International Journal of Knowledge Engineering and Management

O MÉTODO DE CRANK-NICOLSON APLICADO AO MODELO DE DIFUSÃO DE CONHECIMENTO: UMA SIMULAÇÃO PARA O PROCESSO DE TRANSMISSÃO DE CONHECIMENTO

Marcelo dos Santos*

Flávio Pietrobon Costa**

Augusto Cesar Noronha Rodrigues Galeão***

Luiz Bevilacqua****

RESUMO

O presente trabalho aborda o processo de difusão de conhecimento em um meio científico que aqui denominaremos cadeia de conhecimento, considerando um problema unidimensional e transiente, construindo um modelo matemático a partir de algumas modificações nos parâmetros do modelo de transferência de calor. É possível simular o processo de difusão e em particular o processo de propagação do conhecimento em um meio científico por meio de generalizações da equação de difusão. Empregando técnicas e métodos numéricos, é efetuado um tratamento variacional para a construção do modelo computacional, o qual utilizando-se uma discretização em diferenças finitas, em particular o método implícito de Crank - Nicolson, é desenvolvida uma formulação discreta para solução numérica do problema. Para validar o modelo proposto foi implementado um código na plataforma Matlab, o qual nos permitiu obter alguns resultados numéricos a cerca do processo de transferência de conhecimento.

Palavras-Chave: Difusão. Diferenças Finitas. Propagação de Conhecimento.

* Mestrando em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia e Bacharel em Matemática ambos pela Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Professor_do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, marcelo20xjg@hotmail.com

** Doutor em Modelagem Computacional, Professor Adjunto da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, pietrobon_costa@yahoo.com.br

*** Doutor em Engenharia Mecânica, Pesquisador Titular do Laboratório Nacional de Computação Cientifica, acng@lncc.br

**** Doutor em Mecânica Teórica e Aplicada, Professor emérito da COPPE-UFRJ, bevilacqua@coc.ufrj.br

1 INTRODUÇÃO

A matemática tem se mostrado uma ferramenta extremamente poderosa, é através dela que o homem consegue descrever/prever o comportamento de alguns sistemas ou fenômenos físicos em termos matemáticos. Diversos desses fenômenos nos conduzem a formulações matemáticas, que em sua maioria são aliadas a taxas de variação de duas ou mais variáveis independentes, como tempo, temperatura, velocidade, entre outras. Assim, tais formulações nos levam a equações diferenciais.

Apesar de sempre se poder modelar um determinado fenômeno físico por meio de equações diferenciais, nem sempre é possível se determinar uma solução analítica para algumas equações. Várias são as dificuldades que podem surgir na busca desta solução exata, como complexidade do domínio, os coeficientes da equação diferencial podem variar ponto a ponto e até mesmo depender da própria solução (problemas não lineares). Para sanar tal dificuldade, a abordagem numérica tem sido uma importante ferramenta. Por meio dela são feitas simplificações conduzindo a um modelo computacional que pode ser resolvido por métodos numéricos, que são técnicas de resolução de equações utilizadas para aproximação de soluções. São diversos os métodos de aproximação de solução para equações diferenciais os quais podemos citar o método de diferenças finitas, elementos finitos, volumes finitos dentre outros. Aqui, utilizaremos o método de diferenças finitas.

Na atual sociedade conhecida como "sociedade da informação ou do conhecimento" a informação é uma componente natural a tudo o que um meio ou cadeia cientifica produz, e nesse processo de construção do conhecimento é essencial a transformação de informação em conhecimento. Essa transformação ocorre quando um meio científico busca informações em outros meios com um propósito definido, na tentativa de encontrar algo que possibilite ampliar o seu nível de conhecimento, seleciona e processa a informação e neste processo muda a capacidade de conferir sentido à experiência criando significados (FUJINO; HYODO, 2006).

Nesse sentido, pretende-se aplicar técnicas de aproximação para equações diferenciais para simular o processo de transmissão de conhecimento. Segundo o Dicionário Aurélio, conhecimento é o ato ou a atividade de conhecer, realizado por meio da razão ou da experiência. Conhecimento impacta todas as ações humana sendo responsável pela sobrevivência e desenvolvimento da raça humana. O conhecimento é tanto causa quanto solução para as mudanças do ser humano em um meio e no desenvolvimento científico e tecnológico. É transmitido por uma complexa rede aninhada, relacionado com a geração de conhecimento humano. A análise e solução de como o conhecimento é gerado, e permeia uma cadeia de inovação ainda carece de pesquisa e investigação, principalmente no contexto de compreensão, geração e difusão de conhecimentos e processos de transferência de conhecimento.

Consideramos a modelagem do processo de difusão de conhecimento por meio de uma equação diferencial parcial, unidimensional no espaço e transiente no tempo. Tal equação é uma generalização da equação de difusão do calor, entretanto, com alguns ajustes em seus parâmetros obtendo uma Equação Diferencial Parcial de 4ª ordem. A presença deste termo é associada à consideração do efeito de *"feedback"* quanto à aquisição de conhecimento, ou aprendizado por interação entre pesquisadores.

A palavra difusão procede do verbo latino *diffundere*, que representa a disseminação de algo num ambiente ou num espaço. A difusão é um processo comum na natureza e ocorre quando um determinado sistema tende ao seu estado de equilíbrio em um meio com dispersão não-convectiva de uma concentração de massa, energia, ou outra quantidade inicialmente concentrada em parte do domínio físico deste sistema. Esse processo pode ser entendido como o potencial químico de uma substância igualando-se em todos os pontos do sistema com o passar do tempo, ocorrendo em regiões com potencial maior para regiões com menor potencial. É possível simular o processo de difusão, e em particular o processo de propagação/transmissão do conhecimento em um meio científico por meio de generalizações da equação de difusão.

Criar e gerir conhecimento têm sido um dos grandes desafios dos últimos tempos. Entretanto, torna-se pertinente caracterizar o que se entende por conhecimento, expressão amplamente utilizada, mas nem sempre sob o mesmo enfoque. Nesse contexto, os mais variados pensadores têm dividido o conhecimento em quatro grandes grupos o qual podemos citar como segue:

- Conhecimento Empírico
- Conhecimento Filosófico
- Conhecimento Teológico
- Conhecimento Científico

O conhecimento Empírico é entendido como o conhecimento adquirido a partir de observações, ou seja, o senso comum. O Conhecimento Filosófico é visto como o conhecimento das interrogações preocupa-se em questionar as relações dos indivíduos com o meio em que se encontram inseridos. O conhecimento Teológico baseia-se na suposição e aceitação de axiomas da fé, procura-se provar a existência de Deus. Por sua vez o conhecimento Científico é entendido como o tipo de conhecimento que se embasa na investigação e busca de respostas para problemas reais.

Para Pereira (2006), a teoria da difusão das inovações proporciona um quadro conceitual de análise do processo de transferência e difusão do conhecimento científico e da inovação. Para a autora o crescimento do conhecimento científico e da inovação na gestão do conhecimento está amplamente relacionado com o processo de difusão, através do qual, os indivíduos e a sociedade em seu conjunto, incorporam conceitos e técnicas inovadoras nos processos e práticas estabelecidos.

Em outra abordagem, Nonaka e Takeuchi (1997) apontam o estudo do conhecimento humano como sendo tão antigo quanto sua própria história. Os autores afirmam que esse estudo tem sido um dos temas centrais da filosofia e epistemologia desde o período grego. Os autores, ainda destacam grandes pensadores como Peter Drucker e Alvin Toffler como principais articuladores da importância do conhecimento como recurso e poder gerencial, enfatizando uma gama crescente de pesquisadores das diversas áreas buscando teorizar a administração do conhecimento.

Para muitos pensadores, como o filósofo Vygotski (1989) em seu artigo "Formação social da mente", afirma que o conhecimento é resultante da interação social e cultural, em que o sujeito é, sobretudo, social; logo, o conhecimento será também um produto social. Essa relação entre homem e mundo se estabelece sendo mediada por sistemas simbólicos entre o sujeito e o meio.

Para Piaget (1985), o "conhecimento não procede nem da experiência única dos objetos nem de uma programação inata pré-formada no sujeito, mas de construção sucessiva com elaborações constantes de estruturas novas". Numa perspectiva construtivista, essa abordagem responde às questões "Como se forma o conhecimento?" e "Como evolui o conhecimento?".

Nesse sentido, há uma crescente alarmante na tentativa de se explicar o significado da palavra conhecimento, sendo nas últimas décadas considerado a unidade básica dos avanços sociais e tecnológicos. Posto isto, o conhecimento assume outra subdivisão em dois grandes grupos: *Conhecimento Explicito e Conhecimento Tácito*.

Os autores Nonaka e Takeuchi (1997) definem

- **Conhecimento Explícito** tipo de conhecimento que pode ser articulado na linguagem formal, tais como afirmações gramaticais e expressões matemáticas.
- **Conhecimento Tácito** conhecimento de difícil articulação na linguagem formal, baseado em crenças pessoais, perspectivas e sistemas de valor.

Para os autores, esses dois tipos de conhecimento são unidades estruturais básicas que se complementam, com interações dinâmicas entre si para produção do conhecimento em um processo em forma de espiral. Nesse sentido, pressupõe-se que é preciso codificar o conhecimento de modo a torná-lo acessível a quem precisa usufrui de novos conhecimentos, entretanto tornar o conhecimento explícito em código para que possa ser utilizado sem perder suas propriedades tem sido umas das maiores dificuldades dos mais variados pesquisadores.

Podemos entender os processos de transferência e codificação de conhecimento como sendo a tarefa de relacionaros conhecimentos tácitos e explícitos de modo a converte-los entre si. Entretanto, os autores Nonaka e Takeuchi (1997) quando desenvolvem a teoria de criação de conhecimento, afirmam que para a gestão efetiva do conhecimento é necessária a contínua conversão do conhecimento tácito em explícito, a qual é realizada por meio de quatro modos:

- **Socialização** – Consiste na troca de conhecimento, “frente a frente” entre os indivíduos. Essa troca pode ocorrer por meio de conversas frequentes, observação, imitação, compartilhamento de experiências entre outros.
- **Externalização** – Consiste na externalização do conhecimento do indivíduo, ou seja, consiste no registro do conhecimento por meio de relatórios, modelos, textos, imagens, entre outros.
- **Combinação** – Consiste na combinação dos conhecimentos explícitos do indivíduo com os conhecimentos da organização.
- **Internalização –** Consiste no aprendizado pessoal a partir dos conhecimentos expostos.

Propomos a determinar uma aproximação numérica para este modelo, matematicamente a Equação de Difusão de Conhecimento, EDC. Esta aproximação numérica será baseada em um método particular de diferenças, denominado Método de Crank-Nicolson. Aplicado o método ao modelo matemático, utilizaremos um código desenvolvido na linguagem Matlab para a obtenção dos resultados numéricos, discutidos ao final deste trabalho.

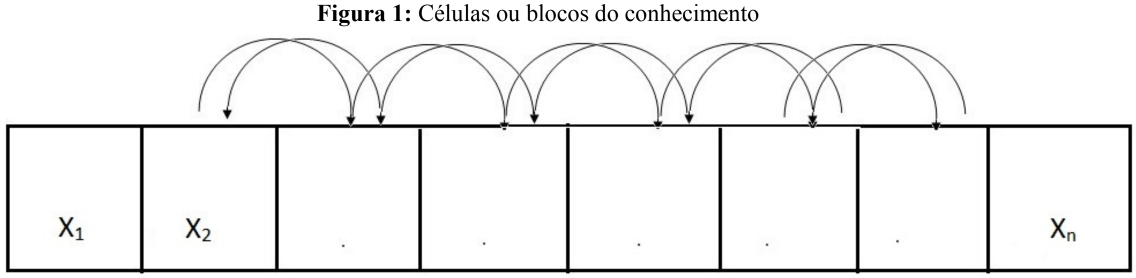
Na seção 2 é apresentado o modelo matemático da EDC. A 3ª seção apresenta o desenvolvimento do Método de Crank-Nicolson adotado. No 4º item são apresentados resultados e desenvolvidos comentários.

2 O MODELO MATEMÁTICO: UM MODELO UNIDIMENSIONAL E TRANSIENTE

Desde o surgimento da ciência moderna no século XVII o progresso e desenvolvimento das sociedades têm crescido de forma acentuada. A história da ciência tem nos mostrado o seu papel catalisador que esta tem vindo a desempenhar na construção, transmissão e validação de novos conhecimentos. A ciência tem permitido potenciar e ampliar a capacidade humana na percepção e compreensão de novos recursos que sustentam e erguem o seu desenvolvimento.

Na atual sociedade a transferência ou compartilhamento de conhecimento tem se mostrado a base dos pilares para o processo de desenvolvimento social e tecnológico. Podemos pensar a transferência de conhecimento em um bloco (grupo) de pesquisadores, como a disseminação de uma doença em determinado ambiente infectando todos os indivíduos do grupo em nosso caso o compartilhamento de cada elemento do grupo com seus vizinhos/arestas do bloco até que todos os elementos detenham desse conhecimento, isto é, o processo de transferência de conhecimento é feito de forma sequencial, de forma que cada célula comunica-se exclusivamente com células vizinhas, e estas com as células imediatamente adjacentes. Essa comunicação pode ser esquematizada como mostra na Figura 1.

Figura 1: Células ou blocos do conhecimento



Fonte: Dos autores (2015).

Pensando em grupo de detentores do saber como uma célula do conhecimento, fazendo uma comparação para o processo de condução de temperatura em que uma quantidade de temperatura é transferida de determinada região de um meio com maior quantidade para outra de menor quantidade, o conhecimento em determinadas células com certo nível de conhecimento o transmitirá para células com menor nível de conhecimento, sendo proporcional ao desnível entre células adjacentes. Podemos pensar matematicamente o fluxo proporcional ao gradiente de conhecimento, tomando como razão de proporcionalidade a permeabilidade do meio social à difusão do conhecimento.

A disseminação, difusão e transferência de conhecimento científico, e outros tópicos relacionados, tais como a divulgação dos resultados científicos em artigos, *papers*, dissertações, teses e patentes, dentre outros, constituem componentes estruturantes da atual política de desenvolvimento científico. Para Bulnes (2006), o meio social do ponto de vista do estudo do conhecimento admite certa homogeneidade, de modo que o processo de transferência de conhecimento seja sequencial, de forma que cada subcadeia ou célula de conhecimento comunica-se exclusivamente com as células vizinhas e estas, com as células imediatamente adjacentes.

A correlação entre o modelo de transferência de calor e de difusão de conhecimento é estabelecida identificando-se o significado dos parâmetros na equação do calor, em face às definições dos processos de transferência de calor e os análogos processos de difusão do conhecimento, representando a permeabilidade do meio social na difusão de conhecimento através dos segmentos que compõem a cadeia de conhecimento (BULNES, 2006). Aqui, faremos algumas modificações, acrescentando alguns termos, no modelo de transferência de calor gerando um modelo matemático para simular a dinâmica da difusão e geração de conhecimento. Feitas essas complementações obtemos um modelo unidimensional e transiente, como segue:

$$c_p \frac{\partial u}{\partial t} - \lambda K_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda(1-\lambda) K_2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + ru = 0 \tag{1}$$

onde a função $u(x,t)$ representa o nível de conhecimento, sendo uma função contínua e corresponde ao impacto da densidade de energia ou de conhecimento no domínio (BEVILACQUA et al., 2009). Esta função é também a medição da variação de conhecimento no tempo em cada uma das células da cadeia de conhecimento.

$r := c_0\, \delta$ Representa a taxa de geração de conhecimento, isto é, criatividade.

c_0: este parâmetro reflete a criatividade inerente aos grupos de indivíduos na cadeia. Ele traduz a quantidade de conhecimento produzido.

δ: Este parâmetro está relacionado aos investimentos e incentivos para maximizar a saída de cada segmento da cadeia produtiva.

c_p: Representa à indução a absorção de conhecimento, ou capacidade de aprendizado de uma célula. Quanto menor c_p maior será a capacidade de uma célula absorver conhecimento.

c_1 e c_2 representam os coeficientes de transferência de conhecimento.

x representa a coordenada espacial enquanto t a coordenada temporal.

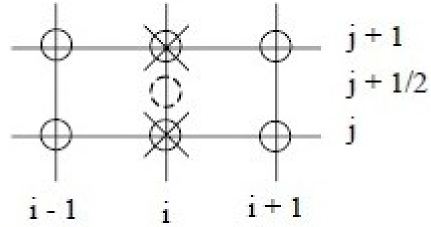
λ é o coeficiente de transmissão de conhecimento entre células (ou pesquisadores) vizinhas(os).

3 O MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS: CRANK-NICOLSON

A ideia básica do método de diferenças finitas é substituir as derivadas presentes em uma equação diferencial por expressões algébricas construídas a partir da série de Taylor[1]. Para obter uma solução via diferenças finitas de uma equação diferencial, definida sobre um domínio, é necessário discretizar o domínio, isto é, a solução numérica é obtida em pontos $(x_i\ ,\ t_j)$ do domínio. A escolha destes pontos irá definir o domínio discretizado, enquanto o conjunto destes pontos irá definir a malha, em nosso caso uma malha retangular com espaçamento h na direção x e com passo de tempo Δt para discretização temporal.

O Método de Crank-Nicolson é um método implícito alternativo que consiste em implementar as aproximações de diferenças no ponto médio do incremento de tempo como mostra a figura que segue:

Figura 1: Malha do método de Crank-Nicolson



[1] Uma série de Taylor é uma expansão de uma função analítica f(x) na vizinhança de um ponto x=a.

A essência do método é avaliar uma equação diferencial parcial (EDP) no ponto (x_i, $t_{j+1/2}$) = ($i\Delta x$, $(j + 1/2)\, \Delta t$), aproximando a derivada temporal por diferença central e a derivada espacial pelas médias das diferenças centrais nos instantes de tempo j e j+1 (FERREIRA; QUEIROZ; MANCERA, 2007).

Aplicando esta ferramenta na discretização da equação (1) obtemos a equação que segue:

$$\rho u_{i,j+1} - \eta(u_{i-1,j+1} + u_{i+1,j+1}) + \beta(u_{i-1,j+1} + u_{i+1,j+1}) = \omega u_{i,j} + \eta(u_{i-1,j} + u_{i+1,j}) - \beta(u_{i-1,j} + u_{i+1,j}) \quad (2)$$

Sendo,

$\rho = (1 + 2\alpha + 6\beta)$, $\eta = (\alpha + 4\beta)$, $\omega = (1 - 2\alpha - 6\beta - \sigma)$, $\alpha = \dfrac{\lambda K_1 \Delta t}{2c_p \Delta x^2}$, $\beta = \dfrac{K_2 \lambda(1-\lambda)\Delta t}{2c_p \Delta x^4}$

e $\sigma = \dfrac{r\Delta t}{c_p}$.

A discretização (2) juntamente com as condições iniciais e de contorno o tipo Dirichlet[2] nos fornece, para cada instante de tempo j + 1 o valor de u, que pode ser escrito na forma de um sistema matricial:

$$Bu_{i,j+1} = Cu_{i,j} \qquad j = 0,1,\ldots,n_t \quad (3)$$

onde n_t representa o número pontos temporais. As matrizes B e C são matrizes tridiagonais, e suas entradas são dadas como segue:

$$\mathrm{B} = \begin{Vmatrix} \rho & -\eta & \beta & & & \\ -\eta & \rho & -\eta & \beta & & \\ \beta & -\eta & \rho & -\eta & \beta & \\ & \beta & -\eta & \rho & -\eta & \beta \\ & & \beta & -\eta & \rho & -\eta \\ & & & \beta & -\eta & \rho \end{Vmatrix} \text{ e } \mathrm{C} = \begin{Vmatrix} \omega & \eta & \beta & & & \\ \eta & \omega & \eta & \beta & & \\ -\beta & \eta & \omega & \eta & \beta & \\ & -\beta & \eta & \omega & \eta & \beta \\ & & -\beta & \eta & \omega & \eta \\ & & & -\beta & \eta & \omega \end{Vmatrix}$$

[2] Condição de contorno de Dirichlet (ou de primeiro tipo) é um tipo de condição de contorno, nomeada em homenagem a Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859). Quando plicada sobre uma equação diferencial ordinária ou parcial, especifica os valores que uma solução necessita para tomar-se sobre o contorno do domínio.

Considerando que a matriz B é não singular, o sistema (3) pode ser resolvido por uma inversão de matrizes, de modo que teremos que resolver a equação:

$$u_{i,j+1} = B^{-1}Cu_{i,j} \quad j = 0,1,\ldots,n_t \tag{4}$$

Assim, para cada j teremos:

$$\begin{aligned} u_1 &= B^{-1}Cu_0 \\ u_2 &= B^{-1}Cu_1 = (B^{-1}C)^2 u_0 \\ u_3 &= B^{-1}Cu_3 = (B^{-1}C)^3 u_0 \\ &\vdots \\ u_{n_t} &= (B^{-1}C)^{n_t} u_0 \end{aligned} \tag{5}$$

É sabido que a solução da equação de difusão tende a zero, então é de se esperar que u_j tenda a zero para qualquer dado inicial; de modo que é necessário que se tenha $|\lambda| < 1$ para todo autovalor λ da matriz $B^{-1}C$.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

O objetivo desta seção é apresentar os resultados numéricos obtidos por meio do modelo computacional desenvolvido. Para tanto utilizaremos a condição de Dirichlet, aplicada ao modelo de transferência de conhecimento, para se obter informações acerca do processo de transmissão de conhecimento em uma cadeia científica. Isso implica que estamos supondo uma cadeia controlada por fatores externos, mantendo-se o índice de produtividade ou criatividade constante em suas fronteiras.

Para lograr as informações sobre o processo de transmissão/transferência de conhecimento em uma cadeia, fazem-se necessárias algumas suposições e análise dos parâmetros que caracterizam o modelo (1). Esta análise, qualitativa, nos permite visualizar o nível de conhecimento presente em uma "cadeia" quando, por exemplo, existe uma redução da permeabilidade cognitiva ocasionando perda no fluxo de conhecimento na cadeia.

- Caso 1

Nesse caso, iremos analisar o processo de transmissão de conhecimento para uma taxa de transferência λ < 1.

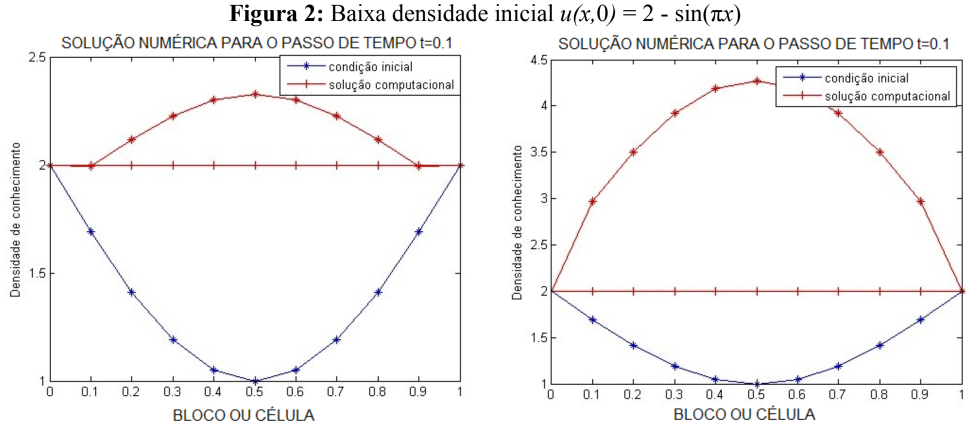
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\lambda K_1}{c_p}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\lambda(1-\lambda)K_2}{c_p}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - \frac{ru}{c_p} \tag{6}$$

Posto isto, o objetivo é verificar a variação da densidade de conhecimento na cadeia com relação ao seu nível inicial.

Seja uma situação de um nível inicial de conhecimento baixo dado pela condição $u(x,0) = 2 - \sin(\pi x)$ e parâmetros $\lambda = 0.25$, $K_1 = 0.5$, $K_2 = 0.0005$, $c_p = 0.01$, vamos analisar o nível de conhecimento, primeiro considerando $r = 0.0005$, e posteriormente $r = 0.5$.

Quando aumentamos o parâmetro de permeabilidade, ou seja, é aumentado o fluxo ou troca de conhecimento entre as células, em mil vezes o termo de retenção, e considerando uma baixa taxa de geração de conhecimento, percebemos um ganho significativo em densidade de conhecimento, principalmente nas células mais internas, o que podemos visualizar na Figura 3 da esquerda. Permanecendo com os mesmos parâmetros de retenção e permeabilidade cognitiva, se é aumentado os incentivos ou surge pesquisadores mais criativos percebemos uma variação muito alta com relação a ganho de densidade de conhecimento ao longo de toda a cadeia, isso deve ao fato de estarmos considerando os valores de permeabilidade muito maior que a retenção, visto que são seus valores que controlam o fluxo de conhecimento na cadeia em consequência um distanciamento positivo com relação a condição inicial o que pode ser visualizado na Figura 3 da direita.

Figura 2: Baixa densidade inicial $u(x,0) = 2 - \sin(\pi x)$



Fonte: dos autores (2015).

Feita esta análise analítica, podemos visualizar o quantitativo em densidade de conhecimento por meio de valores numéricos representados nas Tabelas 1 e 2. A Tabela 1 nos indica um ganho significativo em quantidade de conhecimento com relação às condições iniciais, porém esse acréscimo é percebido de forma mais lenta ficando, ainda, célula próxima das fronteiras ou com pouca interação com valores pequenos em quantidade de conhecimento. Por outro lado, na Tabela 2 seus resultados provêm de uma cadeia em que seus elementos apresentam alta criatividade ou incentivos, o que acarreta em uma geração de novos conhecimentos que é distribuída ao longo de toada a cadeia, visto que estamos considerando uma alta permeabilidade com relação a retenção cognitiva.

Tabela 1: Nível de conhecimento considerando $u(x,0) = 2 - \sin(\pi x)$, $\lambda = 0.25$, K1 = 0.5, K2 = 0.0005, cp = 0.01, r = 0.0005

x_i	Densidade inicial	$u(x_i,t_j)$
0,0	2	2
0,1	1,69098300562505	1,99123594639439
0,2	1,41221474770753	2,11765165890199
0,3	1,19098300562505	2,22636513866810
0,4	1,04894348370485	2,29936021600921
0,5	1	2,32504619525246
0,6	1,04894348370485	2,29936021600921
0,7	1,19098300562505	2,22636513866810
0,8	1,41221474770753	2,11765165890199
0,9	1,69098300562505	1,99123594639439
1,0	2	2

Fonte: dos autores (2015).

Tabela 2: Nível de conhecimento considerando $u(x,0) = 2 - \sin(\pi x)$, $\lambda = 0.25$, K1 = 0.5, K2 = 0.0005, cp = 0.01, r = 0.0005

x_i	Densidade inicial	$u(x_i, t_j)$
0,0	2	2
0,1	1,69098300562505	2,96764252817755
0,2	1,41221474770753	3,50265803583431
0,3	1,19098300562505	3,91924742166854
0,4	1,04894348370485	4,18327732510544
0,5	1	4,27368520338560
0,6	1,04894348370485	4,18327732510544
0,7	1,19098300562505	3,91924742166854
0,8	1,41221474770753	3,50265803583431
0,9	1,69098300562505	2,96764252817755
1,0	2	2

Fonte: dos autores (2015).

- Caso 2

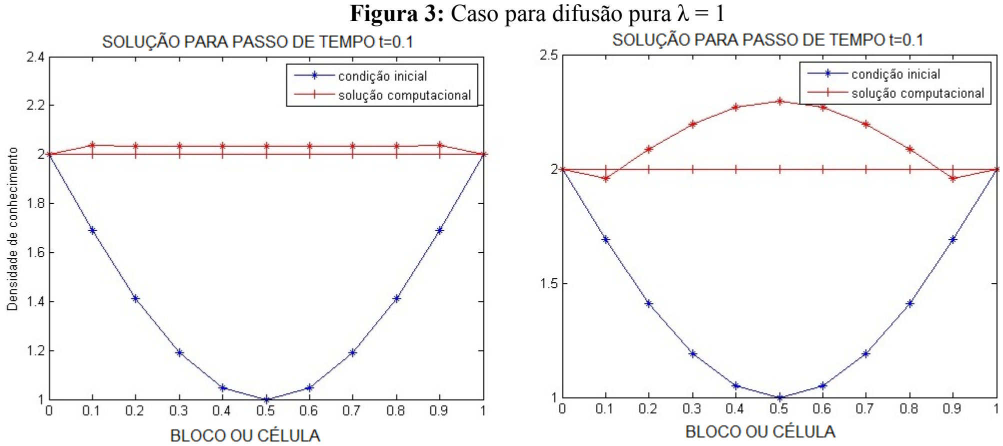
Aqui, é considerado o processo de transmissão de conhecimento para uma taxa de transferência unitária $\lambda = 1$. Sendo assim, o modelo que descreve esse processo pode ser reescrito como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\lambda K_1}{c_p}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{ru}{c_p} \tag{7}$$

A equação (7) é vista como um processo de difusão pura.

Para este exemplo está aplicada uma variação na capacidade de aprendizado dos indivíduos da cadeia, a Figura 4 da esquerda é considerado c_p muito pequeno, enquanto a Figura 4 da direita c_p é considerado grande com um tempo computacional de 8.271305 e 8.206285 segundos, respectivamente, em ambos os casos $K_1 = 100$ e $r = 100$.

Figura 3: Caso para difusão pura $\lambda = 1$



Fonte: dos autores (2015).

Em ambos os gráficos percebemos que os parâmetros de geração e permeabilidade cognitiva estão fortemente interligados para o avanço da quantidade de conhecimento, entretanto, o quão rápido as células adquirem novas informações é controlado pelo parâmetro c_p. Esta análise nos permite concluir que a cadeia de conhecimento não consegue crescer ou evoluir de forma ilimitada. Isso se deve aos parâmetros de transferência e capacidade de aprendizado dos indivíduos. Uma possível mudança nesse cenário seria criar estratégias para acelerar a taxa de transferência de conhecimento, isso é claro, se na cadeia o parâmetro de criatividade é alto.

Tabela 3 - Nível de conhecimento considerando c_p= 0,0001

x_i	Densidade inicial	$u(x_i, t_j)$
0,0	2	2
0,1	1,69098300562505	2,03740432556808
0,2	1,41221474770753	2,03506432007756
0,3	1,19098300562505	2,03342553085996
0,4	1,04894348370485	2,03245518540849
0,5	1	2,03213387875482
0,6	1,04894348370485	2,03245518540849
0,7	1,19098300562505	2,03342553085996
0,8	1,41221474770753	2,03506432007756
0,9	1,69098300562505	2,03740432556808
1,0	2	2

Fonte: dos autores (2015).

Tabela 4- Nível de conhecimento considerando c_p= 10

x_i	Densidade inicial	$u(x_i, t_j)$
0,0	2	2
0,1	1,69098300562505	1,95875770406295
0,2	1,41221474770753	2,08446874146754
0,3	1,19098300562505	2,19497540540797
0,4	1,04894348370485	2,27038649637496
0,5	1	2,29712801799446
0,6	1,04894348370485	2,27038649637496
0,7	1,19098300562505	2,19497540540797
0,8	1,41221474770753	2,08446874146754
0,9	1,69098300562505	1,95875770406295
1,0	2	2

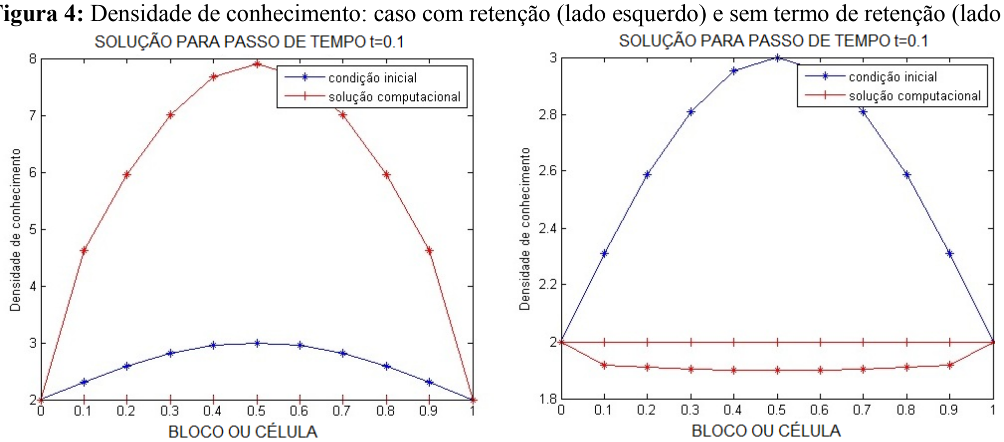
Fonte: dos autores (2015).

Da análise geométrica percebemos que para c_p = 10 obtemos uma quantidade de conhecimento maior com os mesmos parâmetros de permeabilidade e geração, entretanto, pelos dados numéricos podemos visualizar melhor essa informação verificando que de fato seus valores são maiores, porém, é percebido que a velocidade no aprendizado varia de célula para célula.

Agora vamos supor uma cadeia com um alto índice de conhecimento no estágio inicial dado pela condição inicial $u_0 = 2 + \sin(\pi x)$. Aqui, estão sendo considerados os termos de retenção, permeabilidade e geração de novos conhecimentos iguais a 0.5, 100 e 0.5, respectivamente, adotando uma capacidade de aprendizado c_p = 1. Em seguida faremos uma comparação com o caso simples para as mesmas configurações, isto é, K_1 = 100 e r = 0.5, e neste não temos o parâmetro de retenção.

A Figura 5 nos mostra os gráficos para a evolução/involução da cadeia quando atribuímos os mesmos parâmetros de permeabilidade e geração para o caso geral e simples, considerando uma alta densidade de conhecimento inicial. Para o caso geral, Figura 5 da esquerda, é atribuído o termo de retenção cognitiva que optamos por tomar seu valor igual ao da taxa de geração, percebemos houve um aumento gigantesco em densidade de conhecimento com relação a condição inicial. Essa característica da cadeia deve-se ao fato de estarmos considerando um alto fluxo de informações entre as células, e controlada pelo termo de retenção cognitiva. Por outro lado, para o caso simples, Figura 5 da direita, percebemos uma perda significativa em quantidade de conhecimento com relação à densidade inicial.

Figura 4: Densidade de conhecimento: caso com retenção (lado esquerdo) e sem termo de retenção (lado direito)



Fonte: dos autores (2015).

A Tabela 5 apresenta os valores numéricos para acima para o problema em sua forma geral. Percebemos os maiores valores em densidade de conhecimento nas células mais próximas do centro, isso é devido ao fato das mesmas receberem maiores informações das células vizinhas. A Tabela 6 representa os valores numéricos para o caso simples, deixando nítida a perda de densidade de conhecimento com relação à condição inicial.

Tabela 5: Dados numéricos com retenção cognitiva

x_i	Densidade inicial	$u(x_i, t_j)$
0,0	2	2
0,1	2,30901699437495	4,62463450590602
0,2	2,58778525229247	5,96311910346818
0,3	2,80901699437495	7,01363267086694
0,4	2,95105651629515	7,68043332634259
0,5	3	7,90877185127632
0,6	2,95105651629515	7,68043332634259
0,7	2,80901699437495	7,01363267086694
0,8	2,58778525229247	5,96311910346818
0,9	2,30901699437495	4,62463450590602
1,0	2	2

Fonte: dos autores (2015).

Tabela 6: Dados numéricos sem retenção cognitiva

x_i	Densidade inicial	$u(x_i, t_j)$
0,0	2	2
0,1	2,30901699437495	1,91603168273385
0,2	2,58778525229247	1,90938110134012
0,3	2,80901699437495	1,90453383602972
0,4	2,95105651629515	1,90158634738232
0,5	3	1,90059729042202
0,6	2,95105651629515	1,90158634738232
0,7	2,80901699437495	1,90453383602972
0,8	2,58778525229247	1,90938110134012
0,9	2,30901699437495	1,91603168273385
1,0	2	2

Fonte: dos autores (2015).

Para o modelo de transmissão do conhecimento proposto em neste artigo, observamos nos resultados anteriores que mesmo com criatividade ou incentivos baixos, que por sua vez resulta em uma taxa de geração de novos conhecimentos pequena, o acréscimo ou decréscimo do nível intelectual em uma determinada cadeia é garantindo até certo nível de evolução ou involução. Percebe-se ainda que os valores de c_p não influenciam na solução do problema, seus valores apenas controlam a velocidade de aprendizado de uma cadeia. Tais resultados nos mostram que mesmo quando aumentamos à taxa de transferência a cadeia não evolui, isso deve ao fato de valores pequenos de criatividade ou incentivos, o que consequente nos dão valores pequenos de geração de conhecimento.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando se trata de conhecimento, deve-se analisar como é feita sua retenção, transferência e difusão e como é possível armazenar esse conhecimento de forma que possa ser reaproveitado posteriormente, gerando novos conhecimentos a partir dos tais. Nesse artigo utilizamos o modelo de equações parabólicas para simular o processo transmissão de conhecimento em uma cadeia científica, resolvida pelo esquema implícito de diferenças finitas do tipo Crank-Nicolson, a escolha desse método se deve ao fato de ter que se resolver uma matriz tridiagonal, que implementado na plataforma Matlab mostrou-se um desempenho excelente para o processamento dos dados.

É notório que estamos diante de uma sociedade que a difusão do conhecimento tornou-se imprescindível para o desenvolvimento sócio econômico dos países. Nesse sentido, a busca de técnica ou metodologias que possam explicar esse processo de transmissão de saberes de modo que, aqui, buscamos analisar um modelo matemático unidimensional e transiente consistente na conversão de avanços tecnológico em células de conhecimento já desenvolvido por outros autores. Primeiramente buscamos os construtores necessários para a retenção, difusão e propagação do conhecimento, tendo como premissa uma visão construtivista, ou seja, foram levantados os principais estudiosos sobre o tema, tais como Bulnes (2006), Bevilacqua et al. (2009) e Bevilacqua et al. (2010).

Pensando em trabalhos futuros pretende-se fazer uma análise mais detalhada dos parâmetros que compõe a equação 1 de modo que seja possível uma comparação com outros métodos.

Artigo recebido em 08/12/2014 e aceito para publicação em 01/06/2015.

THE CRANK-NICOLSON METHOD APPLIED TO THE KNOWLEDGE OF DIFFUSION MODEL: A SIMULATION FOR KNOWLEDGE TRANSMISSION PROCESS

ABSTRACT

This paper discusses the knowledge diffusion process in the scientific environment here called chain knowledge, considering a one-dimensional and transient problem, by constructing a mathematical model from a few changes in the parameters of heat transfer model. It is possible to simulate the process of diffusion and particularly the process of knowledge propagation in a scientific environment, through generalizations of the diffusion equation. Using numerical techniques and methods, one variational treatment is performed for the construction of the computational model, which using a finite difference discretization, in particular the implicit method Crank - Nicolson, a discrete formulation is developed for numerical solution of the problem. To validate the proposed model, a code was implemented in the Matlab platform, which allowed us to obtain some numerical results about the knowledge transfer process.

Keywords: *Diffusion. Finite Difference. Propagation of Knowledge.*

REFERÊNCIAS

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; TASKS, A. **Análise numérica**. Cengage Learning, 2011.

BULNES, Maria E. P.. **Transferência de Conhecimento Como Processo Difusivo**. Dissertação de Mestrado. Petrópolis, Rio de Janeiro, 2006.

BEVILACQUA, Luiz; GALEAO, Augusto César N.R; MONTEIRO, Sônia Limoeiro; COSTA, Flávio P.. **Um modelo de difusão do conhecimento em um meio heterogêneo**. Rio de Janeiro, 2009.

BEVILACQUA, Luiz; GALEAO, Augusto César N.R; MONTEIRO, Sônia Limoeiro; COSTA, Flávio P.. **Knowledge diffusion paths in a research chain**. Buenos Aires, 2010.

FERREIRA, Valdemir G; QUEIROZ, Rafael A. B. de; MANCERA, Paulo F. A. **Método das Diferenças Finitas Aplicado à Dinâmica dos Fluídos**. Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, ICMC, USP.

FUJINO, A.; HYODO, T. **Produção e difusão do conhecimento cientifico**: o **potencial de contribuição da Biblioteca Universitária na formação de redes acadêmicas.** Trabalho apresentado no XIV SNBU - Seminário Nacional de Bibliotecas Universitárias. Salvador: [s.n.], 2006. Disponível em: <http://www.snbu2006.ufba.br/soac/viewabstract.php?id=207>. Acesso em: 10 maio 2014.

NONAKA, I.; TAKEUCHI, H. **Criação de conhecimento na empresa**.: Elsevier Brasil, 1997.

PEREIRA, S. E. F. **A difusão do conhecimento científico e da inovação em ordenamento do território**. Dissertação de mestrado. Universidade Nova de Lisboa, 2006.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1985.