

---

## LENTEES ESPESSAS: DUAS DISTÂNCIAS FOCALIS?

---

*Jorge Roberto Pimentel*  
*José Roberto Campanha*  
Depto de Física – UNESP  
Rio Claro – SP

As distâncias focais de lentes espessas, feitas usando-se anéis de PVC e preenchidas com água e glicerina, foram determinadas usando-se o procedimento de medir as distâncias dos focos até os vértices das lentes. Obtiveram-se dois valores diferentes para essa distância focal aparente, relacionados com as faces das lentes. Os resultados são discutidos em termos dos pontos (ou planos) principais das lentes e mostra-se que a verdadeira distância focal tem valor único.

### **Introdução**

No estudo da óptica, lentes constituem dispositivos de grande interesse pois são amplamente utilizadas em muitos sistemas ópticos. Podem ser definidas como um meio refrator delimitado por duas superfícies (em geral curvas), nas quais raios luminosos incidentes sofram refrações, obedecendo a Lei de Snell.

As lentes são genericamente classificadas em convergentes ou divergentes, dependendo da trajetória que seguem os raios luminosos incidentes, depois de serem refratados. Após isso, os raios refratados (ou seus prolongamentos, no caso de lentes divergentes) convergem para um ponto, denominado FOCO. A localização do foco de uma lente (ou conjunto de lentes) é essencial para o projeto de instrumentos e sistemas ópticos, bem como cálculo e previsão dos efeitos da lente sobre os raios luminosos incidentes. Além disso, o entendimento dos processos de refração, assim como da terminologia usada na análise geométrica do traçado de raios, são de fundamental importância na compreensão das propriedades e dos efeitos provocados por elas.

As lentes mais utilizadas são chamadas esféricas. Nelas o meio refrator é delimitado por duas superfícies esféricas ou por uma superfície esférica e outra plana. Usualmente são tratadas como lentes delgadas, uma

aproximação válida quando a espessura axial da lente é pequena comparada com os raios de curvatura de suas faces e com as distâncias objeto-imagem envolvidas. Sua distância focal pode ser determinada fazendo-se medidas num banco óptico e aplicando-se a Equação dos Pontos Conjugados, também chamada de Fórmula de Gauss para lentes delgadas.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'} \quad (1)$$

na qual P é a distância entre a lente e o objeto, P' a distância entre a lente e a imagem desse objeto e f a distância focal.

Por outro lado, é possível calcular o valor da distância focal dessa lente através da Fórmula de Descartes para lentes delgadas:

$$\frac{1}{f} = \frac{n - n_0}{n_0} \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \quad (2)$$

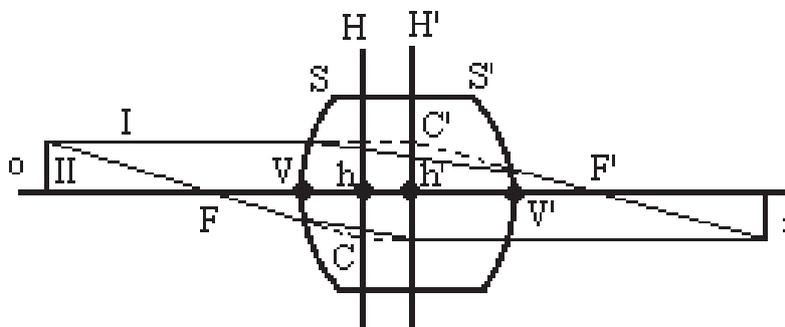
A expressão mostra que devem ser conhecidos os valores dos índices de refração do material constituinte da lente (n) e do meio em que ela está imersa ( $n_0$ ), assim como dos raios de curvatura de suas faces ( $R_1$  e  $R_2$ ), para determinação da distância focal.

A confecção de lentes esféricas espessas, conforme sugerido por Pimentel e Brinatti (1989), possibilita a verificação de como mudanças nas espessuras ou alterações nos índices de refração influenciam nos valores das distâncias focais observadas. Permitem, também, a constatação de um fato interessante; quando se mede a distância focal para ambas as faces, deve-se encontrar um único valor, característico das mesmas. Entretanto, pode ocorrer situação inesperada: elas apresentam diferentes valores para suas distâncias focais, dependendo da face que se volta para o objeto. Essas lentes possuiriam duas distâncias focais?

A solução desse aparente paradoxo, objeto desse trabalho, requer que a posição do foco e a correta forma de medi-la sejam tratadas com maior atenção e rigor, para o caso de lentes espessas.

## II Refração numa lente espessa. Planos principais

A Fig. 1 mostra a trajetória de dois raios luminosos provenientes de um ponto do objeto  $o$ , refratados por uma lente espessa.



*Fig. 1 - Imagem formada por uma lente espessa. Pontos e planos principais.*

Os raios (I) e (II), partindo do objeto, são refratados pelas superfícies  $S$  e  $S'$  de acordo com a Lei de Snell. Após emergirem da lente, interceptam-se formando um ponto da imagem  $i$ .

Prolongando-se para o interior da lente as partes incidente e refratada do raio (I), verifica-se que elas irão se cruzar no ponto  $c'$ .

Ao plano  $H'$  que passa por  $c'$  perpendicular ao eixo principal da lente dá-se o nome de plano principal imagem. O ponto de intersecção com o eixo determina o ponto principal imagem,  $h'$ . Procedendo da mesma forma com o raio (II), determina-se o plano principal objeto,  $H$ , e o ponto principal objeto,  $h$ .

É interessante notar que os dois desvios sucessivos que os raios luminosos (I) e (II) sofrem nas superfícies  $S$  e  $S'$  são geometricamente equivalentes a um único desvio de (I) ou (II) nos planos principais. Assim, os planos principais sintetizam a ação refratora das faces das lentes.

Os planos (ou pontos) principais, em geral, não estão situados simetricamente em relação aos vértices das lentes. Isso só ocorre para uma lente biconvexa cujas faces tenham raios de curvatura iguais. A medida em que a face torna-se mais curva (menor raio de curvatura), o plano principal corresponde desloca-se para fora da lente. A Fig. 2 ilustra alguns tipos de lentes com a localização de seus planos principais.

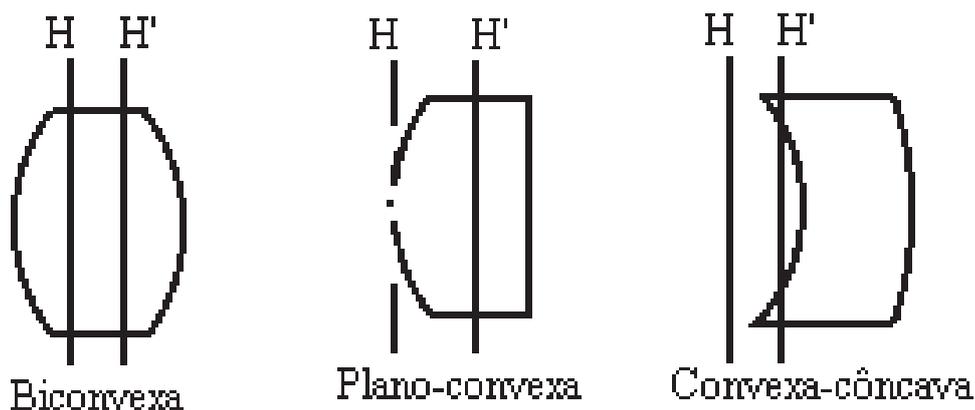


Fig. 2 – Posição dos planos principais para 3 tipos de lentes esféricas.

O estudo da influência da forma, espessura e material constituinte de uma lente na localização dos pontos (ou planos) principais pode ser encontrado no tradicional livro texto de Sears (1956).

Para nossos propósitos, considere-se uma lente de um material com índice de refração  $n$ , imersa no ar, conforme a Fig. 3. Os raios de curvatura de suas faces são representados por  $R_1$  e  $R_2$  e sua espessura por  $d$ .

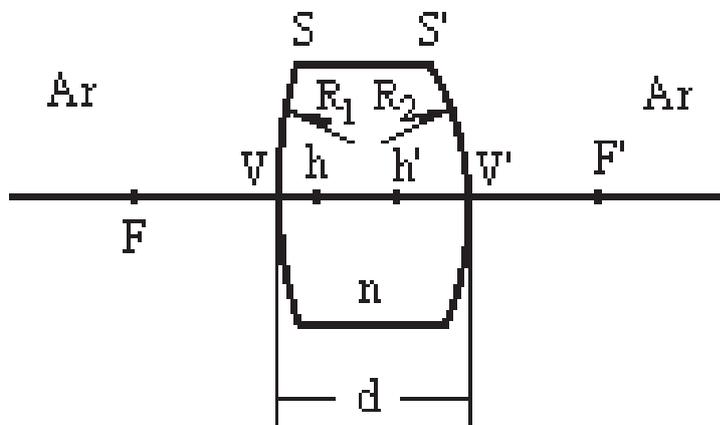


Fig. 3 – Lente biconvexa imersa no ar.

A distância focal dessa lente pode ser determinada pela expressão:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)}{n R_1 R_2} \right] \quad (3)$$

Observa-se que, para lentes delgadas ( $d \cong 0$ ), essa expressão reduz-se à Fórmula de Descartes (2).

Os pontos (ou planos) principais podem ser localizados através das equações:

$$Vh = - \frac{fd}{R_2} \frac{(n-1)}{n} \quad (4)$$

$$V'h' = - \frac{fd}{R_1} \frac{(n-1)}{n} \quad (5)$$

Note que  $R_1$  ou  $R_2$  podem ser negativos, dependendo do formato da lente. Valores negativos dos pontos (ou plano) principais indicam que sua localização está à esquerda do vértice da lente.

### III Distância focal de uma lente

A distância focal é definida como sendo a distância entre o foco (ponto onde ocorre a convergência/divergência dos raios luminosos) e o ponto principal da lente. Toda lente apresenta duas distâncias focais, uma chamada distância focal objeto e a outra distância focal imagem. Esse valor é único, de modo que a lente possui, na realidade, uma única distância focal. Com relação à Fig. 1, teremos então:

$$f = FV + Vh = \text{distância focal objeto} \quad (6)$$

$$f = F'V' + V'h' = \text{distância focal imagem} \quad (7)$$

$$f = - f' \quad (8)$$

No desenvolvimento de um procedimento experimental para determinação da distância focal, geralmente as medidas das distâncias são feitas em relação a um dos vértices da lente e não em relação aos pontos principais, como

seria correto. A “distância focal” assim obtida (que chamaremos de distância focal aparente  $FV$  ou  $F'V'$ ), representa somente a distância do ponto de convergência (ou divergência) dos raios luminosos até um dos vértices da lente e não, como deveria, até um de seus pontos principais.

Tal procedimento pode conduzir a situação ressaltada no início: a lente apresentar valores diferentes para a sua distância focal, dependendo da face que se volta para o objeto, conforme resultados observados.

#### IV Material e método

Empregam-se lentes biconvexas, construídas usando-se anéis de PVC de comprimentos variados, fechados nas extremidades com vidros curvos (cujas dimensões estão indicadas na Fig. 4) e preenchidos com água ou glicerina. Os vidros utilizados foram feitos com material de índice de refração igual a 1,523 e tiveram os raios de curvatura de suas superfícies interna e externa compensados, o que conferiu aos mesmos distâncias focais de várias dezenas de metros, melhorando suas características em relação aos vidros curvos comerciais.

Na determinação de sua espessura mediu-se o comprimento externo total da lente, tomado de vértice a vértice, e descontaram-se as espessuras dos vidros curvos, trabalhando-se assim com uma “lente de líquido”.

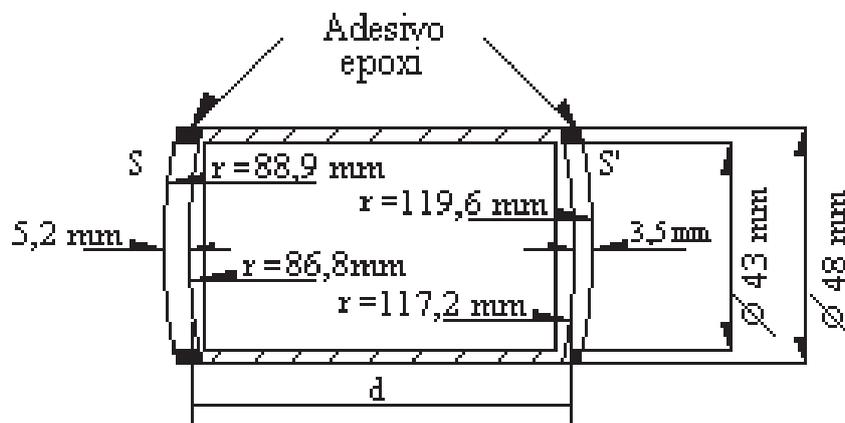


Fig. 4 – Dimensões das lentes utilizadas.

As medidas das distâncias focais foram feitas de maneira direta, obtendo-se o ponto de convergência dos raios luminosos provenientes de um objeto localizado no infinito. Empregou-se um banco óptico e como objeto luminoso o Sol.

A lente em estudo, preenchida com um dos líquidos, foi posicionada na bancó óptico com uma de suas faces voltada para o Sol. A distância entre a lente e o anteparo foi ajustada de forma a obter-se uma imagem nítida do Sol. Nessa condição, mediu-se a distância do vértice da lente até o anteparo, que corresponde a distância focal aparente, para a face S (oposta aquela voltada para o objeto).

Em seguida a lente foi invertida (voltando-se agora a face S para o Sol) e a medida repetida, obtendo-se outro valor.

## V Resultados e discussão

As Fig. 5 e 6 mostram, respectivamente, os resultados experimentais obtidos para lentes de água e glicerina de várias espessuras, confrontados com os valores teóricos.

As curvas T corresponderam aos valores das distâncias focais das lentes, obtidos usando-se a expressão (3). Tais valores corresponderam à distância desde os pontos de convergência até os pontos (ou planos) principais, sendo único para cada lente. À medida que as espessuras das lentes foram diminuídas, verificou-se uma correspondente diminuição dos valores das suas distâncias focais, convergindo para os valores de 151,4 mm (água) e de 108,6 mm (glicerina), quando a espessura foi zero.

As curvas S e S' mostraram como as distâncias focais aparentes ( $FV$  e  $F'V'$ ) variavam com as espessuras das lentes. Ambas corresponderam a medidas de distância feitas dos pontos de convergência dos raios luminosos até os vértices destas. As medidas de S foram tomadas com relação à face cujo raio de curvatura vale 86,8 mm e aquelas de S' para o valor de 117,2 mm.

Os resultados mostraram um comportamento inesperado: a distância focal aparente diminuía à medida que a espessura da lente de líquido era aumentada, opondo-se ao comportamento da curva T.

Isto é uma indicação de que os resultados experimentais necessitavam de melhor análise, antes de serem comparados com os valores teóricos.

Conforme discutido, o verdadeiro valor da distância focal deve ser medido em relação aos pontos (ou planos) principais, cujas posições podem ser obtidas usando-se as equações (4) e (5).

Nelas os valores de  $R_1$  e  $R_2$  foram considerados como sendo aqueles relativos aos raios internos das fases de vidro (respectivamente 86,8 mm e 117,2 mm),  $d$  como a espessura da lente de líquido e o índice de refração  $n$ , relativo ao líquido empregado (água ou glicerina).

Tais suposições são válidas, para as lentes construídas, desde que as espessuras das faces de vidro sejam muito menores do que a espessura da lente completa. Dessa forma, pode-se desconsiderar tanto a influência da espessura dos vidros quanto o valor de seu índice de refração no cálculo da posição dos pontos (ou planos) principais.

Para o valor da distância focal  $f$  utilizou-se o resultado obtido pela justaposição de três lentes, a saber: duas lentes de vidro, com distâncias focais fixas e determináveis pela equação (3) e uma lente de líquido, cuja distância focal dependerá de sua espessura e do líquido empregado e que também pode ser calculada pela equação (3).

As tabelas 1 e 2, que se referem à água e glicerina, respectivamente, apresentam os resultados das previsões teóricas para as distâncias focais do sistema formado pelas três lentes, comparados com os valores das distâncias focais experimentais, aos quais adicionaram-se as respectivas distâncias dos vértices até os planos principais ( $h$  e  $h'$ ) e que denominamos de **distância focal experimental corrigida**.

Tabela 1 – Resultados para lentes de água

Espessura Lente Líquido (mm)	Distância Focal Teórica Sistema Lentes (mm)	Distância Focal Experimental Corrigida (mm) Face S	Distância Focal Experimental Corrigida (mm) Face S'
13,3	155,3	154,4	155,6
23,3	157,3	157,0	158,0
33,5	159,3	158,8	160,5
43,3	161,3	160,5	163,0
53,3	163,5	162,4	165,6
63,0	165,6	165,3	168,3
73,3	167,8	167,6	171,2
84,3	170,4	169,5	172,6

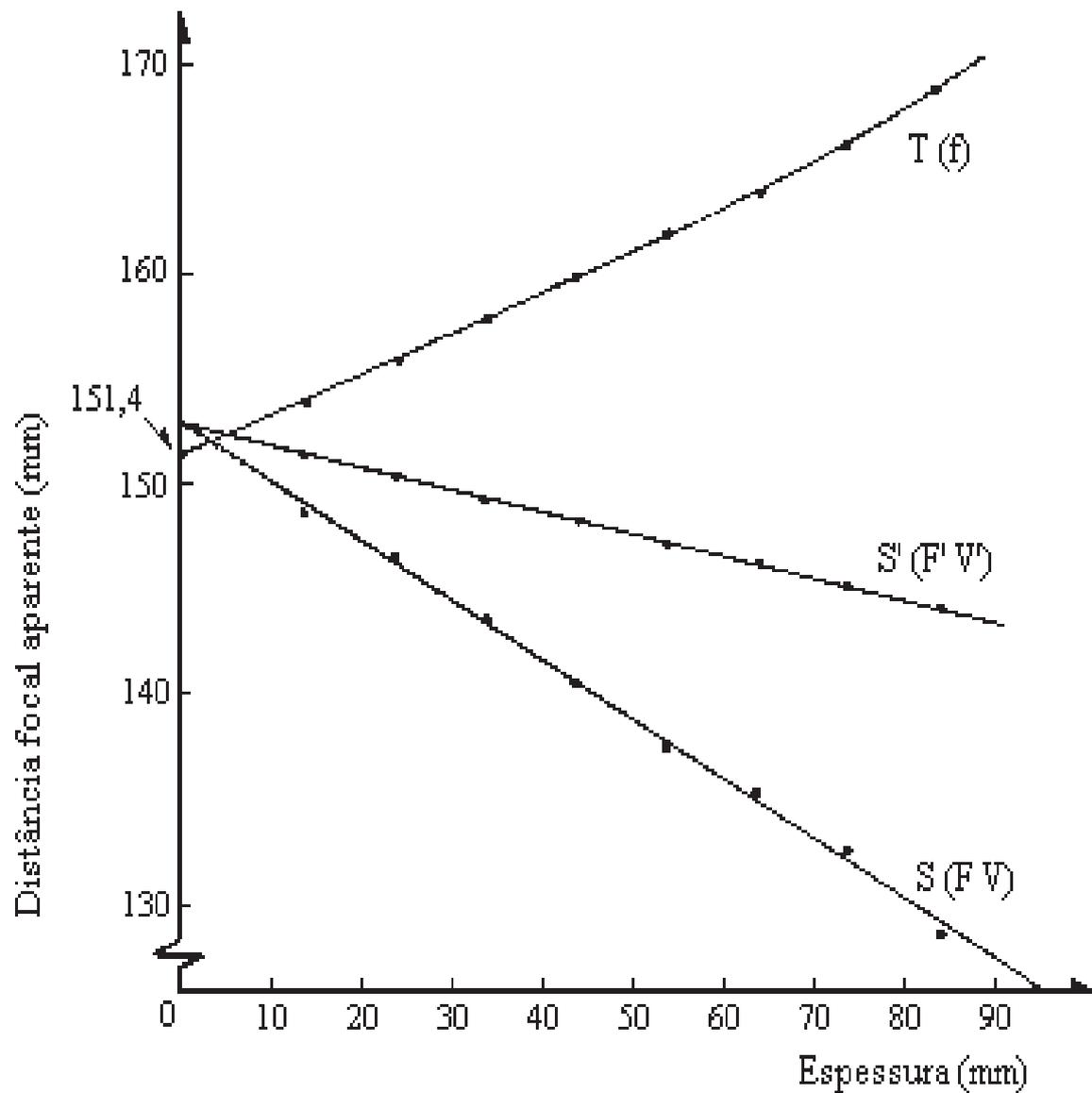


Fig. 5 – Variação da distância focal aparente, em função da espessura, para lentes de água ( $n = 1,33$ ).

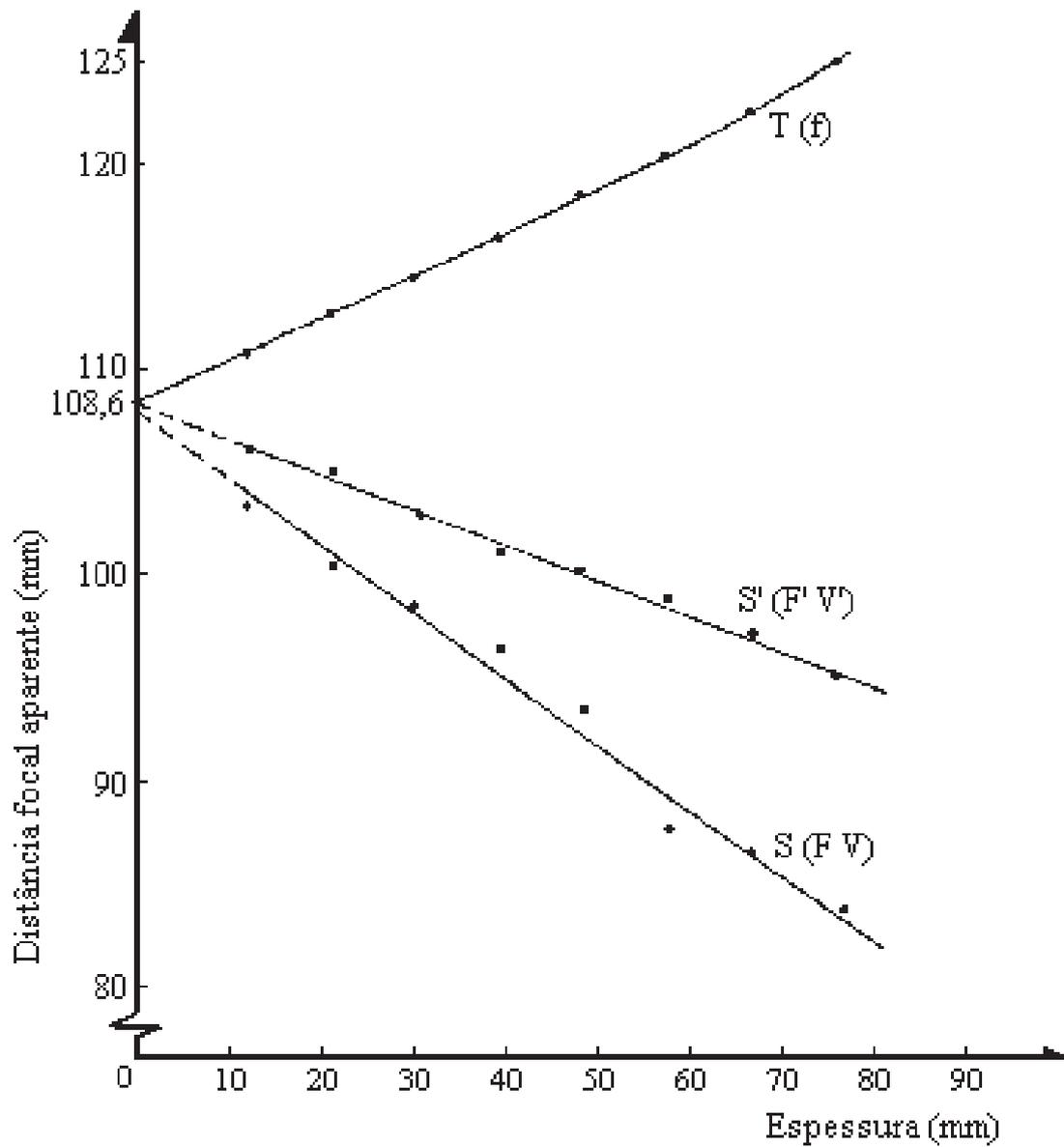


Fig. 6 – Variação da distância focal aparente, em função da espessura, para lentes de glicerina ( $n = 1,46$ ).

Tabela 2 – Resultados para lentes da glicerina

Espessura Lente Líquido (mm)	Distância Focal Teórica Sistema Lentes (mm)	Distância Focal Experimental Corrigida (mm) Face S	Distância Focal Experimental Corrigida (mm) Face S'
13,3	111,6	109,9	110,2
23,3	113,5	111,1	112,3
33,5	115,3	113,5	114,6
43,3	117,2	115,9	115,8
53,3	119,2	118,6	118,3
63,0	121,2	117,2	120,7
73,3	123,4	120,3	122,5
84,3	125,8	123,0	124,7

## VI Conclusões

Vê-se que, após as correções, os valores experimentais e teóricos mostraram excelente concordância e quase não houve diferença entre os valores relativos às faces S e S', confirmando que as diferenças focais das lentes realmente têm um único valor.

Verificou-se, também, que à medida que a espessura das lentes aumentou, ocorreu um aumento das suas distâncias focais, como previsto teoricamente.

Os resultados mostraram que a execução de experimentos ou a montagem de sistemas ópticos, envolvendo o uso de lentes espessas necessitam maior atenção, exigindo a necessidade da determinação da posição dos pontos (ou planos) principais, para a obtenção de sua verdadeira distância focal. O uso da sistemática empregada na análise de lentes delgadas, de medir distâncias até seus vértices, pode levar a uma situação surpreendente: a lente apresentar valores diferentes para sua distância focal aparente, dependendo da face tomada como referência.

## **Agradecimento**

Agradecemos ao Departamento Técnico da ITA ÓPTICA, de Araras-SP, na pessoa do Sr. Paulo Sérgio Vieira, pela confecção dos vidros curvos utilizados em nossas lentes.

## **Referências Bibliográficas**

PIMENTEL, J. R.; BRINATTI, A.. M. Banco óptico e Acessórios de Baixo Custo. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 6, n. 1, p. 77-83, 1989.

SEARS, F. W. **Física: Ótica**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1956, 407 p.