
DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA ACELERAÇÃO DE CORPOS EM QUEDA – SELEÇÃO DE INSTRUMENTOS

Sandra Maria Couto Moreira
Ronaldo Luiz Neves Pinheiro
Luiz Carlos de Alvarenga
Depto. de Física – UFV
Viçosa – MG

I. Introdução

No estudo da Física Experimental, e quando ocorre do estudante ter a oportunidade de realizar alguma experiência em laboratório, é comum que ele encontre já prontas as montagens experimentais que vai utilizar. Com isto, perde-se a oportunidade de incluir no processo ensino-aprendizagem as precauções e a metodologia a se adotar na escolha dos instrumentos e equipamentos para compor uma montagem experimental. Por outro lado, muitas vezes as experiências realizadas ficam comprometidas pela seleção inadequada dos instrumentos, o que conduz a resultados experimentais sem maior significado.

O processo de escolha de instrumental para a determinação de valores de grandezas físicas deve considerar, entre outros, o fato de que o significado pleno das medições envolve o grau de precisão dos resultados obtidos. Em conseqüência, quando o resultado final é decorrente de medidas intermediárias, deve-se estudar de que forma os erros nestas medidas afetam a incerteza no resultado final. Nesse sentido, a teoria dos erros é uma ferramenta de importância fundamental, pois permite, considerando a precisão pretendida no resultado final, fazer uma melhor especificação da precisão dos instrumentos a serem adquiridos e/ou utilizados e selecionar metodologias.

O presente trabalho tem por objetivo escolher, com a ajuda da análise de incertezas, um cronômetro para compor um dispositivo de determinação da aceleração de corpos em queda vertical com uma precisão de centésimos de m/s^2 .

II. Teoria

Muitas grandezas físicas, não podendo ser avaliadas em uma medição direta, são determinadas através de equações que as relacionam com quantidades diretamente mensuráveis. Considere uma quantidade R como sendo uma função das variáveis independentes (medições básicas) x_1, x_2, \dots, x_n ou

$$R = R(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

Considerando w_R como a incerteza no resultado e w_1, w_2, \dots, w_n como as incertezas nas variáveis independentes, a incerteza no resultado (Beers, Y.), para aproximações de primeira ordem e considerando que os coeficientes de correlação entre as variáveis são nulos, é dada por

$$\|w_R\| = \sqrt{\left[\frac{\delta R}{\delta x_1}\right]^2 w_1^2 + \left[\frac{\delta R}{\delta x_2}\right]^2 w_2^2 + \dots + \left[\frac{\delta R}{\delta x_n}\right]^2 w_n^2}. \quad (2)$$

A incerteza no resultado, w_R , predita pela equação acima, depende dos quadrados das incertezas nas variáveis independentes. Assim, se a incerteza em uma dada variável é significativamente maior que as incertezas nas outras, a maior delas será predominante, podendo-se desprezar as outras (ganha-se muito pouco na tentativa de reduzir “pequenas” incertezas). A importância disto é evidente no delineamento de um experimento, na escolha de instrumentação, etc.

III. Metodologia

Para realizar a análise da incerteza, serão feitas as seguintes considerações:

- a) corpo em queda livre;
- b) aceleração constante (g) durante o movimento;
- c) velocidade e posição iniciais do corpo nulas.

A equação que rege o movimento de tal corpo é:

$$h = \frac{1}{2} g t^2, \quad (3)$$

onde h é o deslocamento do corpo no intervalo de tempo t .

A aceleração da gravidade, g , pode ser determinada através da relação:

$$g = \frac{2h}{t^2}, \quad (4)$$

ou seja, $g = g(h, t)$.

Então, para determinar “g”, necessita-se realizar duas medidas:

$h \rightarrow$ deslocamento do corpo e

$t \rightarrow$ intervalo de tempo.

A incerteza envolvida na determinação de “g”, conforme equação (2), será:

$$\|dg\| = \frac{2}{t^2} \sqrt{(dh)^2 + \frac{4h^2}{t^2} (dt)^2} . \quad (5)$$

Em decorrência do conjunto de variáveis escolhido neste artigo, o erro propagado também pode ser calculado através do uso da série de Taylor, suprimindo-se os termos superiores (Piskunov, N. e Maurer, W. A.).

Vê-se, da equação (5), que a incerteza em “g” depende dos valores das variáveis h e t , bem como das incertezas envolvidas em cada uma das suas medidas, dh e dt .

Recorrendo à equação (3), considerando o valor da aceleração da gravidade igual a $9,78 \text{ m/s}^2$ (valor aproximado da aceleração da gravidade local: $9,78460225 \text{ m/s}^2$ (RENEGA)), e atribuindo valores ao deslocamento do corpo, pode-se estimar os valores esperados para t . Os deslocamentos, para efeitos de simulação, ficaram restritos ao valor máximo de $0,450 \text{ m}$, supostamente medidos com um instrumento de precisão 10^{-3} m .

IV. Resultados

A Tabela 1 apresenta, para vários deslocamentos, os valores correspondentes dos intervalos de tempo, t , com diferentes precisões, estimados através da equação (3).

Introduzindo na equação (5) os valores de t , com diferentes precisões, e os valores de h , provenientes da Tabela 1, obtém-se a incerteza envolvida na determinação de “g” para cada deslocamento. Estes resultados são apresentados nas Tabelas 2, 3, 4 e 5 para valores de t com precisão de 10^{-2} s , 10^{-3} s , 10^{-4} s e 10^{-5} s , respectivamente. Nota-se na Tabela 2 que, dentro da faixa de deslocamentos usada, não seria possível obter “g” com precisão de duas casas decimais, pois a representação de uma medida é sempre em termos de $(M \pm \Delta M)$, seguido da unidade adequada, onde ΔM terá no máximo 1 algarismo significativo.

Tabela 1 – Valores estimados de intervalos de tempo, t , para diferentes deslocamentos, h , de corpos em queda livre

h (m)	Tempo (s)			
	Decimais de precisão			
	2	3	4	5
0,050	0,10	0,101	0,1011	0,10112
0,100	0,14	0,143	0,1430	0,14300
0,150	0,18	0,175	0,1751	0,17514
0,200	0,20	0,202	0,2022	0,20224
0,250	0,23	0,226	0,2261	0,22611
0,300	0,25	0,248	0,2477	0,24769
0,350	0,27	0,268	0,2675	0,26753
0,400	0,29	0,286	0,2860	0,28601
0,450	0,30	0,303	0,3034	0,30336

Tabela 2 – Faixa de variação da aceleração, g , de corpos em queda livre, calculada para diferentes deslocamentos, h , com os intervalos de tempo medidos com uma precisão de 10^{-2} s

h (m)	t (s)	dg (m/s ²)	g (m/s ²)	g _{max} (m/s ²)	g _{min} (m/s ²)
0,050	0,10	2,01	10,00	12	8
0,100	0,14	1,46	10,20	11	9
0,150	0,18	1,03	9,26	10	8
0,200	0,20	1,00	10,00	11	9
0,250	0,23	0,82	9,45	10,3	8,7
0,300	0,25	0,77	9,60	10,4	8,8
0,350	0,27	0,71	9,60	10,3	8,9
0,400	0,29	0,66	9,51	10,2	8,8
0,450	0,30	0,67	10,00	10,7	9,3

A Fig. 1 mostra os valores de “g” em função do deslocamento, com a utilização de cronômetros de diferentes precisões. Observa-se que, para determinar “g” com a precisão de duas casas decimais em deslocamentos tão pequenos quanto 0,103 m, necessita-se de um cronômetro com precisão de 10^{-5} s. Um cronômetro com precisão de 10^{-4} s

permitiria a obtenção de “g”, com a precisão requerida, somente para deslocamentos iguais ou superiores a 0,105 m, enquanto um cronômetro com precisão de 10^{-3} s exigiria deslocamentos mínimos de 0,251 m.

Como se pode notar, ganha-se muito pouco na substituição do cronômetro com precisão de 10^{-4} s por um de 10^{-5} s. Isto se deve ao fato de, a partir de certo ponto, a incerteza na medição de distâncias tornar-se predominante.

V. Conclusão

Para se obter a aceleração de corpos em queda vertical com a precisão de centésimos de m/s^2 , através de medições de deslocamentos e intervalos de tempo, considerando a limitação imposta pelo instrumento de medição de deslocamentos, a teoria dos erros nos permite concluir que:

- Cronômetros com precisão de 10^{-2} s não são adequados;
- Cronômetros com precisão de 10^{-3} s são adequados, desde que limitados os deslocamentos a valores iguais ou superiores a 0,251 m;
- Cronômetros com precisão de 10^{-4} s são adequados, desde que limitados os deslocamentos a valores iguais ou superiores a 0,105 m;
- Cronômetros com precisão de 10^{-5} s são adequados, desde que limitados os deslocamentos a valores iguais ou superiores a 0,103 m.

Tabela 3 – Faixa de variação da aceleração, g , de corpos em queda livre, calculada para diferentes deslocamentos, h , com os intervalos de tempo medidos com uma precisão de 10^{-3} s

h (m)	t (s)	dg (m/s^2)	g (m/s^2)	g_{\max} (m/s^2)	g_{\min} (m/s^2)
0,050	0,101	0,28	9,80	10,1	9,5
0,100	0,143	0,17	9,78	10,0	9,6
0,150	0,175	0,13	9,80	9,9	9,7
0,200	0,202	0,11	9,80	9,9	9,7
0,250	0,226	0,10	9,79	9,9	9,7
0,300	0,248	0,09	9,76	9,85	9,67
0,350	0,268	0,08	9,75	9,83	9,67
0,400	0,286	0,07	9,78	9,85	9,71
0,450	0,303	0,07	9,80	9,87	9,73

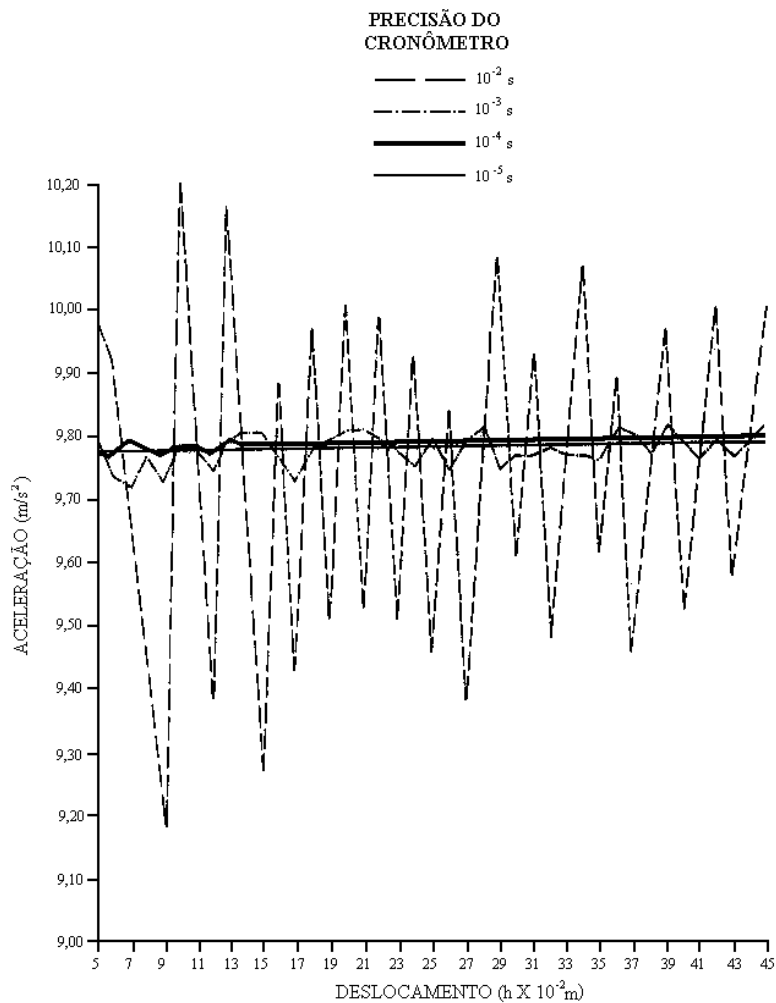


Fig.1- Aceleração de corpos em queda livre, calculada em função do deslocamento, com a utilização de cronômetros de diferentes precisões.

Tabela 4 – Faixa de variação da aceleração, g , de corpos em queda livre, calculada para diferentes deslocamentos, h , com os intervalos de tempo medidos com uma precisão de 10^{-4} s

h (m)	t (s)	dg (m/s^2)	g (m/s^2)	g_{\max} (m/s^2)	g_{\min} (m/s^2)
0,050	0,1011	0,20	9,78	10,0	9,6
0,100	0,1430	0,10	9,78	9,9	9,7
0,150	0,1751	0,07	9,78	9,85	9,71
0,200	0,2022	0,05	9,78	9,83	9,73
0,250	0,2261	0,04	9,78	9,82	9,74
0,300	0,2477	0,03	9,78	9,81	9,75
0,350	0,2675	0,03	9,78	9,81	9,75
0,400	0,2860	0,03	9,78	9,81	9,75
0,450	0,3034	0,02	9,78	9,80	9,76

Tabela 5 – Faixa de variação da aceleração, g , de corpos em queda livre, calculada para diferentes deslocamentos, h , com os intervalos de tempo medidos com uma precisão de 10^{-5} s.

h (m)	t (s)	dg (m/s^2)	g (m/s^2)	g_{\max} (m/s^2)	g_{\min} (m/s^2)
0,050	0,10112	0,20	9,78	10,0	9,6
0,100	0,14300	0,10	9,78	9,9	9,7
0,150	0,17514	0,07	9,78	9,85	9,71
0,200	0,20224	0,05	9,78	9,83	9,73
0,250	0,22611	0,04	9,78	9,82	9,74
0,300	0,24769	0,03	9,78	9,81	9,75
0,350	0,26753	0,03	9,78	9,81	9,75
0,400	0,28601	0,02	9,78	9,80	9,76
0,450	0,30336	0,02	9,78	9,80	9,76

Assim, a decisão final deverá recair sobre um cronômetro de precisão de 10^{-4} s ou 10^{-5} s.

Referências Bibliográficas

BEERS, Y. **Introduction to the theory of error**. Massachusetts: Addison-Wesley, 1962. 66 p.

MAURER, W. A. **Curso de cálculo diferencial e integral** – funções de várias variáveis e aplicações. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1968. v. 3. 378 p.

PISKUNOV, N. **Cálculo diferencial e integral**. Barcelona: Montaner y Symon, 1973. 1019 p.

REDE NACIONAL DE ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS ABSOLUTAS – RENEGA. Relatório parcial sobre o valor da aceleração da gravidade local na Estação Viçosa (Departamento de Engenharia – UFV), 1989.