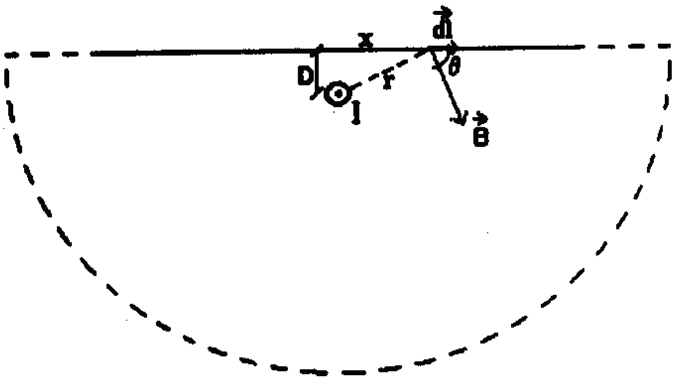
PENSE E RESPONDA! (RESPOSTA DO Nº ANTERIOR)

Apresentamos a seguir um interessante paradoxo envolvendo a Lei de Ampère. Deseja-se calcular $\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}.d\vec{l}$ sobre uma reta perpendicular a um fio retilíneo infinito percorrido por corrente elétrica I. A distância entre a reta e o fio é D.



Solução 1: Aplicando-se a Lei de Ampère ao percurso fechado formado pela reta e pela semi-circunferência de raio infinito representadas na figura, obtém-se:

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o \, I.$$

A integral sobre o percurso fechado pode ser dividida em duas parcelas: uma ao longo da reta, outra ao longo da semi-circunferência. Então:

$$\int_{reta} \vec{B}.d\vec{l} + \int_{semi-circ.} \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o \, I.$$

A primeira parcela é o que se deseja calcular. A segunda parcela é nula, já que, como o campo magnético no infinito é nulo, seu integrando é identicamente nulo. Logo,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o \, I.$$

Solução 2: Na figura,

$$\vec{B}.d\vec{l} = Bdl\cos\theta = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)\cos\theta dl,$$

onde $dl = dx$. No triângulo de lados D, r e x, vê-se que:

$$r = \frac{D}{\cos\theta},$$

$$x = D\,tg\,\theta \;\therefore\; dx = \left(\frac{D}{\cos^2\theta}\right)d\theta \cdot$$

Fazendo-se as devidas substituições, obtém-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\theta = \frac{\mu_0 I}{2}.$$

Pergunta-se: Qual dos resultados acima é correto? Porque o outro está errado?

SOLUÇÃO DO PARADOXO:

A solução 2 é a correta. O erro na solução 1 está em considerar-se nula a integral sobre a semi-circunferência de raio infinito. De acordo com a Lei de Ampère, para qualquer curva que delimite uma superfície atravessada pelo fio, $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o\, I$, seja qual for o seu tamanho, até mesmo infinito... Então, para a meia circunferência "centrada" no fio,

$$\int_{semi-circ.} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2}.$$

Outra maneira de abordar a solução 1 é partir-se de um percurso de integração formado por um segmento de reta de comprimento 2R e por uma semi-circunferência de raio R (R finito). Com R>>D, a semi-circunferência pode ser considerada centrada no fio e o campo magnético sobre ela valerá $B(R)\cong\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$, de modo que

$$\int_{semi-circ.} \vec{B}\cdot d\vec{l} \cong B(R).\pi R \cong \frac{\mu_0 I}{2},$$

independente de R. Repetindo-se o procedimento apresentado na solução 1 para este percurso e fazendo-se depois R $\rightarrow\ \infty$, obtém-se a solução correta.(Paulo Henrique Dionísio, Instituto de Física,UFRGS)