

---

## UN PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL PARA UBICAR IMÁGENES

---

*Alberto Pascual Maiztegui*

*Guillermo Chamorro*

*José Tisera*

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Argentina

### Resumen

*La forma en que se enseña el tema “**imágenes producidas por espejos o lentes**” es excesivamente geométrico y muy poco físico: se recurre principalmente a dibujos. Casi todo el esfuerzo se orienta a ubicar geométricamente la posición de la imagen, y casi nada a mirar una imagen y a reflexionar sobre el hecho físico de cómo se forma.*

*Lo que presentamos en esta nota no es nuevo pues son procedimientos basados en cómo los ópticos han observado imágenes (particularmente las imágenes reales) desde hace un par de siglos; y lo que se propone es reflexionar sobre el provecho didáctico de hacer a un lado el abuso que hemos hecho de la Geometría al enseñar Óptica Geométrica, y aprovechar el valor educativo de un enfoque “más físico” para enseñarla.*

### I. El fenómeno de paralaje

Cuando uno observa a la distancia dos cuerpos que prácticamente están sobre la misma recta visual, y tiene interés en determinar cuál está más cercano, o si están a una misma distancia de quien los observa, lo que se hace instintivamente es mover la cabeza de izquierda a derecha o de arriba hacia abajo, y comprobar si cambia o no la **posición relativa** de uno de los cuerpos con respecto al otro. Si cambia, no están a la misma distancia del observador; si no cambia, ambos están prácticamente en un mismo lugar a la misma distancia del observador (Fig. 1).

Tomemos como referencia el **círculo blanco**: si cuando el observador se mueve a su izquierda ve que el **círculo negro** se mueve hacia la izquierda, y cuando el observador se mueve hacia su derecha el **círculo negro** se mueve hacia su derecha, entonces el círculo negro está más alejado del observador que el círculo blanco.

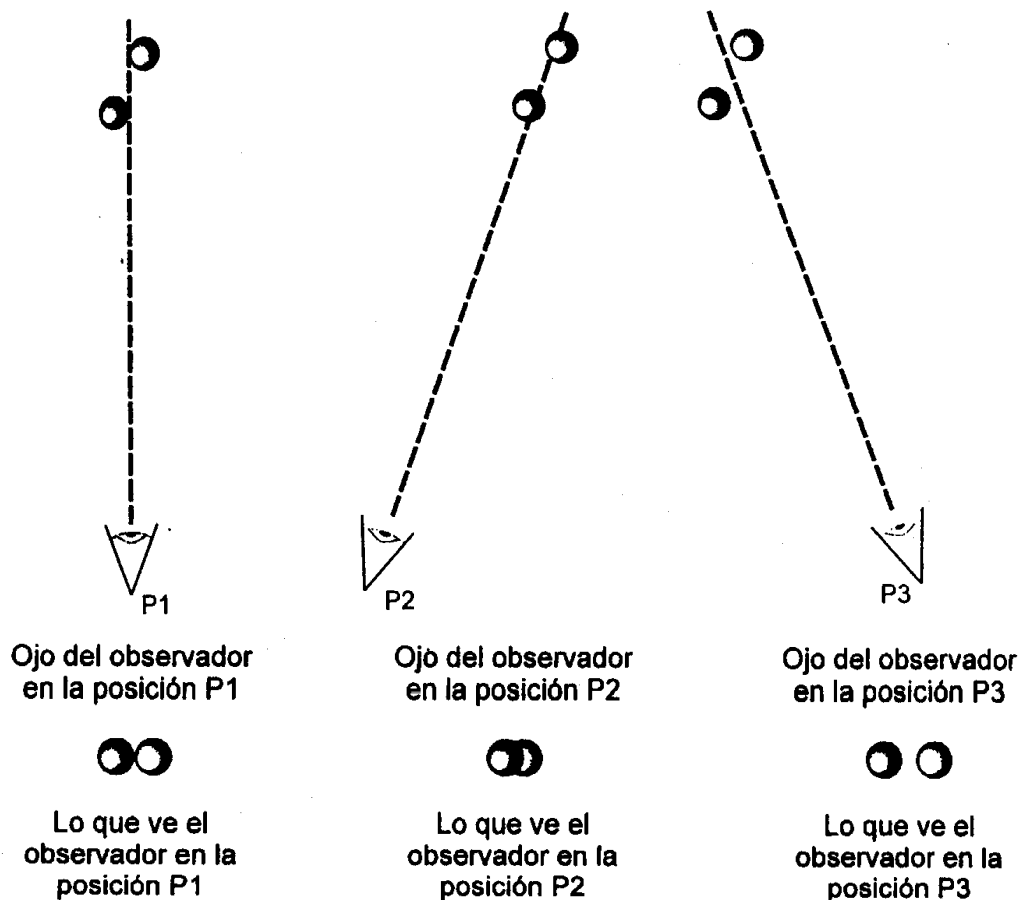


Fig. 1

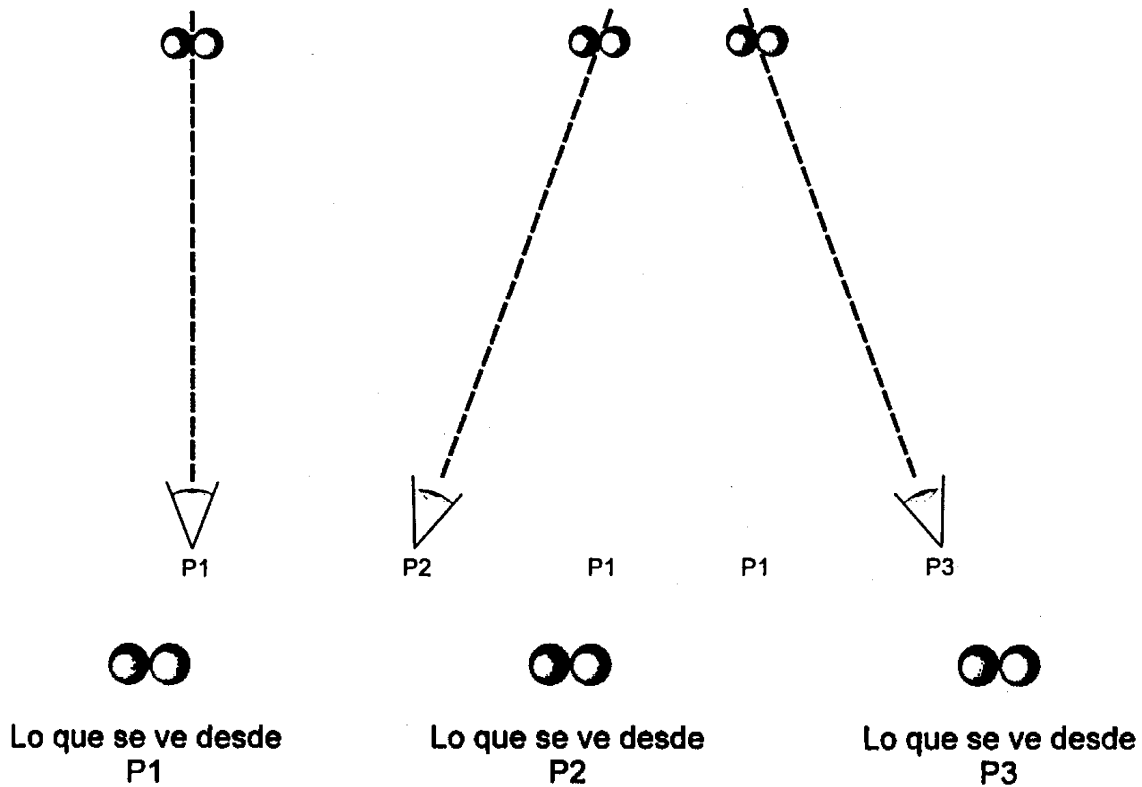
Estos movimientos para ubicar la posición de dos cuerpos, los realizamos instintivamente, sin advertirlo, casi diariamente. Enseguida los haremos, pero reflexivamente (Fig. 2).

## II. Cómo vemos un cuerpo puntual

Para simplificar las explicaciones, imaginemos que se trata de un cuerpo pequeño que podemos representar por un punto O (inicial de objeto).

Para poder verlo es necesario que esté **iluminado**; es decir que una fuente de luz (una lámpara, el sol, una pared iluminada) envíe rayos de luz hacia el objeto.

También es necesario que la superficie de O **desparrame**, o **disperse**, la luz en todas direcciones (a veces no vemos una pared de espejo, o una puerta de vidrio, pues no dispersan la luz que les llega).



*Fig. 2*

Con esas dos condiciones, si dirigimos nuestros ojos hacia Q hay rayos de luz dispersados por Q, que llegan a nuestros ojos y así nos permiten ver el objeto: forman un haz de luz cónico, con vértice en Q y base en la pupila (Fig. 3).

### III. Cómo vemos una imagen puntual

Cuando colocamos un espejo plano frente a un objeto puntual, y dirigimos la mirada hacia el espejo podemos ver la imagen I de Q: de todos los rayos desparramados por Q, una parte forma un haz cónico “quebrado” en el espejo, que después entra por la pupila (Fig. 4).

Para el ojo, los rayos vienen del lugar donde ve una imagen I del objeto Q. Pero desde el espejo hasta I no existen rayos de luz: son prolongaciones de los rayos reflejados en el espejo y que penetran al ojo.

Como en el lugar donde se ve la imagen no existen rayos de luz, a esta imagen se la llama **imagen virtual**.

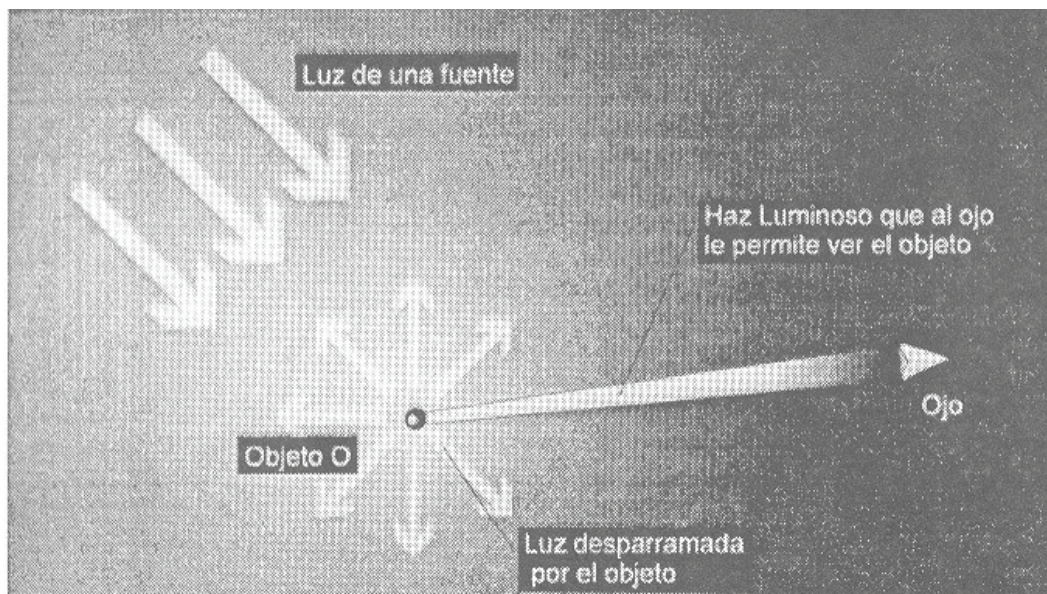


Fig. 3

#### IV. Qué es una imagen puntual

Observando el dibujo anterior encontraremos razonable decir que la imagen  $I$  de un punto objeto  $O$  es el punto de donde parecen provenir los rayos de luz que al ojo le permiten verla.

**Problema:** Dado un espejo, la posición del ojo del observador y la posición de una imagen puntual  $I$ , (Fig. 5), dibujar uno de los rayos de luz que le permiten al observador ver la imagen.

La solución es inmediata, porque si el ojo ve la imagen  $I$  es porque uno de los rayos reflejados en el espejo entró al ojo; y la recta de este rayo, prolongada por detrás del espejo, llega a  $I$  (Fig. 6).

La parte del **rayo reflejado** desde el espejo hasta el ojo puede ser dibujada. Pero sin saber dónde está el objeto, o cuales son las leyes de la reflexión, no podemos decir dónde está el **rayo incidente**.

#### V. Imágenes producidas por un espejo plano

Trabajaremos con un espejo plano de aproximadamente **15 cm x 20 cm**, con una base adecuada para mantenerlo verticalmente, apoyado sobre una mesa horizontal (Fig. 7).

Una varilla (coronada por una pelotita de ping-pong y con una base que la mantiene también vertical) nos servirá como **objeto**; y una segunda varilla análoga ayudará para ubicar la imagen de la primera, producida por el espejo.

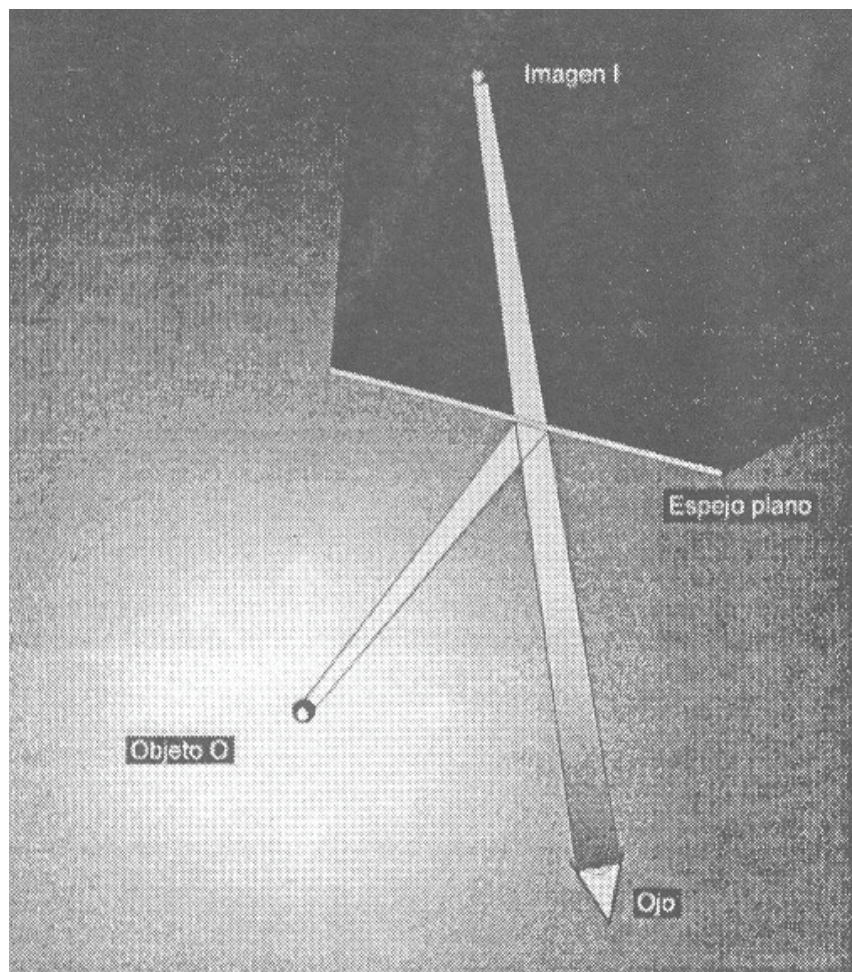


Fig. 4

Colocamos el objeto frente al espejo, y después de observar la imagen de la primera pelotita, colocamos la auxiliar detrás del espejo.

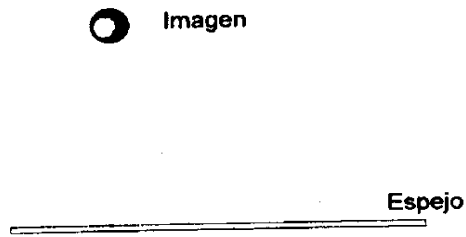
Ubicamos nuestros ojos de manera que el borde superior del espejo deje ver sólo la mitad inferior de la imagen (Fig. 8).

Colocamos la pelotita auxiliar en un lugar tal que sólo se vea su mitad superior, y que esa mitad complete en la mitad inferior de la imagen, una esferita (aproximadamente).

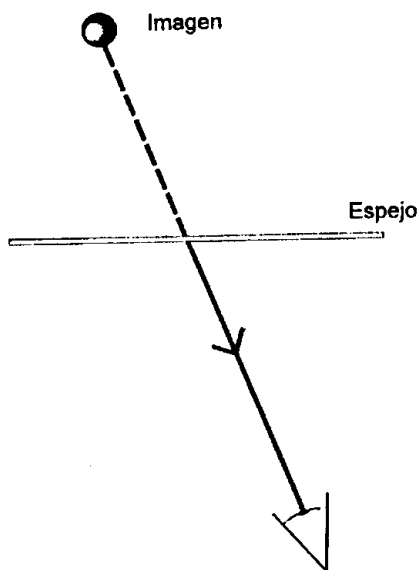
¿Estará la pelotita auxiliar en la posición que ocupa la imagen? (Fig. 9)

Desplacémonos hacia nuestra **izquierda**, y observemos qué ocurre con la imagen y con la pelotita auxiliar: las dos semiesferas ya no forman una esfera. La pelotita auxiliar se desplazó hacia la **derecha** de la imagen (Fig. 10).

Desplacémonos hacia la **derecha** de la posición inicial: la pelotita auxiliar se desplazó hacia la **izquierda** de la imagen.



*Fig. 5*



*Fig. 6*

Las observaciones indican (por el fenómeno de paralaje) que la pelotita auxiliar ha sido ubicada **adelante** de la posición de la imagen (o sea, más cercana al espejo) (Fig. 11).

Puesto que la pelotita auxiliar estaba más cercana al espejo que la imagen, alejamos la pelotita auxiliar intentando ponerla en la misma ubicación que la imagen.

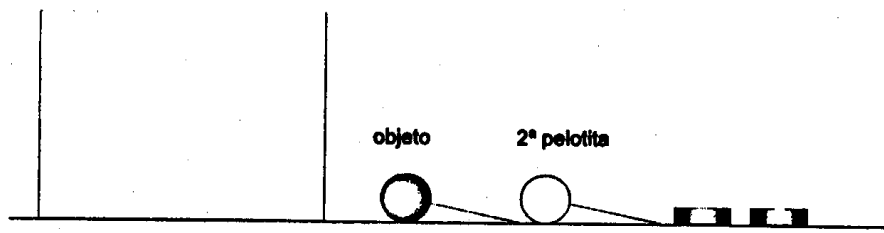


Fig. 7

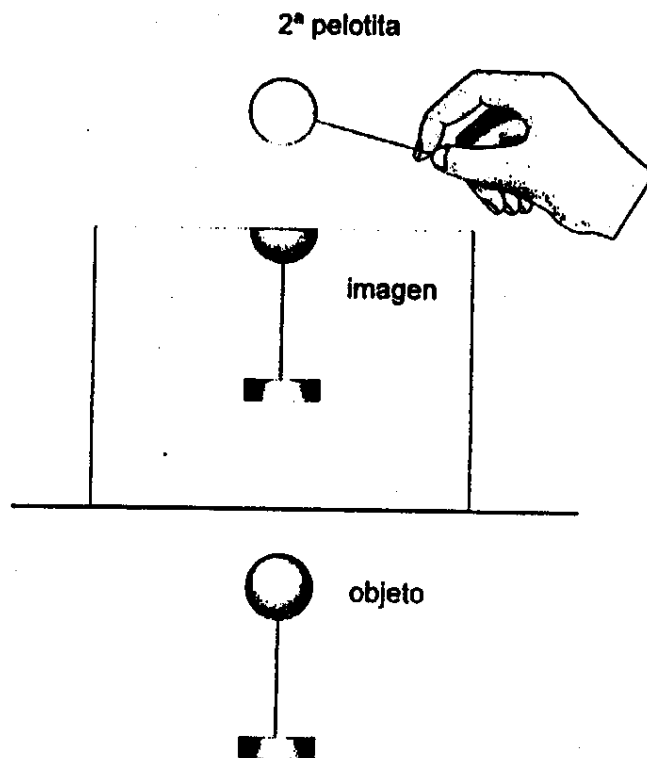


Fig. 8

Repetimos el procedimiento, moviéndonos a izquierda y derecha, y constatamos que al desplazarnos hacia la **izquierda**, la pelotita auxiliar queda a la **izquierda** de la imagen (Fig. 12). Si nos movemos hacia la derecha, la pelotita auxiliar se ve a la **derecha** de la imagen (Fig. 13). Luego, no hemos logrado colocar la pelotita auxiliar en la posición ocupada por la imagen: la hemos colocado más lejos que la imagen.

Seguimos ensayando el procedimiento, acercando y alejando la pelotita auxiliar hasta que: moviéndonos hacia la izquierda, sin embargo las dos semiesferas (la de la imagen y la de la pelotita auxiliar) no se mueven una con respecto a la otra (Fig. 14).

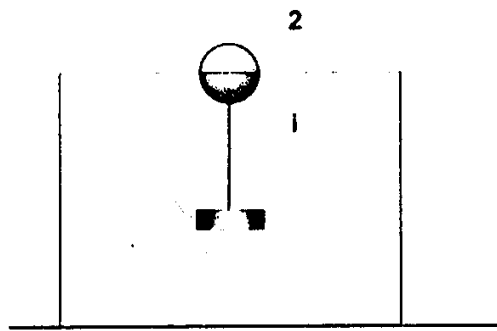


Fig. 9

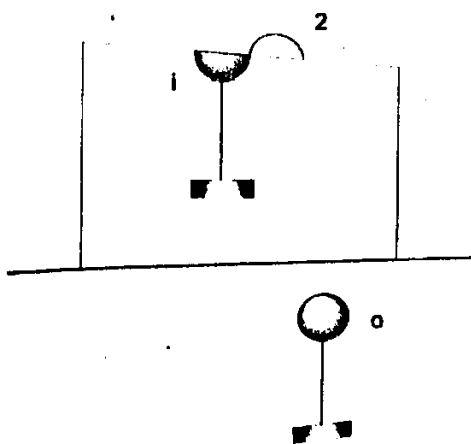


Fig. 10

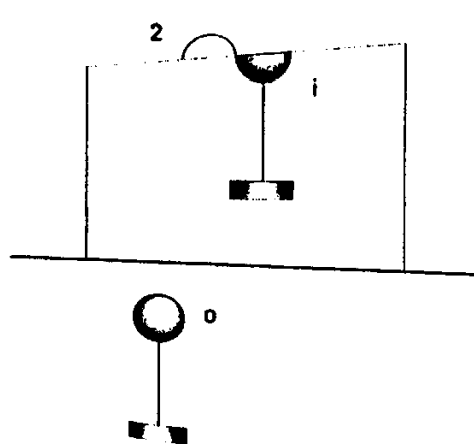


Fig. 11

Nos movemos ahora hacia la derecha pero las semiesferas no se mueven una con respecto a la otra, hemos colocado la esferita auxiliar en la misma posición de la imagen (Fig. 15).

Mirando la mesa de trabajo desde arriba y con los ojos en el plano del espejo, la situación se ve como en la Fig. 16.

En la hoja de papel que está en el plano de la mesa marcamos la posición del objeto, la traza del espejo, y la posición de la imagen (Fig. 17).

Con una escuadra y una regla comprobamos que la imagen es simétrica del objeto con respecto al plano del espejo (Fig. 18).



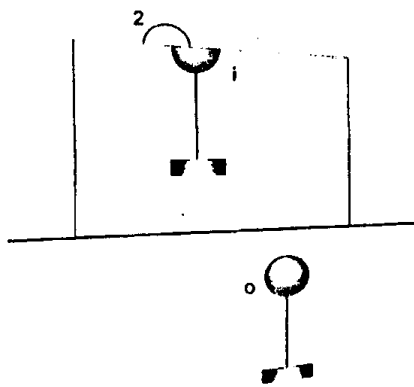


Fig. 12

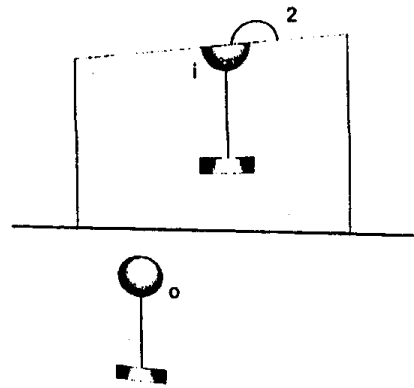


Fig. 13

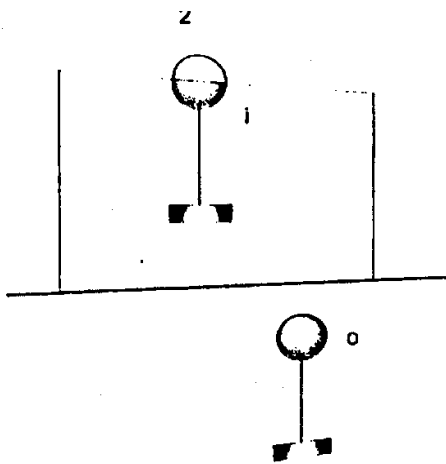


Fig. 14

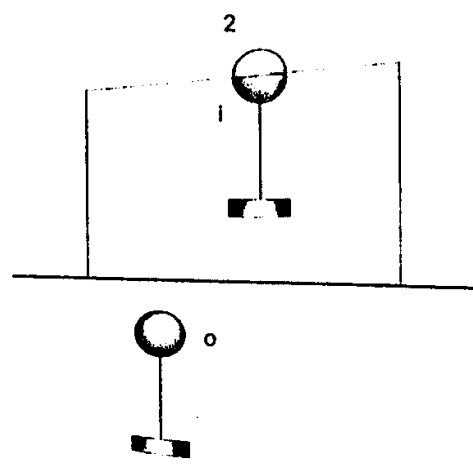


Fig. 15

Esta hermosa fotografía, girada  $90^\circ$ , muestra espectacularmente la simetría de la imagen y el objeto con respecto al plano del espejo (Fig. 19).

### Una ley de la reflexión

Si vemos la imagen es porque en nuestro ojo entró un rayo de luz proveniente del espejo, en cuya dirección está la imagen, poco detrás del espejo. La luz parece venir de la imagen (Fig. 20): es el rayo reflejado.

La intersección P del espejo con la recta (ojo-imagen) es el punto de incidencia del rayo que partió del objeto, se reflejó en el espejo y entró al ojo: éste es el rayo incidente (Fig. 21).

Si trazamos la recta n normal al espejo en el punto de incidencia P, podremos comprobar la segunda ley de la reflexión:

el ángulo  $i$  del rayo incidente con la normal  
es igual  
al ángulo  $r$  del rayo reflejado con la normal

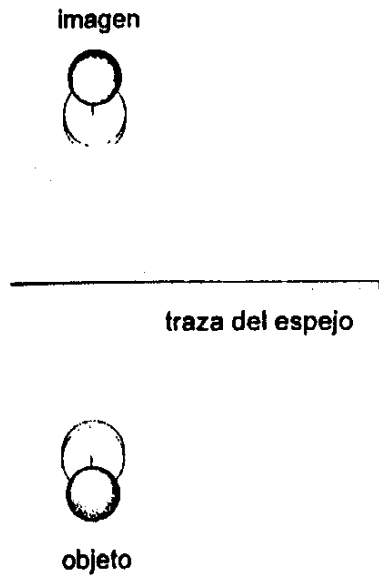


Fig. 16

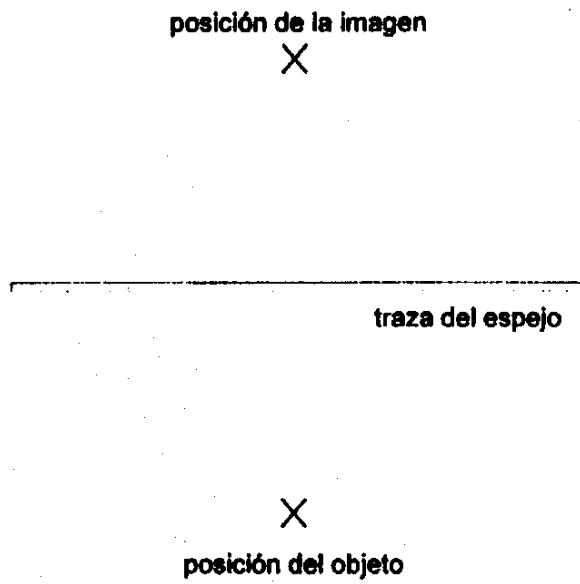


Fig. 17

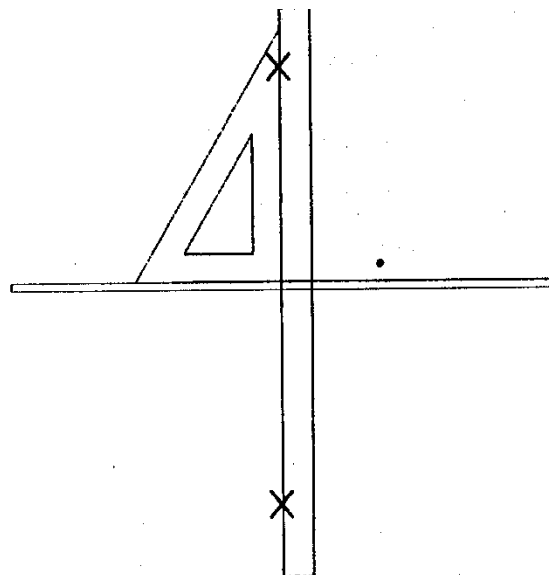


Fig. 18



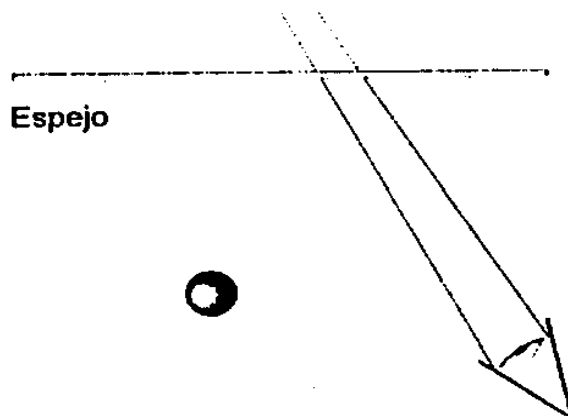
*Fig. 19*

Conviene advertir que:

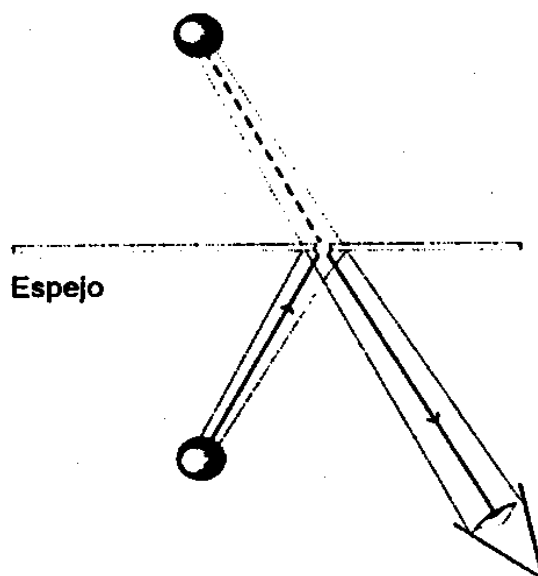
- el punto objeto  $O$  está en uno de los dos semiespacios determinados por el plano del espejo, y el punto imagen  $I$  está en el semiespacio opuesto;
- la distancia desde el punto objeto al espejo es igual a la distancia desde el punto imagen al espejo;
- la recta  $OI$  es perpendicular al plano del espejo, (Fig. 22).

Por cumplir esas tres condiciones podemos decir que el objeto y la imagen son simétricos con respecto al plano del espejo.

Esta propiedad permite ubicar rápidamente un punto imagen cuando se conocen el punto objeto y el espejo.



*Fig. 20*



*Fig. 21*

### **La imagen de un objeto extenso**

De la propiedad que acabamos de establecer resulta que la imagen de un cuerpo extenso es simétrica del objeto con respecto al espejo. **NO ES IGUAL**: es sólo simétrica (Fig. 19). La cara que vemos cuando nos miramos en un espejo **NO ES NUESTRA CARA**.

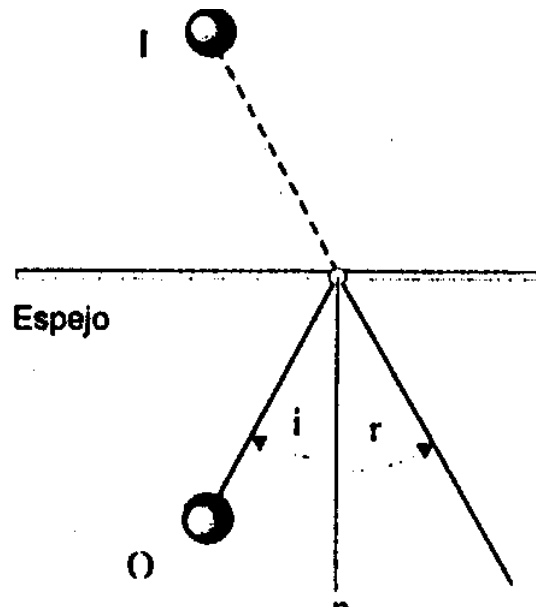


Fig. 22

## VI. Imágenes producidas por un espejo convexo

Para experimentar con un espejo convexo conviene elegirlo con un radio de curvatura largo (o sea poco curvado) de modo que las imágenes no estén excesivamente distorsionadas.

La fotografía muestra a un joven de espaldas. Con su mano izquierda sostiene un espejo plano, y con su derecha uno convexo. Se advierte que éste produce una imagen de menor tamaño (Fig. 23).

El procedimiento que seguiremos para explorar las propiedades de un espejo convexo y sus imágenes es análogo al que ya empleamos con un espejo plano. Conviene experimentar con un riel rectilíneo o “banco óptico” para reconocer las posiciones con facilidad.

Colocamos un espejo cóncavo con su eje paralelo al riel, y frente a él, apoyado sobre el riel, un objeto (una varilla o una barra vertical). Con un espejo convexo resulta más práctico trabajar con una “barra objeto” sin la pelotita de ping-pong (Fig. 24).

Mirando hacia el espejo desde una posición apropiada, veremos la imagen. Si movemos el objeto alejándolo del espejo  $O$ , y acercándolo a él, veremos que la imagen también se aleja y acerca (casi como si se tratara de un espejo plano); pero enseguida advertiremos que cuando se aleja, lo hace “más lentamente” que el objeto.

La Fig. 25 describe (en forma análoga al uso de espejos planos) cómo un observador ve una imagen puntual producida por la reflexión en un espejo convexo.

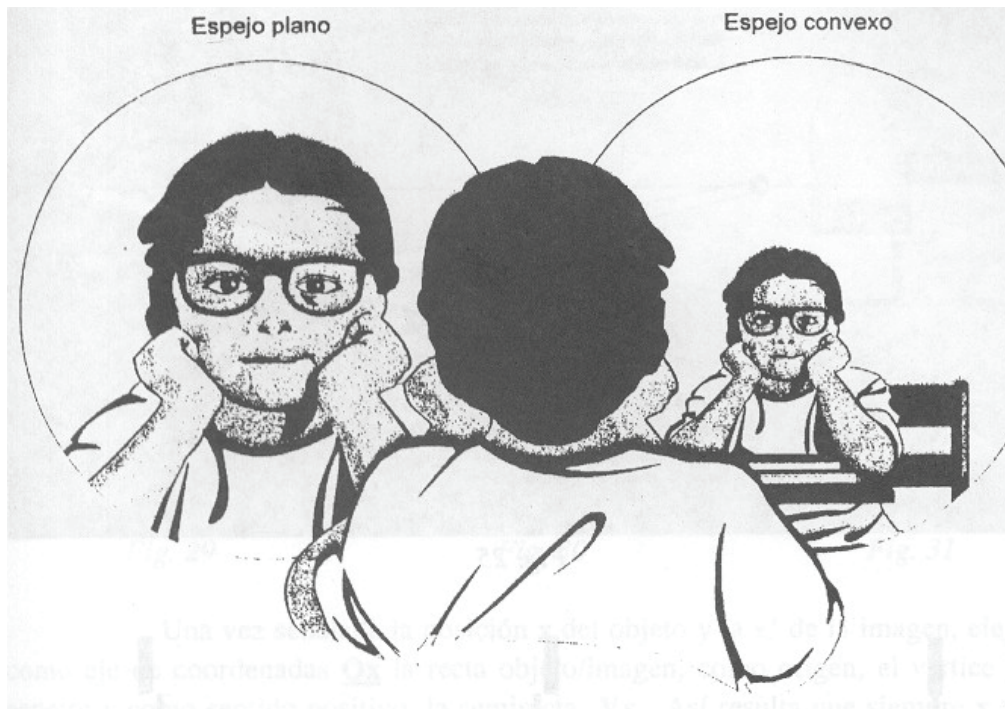


Fig. 23

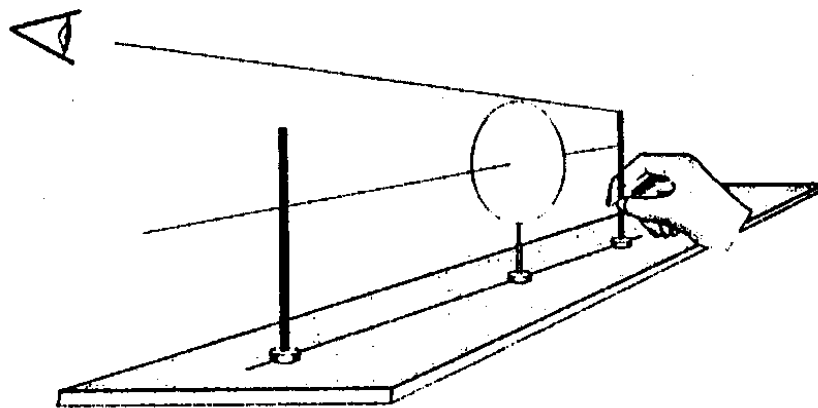


Fig. 24

Disponemos los elementos de modo que la barra objeto, su imagen y la barra auxiliar se vean alineados (Fig. 26).

Nos desplazamos hacia la izquierda, y la barra auxiliar se desplaza hacia la **izquierda** de la imagen (Fig. 27).

Nos desplazamos hacia la derecha, y la barra auxiliar se desplaza hacia la **derecha** de la imagen (Fig. 28).

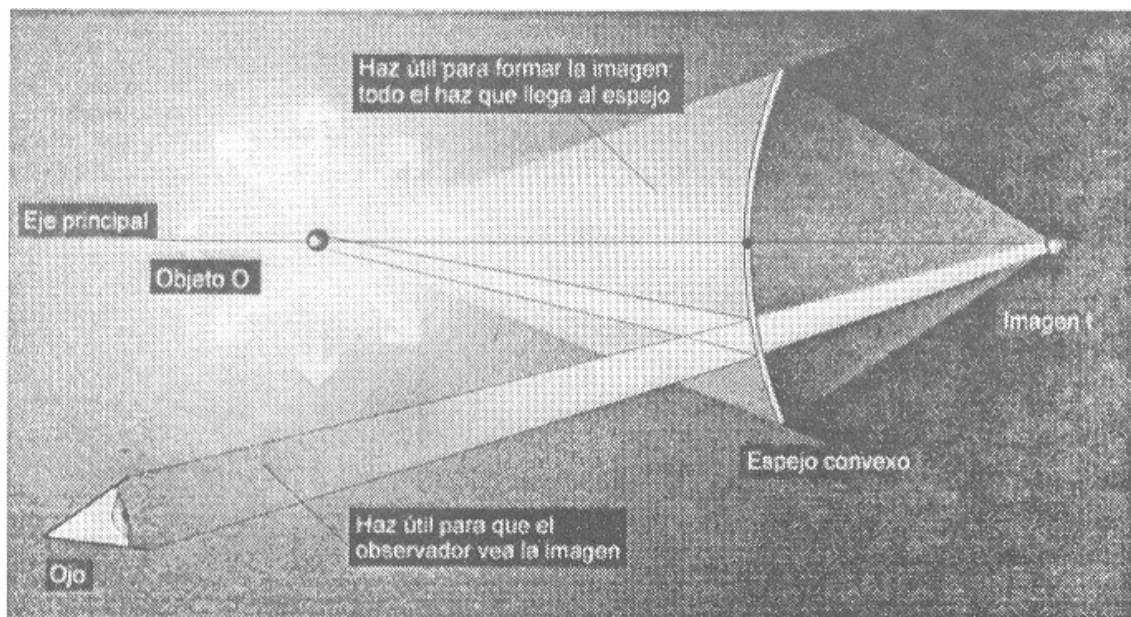


Fig. 25

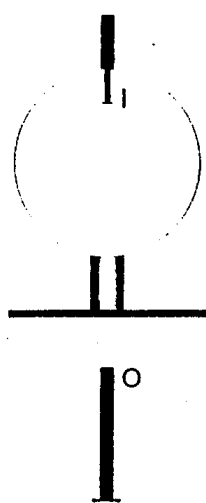


Fig. 26

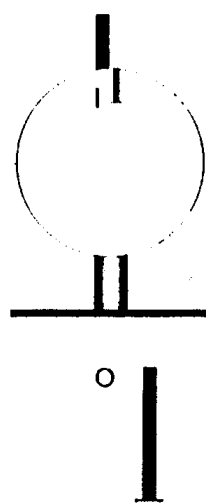


Fig. 27

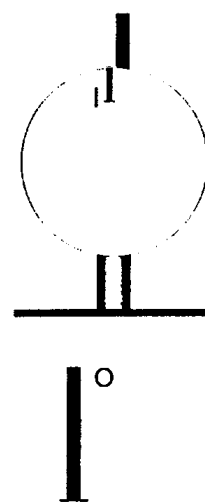


Fig. 28

De ahí se deduce que la barra auxiliar está más lejos del espejo que la imagen.

Movemos la barra auxiliar acercándola y alejándola del espejo (mientras nos movemos oscilando a izquierda y derecha) hasta lograr que la barra objeto, la imagen y la barra auxiliar estén alineadas y, a pesar de las oscilaciones, la barra auxiliar y la imagen no se desplacen una con respecto a la otra: la barra auxiliar está en la ubicación de la imagen (Fig. 29, 30 y 31).

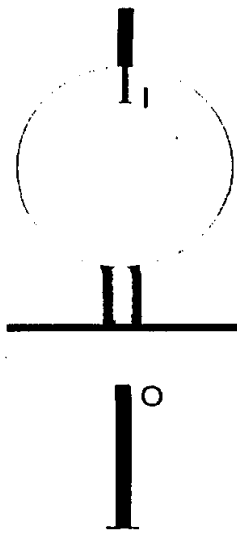


Fig. 29

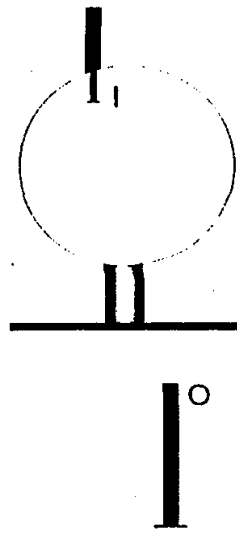


Fig. 30

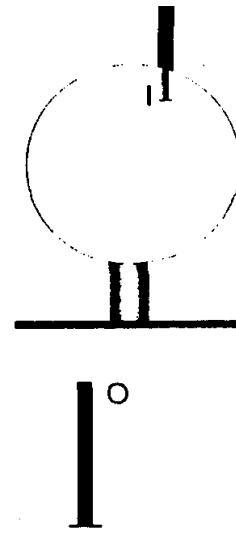


Fig. 31

Una vez señalada la posición  $x$  del objeto y la  $x'$  de la imagen, elegimos como eje de coordenadas  $Ox$  la recta objeto/imagen; como origen, el vértice  $V$  del espejo; y como sentido positivo, la semirecta  $Vx$ . Así resulta que siempre  $x > 0$  y  $x' < 0$  (Fig. 32).

Si el objeto se aleja cada vez más del espejo ( $x$  crece), también la imagen se aleja ( $x'$  crece); pero cuando  $x$  es muy grande ( $x \approx \infty$ ), la imagen se mantiene prácticamente sin moverse en un punto especial: el foco del espejo ( $x' = f$ ) (Fig. 33).

Si se coloca el objeto en diversas posiciones  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , la imagen se ubica correspondientemente en las posiciones  $x_1', x_2', x_3', \dots$ , y al medirlas se encuentra la ley:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

Ejercicio 1. Espejo convexo, de distancia focal  $f = -25\text{cm}$ . Frente al espejo se coloca un objeto a  $x = 50\text{cm}$

a) Calcular la posición  $x'$  de la imagen (Fig. 34).

De la fórmula y observando el dibujo para atribuir signos resulta:

$$\frac{1}{x'} = \frac{1}{(-25)} - \frac{1}{50} \quad x' = -17\text{cm}$$



Ejercicio 2. Un observador coloca su ojo como está indicado en la Fig. 35. Dibujar el rayo incidente y el rayo reflejado que le permiten observar la imagen.

Como el observador ve la imagen, en su ojo penetra un rayo de luz que “parece provenir” de la imagen. Entonces la recta que une la imagen  $O'$  con el ojo, contiene el rayo reflejado  $r$  desde el espejo hasta el ojo. Desde el espejo hasta la imagen, esa misma recta contiene la prolongación  $r'$  del rayo reflejado (segmento a rayas). El segmento  $OI$  representa el rayo incidente.

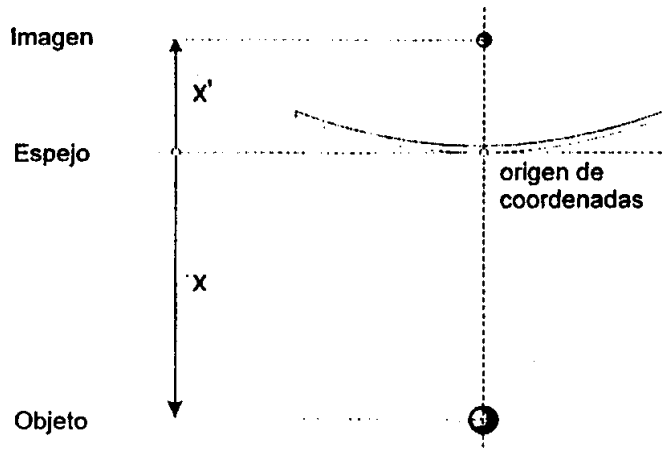


Fig. 32

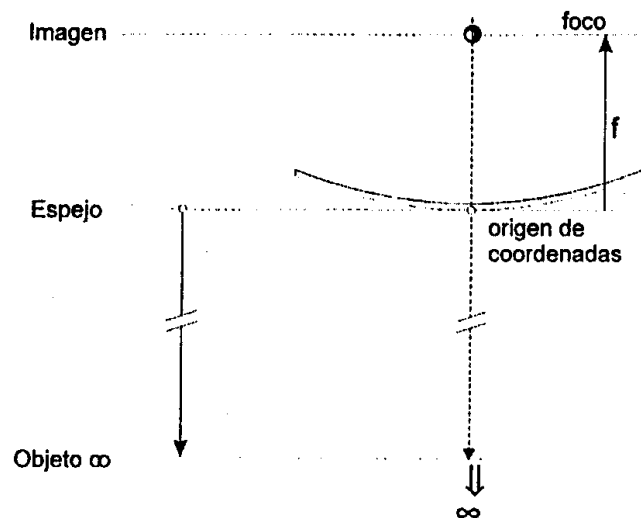


Fig. 33

## VII. Los rayos principales

Del procedimiento para determinar la ubicación del foco resultan los siguientes corolarios:

**Corolario 1.** Los raios paralelos al eje principal se reflejan en el espejo y divergen; pero sus prolongaciones pasan todas por el foco (Fig. 37).

Si el objeto está en el infinito, pero fuera del eje principal (imagíne una estrella  $O$  y otra  $O'$  algo más abajo), el eje secundario  $CO'$  (perpendicular a la

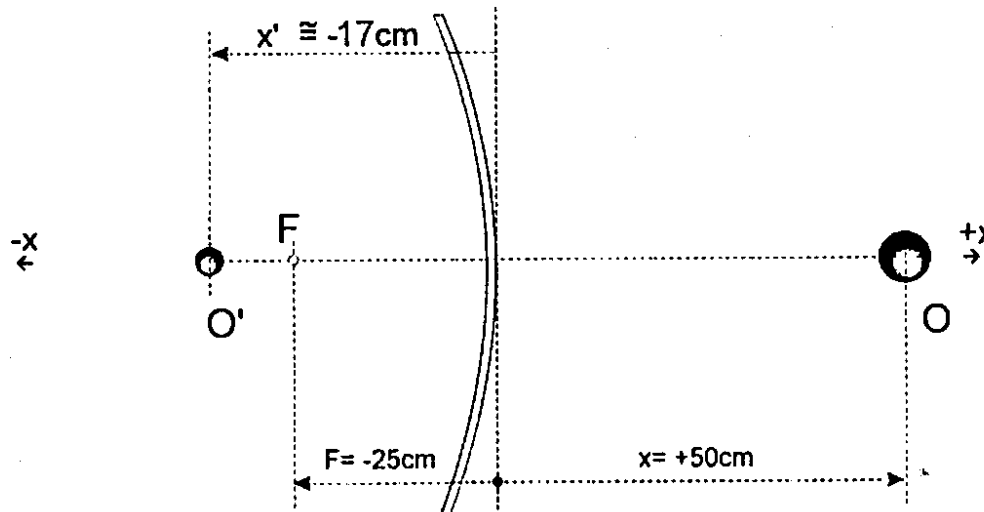


Fig. 34

superficie de la esfera por pasar por el centro  $C$ ) corta al plano focal en  $F'$ , foco secundario correspondiente a esa dirección (Fig. 38).

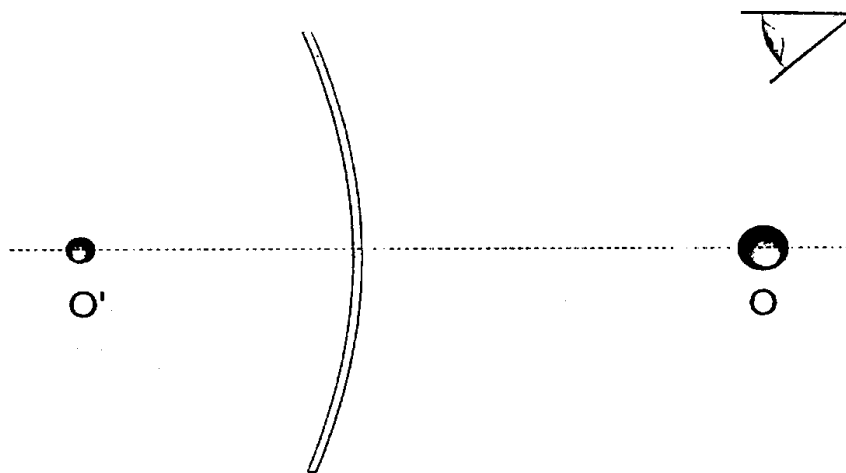


Fig. 35

Si, por ejemplo, miramos la imagen de la Cruz del Sur con un espejo cóncavo, la veremos más cercana, más pequeña, y los ángulos desde el ojo a las diferentes imágenes de las estrellas serán menores que cuando las miramos directamente o con un espejo plano.

**Corolario 2.** La reversibilidad de los caminos ópticos (si, a luz sigue un camino por ir de un punto a otro, para volver sigue el mismo camino, pero en sentido inverso) permite concluir que si la prolongación de un rayo incidente sobre el espejo pasa por el foco, el rayo reflejado es paralelo al eje principal (Fig. 39).

Además, por definición de centro de curvatura del espejo resulta:

**Corolario 3.** Los rayos incidentes cuyas prolongaciones pasan por el centro de curvatura  $C$  son perpendiculares al espejo; y por eso se reflejan sobre sí mismos (Fig. 40).

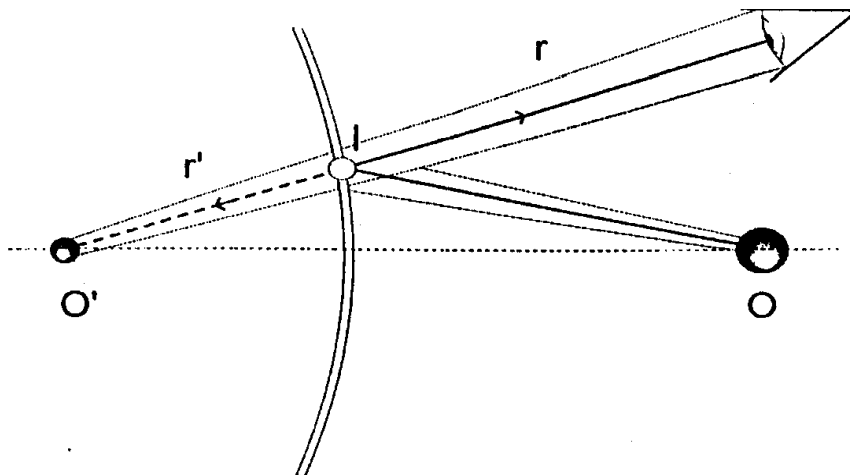


Fig. 36

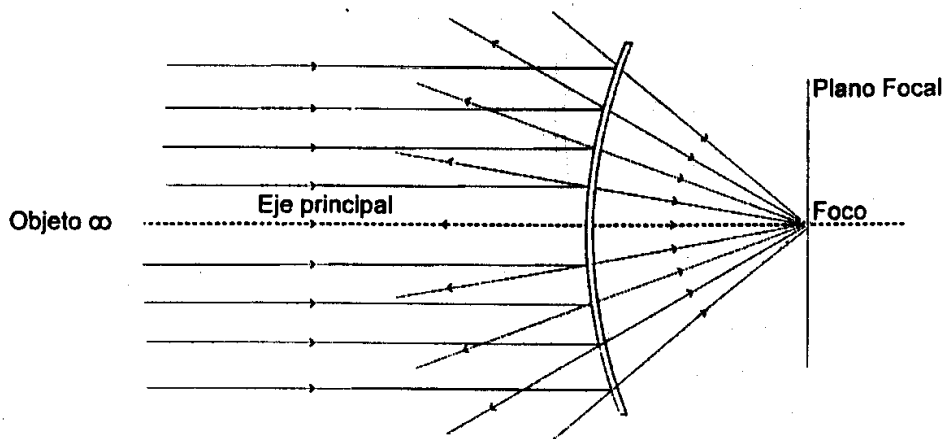


Fig. 37

La importancia práctica de los rayos principales es la ayuda que prestan para ubicar la posición de una imagen cuando se conoce la distancia focal de un espejo, y

la posición del objeto. O bien ubicar la posición donde se debe colocar el objeto cuando se desea obtener una imagen en una posición determinada.

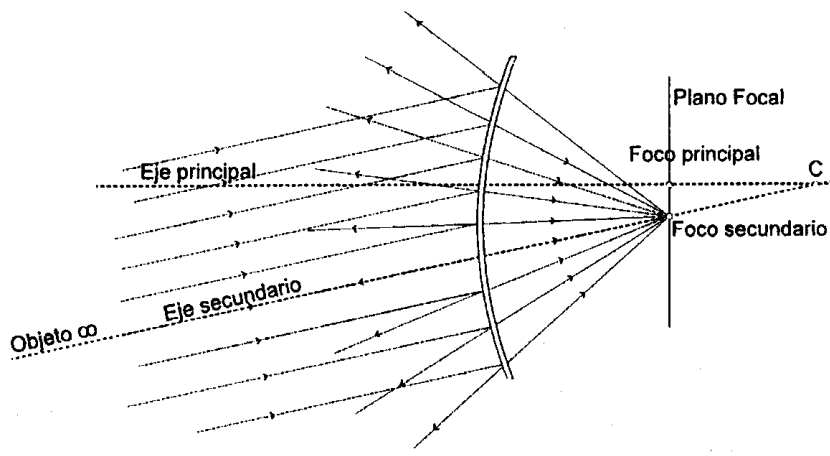


Fig. 38

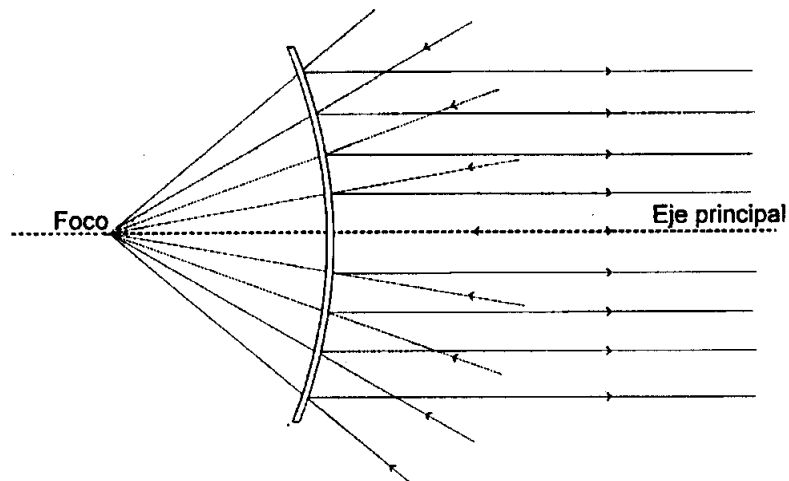


Fig. 39

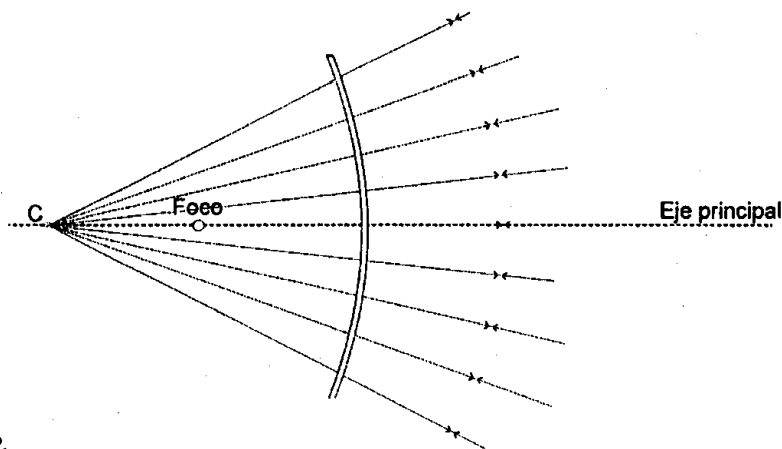


Fig. 40

Ejercicio 3. A 8cm de un espejo convexo de distancia focal  $f = -10\text{cm}$  se coloca un objeto. Ubicar la imagen (Fig. 41).

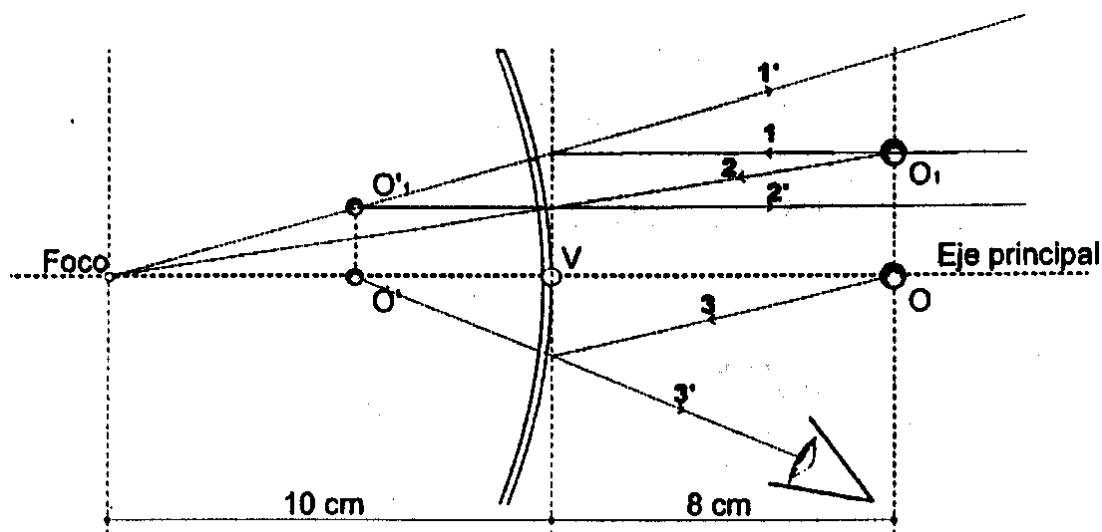


Fig. 41

Nota: Si el objeto está en el eje principal, está claro que los tres rayos principales se superponen y no se puede ubicar la imagen. Pero podemos dibujar un segmento  $OO$  y hallar la imagen  $O'$  de  $O$ : la imagen de  $O$  es el pie de la perpendicular al eje trazada por  $O'$ .

El rayo incidente 1 es paralelo al eje principal: por eso la prolongación del rayo reflejado  $1'$  debe pasar por el foco  $F$ .

La prolongación del rayo incidente 2 pasa por el foco: por eso el rayo reflejado  $2'$  es paralelo al eje principal.

Si un observador coloca su ojo para que en él entre el rayo reflejado  $1'$ , verá venir la luz desde su prolongación. Si coloca su ojo para que entre  $2'$ , verá venir la luz desde su prolongación. Luego, cualquiera sea su posición, la verá venir desde la intersección de  $1'$  con  $2'$ , en  $O'$ , imagen de  $O$ . La imagen de  $O$  es  $O'$ .

Si el observador coloca su ojo para ver  $O'$  con un raro  $3'$  cualquiera, verá venir la luz de  $O'$ .

Nota. Obsérvese que (para simplificar) en el dibujo hacemos reflejar los rayos en el plano tangente al espejo en su vértice  $V$ : esto significa admitir que la curvatura del espejo es pequeña (o que su radio es grande).

Ejercicio 4. Frente a un espejo convexo de distancia focal  $f = -10\text{cm}$  se quiere colocar un objeto  $O$  para que su imagen  $O'$  se forme a 4cm detrás del espejo. ¿Dónde se ha de colocar el objeto? (Fig. 42)

Otra vez recurrimos al auxilio de  $O'$ , a 4 cm del espejo pero fuera del eje principal. ¿Dónde estará el punto de incidencia en el espejo, del rayo que se refleja

paralelamente al eje principal? Si es un rayo reflejado de los que forman la imagen, su prolongación debe pasar por la imagen  $O'$ . Entonces aquel punto de incidencia es la intersección con el espejo, de la paralela al eje que pasa por  $O'$ : es el punto 1.

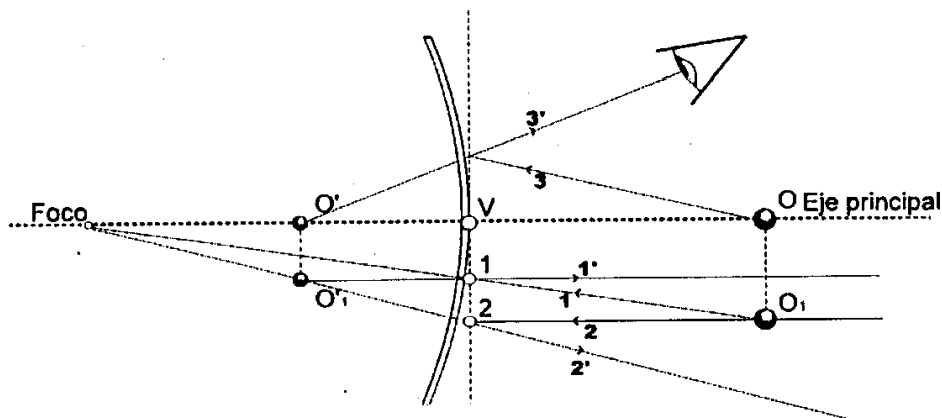


Fig. 42

El rayo reflejado  $2'$  cuya prolongación pasa por la imagen  $O'$  y por el foco incide en el espejo en el punto 2 de intersección con el espejo de la recta  $FO'$ . El correspondiente rayo incidente 2 es paralelo al eje principal.

La intersección de los rayos incidentes 1 y 2 determina la posición del objeto  $O$ ; y su proyección sobre el eje es el objeto  $O$ .

Si un observador desde una posición cualquiera mira la imagen  $O'$ , la ve mediante el rayo reflejado  $3'$ , correspondiente al rayo incidente 3. La escala del dibujo muestra que  $x \cong 7\text{cm}$ .

El cálculo indica que:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{(-10)} - \frac{1}{(-4)}; \quad x \cong 7\text{cm}$$

### VIII. Imágenes con un espejo cóncavo

Para estudiar la formación de imágenes con un espejo cóncavo resulta práctico trabajar con un fiel óptico y elegir como objeto "puntual" un foquito de linterna (Fig. 43).

Comenzamos con el objeto cerca del espejo (como es usual cuando uno se mira la cara con un espejo "de aumento"). Verificamos que: 1) La imagen está detrás del espejo: por eso es virtual (como un espejo plano o uno convexo); 2) El tamaño de la imagen es mayor que el del objeto, y está derecha. (Fig. 44).

Dejamos a un lado la ubicación de este tipo de imágenes, porque el procedimiento de paralaje es análogo al usado con espejos planos y convexos, y lo reservaremos para aplicarlo con imágenes reales.

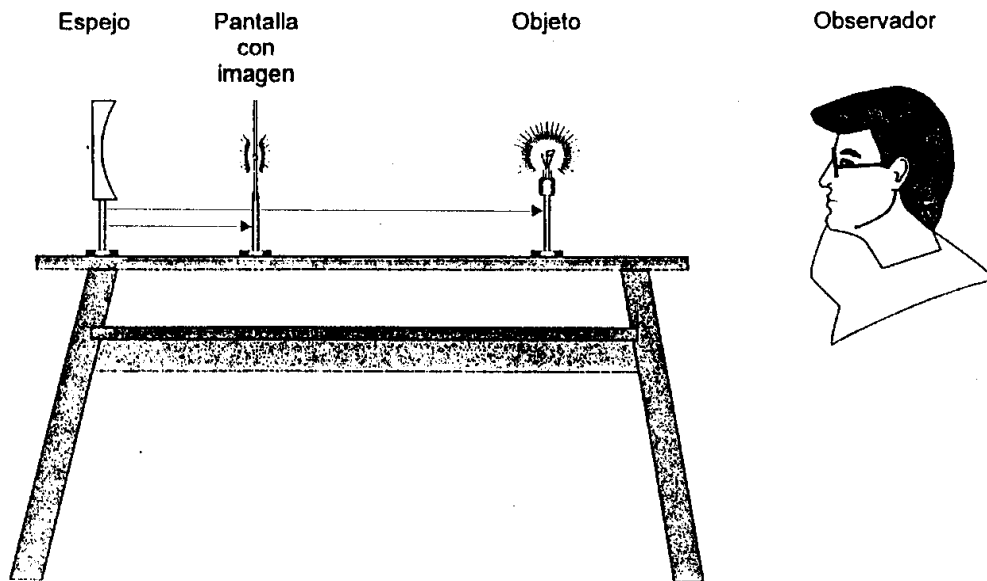


Fig. 43

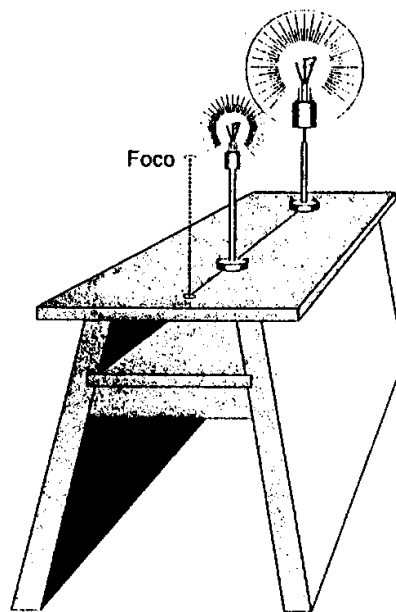


Fig. 44

Al alejar O del espejo se observa que O' se aleja también, pero aumentando de tamaño. Pero con un espejo cóncavo ocurre algo particular que no sucede con uno plano o convexo: se llega a un lugar especial tal que cuando O está ahí, la imagen O' llena todo el espejo (Fig. 45): el objeto está en el foco (Fig. 46).

Si seguimos alejando O del espejo, reaparece la imagen; pero ya no está detrás, sino delante del espejo. Y ahora se la puede formar sobre una pantalla (esto antes no era posible) lo que significa que está formada con los rayos de luz reflejados, ellos mismos y no sus prolongaciones. Por eso se llama real a esta clase de imágenes. Ade-

más, la imagen está invertida, lejos del espejo y su tamaño es mayor que el del objeto (Fig. 47).

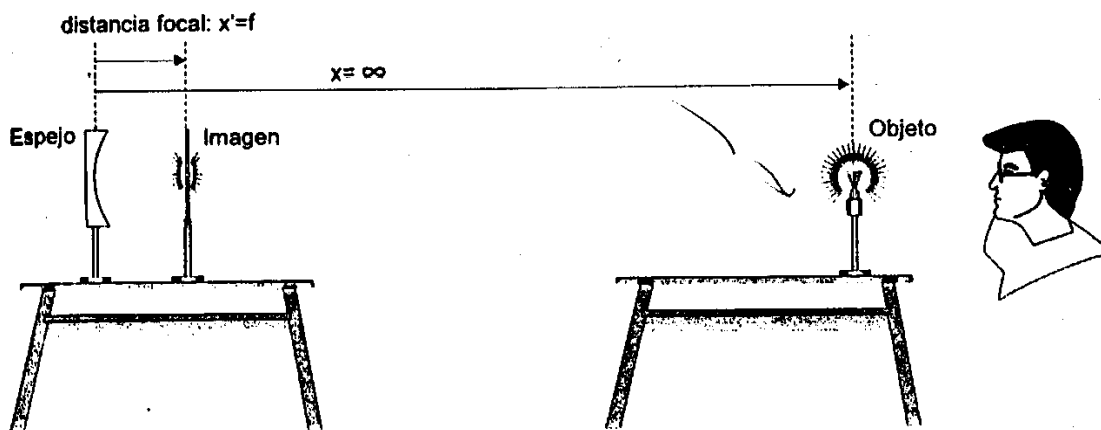


Fig. 45

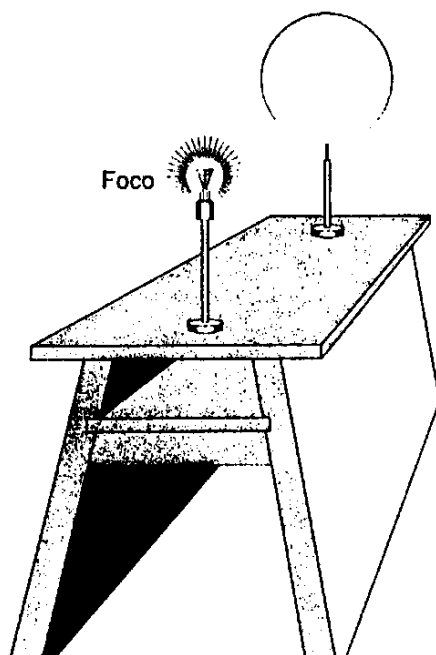


Fig. 46

Si alejamos más el objeto del espejo veremos que hay que acercar la pantalla para que en ella se forme la imagen; y su tamaño disminuye. (Fig. 48 y 49).

Alejando aún más O del espejo, se llega a una situación curiosa e interesante: para recoger la imagen en la pantalla se la debe colocar junto al objeto,



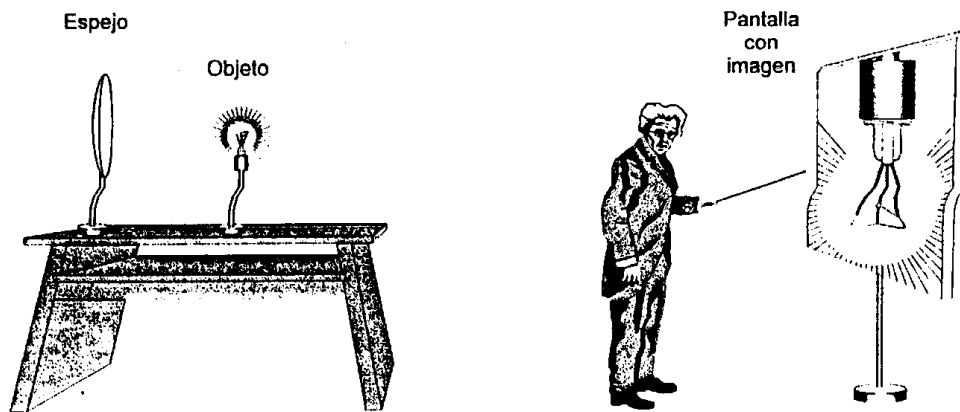


Fig. 47

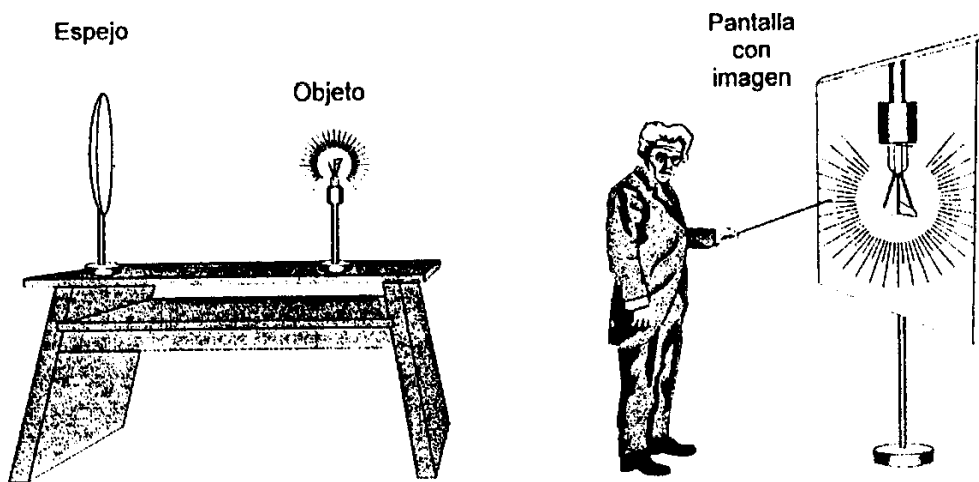


Fig. 48

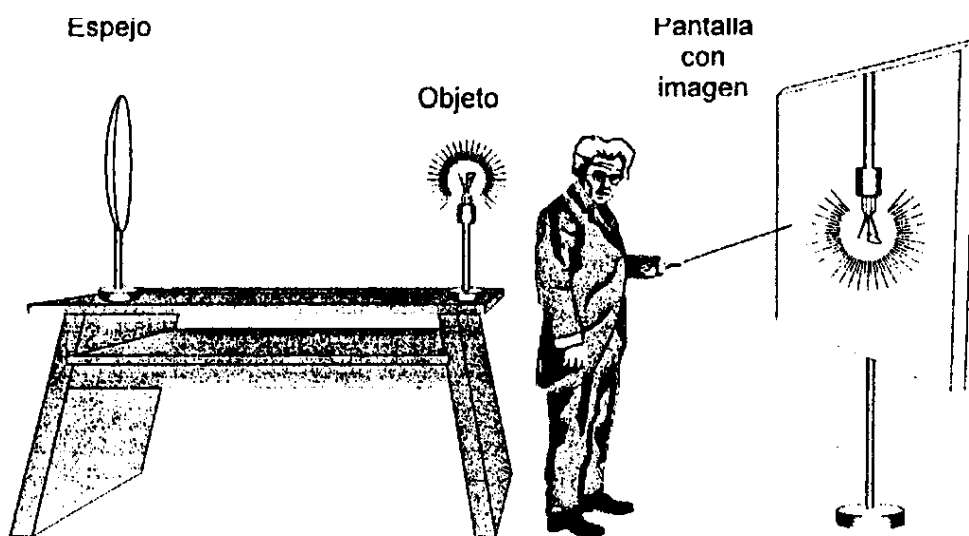


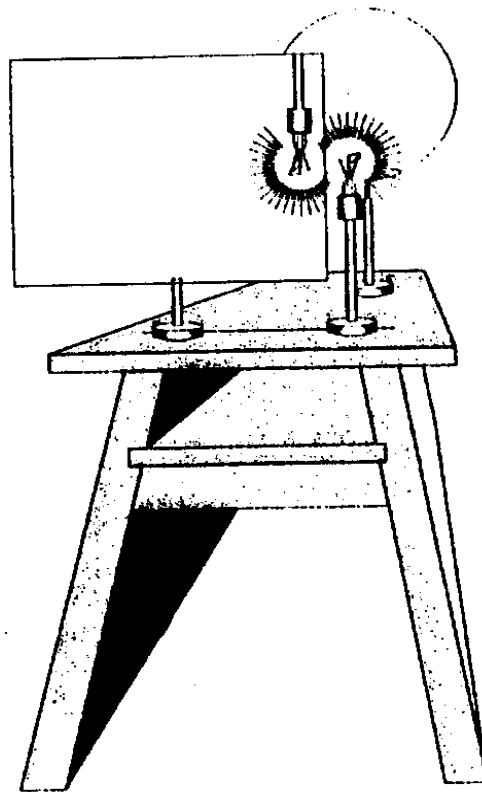
Fig. 49

ambos (objeto e imagen) a una misma distancia del espejo y sus tamaños son iguales (Fig. 50).

Si se aleja más aún el objeto del espejo, la imagen se acerca al espejo e es de menor tamaño que el objeto.

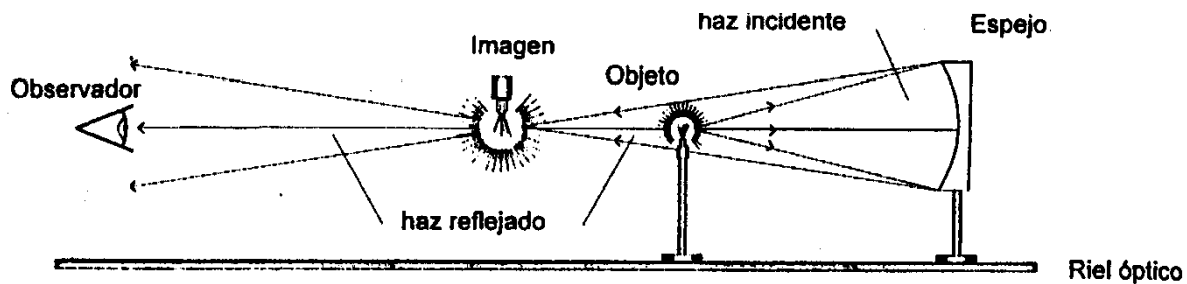
### **IX. Como ver la imagen sin usar una pantalla**

Es fácil ver la imagen real cuando se forma una pantalla. Si después de haberla visto sobre la pantalla, retiramos ésta, sabemos que la imagen está ahí, en el mismo sitio, pero no es fácil verla: pero verla es curioso e interesante.



*Fig. 50*

La primera condición necesaria es colocar los ojos de tal manera que en ellos entren rayos reflejados después que han formado la imagen. De esta manera los elementos quedan en el siguiente orden: ojos del observador/imagen u objeto/espejo (Fig. 51).



*Fig. 51*

La segunda condición es “enfocar los ojos” **en la imagen**; pero esto requiere ejercitación porque lo instintivo es “enfocar los ojos” en el espejo, quedando así desenfocada la imagen, y no se la ve claramente.

Para resolver este problema sugerimos: 1) Formar la imagen sobre la pantalla; 2) Deslizar la pantalla lateralmente hasta que en su borde se forme sólo la mitad de la imagen; la otra mitad queda en el aire; 3) Colocar los ojos en el trayecto de los rayos reflejados y mirar la pantalla (Fig. 52); 4) Conservando este enfoque, retirar totalmente la pantalla. Entonces se verá la imagen como “flotando en el aire”. El espejo y el objeto quedan fuera de foco. (Fig. 53).

Otro procedimiento (sin pantalla) es usar paralaje: 1) Sobre el riel se coloca una barra vertical; 2) Colocando los ojos en la línea de visión ojos/barra objeto/espejo, se mueve la barra auxiliar hacia adelante y atrás, buscando la posición de su imagen (mientras se cabecea a izquierda y derecha) hasta lograr que la barra auxiliar y la imagen no se muevan una con respecto a la otra a pesar de las oscilaciones de la cabeza. Cuando se logra esa posición de la barra auxiliar, en esa misma posición está ubicada la imagen. Es una experiencia hermosa.

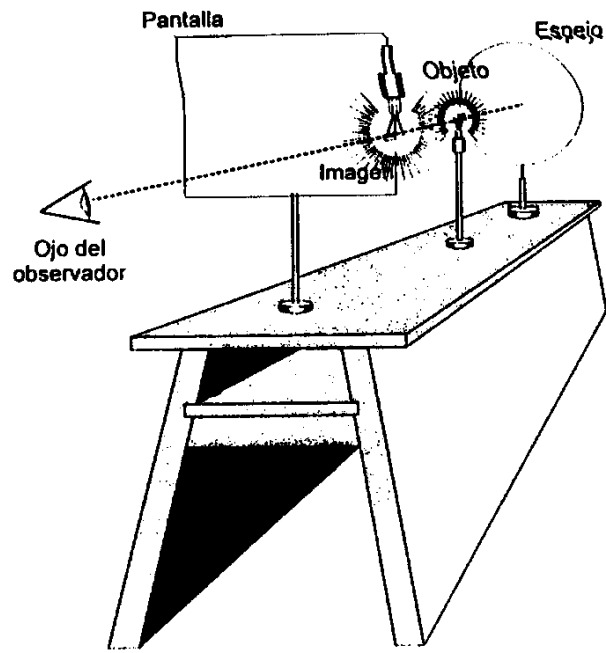


Fig. 52

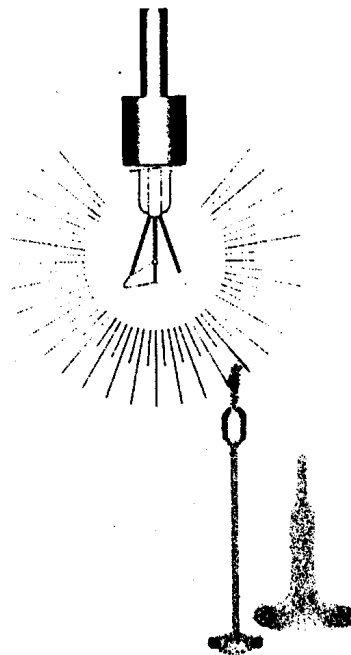


Fig. 53