênuas’. Na verdade, o problema de Bohr não consistia em explicar as séries de Balmer e de Paschen, mas em explicar a estabilidade paradoxal do átomo de Rutherford. Além disso, Bohr nem sequer ouvira falar nessas fórmulas antes de escrever a primeira versão do seu trabalho” (LAKATOS, 1979, p. 181). Lakatos, nesta última frase, se apóia em Jammer (JAMMER, 1966). Embora isso seja muito provavelmente verdadeiro, manda a justiça que se diga que na versão publicada do primeiro trabalho da trilogia já se encontra a referência a Balmer e a Paschen.

legitimador de comensurabilidade entre o conhecimento novo e o anterior, em que pese os procedimentos contraditórios e/ou aparentemente arbitrários porventura realizados. O *princípio da correspondência* funciona como um enfático balizador de racionalidade, no sentido da frase de Einstein:

*"Não pode haver melhor destino para um teoria física do que abrir margem para uma teoria mais ampla, na qual sobreviva, como caso-limite."* (EINSTEIN apud POPPER, 1986, p. 44; nota 32, p. 211-212; ver também EINSTEIN apud POPPER, 1982, epígrafe: 61)

Se a idéia de *estados estacionários* está em contradição com a fórmula que estabelece pares de valores de  $(E, \omega)$  ligados entre si por (5), cada um deles *de per se* percorrendo um espectro contínuo de valores, a transição para o regime de números quânticos grandes e expressa por (24) se compatibiliza perfeitamente com essa descrição. Dois argumentos são ainda fortíssimos e importantíssimos: em primeiro lugar, no processo de correspondência, a constante de Rydberg é explicitada em função de grandezas fundamentalíssimas da física atômica, e, em segundo lugar, esse procedimento está completamente de acordo com a quantização do momento angular. Tudo isso corrobora enfaticamente a racionalidade do procedimento, em que pese a "cirurgia".

Ao finalizar esta seção, diremos que o ponto de vista de que haja comensurabilidade entre teorias ligadas entre si por princípios de correspondência adequados, que garantiriam inteligibilidade e racionalidade ao processo histórico do desenvolvimento da ciência, tal como defendem autores como Einstein, Popper e Lakatos, não se constitui em um consenso. Há aqueles, por outro lado, que defendem a tese da incomensurabilidade, como Kuhn (1975) e Feyerabend (1977). Há, também, quem conceba o empreendimento científico como um processo complexo no qual tanto comparecem elementos de continuidade quanto de descontinuidade. Para uma discussão do gênero, remetemos o leitor para (BASTOS FILHO, 2000).

## **VII Análise à luz da idéia da natureza dos fundamentos inconsistentes**

Antes de mais nada, é importante que se diga que no desenvolvimento da teoria do átomo de Bohr não há inconsistências que poderíamos chamar de absurdas e/ou imbuídas de um teor absolutamente negativo. Em outras palavras, não se encontra no desenvolvimento do átomo de Bohr nada como "0=1" ou "o número  $n$  é par e ímpar" ou alguma outra barbaridade do gênero. No entanto, em alguma medida, pode-se dizer que a teoria do átomo de Bohr foi construída sobre fundamentos inconsistentes em um nível bastante diferente daquele estritamente lógico. É recomendável que façamos vir a lume a seguinte citação de Lakatos.

*“Por outro lado, isso não quer dizer que a descoberta de uma inconsistência – ou de uma anomalia – precisa deter imediatamente o desenvolvimento de um programa: pode ser racional colocar a inconsistência em quarentena temporária, ad hoc, e prosseguir com a heurística positiva do programa. Isso tem sido feito até em matemática, como revelam os exemplos dos primórdios do cálculo infinitesimal e da teoria ingênua dos conjuntos.” (LAKATOS, 1979, p. 176)*

E justamente neste ponto, Lakatos remete para uma estupenda nota de rodapé a qual reproduzimos aqui como citação no texto central:

*“Os falseacionistas ingênuos tendem a considerar esse liberalismo como um crime contra a razão. O seu principal argumento reza deste teor: “Se tivéssemos de aceitar contradições, teríamos de abrir mão de toda a espécie de atividade científica: o que significaria um colapso total da ciência. Isso pode mostrar-se provando que se se admitirem dois enunciados contraditórios, qualquer tipo de enunciado terá que ser admitido; pois de um par de enunciados contraditórios se poderá inferir validamente qualquer enunciado, seja ele qual for...Uma teoria que envolve uma contradição, por conseguinte, é inteiramente inútil como teoria” (POPPER, What is Dialectic?, 1940) [Ver também POPPER, 1982, cap. 15)]*

*Manda a justiça que se frise que Popper aqui, está argumentando contra a dialética hegeliana, em que a inconsistência se torna uma virtude; e está absolutamente certo quando lhe assinala os perigos. Mas Popper nunca analisou padrões de progresso empírico (ou não empírico) sobre fundamentos inconsistentes; com efeito, na seção 24 de sua Logik der Forschung (1934), ele faz da consistência e da falseabilidade requisitos obrigatórios de qualquer teoria científica. Discuto esse problema mais circunstanciadamente em meu ensaio intitulado “History of Science and its Rational Reconstruction”, de 1970.” (LAKATOS, 1979, p. 176, nota de rodapé 202)*

A lição que daí podemos tirar é que tudo isso deve ser visto como algo dentro de um programa científico de pesquisa que adota uma racionalidade mais ampliada, ou seja, é perfeitamente possível fazer progressos em cima de fundamentos inconsistentes. Acrescentaríamos, porém, a necessidade ulterior de que venhamos a dirimir tudo isso numa nova síntese na qual essas inconsistências sejam – tanto quanto possível – superadas.

A fim de tornar mais completa a nossa abordagem do problema, consideraremos mais alguns elementos. Passemos, pois, a analisar alguns desses fundamentos inconsistentes:

Analisemos as fórmulas de (1) a (5):

- Embora a força coulombiana seja de origem eletrostática (ou eletromagnética, se quisermos dar mais abrangência), o referencial teórico presente nas

fórmulas de (1) a (5) é a mecânica de Newton. A carga  $q$ , tal como vimos, não é um conceito ‘mecânico’ no sentido estrito em que ela não é passível de ser escrita dimensionalmente como  $q = q(M, L, T) = M^x L^y T^z$ , onde  $x$ ,  $y$ , e  $z$  são números reais. No entanto, a quantidade  $e^2 = q^2/4\pi\epsilon_0$  (onde  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica no vácuo) pode ser escrita em unidades  $M, L, T$  e tem a dimensão  $M L^3 T^{-2}$ . Logo, de (1) a (5) tudo foi acomodado dentro do quadro referencial da mecânica. Faz-se mister ressaltar que isso não significa que houve redução à mecânica. O calor, por exemplo, tem unidade de energia  $ML^2T^{-2}$  mas, como sabemos, não podemos dizer que o calor seja redutível à mecânica nem que seja, apenas por isso, uma quantidade mecânica, o que, como sabemos, de fato não é. No nosso caso, trata-se, portanto, de uma mera acomodação.

- De acordo com a eletrodinâmica clássica, uma carga sujeita a uma aceleração centrípeta emite energia em forma de radiação eletromagnética e, em tempo pequeníssimo, cairia no núcleo tornando não inteligível a tão bem estabelecida estabilidade dos átomos. Logo, existe uma inconsistência entre a eletrodinâmica de Maxwell e o modelo de Bohr. No entanto, deslocando-se o problema para o referencial da eletrostática devidamente acomodada à mecânica, escapa-se (pelo menos formalmente) dessa inconsistência, pois ela não existe no quadro referencial da mecânica. Basta que lembremos que um dado planeta qualquer (que aqui é reduzido à sua massa gravitacional) gira em torno do Sol segundo uma órbita elíptica e que ele está sujeito à força central que leva à conservação do momento angular e à conservação da energia mecânica total (problema idealizado onde não aparece o calor).

Analisemos as fórmulas de (6) a (13):

- Efetivamente, (6) é uma fórmula empírica a qual somente vai adquirir significado mais profundo quando lida a partir da fundamental relação de Planck-Einstein (8) associada à idéia luminosa de estados estacionários. A fórmula (7) é meramente uma definição. A fórmula (8), como já dissemos, é de importância central: ela está fora do âmbito tanto da eletrodinâmica de Maxwell (como bem mostra a teoria einsteiniana do efeito fotoelétrico) quanto está fora do âmbito da mecânica, posto que, diferentemente da teoria clássica, apresenta a propriedade da dualidade, estranha à teoria clássica; apresenta, outrossim, a constante  $h$  de Planck, característica da teoria quântica, mas também estranha à teoria clássica. A fórmula empírica de Balmer (6), quando lida através da conjectura revolucionária de Planck-Einstein, das idéias de estados estacionários e da idéia de transições exclusivas entre tais estados<sup>16</sup> (não explicáveis nem pela mecânica de Newton nem pela eletrodinâmica de Maxwell), leva-

---

<sup>16</sup> Estados esses enumerados com inteiros, o que revela um elemento pitagórico do programa de pesquisa de Bohr.

nos às inferências de (9) a (12) e à conclusão de que os estados ligados no átomo de Hidrogênio devem ter a forma (13).

Analisemos as fórmulas de (14) a (18):

- A constante de Rydberg que aparece na fórmula (13) é explicitada em função de três constantes fundamentais da realidade atômica:  $h$  constante de Planck,  $e$  'carga' elétrica em unidades "mecânicas" e  $m$  a massa do elétron. Os ingredientes usados para esse mister foram: a equação da energia total do sistema (1), a expressão (2) de que a força centrípeta é coulombiana<sup>17</sup> e a quantização<sup>18</sup> do momento angular (14). Todo o desenvolvimento leva à importantíssima explicitação da constante  $R$  de Rydberg, fórmula (17), e, conseqüentemente, à explicitação de todas as quantidades que integram a fórmula (18), ou seja, de quantidades basilares da teoria quântica.

Analisemos as fórmulas de (19) a (24):

- O desenvolvimento correspondente é o do princípio da correspondência, segundo o qual a teoria exposta de (1) a (5) é reproduzida no limite de números quânticos grandes  $n \gg 1$ , possibilitando aí a explicitação da constante de Rydberg  $R$ , o que está em concordância com o procedimento anterior segundo o desenvolvimento de (14) a (18).

- Isso mostra que as idéias de correspondência de Bohr também se afinam com o postulado da quantização do momento angular.

Análise das fórmulas de (25) a (27):

- O desenvolvimento dessas fórmulas na seção anterior deveu-se ao fato de ser importante mostrar que, sendo a lei de Coulomb uma tal implicando ação instantânea à distância, a introdução das idéias de campo, nesse estrito contexto, significa uma mudança importante de linguagem. A conveniência e o valor dessa mudança de linguagem aparecem claramente no caso do eletromagnetismo de Maxwell completo (leis de Maxwell), no qual os campos – diferentemente dos campos meramente estáticos da eletrostática e da magnetostática – se propagam no vácuo com a velocidade da luz  $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ .

---

<sup>17</sup> Embora coulombiana, ela se encontra adaptada ao quadro referencial da mecânica.

<sup>18</sup> Outro elemento pitagórico do programa de pesquisa de Bohr.

## VIII Conclusões

A teoria do átomo de Hidrogênio de Bohr constitui um exemplo excelente para se mostrar como uma teoria que congrega elementos provenientes de idéias incompatíveis pode ser entendida no quadro de uma racionalidade ampliada. A junção de alguns quadros conceituais da física clássica com as idéias de quantização, que era algo mais do que estranho para a física clássica, carecia de uma justificativa em termos de seus fundamentos. Claro que a teoria do átomo de Hidrogênio de Bohr da velha mecânica quântica foi inteiramente substituída, quando do advento da nova teoria quântica, pela teoria correspondente com base na equação de Schrödinger. Muitos resultados foram preservados, mas ampliou-se sobremaneira a compreensão do problema à medida que novos resultados se viabilizaram, como, por exemplo, os cálculos das amplitudes de probabilidade das transições permitidas e, conseqüentemente, das próprias probabilidades correspondentes.

É de fundamental importância que ressaltemos uma última lição que podemos tirar deste estudo. Se um físico depara-se com uma contradição de nível lógico como “ $0 = 1$ ” ou “o mesmo número é par e ímpar”, trata-se de uma inconsistência muito profunda – de um absurdo mesmo – e, então, não progride. Há necessariamente que proceder a uma revisão profunda, pois, a prosseguir nesse mau caminho, qualquer outro absurdo pode ser encontrado. No entanto, tentar superar a contradição entre a eletrodinâmica e o modelo de Bohr através de uma série de passos criativos, tal como fez Bohr, é um procedimento que se insere em uma adoção metodologicamente fértil. Não devemos esquecer, contudo, que o programa de pesquisa não perde o seu compromisso de racionalidade quanto ao esforço a ser envidado a fim de tornar, em passos ulteriores, as teorias tão racionais e consistentes quanto, como diria Camões, *engenho e arte* nos possam permitir.

## Agradecimentos

Agradecemos aos dois árbitros pelas críticas e sugestões. Agradecemos também ao nosso caro amigo e colega, o Prof. Fernando Lang da Silveira, do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pela gentileza de ter-nos expedido o estupendo livro organizado por Lakatos e Musgrave, intitulado *A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento*, o qual consta da lista de referências deste artigo.

## Referências Bibliográficas

BASTOS FILHO, J. B. Correspondence and Commensurability in Modern Physics (A study of the Compton Effect). In: **Open Questions in Relativistic Physics**. Montreal: Franco Selleri, Apeiron, 1998. p. 103-114.

BASTOS FILHO, J. B. Comentário do artigo 'A Física e a Geometrização do Mundo: Construindo uma Cosmovisão Científica' de F. Caruso e R.M. Xavier de Araújo. In: BASTOS FILHO, J. B.; AMORIM, N. F. M.; LAGES, V. N. (Orgs) **Cultura e Desenvolvimento. A Sustentabilidade Cultural em Questão**. Recife: Editora Universitária da UFPE, 1999a. p. 107-134.

BASTOS FILHO, J. B. Descartes, Leibniz, Newton and Modern Physics: plenum, action at a distance and locality. In: Conti, L.; Capria, M. M. (Eds) **La Scienza e I Vortici del Dubbio**. Nápoles: Edizioni Scientifiche Italiane, 1999b. p.327-356.

BASTOS FILHO, J. B. Sobre os paradigmas de Kuhn, o problema da incomensurabilidade e o confronto com Popper. **Acta Scientiarum**, v. 22, n. 5, p. 1297-1309, 2000.

BOHR, N. On the Constitution of Atoms and Molecules. **Philosophical Magazine**, v. 26, série 6, p. 1-25, 476-502, 857-875, 1913.

BOHR, N. **Sobre a constituição de átomos e moléculas**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1969.

BORN, M. **Física Atômica**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1966.

BUNGE, M. Twenty-five centuries of Quantum Physics: from Pythagoras to us, and from subjectivism to realism. **Science & Education** (separata), 2001.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CARUSO, F.; XAVIER DE ARAÚJO, R. M. A Física e a geometrização do mundo: construindo uma cosmovisão científica In: BASTOS FILHO, J. B.; AMORIM, N. F. M.; LAGES, V. N. (Orgs) **Cultura e Desenvolvimento. A Sustentabilidade Cultural em Questão**. Recife: Editora Universitária da UFPE, 1999. p. 85-106.

DA COSTA, N. C. A. **O Conhecimento Científico**. São Paulo: Discurso Editorial, 1997.

FEYERABEND, P. **Contra o Método**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1977.

HOLTON, G. **A Imaginação Científica**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1979.

JAMMER, M. **The Conceptual Development of Quantum Mechanics**. New York: McGraw-Hill, 1966.

KLINE, M. **Mathematics. The Loss of Certainty**. Oxford: Oxford University Press, 1980.

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. São Paulo: Perspectiva, 1975.

LAKATOS, I. O Falseamento e a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica, In: Lakatos, I.; Musgrave, A. (Orgs.) **A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento**. São Paulo: Cultrix, Editora da Universidade de São Paulo, 1979. p. 109-243.

PLATÃO **Diálogos: Mênon - Banquete – Fedro**. Edições de Ouro, sem data.

POPPER, K. R. **Conjecturas e Refutações**. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 1982.

POPPER, K. R. **Autobiografia Intelectual**. São Paulo: Editora Cultrix, 1986.

RUTHERFORD, E. The scattering of  $\alpha$  and  $\beta$  particles by matter and the structure of the atom. **Philosophical Magazine**, v. 21, série 6, p. 669-688, 1911.

SCHRÖDINGER, E. **O que é a Vida?** Lisboa: Fragmentos, sem data.

SILVEIRA, F. L. A metodologia dos programas de pesquisa: a epistemologia de Imre Lakatos. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 13, n. 3, p. 219-230, 1996.