
LEI DE HOOKE: UMA COMPARAÇÃO ENTRE SISTEMAS LINEARES

Carlos Eduardo Laburú

*Chrystie Jacob de Almeida*¹

Departamento de Física, Universidade Estadual de Londrina
Londrina-PR

Resumo

Neste trabalho propomos quatro montagens alternativas para substituir a mola de aço, que é tradicionalmente usada nos laboratórios de segundo grau, para verificar a lei de Hooke. Cinco experimentos, com materiais diferentes da mola de aço, foram testados: uma mola de aço convencional, duas molas de plástico de encadernação com diâmetros diferentes, um elástico, um par de lâminas de aço e uma régua de madeira.

Da análise gráfica dos resultados, selecionamos determinadas faixas de dados onde as constantes elásticas dos equipamentos têm um comportamento considerado constante. Como veremos, conseguiu-se com o uso de régua ou molas de plástico, uma qualidade nas medidas semelhante à da mola de aço.

Portanto, fica para os professores a sugestão da possível substituição da mola de aço pela régua ou pelas molas de plástico de encadernação.

I. Introdução

Um dos experimentos mais tradicionais empregados em laboratórios didáticos é aquele que verifica a relação linear entre a força aplicada em um sistema e sua elongação, ou seja, a lei de Hooke. Em geral, o equipamento convencional empregado para a realização deste experimento constitui-se, basicamente, de uma mola de aço e massas padrões aferidas.

Interessados em equipamentos didáticos alternativos para serem empregados no segundo grau, que obedeçam as características de baixo custo,

¹ Bolsista PET/CAPES

substituíveis, facilmente encontrados no mercado, que tenham um grau de dificuldade reduzido em relação à sua montagem, e que nada deixem a desejar no que se refere à qualidade didático-pedagógica dos equipamentos comerciais, pensamos em mostrar neste trabalho possíveis alternativas à mola de aço tradicional, nem sempre facilmente disponível.

Assim, propomos apresentar um estudo com quatro montagens alternativas que poderiam substituir a mola acima, mostrando conjuntamente os seus resultados experimentais. A apresentação dos dados será feita por meio de gráficos que ilustrarão o comportamento da constante elástica dos sistemas na região empírica trabalhada, para cada equipamento. Essa forma de apresentação se justifica na medida em que, havendo uma menor flutuação da constante elástica de cada material, mais precisamente e mais facilmente deverá ser identificada pelo aluno a relação linear entre a elongação e a respectiva força aplicada, para a verificação da lei de Hooke.

Deixamos para a última seção uma discussão dos resultados, onde é feita uma avaliação comparativa da qualidade dos mesmos, em relação aos resultados obtidos, quando se emprega uma mola de aço típica. Durante essa avaliação, mostraremos a necessidade de se trabalhar numa faixa mais conveniente de dados experimentais (massas) para cada equipamento, a fim de que a lei de Hooke possa ser adequadamente observada, conforme mencionamos. Por outro lado, isso não exclui a possibilidade do professor ter também como objetivo didático mostrar que a lei de Hooke, para os sistemas reais somente é válida, ou pode ser aproximada, para certas regiões experimentais.

Espera-se que este trabalho seja útil ao professor de segundo grau, na medida em que sugere montagens alternativas para a realização do experimento sobre a lei de Hooke. Conjuntamente faremos uma discussão das montagens alternativas, antecipando-lhes alguns possíveis resultados que poderão ser encontrados empregando alguns materiais típicos.

II. Parte experimental

Os equipamentos:

Nesta seção analisamos cinco experimentos relacionados com a lei de Hooke:

- Uma mola de aço convencional, duas molas de plástico para encadernação de diâmetros diferentes, um elástico, um par de lâminas de aço acopladas, uma régua de madeira presa a uma mesa por uma das pontas e com suporte na outra ponta para sustentação de pesos.

Todos os experimentos realizados obedecem o seguinte procedimento experimental:

- Penduram-se massas aferidas, padronizadas, com escalas convenientes a cada sistema, e medem-se as elongações correspondentes com régua comuns de plástico ($\pm 0,05\text{cm}$), a partir da posição de repouso do suporte das massas.

- As massas aferidas, utilizadas nos experimentos, eram moedas antigas de $(7,2 \pm 0,2)\text{g}$ com exceção do experimento 3 (serras de aço) onde foram usadas massas padronizadas de $(73,6 \pm 0,9)\text{g}$.

- Cada experimento foi feito de modo a obtermos o máximo de medidas possíveis em relação à resistência dos materiais, procurando encontrar regiões de linearidade para cada sistema, por isso as diferenças nos limites das massas empregadas.

- Na obtenção de K utilizamos a aceleração da gravidade como sendo de 10m/s^2 .

1) Experimento: Mola de Aço

Este primeiro experimento foi feito com uma mola de aço típica, usada em laboratório didático, e servirá de padrão para que se possa comparar a qualidade dos dados obtidos e os erros experimentais, com os outros equipamentos.

a) Especificação do material:

- Massas aferidas $(7,2 \pm 0,2)\text{g}$;
- Características da mola de aço:

Diâmetro externo: 2,15cm

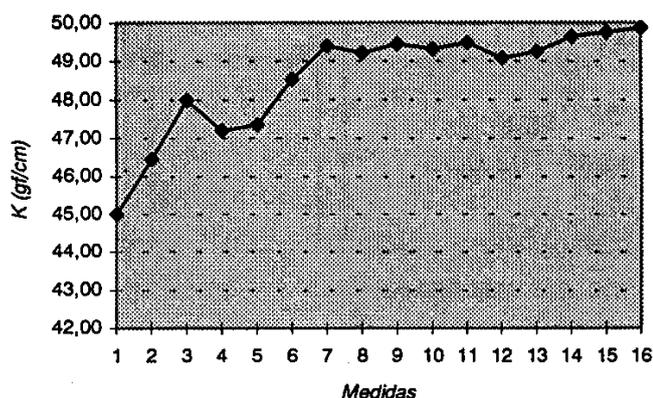
Comprimento: 7,00cm

Espessura do fio: 0,07cm

Espiras: 51

b) Tabela e Gráfico:

MOLA DE AÇO



MOLA DE AÇO

MASSAS (x 7,2 g)	DESLOC. (cm)	K (gf/cm)
1	1,60	45,00
2	3,10	46,45
3	4,50	48,00
4	6,10	47,21
5	7,60	47,37
6	8,90	48,54
7	10,20	49,41
8	11,70	49,23
9	13,10	49,47
10	14,60	49,32
11	16,00	49,50
12	17,60	49,09
13	19,00	49,26
14	20,30	49,66
15	21,70	49,77
16	23,10	49,87

2) Experimento: Régua de Madeira

Este experimento constou de uma régua presa à borda de uma mesa por uma das pontas a aproximadamente 2,5cm, com um suporte para massas preso à outra ponta, a 0,5cm. O objetivo era medir a altura do suporte, conforme se acrescentassem massas (ver Fig. 1).

a) Especificação do Material:

- Massas aferidas ($7,2 \pm 0,2$)g
- Características da Régua:
Comprimento total: 102,0 cm
Largura: 3,4cm
Espessura: 0,5cm

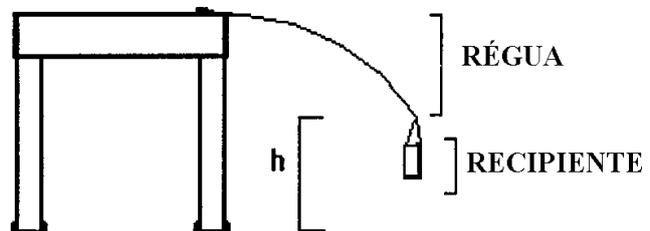
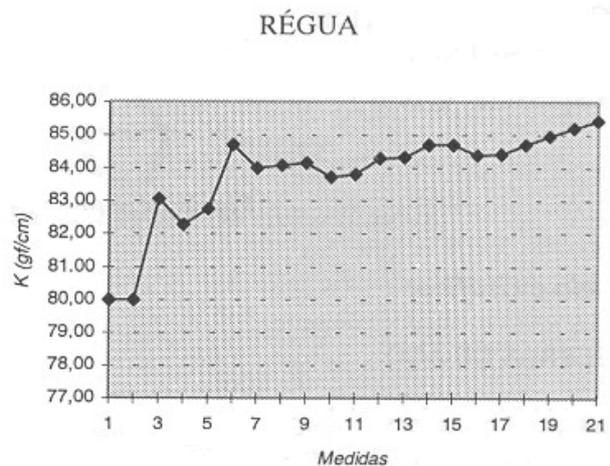


Fig.1: Esquema da montagem experimental com a Régua de Madeira.

b) Tabela e Gráfico

RÉGUA

MASSAS (X 7,2g)	DESLOC. (cm)	K (gf/cm)
1	0,90	80,00
2	1,80	80,00
3	2,60	83,08
4	3,50	82,29
5	4,35	82,76
6	5,10	84,71
7	6,00	84,00
8	6,85	84,09
9	7,70	84,16
10	8,60	83,72
11	9,45	83,81
12	10,25	84,29
13	11,10	84,32
14	11,90	84,71
15	12,75	84,71
16	13,65	84,40
17	14,50	84,41
18	15,30	84,71
19	16,10	84,97
20	16,90	85,21
21	17,70	85,42



3) Experimento: Serras de Aço

Para a realização deste experimento, parafusamos as pontas de duas serras de aço (essas serras já vêm com dois furos nas pontas, para encaixe em Arco de Serra). Em seguida, amarramos na serra inferior um barbante na parte central, que tinha como objetivo suspender um suporte para massas (ver figura 2). As alturas eram medidas a partir da base desse suporte. A unidade de massa utilizada foi de $(73,6 \pm 0,9)\text{g}$, em razão da constante elástica do sistema ser alta em comparação com os outros equipamentos.

a) Especificação do Material:

- Massas aferidas ($73,6 \pm 0,9$)g;
- Características das Serras de Aço:
Comprimento: 31,1cm
Largura: 1,2cm
Espessura: 0,1cm

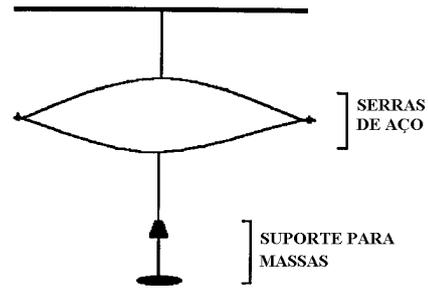
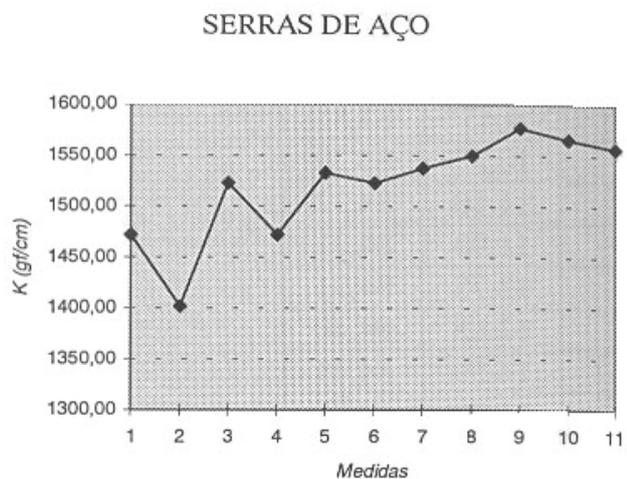


Fig. 2: Montagem experimental com as Serras de Aço.

b) Tabela e Gráfico

SERRAS DE AÇO

MASSAS (x 73, 6g)	DESLOC. (cm)	K (gf/cm)
1	0,50	1472,00
2	1,05	1401,90
3	1,45	1522,76
4	2,00	1472,00
5	2,40	1533,33
6	2,90	1522,76
7	3,35	1537,91
8	3,80	1549,47
9	4,20	1577,14
10	4,70	1565,96
11	5,20	1556,92



4) Experimento: Elástico

Neste experimento foi usado um elástico comum, montado conforme figura 3. Um copinho de plástico de café suspenso foi usado para colocar as massas e medir o deslocamento das mesmas.

a) Especificação do Material:

- Massas aferi das ($7,2 \pm 0,2$)g ;
- Características do Elástico:
Largura: 0,16cm
Espessura: 0,11 cm

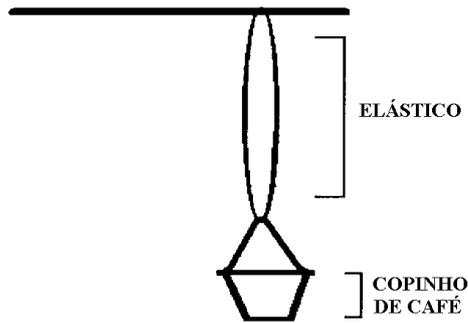
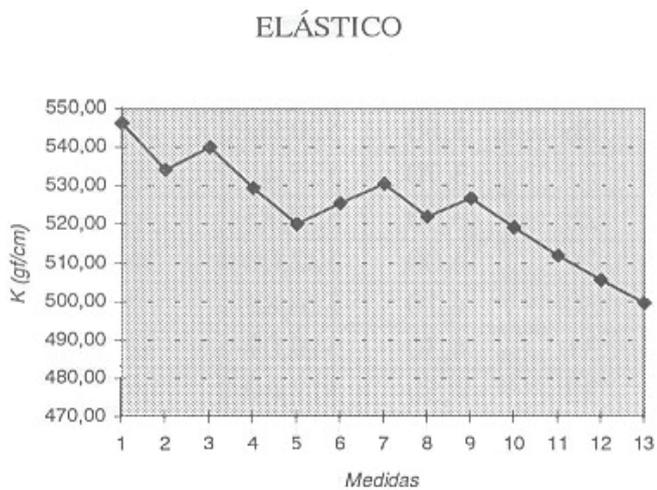
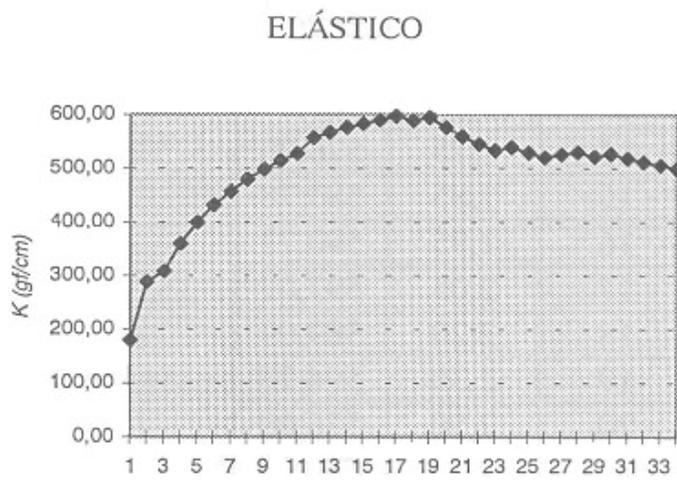


Fig. 3: Esquema da montagem feita com o Elástico.

b) Tabela e Gráfico:



Obs.: Este gráfico é uma visão ampliada do intervalo das medidas 22 a 34 do gráfico ao lado.

ELÁSTICO

MASSAS (x 7,2g)	DESLOC. (cm)	K (gf/cm)
1	0,40	180,00
2	0,50	288,00
3	0,70	308,57
4	0,80	360,00
5	0,90	400,00
6	1,00	432,00
7	1,10	458,18
8	1,20	480,00
9	1,30	498,46
10	1,40	514,29
11	1,50	528,00
12	1,55	557,27
13	1,65	567,27
14	1,75	576,00
15	1,85	583,78
16	1,95	590,77
17	2,05	597,07
18	2,20	589,09
19	2,30	594,78
20	2,50	576,00
21	2,70	560,00
22	2,90	546,21
23	3,10	534,19
24	3,20	540,00
25	3,40	529,41
26	3,60	520,00
27	3,70	525,41
28	3,80	530,33
29	4,00	522,00
30	4,10	526,83
31	4,30	519,07
32	4,50	505,53
33	4,70	499,59
34	4,90	

5) Experimento: Molas de Plástico (Fina e Grossa)

Neste experimento empregamos espiras de plástico usadas para encadernação como molas. Duas espiras foram experimentadas. Denominamos a espira de menor diâmetro de “Mola de Plástico Fina” e a de maior diâmetro de “Mola de Plástico Grossa”.

a) Especificação do Material:

- Massas aferidas ($7,2 \pm 0,2$)g;
- Características da mola de plástico grossa:

Diâmetro externo: 3,3cm

Comprimento: 13,5cm

Espessura do fio: 0,25cm

Espiras: 20

- Característica da mola de plástico fina:

Diâmetro externo: 2,5cm

Comprimento: 13,0cm

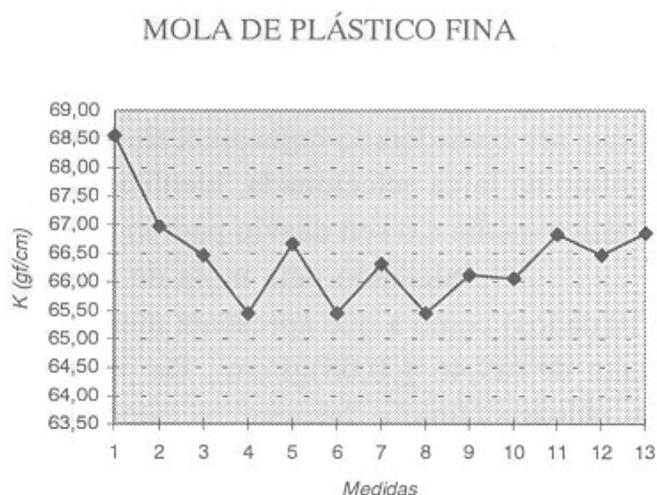
Espessura do fio: 0,2cm

Espiras: 18

b) Tabelas e Gráficos:

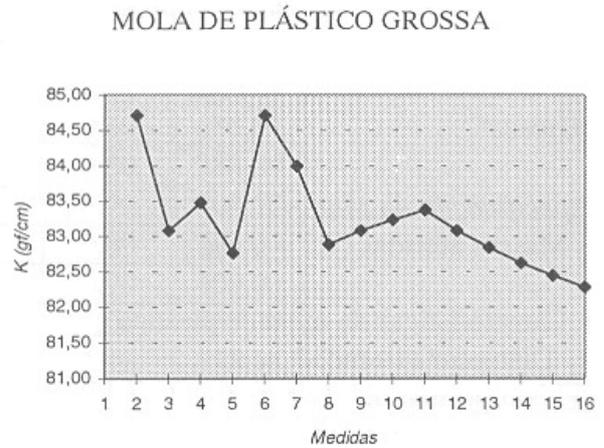
MOLA DE PLÁSTICO FINA

MASSAS (x 7,2g)	DESLOC. (cm)	K (gf/cm)
1	1,05	68,57
2	2,15	66,98
3	3,25	66,46
4	4,40	65,45
5	5,40	66,67
6	6,60	65,45
7	7,60	66,32
8	8,80	65,45
9	9,80	66,12
10	10,90	66,06
11	11,85	66,84
12	13,00	66,46
13	14,00	66,86



MOLA DE PLÁSTICO GROSSA

MASSAS (x 7,2g)	DESLOC. (cm)	K (gf/cm)
1	0,80	90,00
2	1,70	84,71
3	2,60	83,08
4	3,45	83,48
5	4,35	82,76
6	5,10	84,71
7	6,00	84,00
8	6,95	82,88
9	7,80	83,08
10	8,65	83,24
11	9,50	83,37
12	10,40	83,08
13	11,30	82,83
14	12,20	82,62
15	13,10	82,44
16	14,00	82,29



III. Discussão dos Resultados e Conclusões

Para a análise dos resultados dos experimentos, partimos do seguinte critério: ao observar os gráficos, procuramos selecionar uma faixa de dados, a mais extensa possível, onde as constantes elásticas tivessem um comportamento que pudesse ser considerado constante, de modo a haver a menor dispersão dos dados pelo gráfico na faixa selecionada. Identificada a faixa mencionada, calculamos a constante elástica média e o seu desvio padrão médio.

Iniciando pela mola de aço, escolhemos a faixa entre as medidas 7 a 16 (10 dados) como a que apresenta menor flutuação das constantes elásticas, exibindo o valor de $(49,46 \pm 0,08)$ gf/cm. Da mesma forma, temos selecionados para as espiras de plástico “fina” e “grossa” os intervalos de 2 a 13 (12 dados) e 2 a 14 (13 dados), com constantes elásticas $(66,3 \pm 0,2)$ gf/cm e $(83,4 \pm 0,2)$ gf/cm, respectivamente. Para o caso da régua, serra de aço e elástico as faixas foram 6 a 20 (15 dados), 3 a 11 (9 dados) e 23 a 32 (10 dados), com constantes elásticas de $(84,4 \pm 0,1)$, $(15,4 \pm 0,1) \times 100$, e $(52,6 \pm 0,3) \times 10$, respectivamente. Na tabela abaixo, reunimos os resultados acima, colocando o erro relativo aos mesmos na última coluna.

Equipamentos	Constantes (gf/cm)	Faixa de Dados Utilizada	Erro Relativo Percentual %
Mola de Aço	$(49,96 \pm 0,08)$	10	0,2
Régua	$(84,4 \pm 0,1)$	15	0,1
Serras de Aço	$(15,4 \pm 0,1) \times 100$	9	0,7
Elástico	$(52,6 \pm 0,3) \times 10$	10	0,6
Mola de P. Fina	$(66,3 \pm 0,2)$	12	0,3
Mola de P. Grossa	$(83,4 \pm 0,2)$	13	0,2

Ao compararmos o erro relativo dos equipamentos com a mola de aço, vemos que o experimento da régua, além de mais preciso (0,1%), foi o que apresentou maior quantidade de dados (15): duas considerações importantes para experiências de laboratório didático. Porém, as molas de plástico fina e grossa também apresentam uma faixa de dados considerável e erro relativo comparável ao da mola de aço, de 0,2% a 0,3%. Observamos que as serras de aço e o elástico mostram os piores resultados, relativamente à mola de aço, com erros relativos de quase três vezes mais do que o apresentado por esta última.

Fica a advertência de que as conclusões extraídas dos resultados da tabela acima são típicas do intervalo de massas e das características dos materiais trabalhados. Tais conclusões devem sofrer modificações, caso as especificações anteriores sejam alteradas.

Logo, neste trabalho, deixamos como sugestão a substituição da mola de aço, comum ente empregada nos laboratórios para a realização da lei de Hooke, por molas de plástico de encadernação e régua, materiais que, sem dúvida, são mais facilmente acessíveis ao professor de segundo grau, mostrando um resultado empírico comparável à mola de aço, ou até melhor, como o caso da régua.