

---

## NOTA

---

DIFERENÇAS DE FASE EM CIRCUITOS RLC - *Antonio Soares de Castro*,  
Depto de Física e Química - UNESP.

A equação diferencial governando um circuito RLC em série com uma força eletromotriz variando harmonicamente com o tempo

$$\epsilon(t) = \epsilon_m \sin(\omega t) \quad (1a)$$

é dada por

$$\frac{L d^2 i}{d t^2} + \frac{R di}{dt} + \frac{i}{C} = \omega \epsilon_m \cos(\omega t) \quad (1b)$$

Uma solução especial desta equação diferencial não-homogênea e

$$i(t) = i_m \sin(\omega t - \phi) \quad (2a)$$

A amplitude de corrente  $i_m$  e a diferença de fase  $\phi$  podem ser determinadas por substituição direta de (2a) na equação diferencial (1b). O resultado é <sup>(1)</sup>:

$$i_m = \epsilon_m [R^2 + (\omega L - (\omega C)^{-1})^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (2b)$$

$$\phi = \tan^{-1} [(\omega L - (\omega C)^{-1}) / R]. \quad (2c)$$

Os estudantes freqüentemente ficam perplexos com os resultados acima quando observam que a corrente elétrica no circuito pode estar fora de fase em relação à força eletromotriz. Como isto acontece? Como é possível se encontrar uma corrente elétrica no circuito no instante inicial  $t=0$  se nenhuma força eletromotriz existe quando  $t=0$ ?

Um momento de reflexão mostra que esta situação embaraçante é devido ao fato que somente a solução estacionária dada por (2) é normalmente considerada. A solução (2) não é solução geral da equação diferencial linear ordinária de segunda ordem (1b), visto que não contém as duas constantes de

integração que podem ser ajustadas para satisfazer as condições iniciais do problema físico. De fato a solução geral do problema envolvendo esse circuito é uma soma de dois termos. Um deles é a solução estacionária dada por (2). O outro é a solução transiente (solução da equação homogênea), que deixa de existir depois de certo instante porque, devido ao amortecimento, a amplitude diminui exponencialmente com o tempo.

Depois do desaparecimento da solução transiente, que envolve as condições iniciais do problema, a corrente elétrica pode aparecer fora de fase em relação à força eletromotriz. Portanto se somente a solução transiente for considerada qualquer questão referente ao instante inicial não terá nenhum fundamento.

### **Nota Bibliográfica**

1. Veja, por exemplo, ALONSO, M., FINN, E.J. Física. São Paulo: Edgard Blücher, 1977. v. 2, p. 210.