PENSE E RESPONDA! (RESPOSTA DO Nº ANTERIOR)

Como medir a excentricidade da órbita da Terra?

A excentricidade da órbita da Terra pode ser obtida através da razão entre a distância máxima e a distância mínima entre a Terra e o Sol. Um modo simples de inferir a excentricidade da órbita da Terra é observando a variação do diâmetro aparente do Sol. Como o raio do Sol deve ser constante, seu semidiâmetro angular (que é o ângulo subentendido pelo Sol, identificado por α na Fig.1) depende apenas da distância Terra-Sol.

Fig. 1- Relação entre semidiâmetro angular e raio do Sol.

$$sen\alpha = \frac{raio\ do\ Sol}{distância\ Terra - Sol}.$$

A órbita da Terra mantém sua orientação no espaço, de modo que o perihélio (mínima distância ao Sol) ocorre sempre na mesma época, em 3 ou 4 de janeiro, e o afélio (máxima distância) em 3 ou 4 de julho. O semidiâmetro angular do Sol é máximo no perihélio, valendo α = 16'17,5" = 977,5", e mínimo no afélio, com α = 15'45,4" = 945,4". Como o ângulo é muito pequeno podemos aproximar o valor do seno pelo valor do arco em radianos, e a relação entre os diâmetros angulares no afélio e no perihélio será inversamente proporcional à razão R entre as distâncias:

$$\frac{\alpha\ perihélio}{\alpha\ afélio} = \frac{D\ afélio}{D\ perihélio} = R.$$

*Essa razão é independente do tamanho da órbita e nos permite calcular a excentricidade **e**. A demonstração baseia-se apenas na 1ª lei de Kepler e nas propriedades da elipse, que relembraremos usando a Fig. 2. Obteremos a excentricidade **e** através da razão entre a distância Centro-Foco, CF e o semi-eixo maior, **a**. Para qualquer ponto da elipse a soma das distâncias desse ponto a cada um dos focos é constante e vale 2 a.*

No ponto B a distância aos focos (BF ou BF') é igual e vale a. Examinando o triângulo FBC é fácil obter a fórmula $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$*, onde b é o semi-eixo menor.*

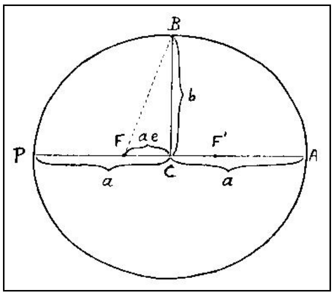

Fig. 2

Note que o Sol não fica no centro C, mas no foco F (lei de Kepler) e que CF = ae. A maior distância será com a Terra em A (afélio) e vale:

AF = a + ae = a (1 + e).

A menor distância será com a Terra em P (perihélio):

PF = a – ae = a (1 – e).

Logo a razão R entre a maior e a menor distância, será:

$$R = \frac{D\ afélio}{D\ perihélio} = \frac{1+e}{1-e}.$$

Como $R = \alpha\ perihélio\ / \alpha\ afélio$*, basta substituir os valores numéricos para achar e = 0,0167, mesmo sem saber o tamanho da órbita (a), que é a distância média da Terra ao Sol. A medida do semidiâmetro do Sol tem que ser muito precisa para se obter a excentricidade, mas é muito mais difícil medir a distância ao Sol com precisão equivalente.*

Pense em outro método para se obter a excentricidade da órbita da Terra observando o Sol e usando a segunda lei de Kepler (lei das áreas) para relacionar as velocidades no afélio e no perihélio. Ele está demonstrado depois.

Nota 1

Não olhe o Sol diretamente: *o único método seguro é por projeção. Pode-se construir uma câmara escura adaptando um pedaço de papel alumínio à menor face de* *uma caixa e nele fazendo um pequeno furo. Uma abertura lateral permitirá ver a imagem do Sol projetada no fundo da caixa. Detalhes de construção usando lentes estão no CCEF, v. 3, n. 1, p. 45-50, abr. 1986. Se tiver acesso a um instrumento, projete a imagem do Sol em uma folha de papel e acerte o foco ajustando a distância. Como o Sol está se aproximando de seu máximo de atividade é possível divisar as manchas solares, que se deslocam dia a dia, mostrando sua rotação.*

Nota 2

Na Fig.2, FA / FP = 2, logo e = 0,33. Os planetas de órbita mais excêntrica são Plutão (e = 0,25), Mercúrio (0,21) e Saturno (0,06), logo a excentricidade representada na Fig.2 é maior que a da órbita de qualquer dos planetas. Como a órbita da Terra é quase circular, as estações do ano não ocorrem por efeito da excentricidade, mas devido à inclinação do eixo de rotação do planeta em relação ao plano da órbita. A orientação da órbita da Terra é tal que a excentricidade intensifica as estações no Hemisfério Sul e as ameniza no Norte, mas o efeito da distribuição desigual dos continentes é mais importante e as estações no Hemisfério Sul acabam sendo mais amenas devido à maior cobertura de água neste hemisfério.

A excentricidade da órbita da Terra varia (em uma escala de centenas de milhares de anos) devido à influência dos outros planetas, principalmente Júpiter e Vênus. A Fig. 3 ilustra a variação prevista.

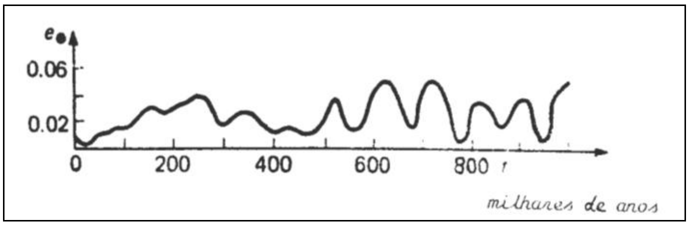

Fig. 3- Mudanças na excentricidade da órbita da Terra calcu1ada para o próximo milhão de anos. (Figura de "Our Planet, the Earth", de A.V. Byalko, editorial Mir, 1987, onde os efeitos climáticos da variação da excentricidade e da orientação do eixo de rotação da Terra são discutidos).

O segundo método *de inferir a excentricidade da órbita da Terra é observando o ângulo que o Sol se desloca entre as constelações ao longo do ano porque ele corresponde ao ângulo que a Terra se desloca em sua órbita em torno do Sol. Assim, se a Terra se deslocar de B para B' (Fig. 4) por um ângulo B com centro em F, no Sol, isso* *corresponderia ao deslocamento aparente do Sol em relação às estrelas pelo mesmo ângulo* β.

Pela 2ª lei de Kepler, a área varrida pelo planeta em iguais intervalos de tempo (medida em relação ao Sol) é constante para qualquer ponto da órbita, ou seja, sendo igual o intervalo de tempo necessário para o planeta percorrer de A a A' e de B a B', então as áreas AA'F e BB'F serão iguais.

Para intervalos de tempo muito pequenos Δt, *o arco percorrido pode ser substituído pelo segmento tangente ao ponto, de tamanho* $v\Delta t$, *onde v é a velocidade linear. Como no afélio e no perihélio a tangente é normal ao raio vetor, R, temos, igualando as áreas AA'F e PP'F:*

$$v_{afélio} R_{afélio} \Delta t = v_{perihélio} R_{perihélio} \Delta t.$$

Re1acionando a velocidade linear com a velocidade angular $\omega(v = \omega R)$ *e substituindo os valores correspondentes no afélio e no perihélio:*

$$R_{afélio} = a(1+e) \quad ; \quad R_{perihélio} = a(1-e)$$

$$\omega_{afélio}\, a^2\, (1+e)^2\, \Delta t = \omega_{perihélio}\, a^2\, (1-e)^2\, \Delta t\,.$$

*Logo, a razão entre as velocidades angulares do Sol no perihélio e no afélio nos permite obter **e** através da fórmula*

$$\frac{\omega_{afélio}}{\omega_{perihélio}} = \frac{(1-e)^2}{(1+e)^2}.$$

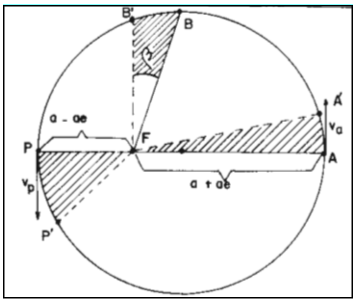

Fig. 4- Relação entre velocidades no perihélio e afélio. O Sol fica no foco F.

(Sílvia Helena Becker Livi, Depto. de Astronomia, Instituto de Física, UFRGS)