
ESTUDO DO LANÇAMENTO HORIZONTAL UTILIZANDO O COMPUTADOR PARA AQUISIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS.

Marisa Almeida Cavalcante

Cristiane R. C. Tavolaro

Depto Física - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

São Paulo - SP

Resumo

Neste trabalho descreve-se uma montagem que permite o lançamento horizontal, utilizando um sensor ótico acoplado a um computador para a aquisição de dados e uma planilha em Excel para a análise dos mesmos. São também apresentados alguns resultados experimentais para ilustrar a utilização do equipamento. A partir das experiências realizadas, mostra-se que a aceleração da gravidade pode ser obtida com um erro menor que 2%.

I. Introdução

Nos últimos anos, o desenvolvimento tecnológico tem facilitado, de várias maneiras, a vida diária de cada um de nós. Nossos alunos estão freqüentemente interagindo com um mundo repleto de recursos, provavelmente inexistentes na época em que seus pais tinham a sua idade. Nossas escolas não podem ignorar esta realidade; elas precisam ensinar o estudante a conviver com a tecnologia e prepará-lo para o novo milênio que se aproxima. Este desafio, que atualmente é objeto de preocupação e/ou discussão em todas as áreas do ensino e em quase todo o mundo, precisa ser enfrentado mais dia menos dia.

O computador pode desempenhar um papel importante nessa tarefa, pois, quando empregado criteriosamente, se transforma numa ferramenta auxiliar de valor inestimável para o aprendizado e numa fonte de estímulo à criatividade inesgotável. Pode ser usado, por exemplo, para a coleta e análise de dados em tempo real, para a simulação de fenômenos físicos ou para a instrução assistida por computador ⁽¹⁾. (Este foi um tema em destaque no “*Taller Iberoamericano De Enseñanza De La Física Universitaria*”, realizado em Cuba no período de 20 a 24 de janeiro de 1997 e também na *VI Conferencia Interamericana sobre Educacion en la Física*, realizada em Córdoba, Argentina de 30 de junho a 04 de julho de 1997.)

Pensando nesses termos, começamos a utilizar técnicas computacionais para a aquisição e análise de dados, escolhendo inicialmente **Lançamento Horizontal** como tema de estudo. Alguns professores (talvez a maioria) desenvolvem este assunto apenas teoricamente, enquanto outros também o fazem experimentalmente, recorrendo ao registro mecânico ou fotográfico (fotografia estroboscópica) da trajetória do projétil, como sugerido em alguns textos ^(2 3,4). De nossa parte, optamos por verificar, experimentalmente, se o alcance do projétil em função da velocidade de lançamento e da altura da qual é lançado, se comporta como previsto pela teoria. A parte mais delicada nesta tarefa é medir a velocidade de lançamento. Para isto, utilizamos equipamento que faz parte de um “Banco de Pesquisa Mecânica Avançada” (MAV), desenvolvido em parceria com a Laborciência Tecnologia Educacional ⁽⁵⁾.

Neste artigo, descrevemos a montagem usada para a obtenção e análise de dados e apresentamos não só sugestões de como empregá-la no secundário, como também resultados obtidos a fim de ilustrar a sua utilização. Mostramos, ainda que a partir dos experimentos sugeridos, é possível obter a aceleração da gravidade com um erro menor que 2%.

II. O lançamento horizontal - Considerações gerais

Imaginemos uma pequena esfera metálica lançada horizontalmente de uma posição próxima ao nível do solo, de modo que a resistência oferecida pelo ar possa ser desprezada e a aceleração da gravidade considerada constante. Nestas condições, o movimento da esfera pode ser considerado como a composição de um movimento vertical **uniformemente variado**, sob a ação exclusiva da gravidade e de um movimento **uniforme** ao longo da horizontal, que a esfera realiza por inércia. Em cada ponto da trajetória (**Fig. 1**), a velocidade resultante \vec{v} da esfera, cuja direção é tangente à trajetória, é dada pela soma vetorial da velocidade horizontal \vec{v}_0 , que permanece constante, e da velocidade vertical \vec{v}_y , cujo módulo varia, pois a força peso age na direção vertical.

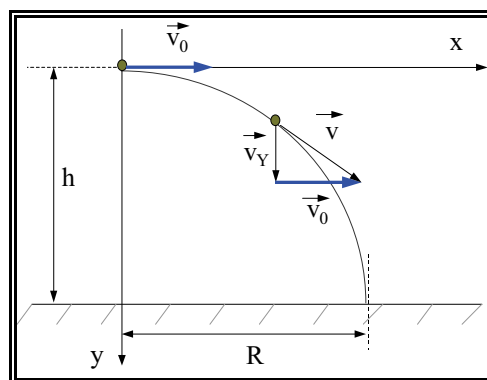


Fig. 1

As coordenadas x e y de um ponto da trajetória, considerando-se o sistema de referência da **Fig. 1**, são dadas pelo seguinte par de equações, sendo ainda $x_0=0$ e $y_0=0$:

$$x = v_0 \cdot t \quad (1)$$

$$y = (g/2) \cdot t^2 \quad (2)$$

Essas são as equações paramétricas da trajetória; elas nos permitem determinar a posição da esfera durante o vôleo em qualquer instante ⁽⁶⁾. Na realidade, são também as equações paramétricas de uma parábola. De fato, eliminando-se o parâmetro t nas expressões anteriores, resulta:

$$x^2 = (2v_0^2/g) \cdot y \quad (3)$$

que é a equação de uma parábola, na sua forma mais conhecida. A esfera, portanto, descreve, em relação ao solo, uma trajetória parabólica.

Fazendo $x = R$ e $y = h$ na equação 3, podemos escrevê-la assim:

$$R = (2/g)^{1/2} \cdot h^{1/2} \cdot v_0 \quad (4)$$

Nessa expressão, R é a variável **dependente**, enquanto h e v_0 são as variáveis **independentes**, uma vez que são selecionadas de acordo com a conveniência do experimentador. O alcance R pode ser testado ou explorado de diversas formas, se todas as variáveis puderem ser medidas. Por exemplo:

- Fixando a altura h e medindo o alcance R para diferentes velocidades (v_0) de lançamento, pode-se mostrar que, de fato, existe uma relação de proporcionalidade entre R e v_0 , como previsto. [Neste caso, a eq. 4 se reduz a $R = (\text{constante}) \cdot v_0$.] Para isto, basta fazer o gráfico de R versus v_0 .
- A partir da inclinação da reta no gráfico R versus v_0 , pode determinar a aceleração da gravidade.
- Fixando v_0 e medindo R para diferentes h , pode-se mostrar que, de fato, R é proporcional a $h^{1/2}$, como previsto. [Neste caso, a eq. 4 se reduz a $R = (\text{constante}) \cdot h^{1/2}$]
- Finalmente, substituindo v_0 , h e g na eq. 4 por valores conhecidos, pode comparar o alcance R medido com o esperado.

III. O equipamento e o procedimento experimental

A **Fig. 2** mostra o Banco de Pesquisa Mecânica Avançada, onde podem ser vistos os dispositivos que utilizamos no desenvolvimento deste trabalho. Trata-se basicamente de uma canaleta feita de plástico flexível (item 1-fig.2), sobre a qual fazemos rolar uma esfera metálica de 14mm de diâmetro. A canaleta é fixada num plano horizontal e sua curvatura ajustada para se conseguir diferentes velocidades de lançamento.

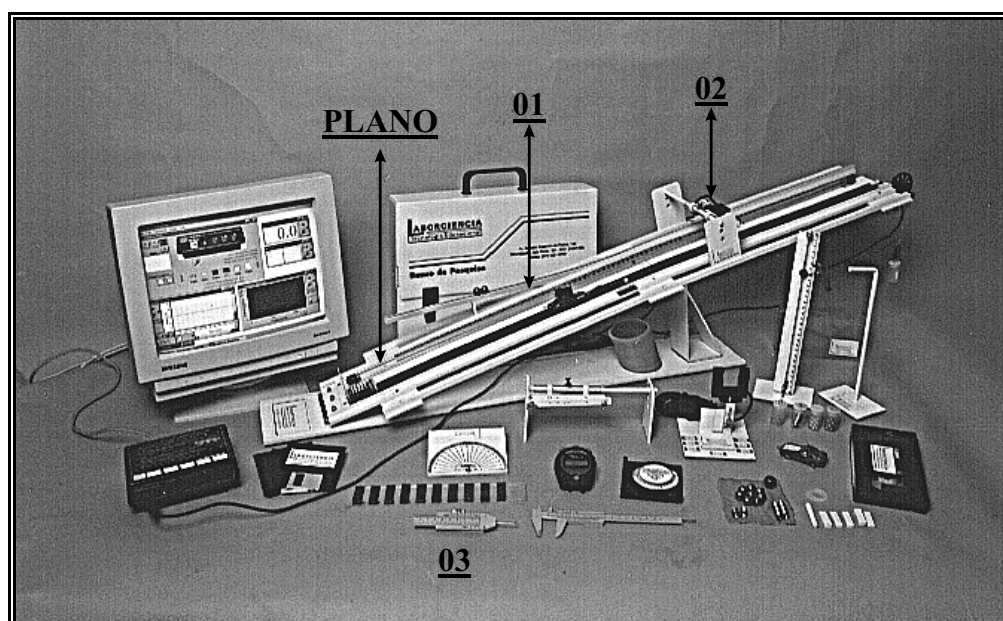


Fig. 2

Para medir a velocidade v_0 da esfera na saída da canaleta, acoplamos na extremidade do plano o sensor ótico (photogate) modelo ME9385, acompanhado pelo software Smart Pulley Timer (item 2 da Fig.2 e; Fig.4), da firma Pasco Scientific ⁽⁷⁾. Trata-se de um sensor de alta sensibilidade, compatível com PC-AT (ou até mesmo XT), que, operando no modo “gate”, permite medir o intervalo de tempo t durante o qual a esfera o mantém “bloqueado”. A distância d percorrida pela esfera neste intervalo de tempo, é determinada da seguinte maneira:

- Nivelá-se cuidadosamente a extremidade da canaleta por onde é lançada a esfera e fixa-se o sensor numa posição qualquer na extremidade do plano (**Fig.4**).
- Desloca-se a esfera lentamente até que a mesma comece a bloquear o sensor (**Fig.3.1**) e mede-se essa posição com o auxílio de um paquímetro, adaptado para esta montagem, com limite de calibração ⁽⁸⁾ 0.05 mm, (item 3 da **Fig.2**).

- A seguir, empurra-se lentamente a esfera com haste de profundidade do paquímetro até desbloquear o sensor (**Fig.3.2**) e mede-se também essa posição

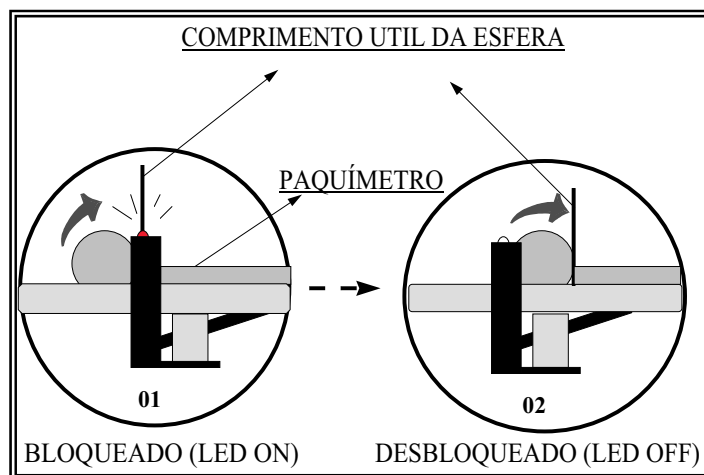


Fig.3

A diferença entre essas duas posições, que denominamos “comprimento útil” da esfera, é a distância d . Essa medida se faz necessária porque, dependendo da altura do sensor em relação ao centro da esfera, o comprimento útil da esfera pode ser inferior ao seu diâmetro. Tendo a distância d e o intervalo de tempo t que é registrado pelo software cada vez que a esfera passa pelo sensor, bloqueando-o, determina-se a velocidade de lançamento pela razão d/t . Após o lançamento, a esfera cai numa caixa contendo areia, o que nos permite medir R . A altura h é medida a partir da saída da canaleta até o nível da areia (**Fig. 4**).

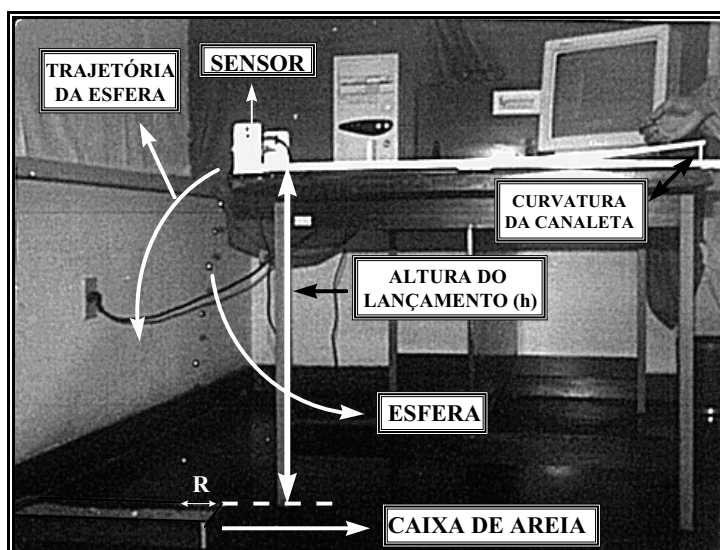


Fig.4

IV. Um resultado típico

Para testar o equipamento, fixamos inicialmente uma altura h e uma curvatura para a canaleta. Em seguida, lançamos a esfera dez vezes, sempre de uma mesma posição, e medimos o alcance R correspondente a cada lançamento. (Isto foi feito para verificar o quanto t flutua em torno de um valor médio.) O intervalo de tempo t durante o qual o sensor ótico permaneceu bloqueado pela esfera, em cada lançamento, foi registrado e armazenado num arquivo no software que acompanha o sensor. O experimento foi então repetido para outras velocidades de lançamento. Finalmente, os dados foram transferidos eletronicamente para uma planilha Excel a fim de serem analisados. Ela foi programada para fornecer:

- O valor médio de v_0 e de R .
- O valor da velocidade de lançamento ($v_0 = d/t$).
- O gráfico R versus v_0 para uma dada altura h .

A Fig. 5 mostra o gráfico do alcance em função da velocidade de lançamento obtido para $h = 30,00$ cm. A reta passa praticamente pela origem, o que nos mostra que o alcance, para uma dada altura h , é realmente proporcional a velocidade de lançamento, como previsto pela eq. 4.

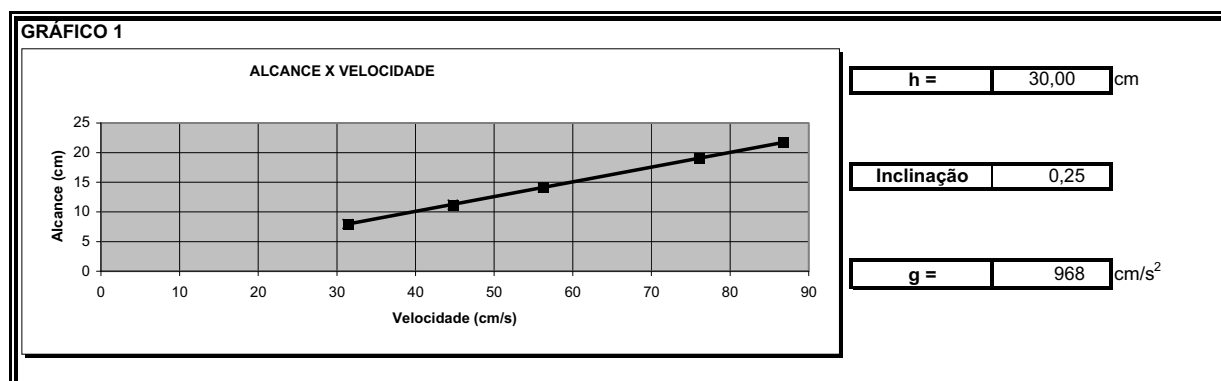


Fig. 5

O valor de g , que aparece na quadrícula ao lado do gráfico, foi determinado a partir da inclinação da reta dada por (Ver eq. 4):

$$g = 2h/(\text{inclinação})^2 \quad (5)$$

Este valor difere de cerca de 1% do valor esperado.

V. Proposta para o 2º grau

Uma opção para o 2º grau seria seguir as sugestões no final do item 2. Numa aula, os alunos se familiarizam com a montagem e os procedimentos preliminares (medir o “comprimento útil”; fixar uma altura h ; marcar, usando um fio de prumo, a perpendicular ao solo que passa pela extremidade final da canaleta (eixo y); determinar uma velocidade de lançamento e medir o alcance). Para verificar se as medidas de v_0 e R pelo método descrito são confiáveis, o aluno deve efetuar vários lançamentos nas mesmas condições. Procedendo desta maneira, verificará que, tanto v_0 como R flutuam muito pouco em torno de um valor médio.

Finalmente, o aluno aprenderá como armazenar eletronicamente seus dados para serem analisados.

Os experimentos sugeridos no item 2, necessitariam (considerando a coleta e análise de dados) de uma ou mais aulas, dependendo do nível da discussão pretendida.

Na planilha seguinte, mostramos alguns resultados típicos, obtidos a partir de três alturas distintas. Neste caso, cada velocidade v_0 (e o correspondente alcance R) foi determinada a partir de um único lançamento. Foram efetuados 7 lançamentos utilizando esferas idênticas, cada uma delas com um determinado valor de velocidade e para cada valor de v_0 efetuamos a medida do alcance correspondente (**Fig. 6**).

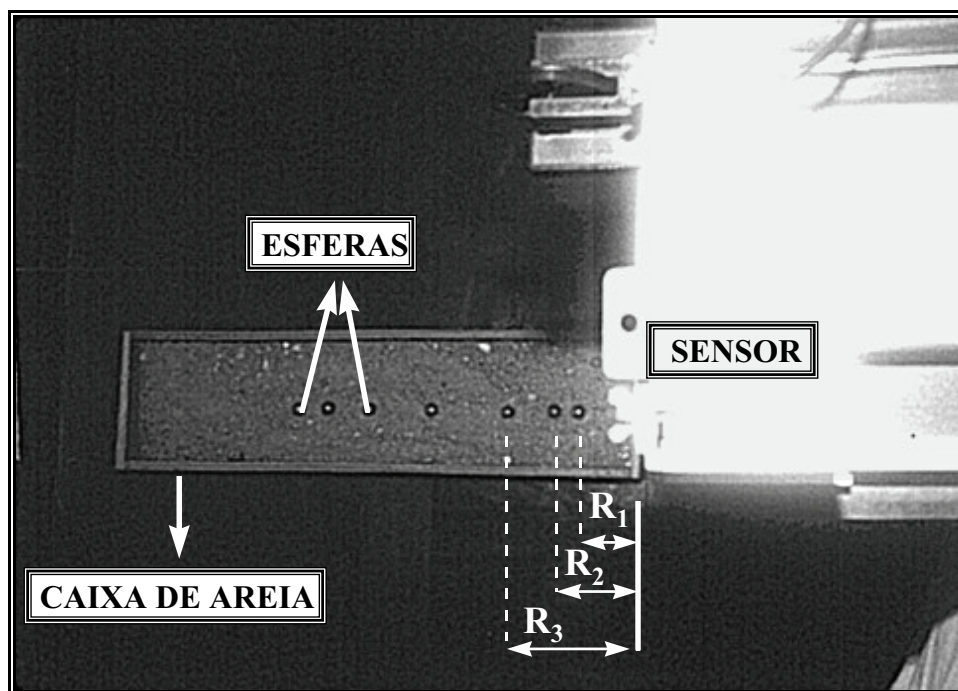


Fig. 6: vista superior da caixa de areia

temos:

$(R_1, v_{01}); (R_2, v_{02}); (R_3, v_{03}); \dots; (R_7, v_{07})$.

PLANILHA

PARÂMETROS FIXADOS

	TABELA1	TABELA2	TABELA3
COMPRIMENTO ÚTIL DA ESFERA (cm)	0,620	0,650	0,650
ALTURA DE LANÇAMENTO(cm)	74,00	62,20	30,00

TABELA 1

Medida	Tempo (s)	V_0 (cm/s)	R (cm)	R(esperado)	Desvio	E%
1	0,0063	98,585	38,60	38,31	- 0,29	0,8
2	0,0068	91,338	35,90	35,50	- 0,40	1,1
3	0,0082	75,739	29,70	29,43	- 0,27	0,9
4	0,0089	69,781	27,50	27,12	- 0,38	1,4
5	0,0099	62,734	24,80	24,38	- 0,42	1,7
6	0,0115	53,913	21,20	20,95	- 0,25	1,2
7	0,0114	54,482	21,40	21,17	- 0,23	1,1

TABELA 2

Medida	Tempo (s)	V_0 (cm/s)	R (cm)	R(esperado)	Desvio	E%
1	0,0061	106,742	37,80	38,03	0,23	0,6
2	0,0071	91,708	32,50	32,67	0,17	0,5
3	0,0084	77,515	27,70	27,62	- 0,08	0,3
4	0,0100	65,112	23,40	23,20	- 0,20	0,9
5	0,0113	57,622	20,70	20,53	- 0,17	0,8
6	0,0177	36,787	13,00	13,11	0,11	0,8
7	0,0258	25,237	8,90	8,99	0,09	1,0

TABELA 3

Medida	Tempo (s)	V_0 (cm/s)	R (cm)	R(esperado)	Desvio	E%
1	0,0054	120,579	29,10	29,84	0,74	2,5
2	0,0064	101,739	24,50	25,17	0,67	2,7
3	0,0079	82,421	20,00	20,39	0,39	1,9
4	0,0099	65,770	16,00	16,27	0,27	1,7
5	0,0118	55,180	13,50	13,65	0,15	1,1
6	0,0190	34,269	8,30	8,48	0,18	2,1
7	0,0258	25,237	6,20	6,24	0,04	0,7

Fig.7

Coluna **Tempo**: Dados transferidos eletronicamente do software que acompanha o sensor.

Coluna v_0 : Relação entre o comprimento útil da esfera (d) e o tempo medido.

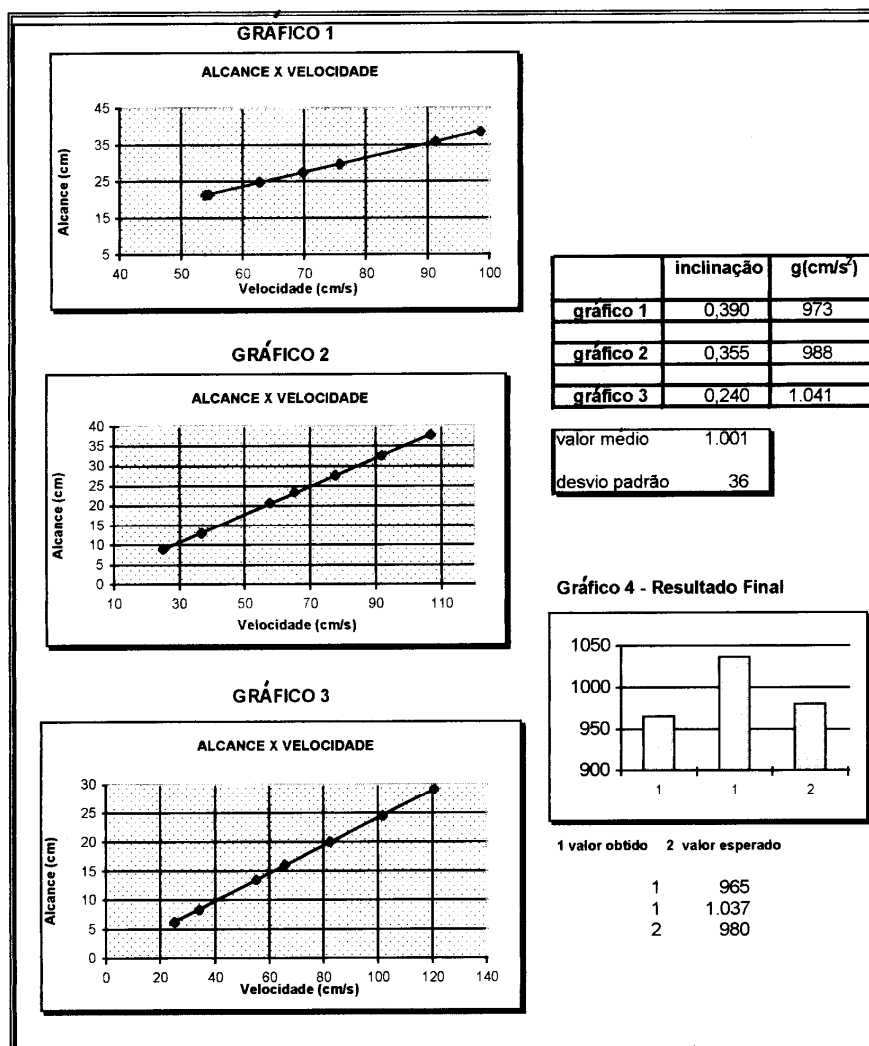
Coluna **R**: Alcance do projétil medido (caixa de areia).

Coluna **R(esperado)**: Valor esperado para o alcance substituindo os valores de v_0 , g e h na equação 3.

Coluna **Desvio**: Diferença entre o valor esperado e o medido para o alcance do projétil.

Coluna **E%**: Erro percentual na medida do alcance.

GRÁFICOS



4ª linha das tabelas 2 e 3 obtidas respectivamente para as alturas 62,2 cm e 30,0 cm, resulta:

$R_1/R_2 = 23,4/16 = 1,46$ e $(h_1/h_2)^{1/2} = (62,2/30)^{1/2} = 1,44$. Considerando o erro experimental, esses dois números são praticamente idênticos, como previsto. Fazendo o mesmo para a 7ª linha, temos: $R_1/R_2 = 8,9/6,2 = 1,44$.

VI. Conclusões

Neste trabalho o computador foi utilizado para coletar e analisar dados em tempo real, apresentados na forma de tabelas e gráficos. Quando se usa o computador desta maneira, o aluno fica livre da tarefa pouco agradável de anotar e operar com dados e pode dedicar-se mais profundamente à tarefa de analisá-los e deles retirar o conteúdo físico. Na realidade, o aluno dever ser incentivado a interpretar os resultados. Por outro lado, é colocado um pouco mais próximo da maioria dos laboratórios atuais, onde um dia poderá vir a trabalhar ⁽¹⁾.

A partir dos dados obtidos com a montagem descrita, foi possível mostrar que o alcance de um projétil lançado horizontalmente, seja em função da velocidade de lançamento, seja em função da altura da qual foi lançado, comporta-se como previsto pela teoria. Além disso foi possível medir a aceleração da gravidade com um erro menor que 2%, resultado que poderá ser melhorado se o alcance **R** puder ser medido com mais precisão (fixação da caixa de areia).

Na abordagem adotada, os experimentos descritos foram realizados, visando testar previsões teóricas. Mas existe uma outra estratégia a ser considerada. De fato, alguns textos de Física costumam apresentar, antes de estabelecer formalmente qualquer teoria, um capítulo sobre funções e gráficos ^(9,10), cujo objetivo é mostrar, do ponto de vista de um físico, como descobrir relações entre variáveis a partir da análise de dados experimentais e/ou gráficos nos casos mais simples. Experimentos como os aqui descritos se prestam bastante bem para serem estudados num capítulo dessa natureza. Optando-se por este caminho, o aluno seria estimulado a descobrir, primeiramente, que $\mathbf{R} = \mathbf{f}(\mathbf{v}_0, \mathbf{h})$. Em seguida, descobriria com a assistência do professor, que **R** é proporcional a \mathbf{v}_0 , para uma dada altura e proporcional a $\mathbf{h}^{1/2}$, para uma dada velocidade de lançamento. (Para analisar esta última relação, o professor deve considerar o uso do papel di-log.) Uma vez que **h** e \mathbf{v}_0 são variáveis independentes entre si, concluiria então que **R** é proporcional ao produto $\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{h}^{1/2}$. Posteriormente, esta conclusão seria comparada com a expressão teórica, quando fosse estabelecida. Se este for o caminho escolhido e o computador for utilizado como ferramenta para a coleta e análise de dados, o aluno será colocado, logo no início de seu curso, em contato com os recursos que a tecnologia oferece e aprenderá, rapidamente, a conviver com ela.

Nossas medidas foram feitas usando o equipamento do “Banco de Pesquisa Mecânica Avançada” desenvolvido em parceria com a Laborciência Tecnologia Educacional e apresentado na Educar 96⁽¹¹⁾, no Taller Iberoamericano de Enzenanza de la Física Universitaria e, no XII SNEF- Belo Horizonte - MG - de 27 a 31 de janeiro de 1997, onde despertou o interesse de vários educadores, tanto pela facilidade de manuseio como pelo baixo custo (aproximadamente R\$-600,00-)

Esperamos, finalmente, que este trabalho incentive outros professores, principalmente aqueles que dispõem de equipamento semelhante ao nosso, a usufruir dos avanços tecnológicos e a adequar seus laboratórios didáticos aos novos tempos. O exemplo tratado neste artigo mostra como isto pode ser feito. Usando o mesmo equipamento outros temas da Física, como por exemplo a conservação da energia mecânica, também poderão ser estudados^(12,13).

Referências

ROSA, P. R. da Silva. (1995) “O Uso de Computadores no Ensino de Física. Parte I: Potencialidades e Uso Real”. Revista Brasileira de Ensino de Física, 17(2), pp. 182-195.

ROGERS, E. M. (1973) Physics for the Inquiring Mind. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, pp. 36-39.

PSSC - Physical Science Study Committee. (1970) Física, parte IV, 2ª ed., São Paulo, EDART - São Paulo - Livraria Editora Ltda., pp. 166-169.

ÁLVARES, B. A & LUZ, A M. R. da. (1992). Curso de Física, vol. 1. 3ª ed., São Paulo, HARBRA Ltda., pp. 152-153.

LABORCIÊNCIA TECNOLOGIA EDUCACIONAL - Manual do Kit de Mecânica. Atendimento a cliente:

Av. Sen. Caveniro da Rocha, 129 - Vila Mariana - SP/SP - CEP 04047-000

FONE/FAX: (011) 5581.5010

RESNICK, R. HALLIDAY, D. - Física I - 4.ª Edição, RJ/RJ: LTC - Livros Técnicos e Científico, 1984.

Pasco Scientific: Introduction Manual and Experiments Guide for the Scientific, models ME9385.

- VUOLO, J.H (1992) Fundamentos da Teoria de Erros, Edgard Bücher Ltda, pp 120-126.
- PSSC - Physical Science Study Committee. (1970) Física, parte I. 6ª ed., São Paulo, EDART - São Paulo - Livraria Editora Ltda., pp. 223-225.
- ÁLVARES, B. A & LUZ, A M. R. da. (1992). Curso de Física, vol. 1 3.ª ed, São Paulo, HARBRA Ltda., capítulo 2.
- EDUCAR 96, Congresso e Amostra em Educação realizada em maio de 1996 no Anhembi - São Paulo - SP.
- WILLEY, D. G. (1991) “Conservation of Mechanical Energy Using a Pendulum”. The Physics Teacher, 29, pp. 567.
- TECK-CHEE, C. (1995) “Rolling motion experiments with a microcomputer”. Physics Education, 30(3), pp. 182-185.