
MODELO FÍSICO E REALIDADE. IMPORTÂNCIA EPISTEMOLÓGICA DE SUA ADEQUAÇÃO QUANTITATIVA. IMPLICAÇÕES PARA A APRENDIZAGEM¹

L. Colombo de Cudmani
J. Salinas de Sandoval
Instituto de Física
Universidade Nacional de Tucumán
San Miguel de Tucumán – Argentina

Resumo

Analisa-se a importância do caráter epistemológico que tem a avaliação dos erros de medição para reforçar o grau de objetividade e precisão alcançados nos “saltos” (impossíveis de justificar com as regras da lógica) entre os fenômenos e as conceituações, entre os processos de construção do conhecimento físico e seu correspondente contraste e aplicação à realidade.

Insiste-se sobre a conveniência de incorporar à aula a análise crítica das relações entre modelo e realidade, de modo a favorecer a reflexão e a ação vinculadas a este importante aspecto metodológico da construção do saber científico.

I. Introdução

Durante o processo de aprendizagem e de formação dos estudantes em áreas científicas e tecnológicas nos ciclos básicos universitários, não é comum que em aula ou em textos se favoreça uma reflexão sobre as relações entre as teorizações e a realidade.

Além disso, muitos textos apresentam o conhecimento científico como o fruto de generalizações indutivas a partir da observação de casos particulares, sem advertir, por exemplo, que um mesmo conjunto de fatos pode ser explicado com hipóteses distintas.

¹ Traduzido por Bartira C. S. Grandi e Márcia P. Hofmann (Depto. de Física – UFSC) e revisado por Alberto Cupani (Depto. de Filosofia – UFSC).

Desta forma é habitual que os estudantes (e alguns docentes) não compreendam que as teorizações científicas se referem a modelos que se constroem sobre a realidade, e não à própria realidade. Na análise do mais simples fato (ocorrência ou processo), procede-se a uma idealização e simplificação drástica de suas características, a uma seleção das variáveis a considerar, relegando outras a um segundo plano “por não serem significativas”. Nenhuma teoria científica analisa a totalidade das variáveis que intervêm, nem mesmo no mais simples fenômeno. O que, aliás, é impossível. (PIAGET, 1979; FEYERABEND, 1984)

Mas, mesmo quando os conceitos e leis científicos (em particular, os da Física) estão longe de ser representações icônicas da realidade, eles se constroem tendo como objetivo prever, interpretar e explicar esta realidade. Frente a uma realidade complexa e dinâmica, a física constrói sistemas conceituais que permitam compreendê-la: as teorias científicas. Mas cada vez que se passa das teorias aos fatos ou dos fatos às conceituações, necessita-se não somente da segurança que oferecem as interconexões do sistema do conhecimento físico, mas também, além disso, de guias quantitativos que reforcem o grau de objetividade e exatidão neste salto. A análise dos erros que podem introduzir suposições, métodos de medição, interações, etc. é um critério científico que serve de fundamento epistemológico à adequação quantitativa entre as conceituações teóricas e as situações problemáticas reais que se enfrentam. Esta exatidão e precisão nos ajustes quantitativos não implica, em absoluto, uma contradição com o caráter perfectível e em permanente desenvolvimento e aperfeiçoamento da ciência. Suas construções teóricas e paradigmáticas estão em constante revisão e crescimento para dar explicações mais completas e profundas da realidade. Este trabalho refere-se à adequação entre **um** dado modelo – dentro do marco de **uma** dada teoria – e o referente empírico que se enfrentam em uma dada situação concreta.

Compreender esta complicada relação é de importância vital para conseguir transmitir aos estudantes o verdadeiro sentido do conhecimento que a Física tem alcançado sobre o mundo natural.

Neste trabalho nos propomos analisar a importância do papel epistemológico que tem a avaliação dos erros de medição para reforçar a objetividade e precisão nesses “saltos”, graças aos quais:

- Controlam-se conceituações teóricas capazes de estruturar modelos mais ou menos simplificados da realidade;
- Contrastam-se hipóteses científicas capazes de explicar os fenômenos físicos.

Em ambos os casos a comparação entre os valores medidos e os calculados a partir das previsões teóricas, dentro da margem dada pelos erros experimentais, é um critério importante para julgar a utilidade e validade das construções teóricas elaboradas. Erro não é, neste contexto, sinônimo de engano, mas sim medida de adequação à realidade: os erros ou desvios experimentais proporcionam um critério quantitativo importante para controlar a adequação da teoria à realidade. A problemática dos erros experimentais aparece como um elemento de importância central para uma prática docente que busque desenvolver hábitos científicos nos estudantes.

A experiência dos autores em um laboratório de física experimental do ciclo básico universitário dos cursos de Engenharia e Física mostra que a incorporação explícita destes aspectos na instrução favorece uma compreensão maior dos alcances e limitações da disciplina. Colabora para desmitificar a concepção da ciência como um conjunto de receitas úteis a priori para enfrentar situações problemáticas ao ressaltar a importância de controlar a adequação do modelo à realidade. E revela a importância do rigor qualitativo das construções teóricas da Física, assim como a ausência de respostas únicas, fechadas e definitivas (EINSTEIN, 1984).

II. As lacunas lógicas na estrutura do conhecimento físico

A sistematização do conhecimento, isto é, a inclusão dos resultados do trabalho investigativo em um contexto teórico constitui um traço notável (e talvez “o traço notável”) que define o processo da investigação científica (PAPP, 1951).

Tanto na interpretação dos comportamentos observados como na construção das conceituações, como na formulação de sistemas hipotético-dedutivos muito elaborados como as grandes teorias da Física, o trabalho do cientista consiste fundamentalmente em incorporar os fatos isolados a marcos teóricos de referência capazes de interpretá-los, inter-relacioná-los, predizê-los, explicá-los.

Na complexa estrutura do conhecimento científico assim construído se destacam dois pontos fracos que marcam “saltos” (“hiatos”) (BUNGE, 1985) entre os comportamentos naturais e as conceituações.

Um destes “saltos” pode aparecer quando se constroem ou se controlam os conceitos que servem de tijolos para estruturar o conhecimento. No caso em que estas conceituações tenham referenciais empíricos, estes referenciais deverão estar definidos e delimitados o melhor possível. É a isto que nos referimos quando falamos do “significado físico (ou factual)” de um determinado conceito.

A outra lacuna é a que se origina no “salto” pelo qual, com a observação de fatos particulares, de casos singulares, se examina a validade de enunciados gerais: hipóteses e leis.

Não existe algoritmo matemático ou lógico capaz de salvar esses hiatos e, contudo, o rigor e a exatidão das proposições científicas dependem fundamentalmente do grau de rigor e exatidão conceitual com que se revalidam estas passagens do factual para o conceitual e vice-versa.

III. As exatidões qualitativa e quantitativa da Física

No primeiro caso mencionado, o do referencial factual dos conceitos, a ciência busca caminhos para delimitá-los na forma mais clara e precisa. A exatidão quantitativa adquire importância particular, mas sem rigorismo conceitual toda a precisão quantitativa carece de significado.

As grandezas são uma classe importante de conceitos científicos; sua definição operacional é um bom exemplo desta busca de traduções precisas entre conceitos e referenciais.

Uma vez que se pode definir operacionalmente uma mesma grandeza de maneiras muito diversas, como controlar a coerência entre essas definições? A estruturação em sistemas teóricos, característica da Física, é o que permite o controle e a avaliação “cruzada”, ao fazer intervir uma mesma grandeza em diferentes proposições observacionais. Cada definição operativa dará como resultado um determinado valor da grandeza, quando medida. É fácil ver que estes resultados, obtidos em situações distintas, com instrumentos e métodos diferentes, não serão em geral numericamente idênticos... a menos que levemos em consideração os erros experimentais.

O que se determina experimentalmente não é só o valor da grandeza mas também *sua cota de incerteza*. A coerência da ciência se apóia no fato de que medições de uma mesma grandeza, embasadas em leis e modelos diferentes, e portanto em processos de medições distintos, conduzem a resultados *iguais dentro de suas cotas de erro*. Daí a importância de determinar essas cotas. E para isto é preciso atribuir significado claro e preciso à cota de erro. É necessário recorrer a convenções e teorias adequadas que nos permitam obter esta precisão conceitual. Existe bibliografia abundante e valiosa sobre o tema (BOX; HUNTER; HUNTER, 1988; CERNUSCHI, 1975; CUDMANI, 1983; JODAR, 1981). Para prevenir alguns erros habituais de interpretação, no apêndice são apresentadas algumas apreciações a respeito.

Porém, mesmo quando as grandezas constituem uma classe importante de conceitos científicos, na pesquisa em Física não se trabalha somente com elas. Conceitos

tais como: corpo rígido, cor, líquido, átomo, quark formam sem dúvida parte do léxico da disciplina.

A adequação nestes casos entre conceitos e referenciais factuais correspondentes dependerá fundamentalmente do contexto no qual o conceito tenha sido incorporado. Somente a crítica racional e o critério claro e objetivo do pesquisador permitirá, frente a uma situação concreta, frente a um dado fenômeno, decidir se a “tradução”, se o “salto” é válido. Daí a importância do rigor qualitativo, da exatidão conceitual.

IV. O salto lógico na validação de proposições observacionais. Modelo e realidade

O segundo “salto” entre os fatos e as conceituações aparece na validação de proposições observacionais e conduz ao problema da generalização indutiva.

Não existe forma lógica de justificar este procedimento. Popper tem dedicado grande parte de sua obra a uma crítica da indução, levada por algumas escolas epistemológicas (empiristas, indutivistas) à categoria de única fonte válida de conhecimento factual (POPPER, 1983 e 1985).

O uso de técnicas de inferência estatística para analisar os dados experimentais, os casos particulares, de modo algum dá certeza, mesmo que permita “maximizar o grau de verdade de nossas generalizações” (BUNGE, 1985, p. 870) e delimitá-lo [“acotar-lo”] em termos estatísticos.

A inserção do enunciado em um sistema ou teoria científica é uma poderosa ferramenta metodológica para apoiar o salto indutivo (BUNGE, 1985; SALINAS, 1990). Esta segunda proposta conduz à análise da adequação entre modelo e realidade, entre proposições teóricas e empíricas, na qual os erros experimentais têm novamente um papel importante.

Sem dúvida, as teorias científicas, seus axiomas e postulados, não têm como referenciais diretos os fatos e a realidade, mas sim modelos simplificados dos mesmos. Por isso referem-se a entes tais como “massas puntuais”, “corpos rígidos”, “lentes delgadas”, “pêndulos ideais”, etc.

Qualquer estudante sabe responder à pergunta: como calcular a área desta folha de papel? “Meço a largura e o comprimento e multiplico ambos entre si.” Do que não tem consciência clara é que *está usando um modelo* da realidade. A folha *não* é um retângulo e a relação proposta entre área, largura e comprimento é rigorosamente correta para os retângulos, não para as folhas de papel. Se medíssemos com precisão suficiente a largura da folha em lugares diferentes, veríamos que esta não é constante. Poderia, inclusive, ir aumentando sistematicamente em uma certa direção, de modo que o trapézio seria

uma aproximação melhor. Se observássemos a borda da folha através de um microscópio, veríamos que não é uma reta bem definida.

Como podemos nos assegurar de que a aproximação “retângulo” é válida? O aluno pode comprovar a divergência entre modelo e realidade através do erro ou dispersão das medições. Também pode-se estabelecer o controle de comportamentos que deveriam aparecer se o modelo fosse adequado à situação. Por exemplo, poderia comprovar a validade da relação pitagórica entre os lados e as diagonais.

Este exemplo, muito simples, ilustra um fato importante: *todos os modelos implicam em esquematizações e simplificações que se traduzem em “suposições”*. E cada suposição de um modelo é uma fonte possível de erro, de falha, no “salto” entre teoria e realidade.

Isto tem conseqüências importantíssimas para o trabalho experimental nos laboratórios docentes assim como na prática da investigação científica.

Um estudante que, a partir de umas poucas medições não delimitadas [“acotadas”], é levado a concluir, por exemplo, que “a lei que rege o alongamento de uma mola é $F = k \Delta x$ ” não está procedendo cientificamente (SALINAS, 1990).

A delimitação [“acotación”] de suas medições será um primeiro passo. O segundo, a introdução de sua generalização em um sistema teórico e a comprovação da adequação do modelo teórico a seu caso particular (controle de suposições). O terceiro, a comprovação de outras predições dessa teoria, continuando com a realimentação entre teoria e experiência.

Cada trabalho de laboratório assim encarado será para o estudante um verdadeiro trabalho de pesquisa, no qual adquirirá a consciência de que a pesquisa da realidade que é feita pela ciência é sempre sobre uma idealização simplificada da mesma. Compreenderá, porque será ator de um processo que reproduz aspectos essenciais da metodologia científica, como se vão introduzindo os conceitos, afastando as generalizações, estruturando os modelos, avaliando as hipóteses.

Agora, o que se entende por *modelo*? Às vezes tem a conotação de uma imagem representativa da realidade, às vezes a de uma complexa teoria axiomatizada.

Distinguiremos, pois, dois sentidos principais (BUNGE, 1985):

- O modelo como representação esquemática de um *objeto ou sistema concreto*;
- O modelo como *teoria*, como sistema no qual se incorpora o modelo como representação.

No primeiro caso falaremos de “objeto modelo” ou “modelo-objeto”; no segundo, de “modelo teórico”.

Quando calculamos a área de uma folha de papel como o produto de seus lados, estamos utilizando um modelo-objeto. Idealizamos a folha como um retângulo.

Quando consideramos um bloco deslizando sobre uma rampa como um corpo rígido sobre um plano sem atrito, estamos construindo um modelo-objeto do sistema.

Mas estes modelos-objeto não são suficientes para construir o conhecimento científico. Deve ser possível inseri-los em uma teoria.

Não basta imaginar o bloco deslizando como um corpo rígido sem atrito. É necessário construir uma teoria de modelos-objeto, um sistema hipotético-dedutivo, um sistema de leis e axiomas que permita descrever seu comportamento: o modelo-teórico correspondente.

Supor que a folha é um retângulo adquire todo seu valor quando o modelo-objeto (retângulo-folha) se insere na geometria euclidiana. Podemos assim calcular sua área, seu perímetro, o valor de seus ângulos internos, etc.

O modelo do corpo geométrico ideal rígido e sem atrito adquire riqueza da teoria mecânica do corpo rígido, conjunto de leis e axiomas que permitirá prever seu comportamento frente a um plano inclinado, a outro corpo em movimento, a uma superfície com atrito não desprezível, etc.

Na busca de maior precisão, de maior adequação à realidade, os modelos teóricos vão se tornando mais complexos.

Mas mesmo modelos muito simples da matéria, do movimento, do calor... apresentam graves problemas conceituais e matemáticos. Caberia perguntar “para que investir tanto esforço em um modelo que se sabe ser fisicamente demasiado simples e matematicamente demasiado complexo. Simplesmente porque não podemos proceder de outra forma... As outras maneiras: a razão pura, a intuição, a observação têm fracassado. Somente modelos construídos com auxílio da intuição e da razão e submetidos à avaliação empírica têm triunfado” (BUNGE, 1985, p. 13). Sobretudo porque podem ser aperfeiçoados.

V. O erro como critério epistemológico na avaliação de hipóteses científicas

O que significa “verificar experimentalmente” uma hipótese ou lei científica? Significa que, a partir deste enunciado, utilizando as regras da lógica e os dados de informação factual (tais como constantes físicas, condições iniciais, etc.), deduz-se uma proposição de baixo nível de generalidade, que é a que se submete ao julgamento da experiência.

Para comprovar a adequação entre a predição teórica e o comportamento empírico, é necessário saltar da proposição conceitual para os dados experimentais. Vejamos qual é o critério, mais epistemológico do que lógico, utilizado pela ciência.

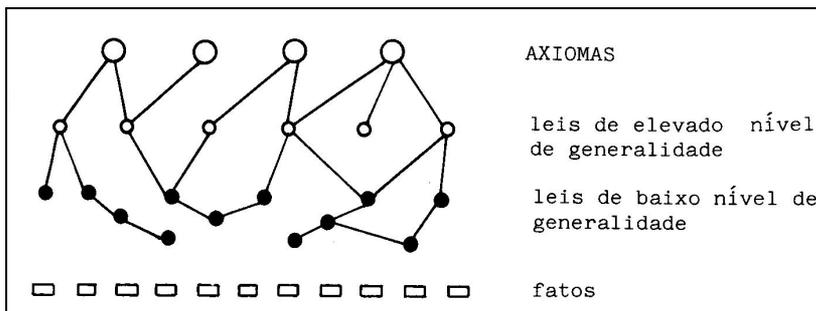
Seja $\vec{F} = m \vec{a}$ a lei que se pretende avaliar experimentalmente. Este enunciado não pode ser verificado de forma direta. É necessário remetê-lo para uma situação concreta, por exemplo, um corpo que cai sob a ação da gravidade, e introduzir condições iniciais. Assim, a partir dela, pode-se prever, para um corpo que cai nas vizinhanças da superfície terrestre, que a velocidade com que atinge o solo é

$$v_{\text{teórica}} = \sqrt{2gh},$$

e, medindo h e g , obter o valor calculado para v .

Agora, medimos v . Geralmente não obteremos um valor numericamente igual ao calculado. Entretanto, se esta diferença permanece abaixo dos erros de medição propagados nos resultados, considerar-se-á que a hipótese foi confirmada neste caso particular.

Resumindo:



Tanto na dialética ascendente, que vai dos fatos às leis e teorias, como na descendente que prediz fatos a partir da teoria, um critério para controlar o passo das proposições de menor generalidade para os fatos é o erro experimental.

Uma consequência importante desta forma de trabalhar em laboratórios introdutórios é a de mostrar que a solução de um dado problema não é única, nem direta. Deve-se sopesar argumentos diferentes e decidir sem ter toda a informação que se gostaria de dispor.

Em muitos casos esta ambigüidade incomoda os estudantes. Dever-se-á gerar situações de aprendizagem nas quais se observe justamente esta abertura, esse constante

desafio à compatibilização entre o rigor e as necessidades, entre os modelos e os fatos, entre a teoria e a realidade, que é um dos aspectos que fazem com que a metodologia científica seja apaixonante, aperfeiçoável, imprevisível em muitos casos, e não um receituário frio de passos a seguir, sem vacilações nem encruzilhadas.

Esta falta de resposta única para resolver um dado problema tem conseqüências psicológicas importantes. Pode levar ao desalento, ou ser o desafio que promove a investigação. Somente aqueles que reconhecem e aceitam esse desafio, e aprendem a sentir-se bem com essa multiplicidade de caminhos alternativos, sentir-se-ão gratificados. Eles provavelmente serão os futuros pesquisadores científicos.

VI. Conclusões

A Física estrutura seu conhecimento em sistemas conceituais cujos referenciais são modelos simplificados da realidade. O caráter sistêmico de tal elaboração permite a avaliação cruzada de suas proposições, dando lugar a uma rede de interconexões que lhe outorga, ao mesmo tempo, dinamismo e firmeza.

Os hiatos entre os fatos e as conceituações científicas reconhecem na análise dos erros experimentais um critério importante de verdade factual, um critério que permite quantificar a adequação à realidade dos conceitos, modelos e hipóteses científicas. Tal análise de erros atua como orientação para alcançar maior objetividade e exatidão, mesmo que nunca dê certeza absoluta nem definitiva.

Chamar a atenção para o papel de controle e orientação objetiva que tem a avaliação de erros experimentais e ser capaz de transmiti-lo em uma prática docente que promova a análise crítica da construção conceitual da Física, podem sem dúvida ser ferramentas importantes para a compreensão, a valorização e o desenvolvimento de hábitos científicos autênticos nos estudantes.

Porque apesar das construções teóricas não terem como referência a realidade, mas sim modelos simplificados dessa realidade, apesar de que não existem nem a massa puntual, nem o pêndulo ideal, nem o fio inextensível, nem os meios sem atrito, etc., apesar disso, a explicitação de uma cota de erro permite que este ou aquele corpo possa ser considerado *exatamente* puntual em tal sistema, que este ou aquele arame ou fio possa ser considerado *exatamente* inextensível, que esta folha de papel possa ser considerada *exatamente* retangular, etc., pois permite a comparação entre os valores obtidos para as grandezas características ao medir diretamente seus referenciais factuais e ao calcular os valores preditos para elas teoricamente.

Para cada situação e para cada precisão ter-se-á que buscar um modelo teórico válido, condições e instrumentos de medição adequados, o número de medidas que é necessário fazer, um limite para o número de algarismos significativos que devem ser

tomados para as constantes, etc. e realizar controle e realimentação mútuos entre teoria e experiência.

Cada trabalho de laboratório assim encarado será para o estudante um verdadeiro trabalho de investigação.

O jogo dialético entre teoria e experiência produz avanços, tanto em técnicas experimentais como em construções teóricas, na investigação científica e no trabalho dos estudantes.

Um laboratório assim concebido mostrará em cada momento da tarefa de docentes e estudantes que a estimativa de erros experimentais e sua comparação com os erros cometidos nos saltos ou hiatos entre as conceituações e a realidade constitui um critério quantitativo fundamental para comprovar se é possível ou não “modelar” desta ou daquela forma uma dada situação concreta e predizer comportamentos factuais.

Tal laboratório, em resumo, permitirá aderir ao aforismo que expressa que *“uma ciência é exata na medida em que conhece os seus erros”*. Paradoxalmente, é a determinação dos erros de medição o que permite construir modelos e teorias científicas “exatas” em sua adequação à realidade.

VII. Referências Bibliográficas

1. BOX, G.; HUNTER, W.; HUNTER, J. **Estadística para experimentadores**. España: Reverté, 1988.
2. BUNGE, M. **La investigación científica**. Barcelona: Ariel, 1985.
3. CERNUSCHI, F. **Errores experimentales**. Buenos Aires: Eudeba, 1975.
4. COLOMBO de CUDMANI, L. **Cálculo de errores experimentales**. Tucumán: CUECET-UNT, 1983.
5. COLOMBO de CUDMANI, L.; SALINAS de SANDOVAL, J. La Física, ¿ una ciencia exacta? In: REUNIÃO NACIONAL DE EDUCAÇÃO EM FÍSICA, 6, 1989, Bariloche, Argentina. **Anais**.
6. EINSTEIN, A.; INFELD, L. **La física, aventura del pensamiento**. Buenos Aires: Losada, 1984.
7. FEYERABEND, P. **Contra el método**. Buenos Aires: Orbis, 1984.

8. JODAR, B. **Análisis estadístico de experimentos**. España: Alhambra, 1981.
9. PAPP, D. **Filosofía de las leyes naturales**. Buenos Aires: Espasa Calpe, 1951.
10. PIAGET, J. Epistemología de las ciencias físicas. In: **Tratado de lógica y conocimiento científico**. Buenos Aires: Paidós, 1979. t. 4.
11. POPPER, K. **El conocimiento objetivo**. Madrid: Technos, 1983.
12. POPPER, K. **La lógica de la investigación científica**. Madrid: Technos, 1985.
13. SALINAS de SANDOVAL, J. Las experiencias de búsqueda de relaciones entre magnitudes como herramientas para incorporar al aula aspectos de la metodología de la investigación científica. **Revista de Ensino de Física**, v. 12, 1990. p. 59-77.

APÊNDICE

ALGUNS ESCLARECIMENTOS SOBRE OS ERROS EXPERIMENTAIS

Limitar-nos-emos aqui a fazer alguns esclarecimentos breves sobre o tema, a fim de evitar confusões habituais na interpretação.

Quando se mede uma grandeza cometem-se erros que podem ser classificados como *mínimos*, *sistemáticos* e *acidentais*.

O erro *mínimo* (que depende da sensibilidade e precisão do instrumento ou do método de medição, da exatidão do sistema de unidade, da definição da grandeza a medir, da interação entre o sistema a medir e o sistema medidor) é, como seu nome indica, uma cota mínima, inevitavelmente presente, que não pode diminuir além de uma determinada ordem de grandeza aumentando o número de medidas e cujo valor somente pode ser modificado mudando-se os elementos que entram em jogo no processo de medição.

Os erros *sistemáticos* são desvios que se produzem sempre no mesmo sentido e não podem ser diminuídos aumentando o número de medições. Em cada situação experimental o pesquisador deve estar alerta para detectá-los. Em geral, são devido a suposições do modelo que não se cumprem na realidade.

Os erros *acidentais* são os que podem ser diminuídos tanto quanto se queira repetindo as medidas. A eles se aplica a teoria probabilística de erros. Assim, por exemplo, a teoria de Gauss assume um significado claro e preciso, tanto para o erro de cada medida, como para o erro do melhor valor, e proporciona uma ferramenta extremamente útil para tratar os erros de medida.

Não ter claro que o erro estimado com a teoria estatística *não inclui* os erros mínimos mencionados leva a confusões muito freqüentes, presentes em numerosos trabalhos publicados (que limitam a análise de erros experimentais ao cálculo dos desvios estatísticos) e, inclusive, na bibliografia. Por exemplo, M. Bunge, na página 871 de seu excelente livro “La investigación científica” (1985), assinala: “suponhamos que previmos um determinado valor, n , da propriedade P em um sistema c que se encontra em um estado determinado e que, por medição, obtemos um valor algo diferente, n' , com uma margem de erro igual a σ :

$$P(c) = n$$

$$\overline{m}P(c') = n' \pm \sigma,$$

sendo $\overline{m}P(c')$ o que representa o valor medido médio da propriedade P do objeto real c' . Estas duas proposições são diferentes inclusive no caso, não freqüente, em que os valores numéricos coincidam, *ou seja, inclusive no caso em que $n' = n$ e $\sigma = 0$* ” (o destaque é nosso).

Não se chama a atenção que, mesmo quando $\sigma = 0$, a cota de n' não é nula mas vem dada pelo erro mínimo. Cabe assinalar que esta observação não diminui a admiração que sentem os autores pelas obras sobre epistemologia de Mario Bunge.