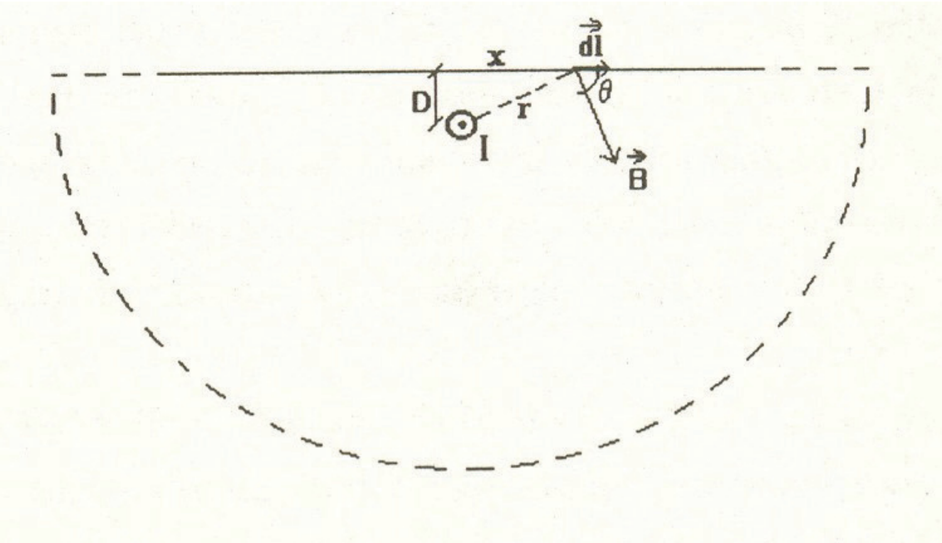
PENSE E RESPONDA!

Apresentamos a seguir um interessante paradoxo envolvendo a Lei de Ampère. Deseja-se calcular $\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}.d\vec{l}$ sobre uma reta perpendicular a um fio retilíneo infinito percorrido por corrente elétrica I. A distância entre a reta e o fio é D.



Solução 1: Aplicando-se a Lei de Ampère ao percurso fechado formado pela reta e pela semi-circunferência de raio infinito representadas na figura, obtém-se:

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I$$

A integral sobre o percurso fechado pode ser dividida em duas parcelas uma ao longo da reta, outra ao longo da semi-circunferência. Então:

$$\int_{reta} \vec{B}.d\vec{l} + \int_{semi-circ.} \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I$$

A primeira parcela é o que se deseja calcular. A segunda parcela é nula, já que, como o campo magnético no infinito é nulo, seu integrando é identicamente nulo. Logo,

Solução 2: Na figura,

$$\vec{B}.d\vec{l} = \text{Bdl}\cos\theta = (\mu_0 I / 2\pi r)\cos\theta\, dl,$$

onde dl = dx. No triângulo de lados D, r e x, vê-se que:

r = D / cosθ,

x = Dtgθ ∴ dx = (D / $\cos^2$ θ)dθ

Fazendo-se as devidas substituições, obtém-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}.d\vec{l} = \left(\frac{\mu 0I}{2\pi}\right) \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\theta = \frac{\mu_{0I}}{2}$$

Pergunta-se: Qual dos resultados acima é correto? Porque o outro está errado?