
ALGUMAS POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DOS PRINCÍPIOS DE SISTEMAS DE FORRESTER EM TÓPICOS DE FÍSICA, ATRAVÉS DA FERRAMENTA DE MODELAGEM QUANTITATIVA STELLA¹

Arion de Castro Kurtz dos Santos

Yoshihisa Cho

Departamento de Física – FURG

Ives Solano Araujo

Geovane Pedra Gonçalves

BIC CNPq do Departamento de Física – FURG

Resumo

Forrester, em 1971, lançou seus Princípios de Sistemas consolidando a utilização do computador na área de gerenciamento. Desde então, alguns pesquisadores têm tentado, com algum sucesso, trazer os Princípios de Sistemas para áreas como, por exemplo, Ecologia, Biologia, Química e Física. Esse artigo, baseado em material instrucional desenvolvido pelo projeto PROFECOMP-FURG e aplicado extensivamente a professores e alunos de nível universitário básico, propõe um possível modo de utilização dos Princípios de Sistemas de Forrester em alguns conteúdos de Física.

I. Introdução

STELLA² é uma ferramenta de modelagem quantitativa que existe a nível comercial e foi inicialmente desenvolvida para os computadores Apple Macintosh. Em sua segunda versão, STELLA II foi adaptada tanto para o Macintosh quanto para os compatíveis IBM. Recentemente foi disponibilizado o STELLA Research 5.1.1. Esta

¹ Trabalho financiado pelo CNPq.

² STELLA é um acrônimo para ‘Structural Thinking Experimental Learning Laboratory with Animation’. Em Português, Laboratório de Aprendizagem Experimental, com Animação, para Estruturação do Pensamento.

versão de pesquisa é bem mais completa, oferecendo a possibilidade de trabalho em multimídia com simuladores.

Forrester, em 1971, (FORRESTER, 1990) lançou seus Princípios de Sistemas, consolidando a utilização do computador em trabalho com sistemas na área de gerenciamento. Os Princípios de Sistemas de Forrester poderão ser utilizados no ensino da Física na resolução de problemas dinâmicos. Para isto, basta imaginarmos variáveis que evoluam no tempo, como NÍVEIS e TAXAS.

Uma vez que se desenvolva um modelo em STELLA, este “cristaliza” momentaneamente as relações causais através de uma topologia específica, passando a existir como um mundo artificial. Esse mundo, agora, transforma-se num objeto de análise que estará disponível para exploração e mesmo modificação pelos estudantes. A modelagem, dentro dessa perspectiva, aparece como mais um possível componente do processo de ensino-aprendizagem.

O Projeto “Desenvolvimento e Uso de Ferramentas Computacionais para o Aprendizado Exploratório de Ciências” – PROFECOMP³ – tem, como uma de suas linhas de pesquisa, o uso de sistemas de modelagem quantitativa para o ensino de Física. Dentre esses sistemas podemos citar algumas ferramentas já utilizadas pelo projeto: planilhas eletrônicas (Excel); DMS (Sistema de Modelagem Dinâmica); CMS (Sistema de Modelagem Celular) e STELLA. Das ferramentas citadas, atualmente estamos dando uma maior ênfase ao desenvolvimento de atividades relacionadas com o sistema STELLA.

II. Níveis e Taxas segundo os Princípios de Sistemas de Forrester

Forrester (1990) considera que a representação de sistemas dinâmicos deve incluir dois tipos distintos de variáveis – níveis (estados) e taxas (ações). Exceto por constantes, esses dois são necessários e suficientes para proceder a representação.

Os níveis integram (ou acumulam) os resultados da ação num sistema. Uma variável nível é computada pela mudança, devido à variáveis taxas, que alteram o valor prévio do nível. Este é alterado por taxas que fluem no intervalo de tempo.

As unidades de medida de uma variável não distinguem entre um nível e uma taxa. A identificação deve reconhecer a diferença entre uma variável criada por integração e uma que é uma afirmativa de política no sistema. As taxas são variáveis de ação e cessam quando a ação pára. Os níveis são acumulações do efeito da ação passada, continuam existindo e podem ser observados mesmo se não existir atividade. Assim, como um teste de níveis e taxas, imagine que toda a atividade num sistema seja levada ao repouso. Somente as variáveis “nível” permanecerão observáveis. Por exemplo, uma árvore pararia de crescer, mas o nível de sua altura acumulada seria

³ <http://www.furg.br/furg/projet/profcomp>

visível. Obtemos outro exemplo interessante na Física. Sabemos que a velocidade é a taxa de variação temporal da posição, isto é, $v = dx/dt$. Mas a aceleração também é a taxa de variação temporal da velocidade, isto é, $a = dv/dt$. Assim, tanto velocidade como aceleração aparecem como ação, e posição e velocidade aparecem como níveis. Contudo, velocidade pode ser tanto taxa (ação) como nível (veja a Fig.1).

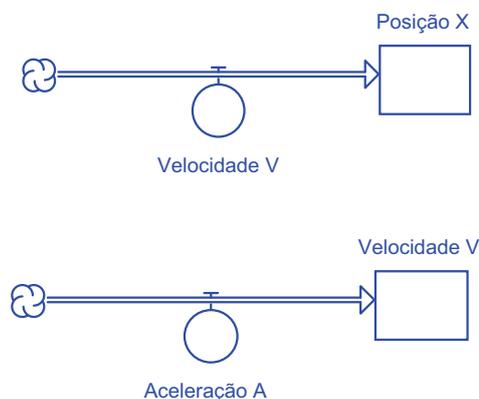


Fig.1. Posição, velocidade e aceleração como taxas e níveis.

Para o primeiro diagrama da Fig.1, supondo que toda a ação cesse, isto é, que a velocidade seja igual a zero, o que corresponde a um carro parado, ainda assim podemos medir a posição do carro com respeito a algum referencial. Por exemplo, o carro encontra-se a 50 km do ponto de onde partiu.

Para o segundo diagrama, supondo que toda a ação cesse, isto é, que a aceleração seja igual a zero, a situação corresponde a um carro em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (MRU). Supondo que o carro esteja em MRU, poderemos dizer que sua velocidade (nível) tem um valor constante. Por exemplo, o carro está andando a 80 km/h.

Esses dois exemplos ilustram bem que não devemos distinguir taxas e níveis tendo em conta somente a unidade de medida, pois velocidade possui aparentemente uma unidade que a caracterizaria na representação como taxa e, na verdade, poderá ser tanto uma taxa quanto um nível.

II. O programa STELLA

O STELLA divide-se em pelo menos duas áreas de trabalho interligadas entre si, que são: a *Camada Construção do Modelo*, onde se constrói os diagramas do modelo (veja a Fig.2); e a *Janela de Equações*, onde são mostradas as equações que regem o modelo, montadas automaticamente pelo programa, de acordo com diagrama criado (veja a Fig.3).

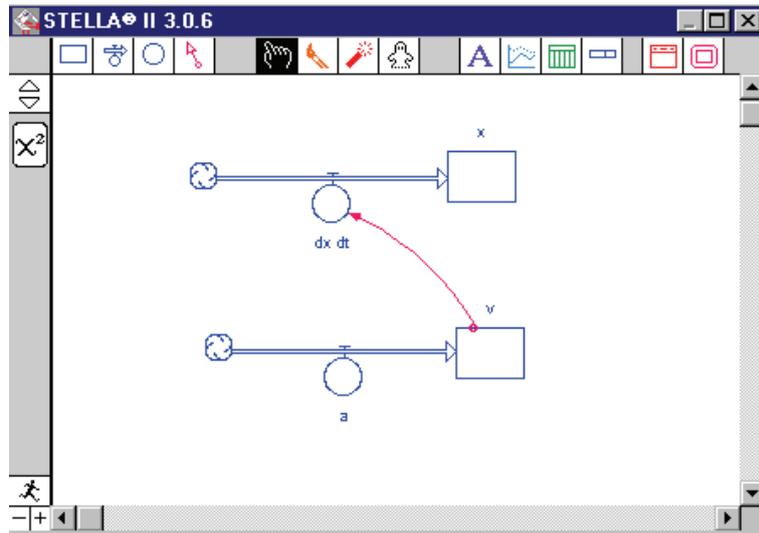


Fig.2. Camada de construção do modelo em STELLA.

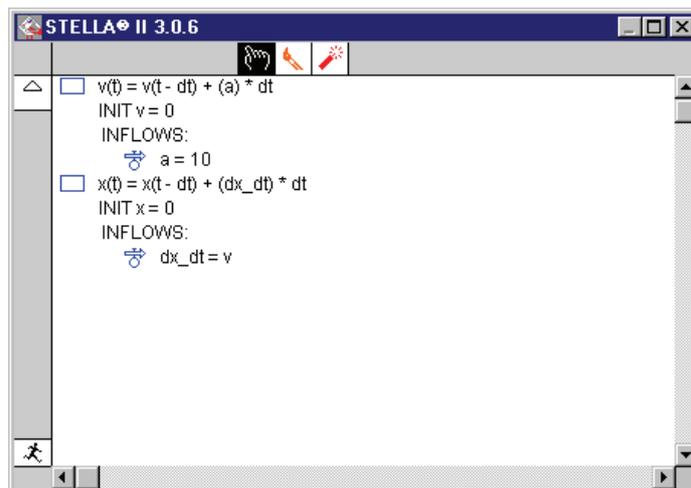


Fig.3. Janela de equações do modelo em STELLA. Note que dx_dt em STELLA deve ser lido como dx/dt .

Na parte superior da Fig.2 podemos observar as funções de STELLA que serão apresentadas a seguir.

Estoque

O Estoque **representa uma variável**. Exemplos na Física podem ser posição, velocidade, força, massa, trabalho, energia, momento, entre outras. Note que o Estoque utiliza a metáfora de um tanque.

Fluxo

O Fluxo representa a **taxa de uma variável em relação ao tempo**. Por esta razão, um Fluxo sempre está ligado ao Estoque que representa a variável. Existem duas maneiras de ligar o Fluxo ao Estoque. Uma delas é de forma que o Fluxo aumente o Estoque (Fluxo de entrada) e a outra é de maneira que o Fluxo diminua o Estoque (Fluxo de saída). Tanto o Fluxo de entrada quanto o de saída podem ser do tipo Bidirecional (Entrada e Saída). Quando a origem do fluxo de entrada for indefinida (isto é possível, pois o Fluxo é uma representação simbólica da derivada temporal) esta definição é representada por uma **nuvem**(). O mesmo ocorre com o Fluxo de saída. Exemplos na Física podem ser velocidade, aceleração, força, potência, entre outras.

Conversor

O Conversor pode ser utilizado de várias formas. Uma delas é como uma constante, e a outra como função. Esta última converte os valores de uma variável de acordo com uma equação definida pelo usuário. O nome Conversor vem desta última maneira de usar este bloco.

Conector

O Conector serve para estabelecer uma relação entre dois componentes na construção do diagrama.

As demais funções não serão explicadas no artigo.

IV. O modelo da segunda lei e a Força constante

O desenvolvimento do modelo será apresentado somente na dimensão x. O desenvolvimento nas dimensões y e z será análogo. Em termos de diagrama, a equação

$F_x = \frac{dp_x}{dt}$ é representada pelo diagrama de fluxo da Fig.4 a seguir.

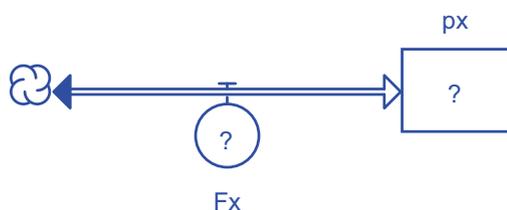


Fig.4. $F_x = dp_x/dt$ em forma de diagrama.

Ao utilizarmos STELLA em atividades de Física, recomendamos considerar todos os fluxos como ‘biflow’ (fluxo duplo, de entrada e saída) e permitir que os tanques contenham valores negativos.

Como

$$p_x = mv_x \quad (11)$$

onde

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad (12)$$

o diagrama da Fig.4 pode ser expandido como segue:

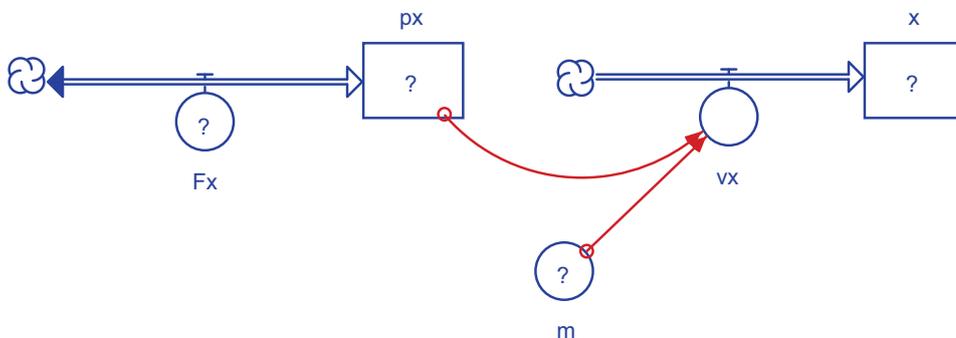


Fig.5. $F_x = dp_x/dt$; $p_x = mv_x$ e $v_x = dx/dt$ em forma de diagrama, considerando a massa constante.

A ausência do ponto de interrogação no fluxo v_x indica que ele já foi definido. Esta definição é dada pela equação $v_x = p_x/m$.

Da segunda lei, podemos escrever

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{d(mv_x)}{dt} = \frac{dm}{dt}v_x + m\frac{dv_x}{dt} \quad (13)$$

onde

$$\frac{dv_x}{dt} = a_x \quad (14)$$

Note que a massa m do corpo pode ser variável com o tempo. Atualizando este fato no diagrama anterior, obtemos:

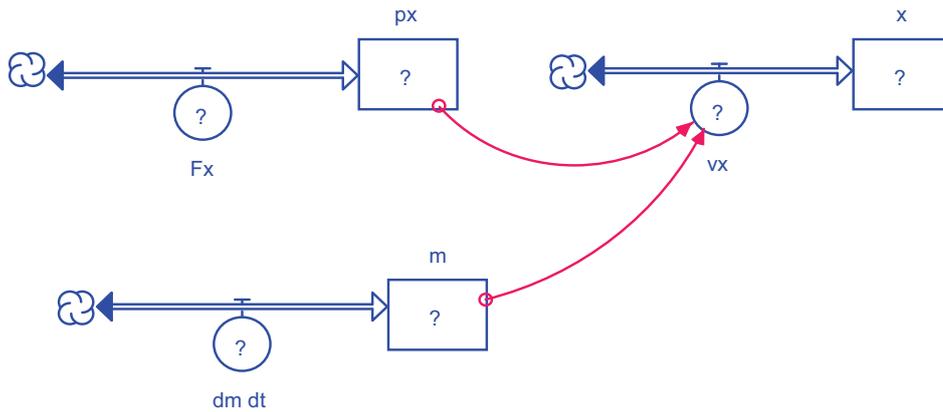


Fig.6. $F_x = dp_x/dt$; $p_x = mv_x$ e $v_x = dx/dt$ em forma de diagrama, considerando a massa variável.

A Fig.6 representa o modelo da segunda lei. Para simular, basta entrar com os valores iniciais de p_x , x e m , e as constantes F_x e dm/dt .

Se quisermos rastrear a aceleração a_x , devemos isolá-la na equação (13),

$$a_x = \frac{F_x - v_x \frac{dm}{dt}}{m} \quad (15)$$

colocar um conversor de nome a_x no diagrama da Fig.6, conectar ao conversor os blocos F_x , dm/dt , v_x e m , e definir a_x conforme a equação (15). A Fig.7 a seguir mostra o resultado desta etapa.

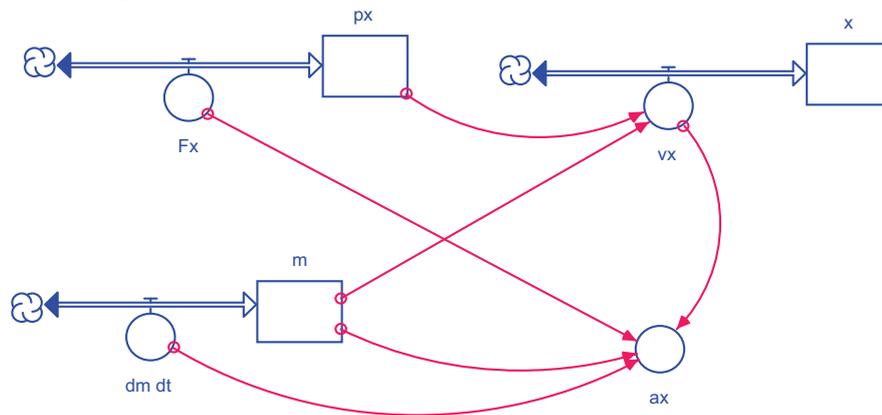


Fig.7. Segunda lei, diagrama final: $v_x = p_x/m$; $a_x = (F_x - v_x * dm/dt)/m$.

Veja a seguir as equações que poderão ser obtidas no STELLA, com as condições iniciais por nós definidas:

$$m(t) = m(t - dt) + (dm/dt) * dt$$

```

INIT m = 1
dm/dt = 0
px(t) = px(t - dt) + (Fx) * dt
INIT px = 10

Fx = 0
x(t) = x(t - dt) + (vx) * dt
INIT x = 0

vx = px/m
ax = (Fx-vx*dm/dt)/m.

```

Note que o termo $m(t-dt)$ representa o valor assumido pela massa no tempo $t-dt$, isto é, no instante de tempo anterior, o que evidencia que a massa está variando.

Pode-se, facilmente, obter os gráficos de x e v_x contra o tempo (Fig.8), bem como as tabelas correspondentes.

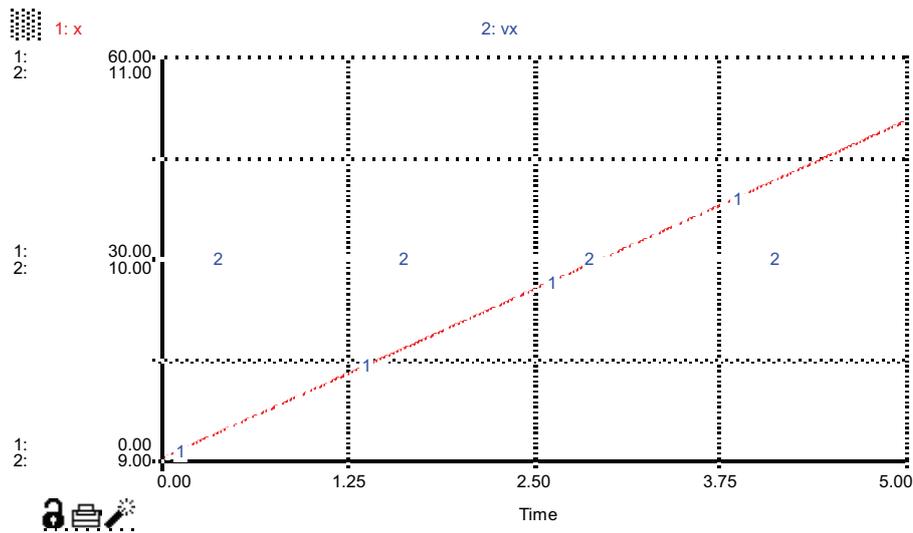


Fig.8. Gráficos de x e v_x para a segunda lei quando F_x é igual a zero.

V. Queda-livre

Nas regiões próximas à superfície terrestre, a aceleração da gravidade g é constante. Um corpo de massa m que se encontra nessas regiões está sujeito à força gravitacional mg . Se a massa do corpo for constante, então o modelo anterior é suficiente para o estudo da queda-livre: basta entrar com o valor do peso constante em F_x e indicar a condição de massa constante, colocando o valor zero para dm/dt .

A Fig.9 a seguir mostra o modelo com as modificações descritas acima.

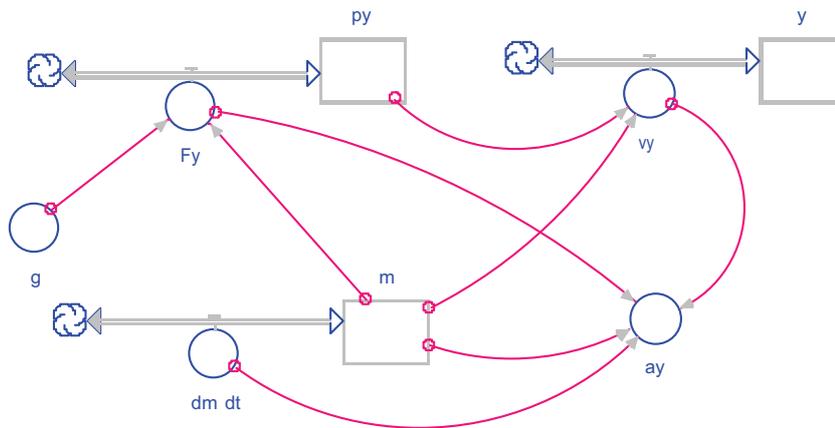


Fig.9. Modelo para a queda-livre: $F_y = m \cdot g$, $v_y = p_y/m$; $a_y = (F_y - dm/dt \cdot v_y)/m$.

Veja as equações que você deverá obter no STELLA, com as condições iniciais:

$$m(t) = m(t - dt) + (dm/dt) \cdot dt$$

$$\text{INIT } m = 1$$

$$dm/dt = 0$$

$$p_y(t) = p_y(t - dt) + (F_y) \cdot dt$$

$$\text{INIT } p_y = 0$$

$$F_y = m \cdot g$$

$$y(t) = y(t - dt) + (v_y) \cdot dt$$

$$\text{INIT } y = 0$$

$$v_y = p_y/m$$

$$a_y = (F_y - v_y \cdot dm/dt)/m$$

$$g = -10$$

Novamente pode-se obter os gráficos de y e v_y contra o tempo (veja na Fig.10), bem como as tabelas correspondentes.

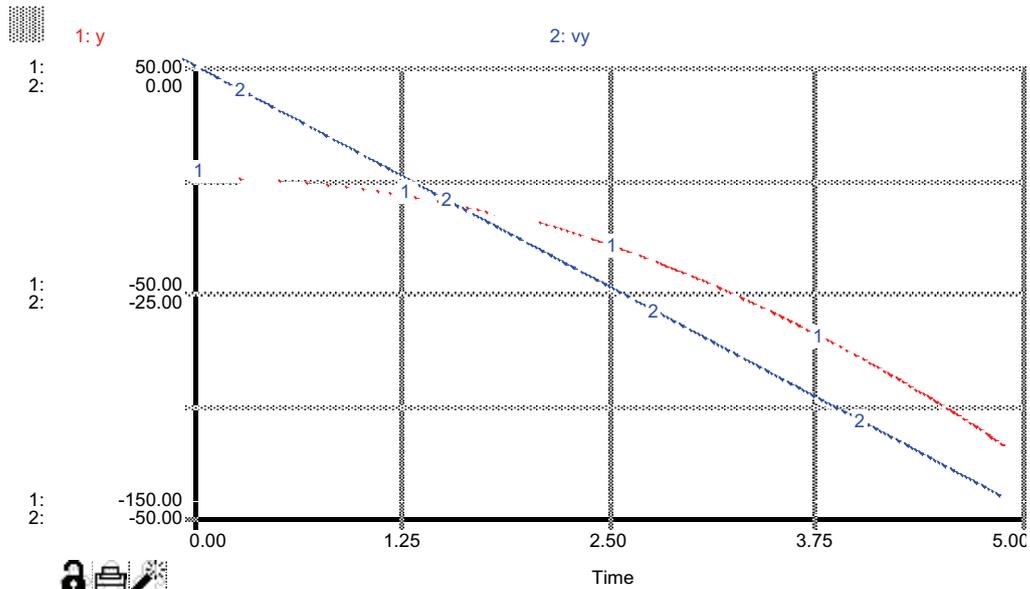


Fig.10. Gráficos de y e v_y contra o tempo para o modelo da queda-livre.

VI. Movimento de Projéteis

A abordagem dinâmica do movimento de projéteis consiste em aplicar a segunda lei de Newton em duas dimensões. Se considerarmos x na horizontal e y na vertical, a componente da resultante (a força peso) em x é nula, e em y é mg , ambas constantes. Isto significa que o modelo será uma combinação dos dois vistos anteriormente. A Fig.11, a seguir, mostra como ficará seu modelo.

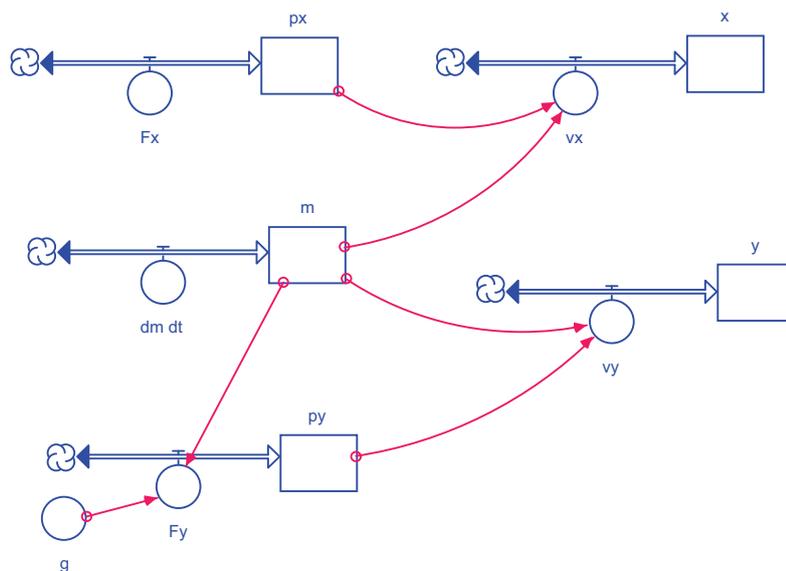


Fig.11. Modelo para o movimento de um projétil sem atrito.

As equações geradas no STELLA, com as condições iniciais, são apresentadas a seguir:

$$m(t) = m(t - dt) + (dm/dt) * dt$$

$$\text{INIT } m = 1$$

$$dm/dt = 0$$

$$p_x(t) = p_x(t - dt) + (F_x) * dt$$

$$\text{INIT } p_x = 30$$

$$F_x = 0$$

$$p_y(t) = p_y(t - dt) + (F_y) * dt$$

$$\text{INIT } p_y = 40$$

$$F_y = m * g$$

$$x(t) = x(t - dt) + (v_x) * dt$$

$$\text{INIT } x = 0$$

$$v_x = p_x/m$$

$$y(t) = y(t - dt) + (v_y) * dt$$

$$\text{INIT } y = 0$$

$$v_y = p_y/m$$

$$g = -10$$

Pode-se obter os gráficos de x, y, vx e vy contra o tempo e também tabelas correspondentes.

A trajetória real do projétil, sem atrito, deverá ser como a da Fig.12, a seguir.

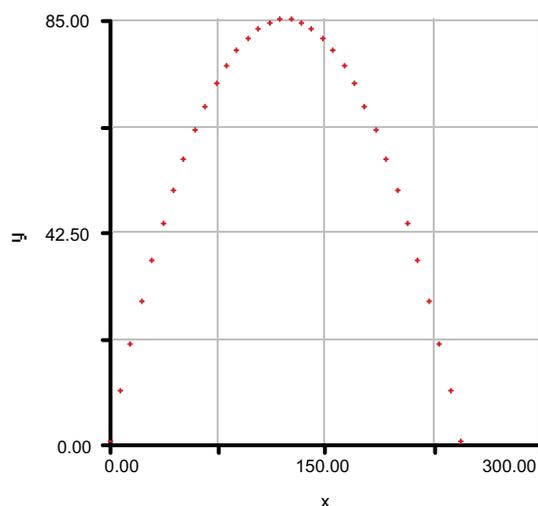


Fig.12. Gráfico da trajetória de um projétil sem atrito.

VII. Movimento de Projétil com resistência do ar

Ao modificar o modelo para introduzir a resistência do ar, devemos considerar que a força resultante F será a soma da força peso e da força resistiva f ,

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{f} \quad (16)$$

onde

$$\vec{f} = -k\vec{v}. \quad (17)$$

Substituindo a equação 17 na 16 e desenvolvendo em termos dos componentes da força resultante encontramos

$$F_x = -kv_x \quad (18)$$

e

$$F_y = mg - kv_y. \quad (19)$$

O diagrama agora deverá ficar como o apresentado na Fig.13 a seguir:

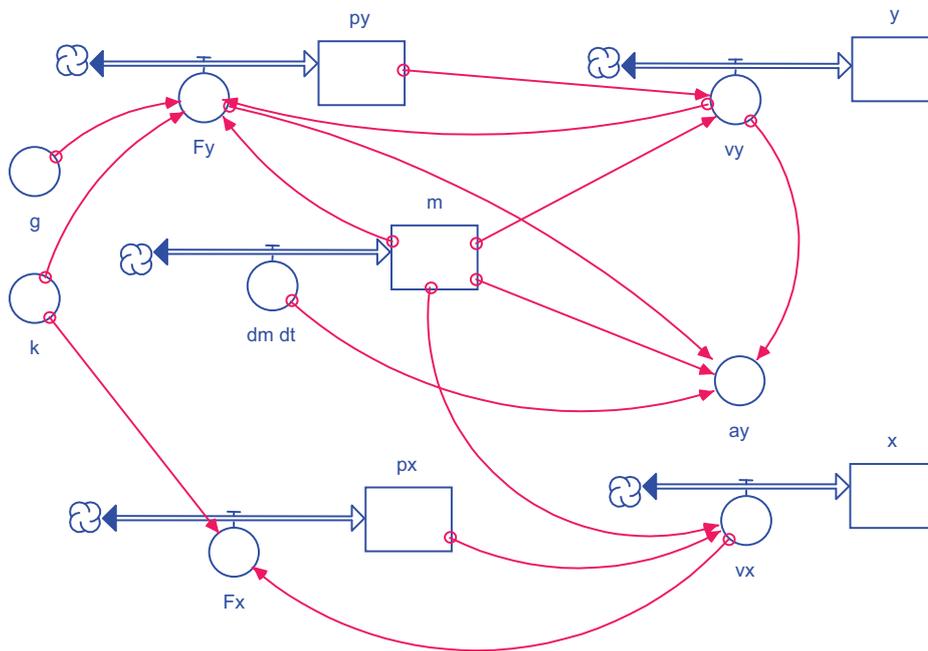


Fig.13. Modelo para o movimento de um projétil com atrito.

As equações com as condições iniciais por nós definidas serão:

$$m(t) = m(t - dt) + (dm/dt) * dt$$

$$\text{INIT } m = 1$$

```

dm/dt = 0
px(t) = px(t - dt) + (Fx) * dt
INIT px = 40

Fx = -k*vx
py(t) = py(t - dt) + (Fy) * dt
INIT py = 40

Fy = m*g - k*vy
x(t) = x(t - dt) + (vx) * dt
INIT x = 0

vx = px/m
y(t) = y(t - dt) + (vy) * dt
INIT y = 0

vy = py/m
ay = (Fy - vy*dm/dt)/m
g = -9.8
k = 1

```

Considerando $k = 1$, podemos obter os gráficos de x , y , v_x e v_y contra o tempo e o gráfico da trajetória.

Introduzindo o recurso de ‘Sensitivity’ do STELLA e executando o modelo cinco vezes para os diferentes valores de k , conforme a tabela 01, é possível superpor as cinco trajetórias, conforme o gráfico da Fig.14.

Run #	k
1	0.00
2	0.025
3	0.05
4	0.075
5	0.1

Tab. 01. Diferentes valores de k, com o recurso da ‘sensitivity’ do STELLA.

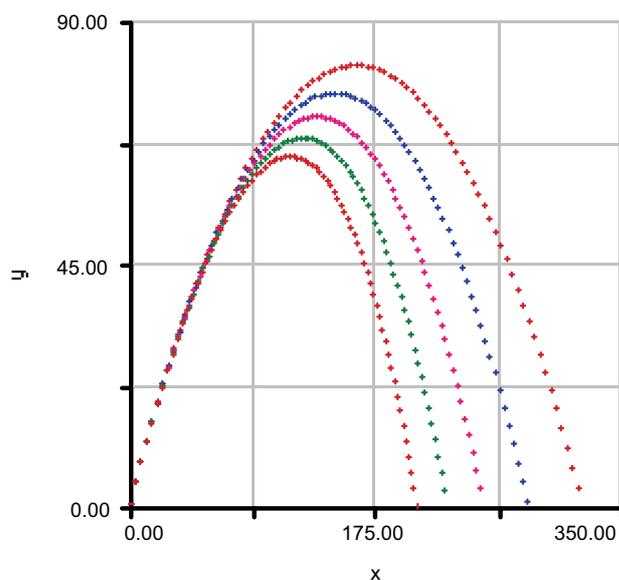


Fig.14. Trajetórias do modelo para o movimento de projéteis com atrito para diferentes valores de k .

VIII. Conclusões

O presente artigo mostrou que STELLA, com sua metáfora de taxas e tanques, tem grande potencial de uso em Física. Contudo, nem todos os conteúdos poderão ser tratados com a ferramenta, sendo possível apenas a modelagem de sistemas que sejam dinâmicos, que possam ser descritos através de equações de diferença ou diferenciais. Caberá ao professor de Física, tendo como base as sugestões aqui apresentadas, a escolha de tópicos que possam ser trabalhados de modo análogo, utilizando representações semelhantes às tratadas. Dentre os conteúdos que poderão ser trabalhados, além da Mecânica, recomendamos alguns tópicos do Eletromagnetismo e da Termodinâmica.

A segunda lei de Newton foi apresentada ao longo do artigo na forma de um diagrama STELLA, o qual se constituiu em bloco fundamental de representação no estudo do movimento. As dimensões x e y possuem diagramas com estrutura idêntica e o movimento bidimensional aparece representado como uma composição de estruturas similares para cada dimensão. As complexidades são introduzidas no modelo apenas com a adição de mais conversores sem destruir a topologia básica de representação.

Finalmente, sugerimos que, na medida do possível, o trabalho de modelagem tenha como motivação um experimento de laboratório. Por exemplo, pode-se montar um oscilador harmônico real com uma mola e um carrinho que anda num trilho de ar, colocar o sistema em operação e medir alguns parâmetros fundamentais para o desenvolvimento de um modelo em STELLA. Esses valores servirão para validar

o modelo no STELLA. Em futuros artigos, deveremos tratar a utilização de STELLA em atividades de laboratório.

IX. Referências Bibliográficas

FORRESTER, J. W. **Principles of Systems**. Portland, OR: Productivity Press, 1990.

KURTZ DOS SANTOS, A. C. **Introdução à Modelagem Computacional na Educação**. Rio Grande: Editora da FURG, 1995.

RICHMOND, B. ET. AL. **An Academic User's Guide to STELLA**. Inc. Lyme: High Performance System, 1987.