

---

## APROXIMACIÓN A LA FÍSICA A TRAVÉS DE MÉTODOS Y SIMULACIÓN COMPUTACIONAL<sup>12</sup>

---

*Ricardo Buzzo Garrao*

Instituto de Física

Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso – Chile

En el análisis de la actitud del estudiante ante la Física en el proceso enseñanza-aprendizaje, se detecta en la mayoría de los casos un fenómeno no casual: “Al alumno no le interesa aprender Física”.

Por qué se produce esta situación? Habitualmente se dan una serie de explicaciones que reflejan deficiencias intrínsecas al alumno, como dificultad para entender materias científicas, mala formación matemática, exceso de conceptos espontáneos erróneos de la naturaleza, etc.

Sin embargo, creo que la razón principal está en la presentación de la Física que se hace al estudiante, como un modelo idealizado, desconectado de la realidad, con soluciones analíticas elegantes y perfectas pero que no solucionan ningún problema de los que el entorno le presenta al joven.

Debemos recordar que los métodos analíticos usados en Física están destinados al análisis de problemas lineales. Sin embargo, muchos fenómenos naturales son no-lineales y pequeños cambios en una variable pueden producir mucho más que un pequeño cambio en otras variables y sólo en casos muy especiales estos fenómenos pueden ser tratados en forma analítica.

Si se analizan los currícula de pre-grado de Ciencias e Ingeniería se puede ver que siempre los métodos numéricos están colocados después de los cursos de Cálculo y Ecuaciones Diferenciales, es decir, siempre lo numérico después de lo analítico.

Qué hace suponer que éste es el orden lógico a seguir? Quizás hubo un período en que se justificara este orden debido a la destreza que se necesitaba para efectuar cálculos a mano o con calculadoras rudimentarias y en el mejor de los casos, acudiendo a un mainframe, lo cual hacía todo un proceso bastante complicado,

---

<sup>1</sup> Trabajo presentado en la V Reunión Latinoamericana sobre Educación en Física, Porto Alegre (Gramado), Brasil, 24 a 28 de agosto de 1992.

<sup>2</sup> Artigo revisado por Philippe Humblé. (Dept. de Língua e Literatura Estrangeiras – UFSC)

pero con la aparición de las computadoras personales este problema ha sido superado y nada hace ver que este orden deba continuar.

En los cursos que constan de una parte teórica y una experimental, existe un divorcio entre lo tratado en el teórico y lo visto en la etapa experimental. De esta manera el alumno recibe un modelo inconexo que evidentemente sólo puede producir confusión y desinterés. Sin embargo, se puede hacer una simulación numérica computacional sobre un modelo real con el fin de hacer una comparación más directa con los experimentos de laboratorio.

Por poner un ejemplo, en el capítulo Cinemática a través de una simulación computacional puede ser muy fácil pasar del concepto de velocidad media al de velocidad instantánea y luego a través de un algoritmo de Euler pasar a analizar movimientos acelerados, en las cuales se podrán incluir parámetros que identifican las restricciones del movimiento.

De igual manera, se pueden abordar problemas que implican ecuaciones diferenciales como el movimiento armónico simple, usando siempre simples algoritmos numéricos.

De esta manera, el alumno se irá interiorizando del sentido de aproximación y, consciente de las restricciones que presenta la realidad, avanzará en un acercamiento hacia un modelo.

Este enfoque indudablemente implica un cambio en los currícula de Física, ya sea en Enseñanza Media o en los ramos de Física General Universitaria.

Un ejemplo muy conocido y bastante ilustrativo es el movimiento oscilatorio. Si queremos analizar este movimiento a nivel de Enseñanza Media y queremos hacerlo en forma analítica nos topamos con serias dificultades.

Primero debemos resolver una ecuación diferencial de segundo orden, lo cual a ese nivel es imposible.

Aún si omitimos el solucionar la ecuación  $\ddot{x} + w_0^2 x = 0$ , dando por aceptada una solución del tipo  $X = A \cos(w_0 t + \phi)$ , los alumnos no están familiarizados con las funciones trigonométricas y por lo tanto, no es mucho lo que les dirá una solución de este tipo.

Sin embargo, el problema puede ser analizado haciendo uso de métodos numéricos, específicamente con el empleo del algoritmo de Euler o de pendiente constante.

Supongamos conocidas las condiciones iniciales del problema  $x(0) = x_0$  y  $v(0) = v_0$  y analicemos el valor de las variables posición y velocidad después de intervalos  $\Delta t$  de tiempo los cuales podrán ser tan pequeños como nosotros queramos.

El análisis se hará transformando la ecuación diferencial en las ecuaciones de diferencias finitas:

$$v[t + (1/2)\Delta t] = w_0 x(t) \cdot \Delta t + v[t - (1/2)\Delta t]$$

y

$$x[t + (1/2)\Delta t] = v(t) \cdot \Delta t + x[t - (1/2)\Delta t].$$

La solución constituirá un proceso iterativo, que obviamente hecho a mano resultaría difícil y poco ilustrativo. Sin embargo, con la ayuda de un sencillo programa computacional, esta tarea se ve solucionada con mucha facilidad.

Se puede generar un listado x, v, t y a través de dicho listado obtener valores típicos del movimiento, como es su período y de esta manera darle un significado a la constante  $\omega_0$ .

También se pueden analizar los valores que van tomando la energía cinética, la energía potencial elástica y la suma de estas dos energías.

Implementando subrutinas se pueden obtener soluciones gráficas  $x$  v/s  $t$ ,  $v$  v/s  $t$ ,  $E_c$  v/s  $t$ ,  $E_p$  v/s  $t$  y  $(E_c + E_p)$  v/s  $t$ .

Con pequeñas modificaciones en la identificación de la aceleración se puede analizar también el movimiento oscilatorio amortiguado y forzado. Utilizando el mismo algoritmo de Euler podemos estudiar el problema de N osciladores acoplados en que las ecuaciones de diferencias finitas tendrían la forma:

$$\begin{aligned} v(i, t + 1/2\Delta t) &= v(i, t - 1/2\Delta t) + \omega_0^2 \cdot \Delta t [x(i+1, t) - 2x(i, t) + x(i-1, t)] \\ x(i, t + \Delta t) &= x(i, t - 1/2\Delta t) + v(i, t) \Delta t, \end{aligned}$$

en que  $x(i, t)$  y  $v(i, t)$  corresponden a la posición y velocidad de la i-ésima masa acoplada.

Las condiciones de contorno para el problema serán

$$x(0, t) = 0 \quad x(N+1, t) = 0.$$

Si en vez de graficar los  $x(i, t)$  en forma longitudinal, lo hacemos en forma transversal, podremos simular lo que sucede para pequeñas oscilaciones en una cuerda tensa.

A través del ejemplo del movimiento oscilatorio podemos darnos cuenta de cuánto se puede avanzar en el estudio de ciertas materias, necesitando prácticamente sólo operaciones matemáticas básicas.

Esta metodología se puede hacer extensiva a muchas otras situaciones como por ejemplo, el análisis de la caída de un cuerpo a través de un medio resistente en que la fuerza de roce es proporcional a una potencia de la velocidad, por ejemplo 2.

Tendremos la expresión  $mg - bv^2 = ma$ , o sea  $a = g - (b/m)v^2$ .

Si resolvemos analiticamente el problema a lo menos debamos aceptar soluciones del tipo:

$$v = v_L \operatorname{tgh} \left( \frac{g}{2v_L} t \right) \quad x = x_0 + \frac{v_L^2}{g} \ln \cos h \left( \frac{g}{2v_L} t \right),$$

con  $v_L = (mg/b)^{1/2}$ .

Llevando el problema a ecuaciones de diferencias finitas tendremos:

$$a(t) = g - (b/m)[v(t)]^2$$

$$v(t + 1/2\Delta t) = v(t - 1/2\Delta t) + a(t) \cdot \Delta t$$

$$x(t + 1/2\Delta t) = x(t - 1/2\Delta t) + v(t) \cdot \Delta t,$$

com  $v_L$  = velocidad límite =  $(mg/b)^{1/2}$ .

Como se puede apreciar, el algoritmo utilizado es el mismo y por lo tanto, el programa computacional, salvo pequeñas variaciones, es igual al anterior.

De esta manera es posible estructurar un curriculum que contemple materias de interés que no pueden ser tratadas mediante un enfoque analítico, haciendo uso de métodos numéricos y simulación computacional, acompañado de adecuados experimentos de laboratorio.

## Referencias Bibliograficas

1. FRENCH, A. P. **Mecanica newtoniana.** Reverte.
2. GIANCOLI, D. **Física general.** Prentice Hall.
3. FEYMAN, LEIGHTON, SANDS. **Lectures on physics.** Addison Wesley.
4. SCHEID, F. **Análisis numérico.** Mc Graw Hill.
5. GOULD, TOBOCHNIK. **Computer simulation methods.** Addison Wesley.
6. VISSCHER, P. B. **Fields and electrodynamics.** Wiley.
7. KOONIN, S. **Computational physics.** Benjamin, Cummings.
8. KEMENY, J.; KURTZ, T. **Truebasic user's guide.** Addison Wesley.
9. NAKAMURA, S. **Métodos numéricos aplicados con Software.** Prentice – Hall.
10. CHAPRA, S. **Métodos numéricos para Ingenieros con aplicación en Computadoras Personales.** McGraw-Hill.