PERSPECTIVA
REVISTA DO CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
Volume 39, n. 2 – p. 01 – 24, abril/jun. 2021 – Florianópolis

ISSNe 2175-795X

A Matemática na seção recreio do periódico O Echo, editado pelo Colégio Anchieta de Porto Alegre/RS

Silvio Luiz Martins Britto
Malcus Cassiano Kuhn
Arno Bayer

Resumo

O artigo analisa as edições da revista *O Echo,* com ênfase para os conhecimentos matemáticos presentes na seção recreio, existente de 1914 a 1933. Como o tema se insere na História da Educação Matemática no Rio Grande do Sul, este estudo qualitativo e documental se ampara na história cultural para análise das edições da revista, editada pelo Colégio Anchieta de Porto Alegre. O público-alvo era a comunidade escolar e a mocidade católica brasileira. A ideia consistia em inserir algo que contemplasse todas as vozes para a vida da mocidade estudiosa, por meio de textos, histórias, informações e curiosidades, enfatizando os aspectos morais, religiosos e a formação em geral. Na seção *Recreio,* predominam enigmas, charadas e problemas. Observaram-se conhecimentos matemáticos relacionados com aritmética, geometria e álgebra. Encontraram-se quadrados numéricos, alguns desses mágicos, curiosidades associadas a operações com números naturais, problemas envolvendo frações, equações e sistemas lineares, sequências, possibilidades e raciocínio lógico, e desafios com elementos e propriedades de formas geométricas planas. Dessa forma, os editores da revista *O Echo* buscavam despertar o interesse e a curiosidade da mocidade estudiosa, nos momentos de recreio, contribuindo para a circulação da revista e a formação da juventude católica nos colégios onde ela circulava.

Palavras-chave: História da Educação. Jesuítas. Matemática Lúdica.

Silvio Luiz Martins Britto
Faculdades Integradas de Taquara, FACCAT
E-*mail*: silviobritto@faccat.br
http://orcid.org/0000-0001-5222-0126

Malcus Cassiano Kuhn
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul.
E-*mail*: malcuskuhn@ifsul.edu.br
http://orcid.org/0000-0002-6001-2324

Arno Bayer
Universidade Luterana do Brasil, ULBRA
E-*mail*: bayer@ulbra.br
http://orcid.org/0000-0001-7721-1162

Recebido em: 25/11/2019
Aprovado em: 26/04/2021

http://www.perspectiva.ufsc.br
http://dx.doi.org/10.5007/2175-795X.2021.e70240

Abstract

Mathematics in the recreation section of the periodical O Echo, edited by Colégio Anchieta from Porto Alegre/RS

This article analyzes the editions of the magazine O Echo, with emphasis on the mathematical knowledge present in the recreation section, existing from 1914 to 1933. As the theme is part of the History of Mathematics Education in the Rio Grande do Sul, this qualitative and documentary study is supported by cultural history to analyze the editions of the magazine, edited by Colégio Anchieta from Porto Alegre. The target audience was the school community and Brazilian Catholic youth. The idea was to insert something that included all the voices for the life of the studious youth, through texts, stories, information, and curiosities, emphasizing moral and religious aspects and education in general. In the Recreation section, puzzles, riddles, and problems predominate. Mathematical knowledge related to arithmetic, geometry, and algebra was observed. Numerical squares, some of these magic, curiosities associated with operations with natural numbers, problems involving fractions, equations and linear systems, sequences, possibilities, and logical reasoning, and challenges with elements and properties of flat geometric shapes were found. In this way, the editors of the magazine O Echo sought to arouse the interest and curiosity of the studious youth, during leisure time, contributing to the magazine's circulation and the formation of Catholic youth in the schools where it circulated.

Keywords: History of Education. Jesuits. Playful Mathematics

Zusammenfassung

Mathematik im Abschnitt „recreio“ (Pause) der Zeitschrift O Echo, herausgegeben von Colegio Anchieta aus Porto Alegre/RS

Der Artikel analysiert die Ausgaben der Zeitschrift O Echo, mit Betonung auf den mathematischen Kenntnissen im Abschnitt „Recreio“, die von 1914 bis 1933 existierte. Da das Thema Teil der Geschichte des Mathematikunterrichts in Rio Grande do Sul ist, wird diese qualitative und dokumentarische Studie von der Kulturgeschichte unterstützt, um die Ausgaben der Zeitschrift, herausgegeben von Colegio Anchieta aus Porto Alegre, zu analysieren. Das Zielpublikum war die Schulgemeinschaft und die brasilianisch katholische Jugend. Die Idee war, etwas einzufügen, das alle Stimmen für das Leben der lernenden Jugendlichen durch Texte, Geschichten, Informationen und Kuriositäten mit Betonung auf moralischen und religiösen Aspekten und Bildung im Allgemeinen hervorhebt. Im Abschnitt „Recreio“ überwiegen Rätsel und Probleme. Mathematische Kenntnisse in Bezug auf Arithmetik, Geometrie und Algebra wurden beobachtet. Numerische Quadrate, einige dieser magisch, Kuriositäten im Zusammenhang mit Operationen mit natürlichen Zahlen, Probleme mit Brüchen, Gleichungen und linearen Systemen, Folgen, Möglichkeiten und logisches Denken sowie Herausforderungen mit Elementen und Eigenschaften flacher geometrischer Formen wurden gefunden. Auf diese Weise versuchten die Herausgeber der Zeitschrift O Echo, das Interesse und die Neugier der lernenden Jugendlichen in ihrer Freizeit zu wecken und zur Verbreitung der Zeitschrift und zur Ausbildung der katholischen Jugend in den Schulen beizutragen, in denen sie verbreitet wurde.

Stichworte: Bildungsgeschichte. Jesuiten. Spielerische Mathematik.

Introdução

Este artigo tem por objetivo analisar as edições da revista *O Echo*, com ênfase aos conhecimentos de Matemática presentes na seção *Recreio* dessa revista. Trata-se de um estudo iniciado durante a elaboração da tese *O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no Ginásio Nossa Senhora da Conceição de São Leopoldo nos séculos XIX e XX sob a ótica dos Jesuítas,* e aprofundado no estágio Pós-Doutoral em um Programa de Pós-graduação, tendo como questão norteadora a Matemática veiculada pelos Jesuítas em escolas católicas brasileiras no século XX.

Os trabalhos desenvolvidos pelas Ordens Religiosas que chegaram ao Rio Grande do Sul (RS) após a segunda metade do século XIX deixaram relevantes contribuições. Destacam-se os Jesuítas entre essas Ordens, por meio de trabalhos missionários, inicialmente, junto às colônias de imigrantes alemães católicos e, posteriormente, com a criação de uma rede de Ginásios e Seminários que contribuíram para a formação da juventude gaúcha. Dentre os educandários criados pela Ordem, destaca-se o Colégio Anchieta, com sede em Porto Alegre/RS.

A revista *O Echo* foi editada pelo Colégio Anchieta, por meio da Typographia do Centro, localizada em Porto Alegre, no período de abril de 1914 a dezembro de 1931. A partir de 1932, a revista passou a ser denominada *O Eco*, devido à reforma ortográfica[1]. O público-alvo de *O Echo* era a comunidade escolar e a mocidade católica brasileira, pois, segundo os editores, padres jesuítas, não havia revistas para os jovens estudantes nesse período. A revista apresentava cultura geral e valores católicos, por isso era um periódico destinado para os jovens dessa confissão.

Como o tema desta investigação se insere na História da Educação Matemática no RS, o aporte metodológico está fundamentado na história cultural, a partir da perspectiva de Chartier (1990). Para investigar a revista *O Echo,* foram realizadas visitas ao acervo particular do professor Luiz Osvaldo Leite[2], em Porto Alegre, onde se encontram edições da mesma. Ao pesquisar cada edição, compilaram-se excertos da seção *Recreio* para posterior análise à luz do referencial teórico-metodológico.

No estudo da Matemática presente na seção *Recreio* da revista *O Echo*, além do referencial teórico-metodológico, são apresentadas características do periódico e uma abordagem de conhecimentos matemáticos na referida seção.

[1] Em 30 de abril de 1931, entraram em acordo a Academia Brasileira de Letras e a Academia das Ciências de Lisboa, no sentido de ser adotado um único sistema ortográfico no Brasil e em Portugal. Esse entendimento teve a aprovação oficial do Governo Provisório, por força do Decreto nº 28.128, de 15 de junho de 1931 (BRASIL, 1931).

[2] Graduado em Filosofia e Teologia pela UNISINOS e UFRGS. Atuou na área de Filosofia, com ênfase em História da Filosofia, Ética e Psicologia. Foi diretor do Instituto de Psicologia da UFRGS e professor Emérito dessa Instituição desde 2008. Foi aluno do Colégio Anchieta de 1944 a 1950 e atuou como professor nessa instituição, de 1956 a 1959 e de 1965 até a década de 1980.

A história cultural como aporte teórico-metodológico

De acordo com Chartier (1990), uma questão desafiadora para a história cultural é o uso que as pessoas fazem dos objetos que lhes são distribuídos ou modelos impostos, uma vez que há sempre uma prática diferenciada na apropriação dos objetos colocados em circulação. Nessa perspectiva, pode-se dizer que a imprensa pedagógica, aqui representada pela revista *O Echo*, foi um veículo para circulação de ideias que traduziam valores e comportamentos que se desejava ensinar – a prática religiosa católica, sendo postas em convergência com outras estratégias políticas e culturais no estado gaúcho.

Ainda conforme Chartier (1990), as noções complementares de práticas e representações são úteis para examinar os objetos culturais produzidos, os sujeitos produtores e receptores de cultura, os processos que envolvem a produção e a difusão cultural, os sistemas que dão suporte a esses processos e sujeitos e as normas a que se conformam as sociedades a partir da consolidação de seus costumes. Para a produção de uma revista, como *O Echo*, foram movimentadas determinadas práticas culturais e também representações, sem contar que a própria revista, depois de produzida, difundia novas representações e contribuía para a produção de novas práticas.

Para Chartier (1990), as práticas culturais que aparecem na construção de uma revista são tanto de ordem autoral (modos de escrever, pensar ou expor o que será escrito), como editoriais (reunir o que foi escrito para constituí-la em revista), ou ainda artesanais (a construção da revista na sua materialidade). Da mesma forma, quando um redator se põe a escrever uma revista, ele se conforma a determinadas representações do que deve ser uma revista, a certas representações concernentes aos temas por ele desenvolvidos. Esse redator também poderá tornar-se criador de novas representações, que encontrarão, no devido tempo, uma ressonância maior ou menor no circuito do leitor ou na sociedade mais ampla. A leitura de uma revista também gera práticas criadoras, possibilitando a produção concomitantemente de práticas sociais. Essa leitura poderá ser individual ou coletiva; o seu conteúdo, imposto ou rediscutido. A partir da leitura e difusão da revista, é possível gerar inúmeras representações novas sobre os temas que a atravessam, que, em alguns casos, provavelmente passarão a fazer parte das representações coletivas. De acordo com Chartier (1990, p. 17), a história cultural tem por principal objeto identificar o modo como "em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade cultural é construída, pensada, dada a ler, por diferentes grupos sociais", o que está fortemente relacionado à noção de representação.

Serra (2010) complementa que o trabalho com revistas educacionais, na perspectiva da história cultural:

> Possibilita a reconstrução histórica das práticas específicas desenvolvidas pelos autores, como também permite redesenhar os leitores visados por tais práticas, portanto a importância do estudo dos periódicos na sua materialidade. A partir do próprio impresso é possível recompor os projetos específicos como estratégias que visam a públicos leitores característicos (SERRA, 2010, p. 25).

Conforme Valente (2007), pensar os saberes escolares como elementos da cultura escolar e realizar o estudo histórico da matemática escolar exige que se devam considerar os produtos dessa cultura no ensino de Matemática, que deixaram traços que permitem o seu estudo, como a revista *O Echo*, principal fonte documental desta investigação.

A revista *O Echo*

Desde que retornaram ao Rio Grande do Sul, em 1842, os Jesuítas concentraram suas atividades missionárias no processo de instrução do povo gaúcho, em particular nas colônias de imigrantes alemães. No ano de 1890, surgiu o Colégio Anchieta de Porto Alegre. Mantido e dirigido pelos padres da Companhia de Jesus, foi fundado como um simples colégio. No princípio, com a denominação de Colégio dos Padres[3], era destinado somente a meninos, sendo dividido em duas seções: alemã e brasileira. A preocupação máxima não era com a alfabetização, mas com a orientação moral e religiosa de seus alunos (O ECO, 1965).

Em 1914, o *Anchieta*, como é conhecido, passa a editar a revista *O Echo*, destinada à mocidade brasileira, abordando temas pertinentes em suas diferentes épocas de circulação. Sua publicação aconteceu pela Typographia do Centro, localizada em Porto Alegre, no período de abril de 1914 a dezembro de 1931. A partir de 1932, a revista passou a ser denominada *O Eco*, devido à reforma ortográfica, e sua publicação aconteceu até o final de 1969. Segundo Leite (2018), a designação do nome da revista *O Echo* e, posteriormente, *O Eco* se deu:

> No sentido de que os ensinamentos ressoassem fortemente, produzissem eco nos jovens, nas famílias, em toda a população católica. Para os seus precursores, todos de origem alemã, essa deveria ter o mesmo efeito do eco produzido nos Alpes da Europa, onde em sua maioria tiveram sua infância. Nesses locais, os pastores caminhavam pelas montanhas e ao chamarem seus animais produziam sons, através de instrumentos que ecoavam por toda a região, sendo algo típico que a população costumava a ouvir (LEITE, 2018, informação verbal[4]).

A revista tinha circulação mensal, destinada à comunidade escolar, principalmente à mocidade estudiosa, conforme inscrição na capa das revistas publicadas, reunindo diversos temas. De acordo com Leite (2018), o corpo de editores era constituído por padres jesuítas e colaboradores, que, de forma voluntária, enviavam artigos para as edições da revista. Na Figura 1, apresentam-se capas da revista investigada em diferentes períodos, inicialmente com a denominação *O Echo*, até dezembro de 1931, e depois a denominação *O Eco*.

---

[3] Em 1897, o Colégio muda de nome passando a se chamar São José. A denominação que o faria entrar para história do RS, como Colégio Anchieta, aconteceu em 1901, em homenagem ao Padre José de Anchieta, um fiel intérprete e seguidor da espiritualidade de Santo Inácio de Loyola, fundador da Congregação dos Jesuítas.

[4] Entrevista concedida por Luiz Osvaldo Leite, em Porto Alegre/RS, no dia 16 de março de 2018.

Figura 1 - Capas da revista *O Echo* e O Eco

Fonte: *O Echo*, 1914. Fonte: O Eco, 1932.

Nas duas primeiras décadas, a capa da revista apresentou poucas alterações. Nos anos seguintes, verificaram-se alterações com certa frequência, apresentando, por exemplo, imagens de colégios pelo país (objetivando buscar novos assinantes), personagens da história do Brasil, esportes, profissões, pontos turísticos do Brasil, entre outros. Seu objetivo era:

> Há um número de revistas de diversas espécies: revistas para todos sem distincção de classe, e revistas especiaes para as diversas classes de pessoas. Há revistas jurídicas, há revistas médicas, há revistas commerciaes e industriaes, há revistas marítimas e militares, há revistas eclesiásticas, até para a infância há não sei quantas revistas infantis. Só a mocidade não tem um a revista própria, uma revista feita especialmente para ella. É uma lacuna por demais sensível e que urge preencher. Pois, essa classe poderosa em número, essa classe a que se dá tal importância que é chamada esperança da pátria, será admissível que careça de uma vantagem de que gozam os outros? Eis a origem do “ECHO”: nasceu da necessidade evidente de ter também a mocidade uma revista própria, exclusivamente sua (*O ECHO*, 1915, p. 1)[5].

Editada, inicialmente, a cada vinte e cinco dias, com o primeiro número em fevereiro e o último em novembro de cada ano, a revista totalizava 12 edições por ano. Uma das revistas, normalmente a última do ano, abrangia dois números, já que em janeiro ela não era editada em virtude das férias escolares. A 1ª edição foi registrada em abril de 1914:

> Sahiu á luz o 1º número do *O ECHO*, revista mensal illustrada, na qual além de muitos colaboradores competentes que, em suas columnas, se dedicaram aos interesses da mocidade estudiosa do Brasil, os próprios alunos debaixo da direção de seus mestres, se estréam no manejo da pena. No suplemento “Echos dos Collegios” trocam os jovens escriptores impressões e notícias que particularmente affectam a vida interna dos collegios. (RELATÓRIO DO COLÉGIO ANCHIETA, 1914, p. 28, grifo do autor).

Cada edição era a continuação da anterior, inclusive na paginação, observando-se que, durante o ano, eram publicadas de 350 a 430 páginas. O ano representava um volume, destacado em números romanos, e o mês representava um número natural. Os diferentes exemplares traziam artigos escritos e muitas gravuras, sendo sua estruturação semelhante em todas as edições. Nos 40 primeiros anos, a edição tinha um formato de

[5] Na citação, mantém-se a ortografia original da fonte.

16 cm x 24 cm. Já em 1963, a revista ficou maior, com formato 32 cm x 23 cm, passando a ter circulação bimestral.

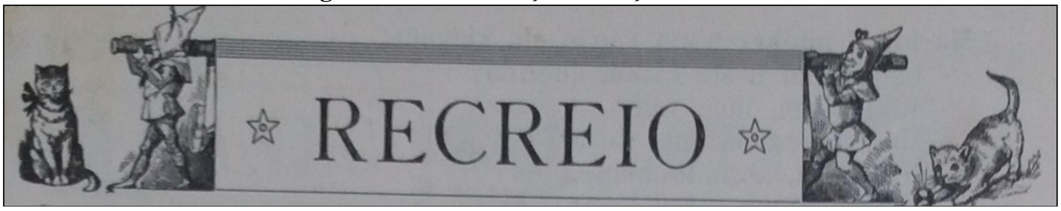
Entre os gêneros textuais e os assuntos contemplados pela revista, apresentavam-se poemas, notícias, reflexões de padres e professores, conferências, variedades, anedotas, contos, publicações de premiações de alunos por redação ou por competição esportiva, anúncios publicitários, ciências, invenções, artes, matemática, astronomia, reforma da língua portuguesa, descobertas. Após 1950, começaram a aparecer artigos direcionados à prática esportiva, como futebol, bola ao cesto, entre outros. Nesses artigos, também havia ilustrações, como fotografias de colégios, imagens de papas, padres, alunos, ex-alunos, personagens da história do Brasil, santos da Igreja Católica, paisagens, ilustrações de textos, cenários de guerra, futebol e humor.

Para este artigo, foram examinados os exemplares da revista em que se fez presente a seção *Recreio*, desde 1914 até o final de 1933[6]. Destacaram-se os excertos que apresentam conhecimentos matemáticos, conforme abordagem apresentada na sequência.

A seção *Recreio* e a Matemática

Dentre os diferentes conteúdos abordados na revista, observou-se a presença da Matemática, por meio da seção *Recreio*, desde a sua primeira edição, em 1914. Essa denominação se verificou até o ano de 1933. Posteriormente, em fevereiro de 1937, surgiu uma nova seção com mesma característica, chamada *Mata tempo intelectual*, que perdurou até 1939. Já em 1940, encontrou-se outra denominação, *Cantinho do sábio*, presente no periódico até 1959. A partir de 1960, não aparecem mais atividades com a característica lúdica ou recreacional. Na Figura 2, apresenta-se um excerto com a identificação da seção *Recreio* na revista *O Echo*:

Figura 2 – Identificação da seção *Recreio*



Fonte: *O Echo*, 1915, v. 2, p. 68.

Nessa seção, predominaram enigmas, charadas e problemas. Essa seção objetivava despertar a curiosidades dos leitores, pois "o princípio educativo das charadas, como ouvi principalmente em Portugal [...], trata-se do predileto recreio das doces horas de sarau" (*O ECHO*, 1914, p. 138). Além disso, o editor destacou que, para essa seção ser realmente um recreio, de leitores pequenos e grandes, objetivou-se satisfazê-los, trazendo charadas fáceis aos novatos e menos fáceis aos veteranos aguerridos. O editor ainda sugere:

[6] Nos anos em que a revista editou a seção *Recreio* os editores responsáveis foram: o Pe. Germano Middeldorf S.J (1914 – 1922), o Pe. Maximiliano Schneller S.J (1923) e o Pe. Luiz Gonzaga Jaeger S.J (1924-1933). Para maiores esclarecimentos sobre a vida e obras dos referidos editores, consultar Spohr (2011, p. 297-299 e p. 437-438).

> Olhem bem para a palavra ‘Recreio’. Quem é que não gosta dela? Garanto que não há um só. Ao som mágico desse vocábulo desannuviam-se todos os rostos, e uma como que calma reconstituidora vem estender suas azas benfazejas sobre o espírito fatigado!... Todos gostam de recrearem-se, cada qual a seu modo. [...] E a devisa da nossa revista o ‘Echo’ é precisamente instruir recreando. Os que conhecem o ‘Echo’ sabem de sobejo que ele até agora seguiu rigorosamente a norma traçada, nunca deixando seu redactor de enviar esforços para fazê-lo ao mesmo tempo interessante e instrutivo. Uma secção, que muito contribúi para o interessante e o instructivo, é o ‘Recreio’. (*O ECHO*, 1922, p. 57)[7].

Prêmios também eram sorteados entre os leitores que enviavam todas as soluções corretas dos enigmas e das charadas, em um prazo de 30 dias após a publicação de cada edição da revista. Na segunda edição seguinte de cada periódico, era divulgado o resultado dos desafios e os seus ganhadores. Ao analisar todas as edições da revista com a seção *Recreio,* destacaram-se os excertos que envolviam Matemática, observando-se a presença aleatória de conhecimentos de aritmética, geometria e álgebra. Ressalta-se que não foi possível identificar a fonte de onde essas atividades foram retiradas, apenas que elas foram propostas pelos padres jesuítas, editores responsáveis pela seção *Recreio*.

Em mais de uma edição com a seção *Recreio*, observaram-se desafios envolvendo quadrados numéricos e/ou quadrados mágicos. De acordo com Carvalho (1997), um quadrado numérico é considerado mágico se ele possui n² números inteiros positivos e diferentes entre si, tais que a soma dos n números que figuram nas linhas, colunas e diagonais é sempre a mesma. Essa soma comum é chamada constante mágica. Complementa-se que “um dos primeiros registros de um quadrado mágico apareceu na China. Conta a lenda que o quadrado foi trazido aos homens por uma tartaruga, através do Rio Lo, há mais de 4000 anos” (CARVALHO, 1997, p. 58). No Quadro 1, apresentam-se seis quadrados númericos mágicos localizados na seção *Recreio* da revista *O Echo*:

Quadro 1 – Quadrados numéricos mágicos da seção *Recreio*

<table>
<tr><th>Quadrado mágico 3x3</th><th>Quadrado mágico 4x4</th><th>Quadrado mágico 5x5</th></tr>
<tr>
<td>Problema: Dispor os números de 1 até 9 num quadrado de tal modo que a soma tanto das linhas horizontais e verticais como das diagonais dê sempre 15 como resultado. (O ECHO, 1921, v. 1, p. 36).
Uma possível solução para constante mágica 15:
<table>
<tr><td>4</td><td>9</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>5</td><td>7</td></tr>
<tr><td>8</td><td>1</td><td>6</td></tr>
</table>
Fonte: O Echo, 1921, v. 3, p. 117.</td>
<td>Problema: Dispor num quadrado de 16 casas os números de 1 a 16 de sorte que a soma das linhas horizontais, verticais e obliquas de sempre 34. (O ECHO, 1916, v. 9, p. 324).
Uma possível solução para constante mágica 34:
<table>
<tr><td>1</td><td>15</td><td>14</td><td>4</td></tr>
<tr><td>12</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td></tr>
<tr><td>8</td><td>10</td><td>11</td><td>5</td></tr>
<tr><td>13</td><td>3</td><td>2</td><td>16</td></tr>
</table>
Fonte: O Echo, 1916, v. 11-12, p. 432.</td>
<td>Problema: Escrever num quadrado com 25 quadradinhos os números de 1 a 25 de sorte que em todas as linhas, também nas duas diagonais, a soma de sempre 65. (O ECHO, 1915, v. 2, p. 68).
Uma possível solução para constante mágica 65:
<table>
<tr><td>17</td><td>24</td><td>1</td><td>8</td><td>15</td></tr>
<tr><td>23</td><td>5</td><td>7</td><td>14</td><td>16</td></tr>
<tr><td>4</td><td>6</td><td>13</td><td>20</td><td>22</td></tr>
<tr><td>10</td><td>12</td><td>19</td><td>21</td><td>3</td></tr>
<tr><td>11</td><td>18</td><td>25</td><td>2</td><td>9</td></tr>
</table>
Fonte: O Echo, 1915, v. 4, p. 147.</td>
</tr>
</table>

[7] A citação mantém sua ortografia original.

<table>
<tr><th>Quadrado mágico 3x3</th><th>Quadrado mágico 4x4</th><th>Quadrado mágico 4x4</th></tr>
<tr>
<td>Problema:
7——8——9
10——11——12
13——14——15
Somando horizontal, vertical e diagonalmente, a resposta deve dar 33. (O ECHO, 1920, v. 1, p. 44).
Uma possível solução para constante mágica 33:
<table>
<tr><td>10</td><td>15</td><td>8</td></tr>
<tr><td>9</td><td>11</td><td>13</td></tr>
<tr><td>14</td><td>7</td><td>12</td></tr>
</table>
Fonte: O Echo, 1920, v. 4, p. 123.</td>
<td>Problema: Dispor os números de 5 a 20 inclusive num quadrado de tal modo que a soma tanto das linhas horizontais e verticais, como a das diagonais de sempre 50 por resultado. (O ECHO, 1921, v. 5, p. 196).
Uma possível solução para constante mágica 50:
[redacted]
Fonte: O Echo, 1921, v. 7, p. 275.</td>
<td>Problema: Transpor os números do quadrado de modo que as linhas horizontais, verticais e as duas diagonais dêem 94. (O ECHO, 1930, v. 7, p. 252).
[redacted]
Uma possível solução para constante mágica 94:
<table>
<tr><td>21</td><td>10</td><td>25</td><td>38</td></tr>
<tr><td>34</td><td>29</td><td>14</td><td>17</td></tr>
<tr><td>30</td><td>33</td><td>18</td><td>13</td></tr>
<tr><td>9</td><td>22</td><td>37</td><td>26</td></tr>
</table>
Fonte: O Echo, 1930, v. 10, p. 359.</td>
</tr>
</table>

Fonte: *O Echo*, 1915-1930.

Os seis quadrados numéricos apresentados no Quadro 1 são considerados mágicos, pois possuem 9, 16 ou 25 números inteiros positivos e diferentes entre si, tais que a soma dos 3, 4 ou 5 números que figuram nas linhas, colunas e diagonais é sempre a mesma (constante mágica). Nos exemplos descritos, caso não fosse conhecida a constante mágica, seria possível encontrá-la, fazendo-se a divisão da soma dos números inteiros pela quantidade de números que figuram em cada linha, coluna ou diagnonal. No caso do quadrado de ordem 5x5, a soma dos números inteiros de 1 a 25 é 325, que dividido por 5 é igual a 65. Já o último quadrado numérico mágico envolve os números inteiros 9, 10, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 25 26, 29, 30, 33, 34, 37 e 38, cuja soma é 376. Dividindo-se essa soma por 4 (número de elementos em cada linha, coluna e diagonal), obtém-se o quociente 94, que é a constante mágica do quadrado.

Conhecida a constante mágica, para resolver cada quadrado é necessário observar alguns conhecimentos sobre uma relação entre os números, chamada paridade. A partir dela, é preciso considerar que:

– a soma de números pares possui como resultado um número par;

– a soma de dois números ímpares resulta em um número par;

– a soma de um número par com um número ímpar resulta em um número ímpar.

Com base na paridade, os números podem ser reorganizados de acordo as definições fornecidas. Na resolução dos quadrados de ordem 3x3 acima, sempre se somam três números buscando como resultado o número 15 ou o número 33, classificados como ímpares. Portanto, a adição de termos se realizará mediante presença de, pelo menos, um número ímpar. Considerando o primeiro quadrado de ordem 3x3 do Quadro 1, cuja constante mágica é 15, observa-se que em apenas duas sequências os números são todos ímpares, e no restante há dois números pares e um ímpar:

– Ímpar + ímpar + ímpar = ímpar

3 + 5 + 7 = 15 9 + 5 + 1 = 15

– Par + ímpar + par = ímpar

4 + 3 + 8 = 15 2 + 7 + 6 = 15

4 + 9 + 2 = 15 8 + 1 + 6 = 15

4 + 5 + 6 = 15 8 + 5 + 2 = 15

Por sua vez, na resolução dos quadrados mágicos de ordem 4x4 do Quadro 1, a soma envolve dois números pares e dois números ímpares, resultando em um número par (constantes mágicas 34, 50 e 94, respectivamente).

Ressalta-se que as soluções descritas no Quadro 1 não são as únicas possíveis. Além desses quadrados numéricos, também foram localizados outros que não são mágicos, conforme exemplos descritos no Quadro 2:

Quadro 2 – Quadrados numéricos não mágicos da seção *Recreio*

<table>
<tr><th>Quadrado 6x6</th><th>Quadrado 8x8</th></tr>
<tr>
<td>Quadrado de algarismos: Dispor estes algarismos de sorte que as linhas horizontais, verticais e diagonais dêem sempre 30 na soma. (O ECHO, 1917, v. 9, p. 329).
<table>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>7</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td>8</td><td>8</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr>
</table>
Uma possível solução é:
<table>
<tr><td>1</td><td>9</td><td>6</td><td>4</td><td>8</td><td>2</td></tr>
<tr><td>7</td><td>2</td><td>3</td><td>8</td><td>2</td><td>8</td></tr>
<tr><td>6</td><td>8</td><td>4</td><td>4</td><td>7</td><td>1</td></tr>
<tr><td>6</td><td>2</td><td>6</td><td>6</td><td>1</td><td>9</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td><td>9</td><td>2</td><td>8</td><td>1</td></tr>
<tr><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>4</td><td>9</td></tr>
</table>
Fonte: O Echo, 1917, v. 11-12, p. 437.</td>
<td>Enigma matemático: Inscrever num quadrado com 64 quadradinhos os números 1 e 64 de maneira que a soma das linhas horizontais, verticais e das diagonais seja sempre 260. (O ECO, 1932, v. 7, p. 223).
Uma possível solução é:
<table>
<tr><td>64</td><td>64</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>64</td><td>64</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>64</td><td>64</td><td>64</td><td>64</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>64</td><td>1</td><td>64</td><td>1</td><td>1</td><td>64</td><td>1</td><td>64</td></tr>
<tr><td>1</td><td>64</td><td>64</td><td>1</td><td>1</td><td>64</td><td>1</td><td>64</td></tr>
<tr><td>64</td><td>1</td><td>1</td><td>64</td><td>64</td><td>1</td><td>64</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>64</td><td>1</td><td>64</td><td>64</td><td>1</td><td>1</td><td>64</td></tr>
<tr><td>64</td><td>64</td><td>1</td><td>1</td><td>64</td><td>1</td><td>64</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>64</td><td>64</td><td>1</td><td>64</td><td>64</td><td>1</td></tr>
</table>
Fonte: O Eco, 1932, v. 10, p. 318.</td>
</tr>
</table>

Fonte: *O Echo*, 1917-1932.

Os dois quadrados numéricos mostrados no Quadro 2 não são considerados mágicos, pois, considerando a definição de Carvalho (1997), trazem números inteiros positivos repetidos. Apesar disso, observa-se que, no primeiro quadrado, a soma dos 16 números é 180, que, dividida por 6 (quatidade de números em cada linha, coluna e diagonal), resulta na constante 30. Por sua vez, no segundo quadrado, são utilizados os números 1 e 64 que devem ser distribuídos num quadrado 8x8, de forma que a soma das linhas, colunas e diagonais seja a constante 260. Destaca-se que, nesse quadrado, tanto o número 1 quanto o 64 aparecem quatro vezes em cada linha, coluna e diagonal, pois 1 + 1 + 1 + 1 + 64 + 64 + 64 + 64 = 260.

Além desses quadrados numéricos, foram localizados outros problemas e desafios na seção *Recreio*, como, por exemplo, o desafio dos recrutas endiabrados. Um comandante é encarregado de 64 recrutas. A primeira ordem reza: “Ninguém passa a noite fora do quartel”. O dormitório, um grande quadrado, é dividido em nove repartições iguais, ficando a do centro reservada para o comandante, conforme a Figura 3.

Figura 3 – Dormitório dos recrutas

Fonte: *O Echo*, 1915, v. 2, p. 68.

O comandante, para se tornar cômoda a vigilância, diz a sua gente: Podem distribuir-se à vontade pelas repartições, mas exijo que isso se faça de maneira, que sempre haja 24 pessoas nas 3 repartições de cada banda. Muito bem.

– Já na primeira noite passam 8 amigos na cidade; o comandante dá a volta e conta: 24 + 24 + 24 + 24 = 64. Tudo em ordem.

– Na segunda noite, faltam 12 homens; vem o comandante e conta: 24 + 24 + 24 + 24 dá 64. Tudo em ordem.

– Na terceira noite, vêm 8 de fora a dormir no quartel, mas o comandante conta 24 + 24 + 24 + 24 = 64. Tudo em ordem.

– Bela ordem, não lhes parece? Como, porém, se distribuem os endiabrados, para iludirem tão miseravelmente ao querido chefe? (*O ECHO*, 1915, v. 2, p. 68).

A Figura 4 mostra uma possível distribuição dos recrutas no dormitório durante as três noites, para conseguirem iludir o comandante:

Figura 4 – Solução do dormitório dos recrutas endiabrados

I

10	4	10
4	C	4
10	4	10

56

II

11	2	11
2	C	2
11	2	11

52

III

10	4	10
4	C	4
10	4	10

72

Fonte: *O Echo*, 1915, v. 4, p. 147.

Na primeira noite, ausentaram-se 8 recrutas, permanecendo 56 no dormitório (64 – 8 = 56). Esses 56 distribuíram-se de tal forma que 10 recrutas ficaram nas repartições dos quatro cantos do dormitório, enquanto que 4 ficaram nas demais repartições. Dessa forma, em cada banda, tinham-se 10 + 4 + 10 = 24 recrutas. Já na segunda noite, como 12 recrutas faltaram, permaneceram 52 no dormitório (64 – 12 = 52). Então, 11 ficaram nas repartições dos quatro cantos, enquanto 2 ficaram nas demais repartições. Logo, em cada banda do dormitório, estavam 11 + 2 + 11 = 24 recrutas.

Na terceira noite, chegaram oito de fora, totalizando 72 (64 + 8 = 72). Esses 72 recrutas distribuíram-se de modo que 6 recrutas ficaram nas repartições dos quatro cantos do dormitório, enquanto que 12 ficaram nas demais repartições. Dessa forma, em cada banda, havia 6 + 12 + 6 = 24 recrutas. O comandante não observou a diferença de recrutas nas três noites, pois eles se distribuíram de tal maneira que o quantitativo alojado nas repartições dos cantos sempre fosse contado em duas bandas. Justifica-se assim, a falta de atenção do comandante, diante da estratégia dos recrutas endiabrados. Dessa forma, o comandante não identificou a ausência ou o acréscimo de recrutas no dormitório durante as três noites. Ressalta-se que essa é apenas uma solução dentre outras que são possíveis.

Um problema desafiador encontrado na seção *Recreio* tem o seguinte enunciado: Perguntando-se a um homem, quantos dentes tinha, respondeu: "3 vezes mais do que perdi". – Mas quantos perdeu? – "O número dos dentes perdidos, multiplicado por 1/6 dos que ainda tenho, dá o número dos dentes que a princípio tive." – Quantos dentes perdeu? Quantos têm ainda? (*O ECHO*, 1915, v. 7, p. 264).

A partir das afirmações feitas pelo homem e considerando que X é o número de dentes que ele tem e Y o número de dentes perdidos, podem-se escrever as seguintes equações lineares:

– Da primeira afirmação do homem, que ele tem 3 vezes mais dentes do que perdeu, chega-se na equação $x = 3y$;

– Da segunda afirmação, que o número de dentes perdidos, multiplicado por 1/6 dos que ainda tem, resulta no número de dentes que o homem tinha a princípio (os que ele tem mais os dentes perdidos), compõe-se a equação $y \cdot \frac{1}{6}x = x + y$.

Então, a solução do problema pode ser encontrada ao resolver o seguinte sistema com duas equações lineares:

$$\begin{cases} x = 3y \\ y \cdot \frac{1}{6}x = x + y \end{cases}$$

Substituindo-se x por 3y na 2ª equação do sistema, obtém-se uma equação do 1º grau com uma incógnita, e sua solução é o número de dentes perdidos pelo homem:

$$y \cdot \frac{3y}{6} = 3y + y$$

$\frac{y^2}{2} = 4y$

$y^2 - 8y = 0$

$y \cdot (y - 8) = 0$

$y = 0$ ou $y = 8$

Logo, o homem já perdeu 8 dentes.

O número de dentes que o homem ainda tem pode ser encontrado ao substituir o valor de y na 1ª equação do sistema:

$x = 3y$

$x = 3 \cdot 8$

$x = 24$

Portanto, o homem ainda tem 24 dentes.

E somando o número de dentes que o homem ainda tem com o número de dentes que já perdeu, ou seja, 24 + 8 = 36, encontra-se o número de dentes permanentes da maioria dos adultos.

O seguinte problema está relacionado à determinação de idade. Perguntando a um amigo que idade tinha, respondeu-me: “Eu tenho o dobro da idade que tu tinhas, quando eu tinha a idade que tu tens; e quando tu tiveres a idade que eu tenho, nossas idades juntas farão 63 anos.” Que idade tem esse amigo? (*O ECHO*, 1915, v. 8, p. 302).

Para resolver esse problema, considera-se que x é a idade do amigo e y a idade do interlocutor. Então, podem-se escrever as seguintes equações lineares:

– Da primeira afirmação do amigo, que ele tem o dobro da idade que o interlocutor tinha, quando o amigo tinha a idade que o interlocutor tem, compõe-se a equação $x = 2 \cdot [y - (x - y)]$;

– E da afirmação, de que a soma das idades será 63 anos quando o interlocutor tiver a idade que o amigo tem, chega-se na equação $x + x + (x - y) = 63$.

A partir dessas informações, é possível resolver o seguinte sistema com duas equações lineares:

$$\begin{cases} x = 2 \cdot [y - (x - y)] \\ x + x + (x - y) = 63 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 2x + 2y \\ 3x - y = 63 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 4y \\ 3x - 63 = y \end{cases}$$

Substituindo-se y por 3x – 63 na 1ª equação do sistema, obtém-se uma equação do 1º grau com uma incógnita e sua solução representa a idade do amigo:

$3x = 4y$

$3x = 4 \cdot (3x - 63)$

$3x = 12x - 252$

$12x - 3x = 252$

$9x = 252$

$x = 28$ anos.

Portanto, a idade do amigo é 28 anos.

Já a idade do interlocutor pode ser encontrada por meio da substituição do valor de x na 2ª equação do sistema, ou seja:

$3x - 63 = y$

$y = 3 \cdot 28 - 63$

$y = 84 - 63$

$y = 21$ anos.

Outro problema desafiador é assim descrito: "Com só quatro pesos de diferentes quilos, pesar todos os quilos inteiros de 1 até 40. Não imaginem que haja qualquer enigma. Os pesos são de ferro maciço e não sofrem alteração. Note-se, ainda, que, no prato dos pesos, não se permite colocar coisas já pesadas, pois isso equivaleria a empregar outros pesos. A balança é qualquer balança de loja. Indicar os pesos e o modo de pesar os quilos de 1 a 40." (*O ECHO*, 1916, v. 3, p. 111).

Constata-se, inicialmente, que os quatro pesos são de 1 kg, 3 kg, 9 kg e 27 kg, pois 1 + 3 + 9 + 27 = 40 kg. Trata-se de uma progressão geométrica (P.G.) de quatro termos, em que o primeiro termo (a_1) é 1, a razão (q) é igual a 3 e a soma (S_n) desses quatro termos é 40. Por sua vez, o Quadro 3 mostra todas as 40 maneiras de pesar os quilos de 1 a 40:

Quadro 3 – Possibilidades de pesar os quilos de 1 a 40

Considerando-se os 4 pesos: 1 kg, 3 kg, 9 kg e 27 kg.						
1 = 1		11 = (9+3)-1		21 = 27-9+3		31 = 27+3+1
2 = 3-1		12 = 9+3		22 = 27-(9-3)		32 = 27+9-(3+1)
3 = 3		13 = 9+3+1		23 = 27-(3+1)		33 = 27+9-3
4 = 3+1		14 = 27-(9+3+1)		24 = 27-3		34 = 27+9-(3-1)
5 = 9-(3+1)		15 = 27–(9+3)		25 = 27-3+1		35 = 27+9-1
6 = 9-3		16 = 27-(9+3)+1		26 = 27-1		36 = 27+9
7 = (9+1)-3		17 = 27-(9+1)		27 = 27		37 = 27+9+1
8 = 9-1		18 = 27-9		28 = 27+1		38 = 27+9+(3-1)
9 = 9		19 = 27–9+1		29 = 27+(3-1)		39 = 27+9+3
10 = 9+1		20 = 27-(9+1)+3		30 = 27+3		40 = 27+9+3+1

Fonte: Os autores do artigo.

Na sequência, o problema: "Dois árabes e um inglês se perderam no deserto e pararam num oásis para comerem o resto do que traziam. Um árabe tinha ainda 5 laranjas e o outro só 3; o inglês não levava nada senão libras esterlinas, que não se comem. Repartamos as laranjas igualmente em 3 partes e eu lhes dou pela parte que me cabe 8 libras. Quantas libras recebe cada árabe?” (*O ECHO*, 1916, v. 3, p. 111).

Para resolver esse problema, é preciso considerar que são 8 laranjas para serem repartidas entre os 3 viajantes, logo cada um come 8/3 de laranjas. Como o inglês paga 8 libras pelos seus 8/3 de laranjas que come, constata-se que paga 3 libras por laranja, pois $8 \div \frac{8}{3} = 8 \cdot \frac{3}{8} = 3$. Além disso:

– O primeiro árabe contribui com 7/3 de laranjas para o inglês, pois possui 5 laranjas e come 8/3 dessas, ou seja: $5 - \frac{8}{3} = \frac{15}{3} - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$.

– Já o segundo árabe contribui com apenas 1/3 de laranjas para o inglês, porque possui 3 laranjas e come 8/3 dessas, isto é: $3 - \frac{8}{3} = \frac{9}{3} - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$.

Assim, o primeiro árabe recebe $\frac{7}{3} \cdot 3 = 7$ libras, enquanto o segundo árabe recebe somente $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ libra, pelas partes de laranjas entregues ao inglês.

Outro desafio para pequenos diz: “Qual é o número que multiplicado por 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 e 27 dá no produto sempre três algarismos iguais?” (*O ECHO*, 1916, v. 5, p. 180).

Esse número é o 37, pois de sua multiplicação pelos múltiplos de 3, de 3 até 27, encontra-se sempre um produto formado por três algarismos iguais, conforme segue:

37 x 3 = 111

37 x 6 = 222

37 x 9 = 333

37 x 12 = 444

37 x 15 = 555

37 x 18 = 666

37 x 21 = 777

37 x 24 = 888

37 x 27 = 999

Observa-se ainda que a soma dos algarismos de cada produto é igual ao multiplicador do qual ele se originou, como por exemplo:

37 x 3 = 111 → 1 + 1 + 1 = 3.

37 x 18 = 666 → 6 + 6 + 6 = 18.

O enunciado seguinte também se encontra de forma semelhante em livros didáticos atuais: “Uma lesma sobe por uma parede de 20 metros de altura. De dia faz 5 metros, de noite escorrega 4 metros. Depois de quantos dias estará em cima?” (*O ECHO*, 1916, v. 6, p. 216).

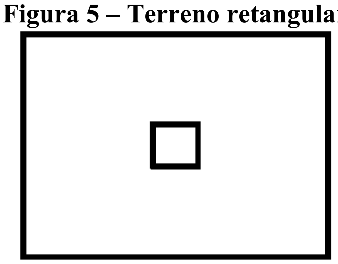
Considerando que a lesma sobe 5 m durante o dia e escorrega 4 m durante a noite, a resolução desse problema pode ser feita por meio das seguintes relações:

1º dia → 5 – 4 = 1 m. 2º dia → 1 + 5 – 4 = 2 m.
3º dia → 2 + 5 – 4 = 3 m. 4º dia → 3 + 5 – 4 = 4 m.
5º dia → 4 + 5 – 4 = 5 m. 6º dia → 5 + 5 – 4 = 6 m.
7º dia → 6 + 5 – 4 = 7 m. 8º dia → 7 + 5 – 4 = 8 m.
9º dia → 8 + 5 – 4 = 9 m. 10º dia → 9 + 5 – 4 = 10 m.
11º dia → 10 + 5 – 4 = 11 m. 12º dia → 11 + 5 – 4 = 12 m.
13º dia → 12 + 5 – 4= 13 m. 14º dia → 13 + 5 – 4 = 14 m.
15º dia → 14 + 5 – 4 = 15 m. 16º dia → 15 + 5 = 20 m.

No 16º dia, pela manhã, estava a 15 m de altura, avançando mais 5 m durante esse dia. À noitinha, atinge o topo da parede de 20 m e, durante essa noite, não escorrega mais. Portanto, a lesma leva 16 dias para chegar ao topo da parede.

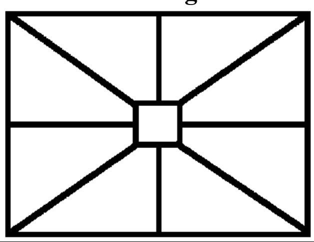
Agora, veja o terreno retangular da Figura 5. É a propriedade de um velho pai, que tem 8 filhos, infelizmente bastante discordes. No centro fica a casa paterna com o único poço de água potável de todo o terreno. O velho pai pede aos amigos do *Recreio* de lhe dividirem o terreno em 8 partes de igual figura e superfície de tal modo, que todos tenham contato direto com o poço e a casa paterna, sem passarem por terras de um dos outros. (*O ECHO*, 1917, v. 6, p. 221).

Figura 5 – Terreno retangular



Fonte: *O Echo*, 1917, v. 6, p. 221.

Figura 6 – Divisão do terreno retangular em partes e formas iguais



Fonte: *O Echo*, 1917, v. 8, p. 293.

Observa-se que, na solução desse problema geométrico, conforme a Figura 6, unem-se os vértices correspondentes dos quadriláteros e os pontos médios dos lados paralelos, para obtenção de oito superfícies iguais em forma de trapézios retângulos.

Outro problema aritmético é descrito como: “Achar um número de três algarismos no qual o produto do primeiro algarismo pelo último menos o do meio seja igual ao produto do segundo pelo último mais a soma de todos os algarismos” (*O ECHO*, 1918, v. 6, p. 220).

Esse problema aritmético admite duas soluções que são os números 428 e 612, pois:

– com o número 428, pode-se mostrar que:

4 x 8 – 2 = 2 x 8 + 4 + 2 + 8

32 – 2 = 16 + 4 + 2 + 8

30 = 30

– com o número 612, mostra-se que:

6 x 2 – 1 = 1 x 2 + 6 + 1 + 2

2 – 1 = 2 + 6 + 1 + 2

11 = 11

Segue o problema do forte quadrilátero: “Os defensores de um forte quadrilátero são 300. A fim de iludir o inimigo, o comandante dispõe seus homens de maneira que haja 100 soldados de cada lado. Como vai proceder o comandante?” (*O ECHO*, 1918, v. 11-12, p. 421).

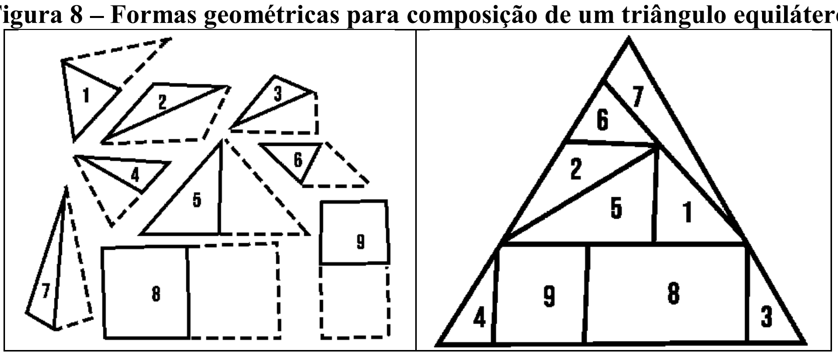
Uma possível solução do problema é apresentada na Figura 7, observando-se que a soma de cada lado do quadrilátero é 25 + 50 + 25 = 100 soldados.

Figura 7 – Solução do forte quadrilátero

Fonte: *O Echo*, 1919, v. 2, p. 83.

Já a Figura 8 mostra um desafio geométrico e sua solução: “Cortar em papel as seguintes 9 figuras e compô-las de tal modo que resulte um triângulo de lados iguais”(*O ECHO*, 1919, v. 1, p. 43).

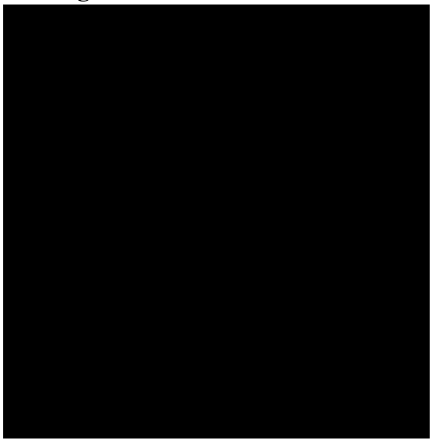
Figura 8 – Formas geométricas para composição de um triângulo equilátero



Fonte: *O Echo*, 1919, v. 1, p. 43. Fonte: *O Echo*, 1919, v. 3, p. 123.

Outro desafio proposto solicita pôr os números 632 até 643, inclusive, nas circunferências vazias para que a soma de cada triângulo A, B, C, D, E e F seja 1913. Os números marcados na Figura 9 ficam onde estão. (*O ECHO*, 1920, v. 11-12, p. 469).

Figura 9 – Desafio numérico



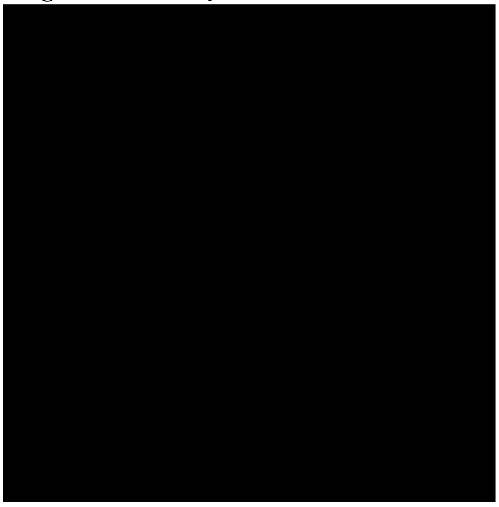
Fonte: *O Echo*, 1920, v. 11-12, p. 469.

Triângulo(s)	*Soma dos vértices desconhecidos*	*Possibilidades*
A	1275	633 + 642 ou 634 + 641 ou 636 + 639
B e D	1270	633 + 637 ou 634 + 636
C e E	1281	639 + 642 ou 640 + 641
F	1278	636 + 642 ou 637 + 641

Fonte: Os autores do artigo.

Levando em consideração que os triângulos possuem um vértice em comum, dois a dois, a única solução possível, em que a soma dos números dos três vértices de cada triângulo totaliza 1913, é mostrada na Figura 10:

Figura 10 – Solução do desafio numérico



Fonte: Os autores do artigo.

Ao observar a Figura 9, identificam-se seis triângulos, A, B, C, D, E e F, cuja soma dos números colocados nos vértices de cada triângulo deve totalizar 1913. Como é conhecido o valor numérico de um vértice de cada triângulo, pode-se afirmar que:

– A soma dos números desconhecidos dos dois vértices do triângulo A totaliza 1275, pois 1913 – 638 = 1275;

– As somas dos números desconhecidos dos dois vértices dos triângulos C e E totalizam 1281, pois 1913 – 632 = 1281;

– A soma dos números desconhecidos dos dois vértices do triângulo F totaliza 1278, pois 1913 – 635 = 1278;

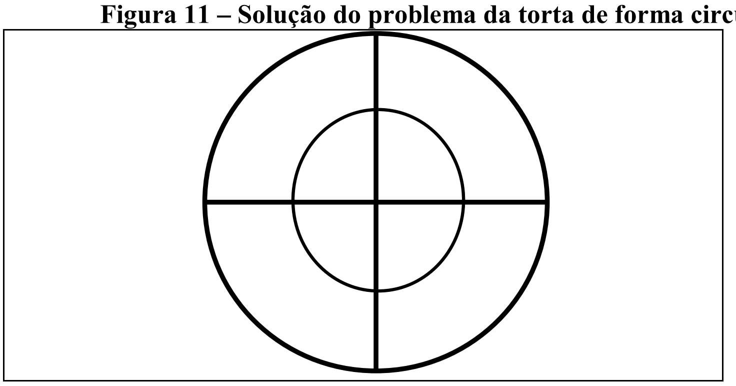
– As somas dos números desconhecidos dos dois vértices dos triângulos B e D totalizam 1270, pois 1913 – 643 = 1270.

Considerando, ainda, que devem ser utilizados todos os números de 632 a 643, inclusive, exceto 632, 635, 638 e 643, que já foram empregados nos triângulos, conforme se observa na Figura 9, pode-se ter as possibilidades apresentadas do Quadro 4 para compor os vértices de cada triângulo:

Quadro 4 – Possibilidades para os vértices desconhecidos dos triângulos

Um problema chamado de prático é assim descrito na seção *Recreio*: "Numa família de 8 pessoas, sendo 4 adultos e 4 meninos, serve-se uma torta de forma circular. Cortá-la por meio de três cortes de tal forma que os pedaços dos adultos sejam iguais entre si e também os dos meninos sejam entre si do mesmo tamanho" (*O ECHO*, 1926, v. 3, p. 96).

Figura 11 – Solução do problema da torta de forma circular



Fonte: *O Echo*, 1926, v. 5, p. 159.

Para resolver esse problema, dão-se dois cortes em linhas retas que no centro se cruzam, formando quatro ângulos retos. O terceiro corte será circular e paralelo à circunferência da torta, conforme mostrado na Figura 11. Dessa forma, obtém-se 4 pedaços maiores e iguais e 4 pedaços menores e iguais da torta. Ressalta-se que o enunciado do problema não esclarece a quem cabem os pedaços maiores ou menores.

Segue outro problema da seção *Recreio*: "Duas vizinhas possuíam cada uma certo número de galinhas. Certo dia, disse uma vizinha à outra: 'Comadre, somos tão boas amigas, que convinha dares-me duas de tuas galinhas, pois assim teríamos o mesmo número de galinhas.' Mas a outra que era boa dona de casa retorquiulhe: ‘Não, comadre, seria melhor que a senhora me desse duas galinhas e assim teria justamente o dobro das que a senhora tem.’ Pergunta-se, quantas galinhas possuía cada uma das vizinhas” (*O ECHO*, 1928, v. 6, p. 214).

Na resolução desse problema, considera-se que o número de galinhas da primeira comadre é x e o número de galinhas da outra comadre como y. Então, podem-se escrever as seguintes equações lineares:

– Da afirmação da primeira comadre, compõe-se a equação $x + 2 = y – 2$;

– E da afirmação da segunda comadre, chega-se na equação $x - 2 = \frac{y+2}{2}$.

Reunindo-se essas informações, pode-se resolver o seguinte sistema com duas equações lineares:

$$\begin{cases} x + 2 = y - 2 \\ x - 2 = \dfrac{y+2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ 2x - 4 = y + 2 \end{cases}$$

Substituindo-se x por y – 4 na 2ª equação do sistema, obtém-se uma equação do 1º grau com uma incógnita cuja solução representa o número de galinhas da 2ª comadre:

$2x – 4 = y + 2$

$2 \cdot (y – 4) – 4 = y + 2$

$2y – 8 – 4 = y + 2$

$y = 14$ galinhas.

Já o número de galinhas da 1ª comadre é obtido pela substituição do valor de y na 1ª equação do sistema, ou seja:

$x = y – 4$

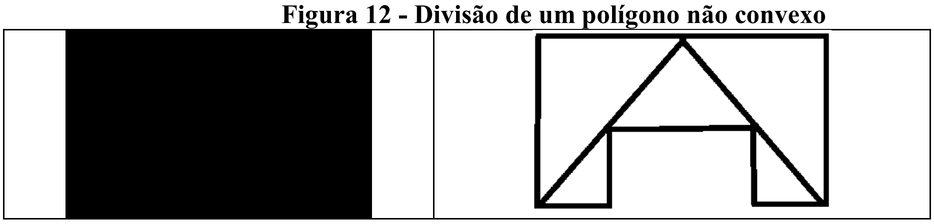
$x = 14 – 4$

$x = 10$ galinhas.

Portanto, a 1ª comadre tem 10 galinhas, enquanto a 2ª comadre tem 14 galinhas. Então, se a 2ª comadre der duas galinhas para a 1ª, ambas ficariam com 12 galinhas, e se a 1ª entregasse duas galinhas para a 2ª comadre, esta ficaria com o dobro de galinhas da outra (8 e 16).

O último desafio geométrico questiona: Como se divide a Figura 12 em 5 triângulos retângulos com dois traços?

Figura 12 - Divisão de um polígono não convexo



Fonte: *O Echo*, 1930, v. 3, p. 108. Fonte: *O Echo*, 1930, v. 6, p. 216.

Ao traçar dois segmentos de reta ligando o ponto médio do lado maior do polígono com os vértices do lado paralelo, conforme observado na Figura 12, obtêm-se cinco triângulos com ângulos retos, ou seja, retângulos. Isso só é possível, pois as medidas dos lados do polígono são proporcionais. Assim, observa-se congruência entre os triângulos retângulos menores e com os triângulos retângulos maiores. Além disso, verifica-se que a superfície de cada triângulo retângulo menor é a metade da superfície do triângulo retângulo intermediário, da mesma forma que, a superfície deste é a metade da superfície de cada triângulo retângulo maior.

Outro problema localizado na seção *Recreio* é descrito como: "Para um criador de aves e galinhas se apresentam perus a 5$000; galinhas a 1$000 e canários a 50 rs. Ele compra 100 destes animais, pagando por eles 100$000. Quantos animais de cada espécie?" (*O ECHO*, 1930, v. 6, p. 216).

Inicialmente, considera-se que x representa o número de perus, y o quantitativo de galinhas e z o número de canários que foram comprados. Então, o problema pode ser resolvido por meio de um sistema com duas equações, sendo a primeira constituída a partir do preço de cada tipo de ave, enquanto a segunda equação é obtida pelo somatório de aves compradas, ou seja:

$$\begin{cases} 5x + y + 0{,}05z = 100 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

Esse problema pode ser chamado de problema Diofantino , pois possui menos equações que variáveis desconhecidas e sua solução são números inteiros que satisfazem corretamente as duas equações. Nesse caso particular, x, y e z referem-se ao quantitativo de aves compradas. Para a resolução desse sistema, pode-se diminuir a 2ª equação da 1ª, chegando-se na equação $4x – 0{,}95z = 0$ ou $4x = 0{,}95z$ ou ainda, $400x/95 = z$. Considerando que a equação encontrada é uma equação Diofantina, para sua resolução, atribuem-se valores inteiros a x e se calcula o valor de z, conforme mostrando no Quadro **5:**

Quadro 5 – Resolução da equação Diofantina

x (nº de perus)	z (nº de canários)
1	400·1/95 = 4,21
2	400·2/95 = 8,42
3	400·3/95 = 12,63
4	400·4/95 = 16,84
5	400·5/95 = 21,05
6	400·6/95 = 25,26
7	400·7/95 = 29,47
8	400·8/95 = 33,68
9	400·9/95 = 37,89
10	400·10/95 = 42,11
11	400·11/95 = 46,32
12	400·12/95 = 50,53

13	$400 \cdot 13/95 = 54,74$
14	$400 \cdot 14/95 = 58,95$
15	$400 \cdot 15/95 = 63,16$
16	$400 \cdot 16/95 = 67,37$
17	$400 \cdot 17/95 = 71,58$
18	$400 \cdot 18/95 = 75,79$
19	$400 \cdot 19/95 = 80$

Fonte: Os autores do artigo.

De acordo com o Quadro 5, atribuindo-se para x o número 19, encontra-se para z o valor 80. Isso corresponde à quantidade de 19 perus e 80 canários. Como $x + y + z = 100$, então, $19 + y + 80 = 100$ e $y = 1$. Portanto, foram comprados 19 perus, 1 galinha e 80 canários, cujo valor de compra totaliza 100$000, pois:

19 perus a 5$000 cada = 95$000;

1 galinha a 1$000 = 1$000;

80 canários a 50 rs cada = 4$000;

E assim, 95$000 + 1$000 + 4$000 = 100$000.

Para finalizar, mais um enigma aritmético: "Dividir o número 144 em 4 partes tais, que somando a primeira, subtraindo a segunda, multiplicado a terceira e dividindo a quarta por um mesmo número, os resultados sejam iguais" (O ECO, 1932, v. 6, p. 191).

Considerando-se o 5 como o mesmo número a ser empregado nas quatro operações, a resolução do enigma pode ser feita da seguinte maneira:

$15 + 5 = 20$

$25 – 5 = 20$

$4 \times 5 = 20$

$100 \div 5 = 20$

Portanto, o número 144 deve ser dividido nas quatro partes 15, 25, 4 e 100.

Considerações finais

A partir do referencial da história cultural, investigou-se a revista ilustrada *O Echo*, com atenção especial para a Matemática na seção *Recreio*, existente no período de 1914 a 1933. O público-alvo da revista era a comunidade escolar e a mocidade católica brasileira, pois, segundo os editores, havia revistas para os diferentes públicos na época, exceto para os jovens estudantes. A ideia consistia em inserir algo que contemplasse todas as vozes, do sábio, narrador, colega jovial, historiador, jornalista, religioso, tudo isso para a vida da mocidade estudiosa, por meio de textos, histórias, informações e curiosidades, enfatizando os aspectos morais, religiosos e a formação em geral.

Nos textos escritos na revista *O Echo,* apresentam-se poemas, notícias, reflexões de padres e professores, conferências, variedades, anedotas, contos, publicações de premiações de alunos por redação ou por competição esportiva, anúncios publicitários, ciências, invenções, artes, matemática, astronomia, reforma da língua portuguesa, descobertas, sendo que, após 1950, começam a aparecer artigos direcionados à prática esportiva, como futebol, bola ao cesto, entre outros. Nesses artigos, também há ilustrações, como fotografias de colégios, imagens de papas, padres, alunos, ex-alunos, personagens da história do Brasil, santos da Igreja Católica, paisagens, ilustrações de textos, cenários de guerra, futebol e humor.

Na seção *Recreio,* predominam enigmas, charadas e problemas relacionados com diferentes áreas do conhecimento. Geralmente, em determinada edição, apresentava-se o desafio ou problema, e, em duas edições posteriores, a revista trazia a resposta e/ou solução. Com relação à Matemática, observaram-se conhecimentos de aritmética, geometria e álgebra presentes de forma aleatória na referida seção. Embora esse material tenham circulado há, aproximadamente, 100 anos, alguns desses desafios ou problemas são encontrados de forma semelhante em livros didáticos ou paradidáticos atuais.

As atividades descritas abordavam concretamente e de forma conectada três aspectos essenciais da Matemática educativa: o formativo, o informativo e o utilitário. O primeiro apresenta-se no sentido da aprendizagem do conteúdo; o segundo, no sentido dos desafios, aspectos culturais e lúdicos; o terceiro, no sentido das relações com as práticas sociais. Destacam-se os problemas relacionados à prestação do serviço militar, à criação de animais, ao uso da balança em casas comerciais, às relações amistosas entre vizinhos, às festividades familiares e à distribuição de herança.

Encontraram-se desafios com quadrados numéricos e alguns desses mágicos, curiosidades numéricas associadas a operações com números naturais, e problemas envolvendo frações, equações e sistemas lineares, sequências, possibilidades e raciocínio lógico. Também foram localizados desafios envolvendo elementos e propriedades de formas geométricas planas. Dessa forma, os editores da revista *O Echo* buscavam despertar o interesse e a curiosidade da mocidade estudiosa, contribuindo para a circulação da revista e para a formação da juventude católica nos colégios onde a mesma circulava.

O estudo da Matemática presente na seção *Recreio*, da revista *O Echo,* permitiu um aprofundamento em uma cultura escolar, em um lugar e em um tempo determinados, contribuindo, assim, para a História da Educação Matemática e o ensino de Matemática na Educação Básica. Isso ocorre porque, além de mostrar fontes históricas, possibilita-se que professores se apropriem e levem às salas de aulas tais problemas para debate, sejam essas salas da escola ou até mesmo da universidade. Por fim, pondera-se que o objetivo foi alcançado e que a pesquisa terá sua continuidade com a investigação da Matemática em outras seções dessa revista.

Referências

BRASIL. Decreto nº 20.108, de 15 de junho de 1931. Dispõe sobre o uso da ortografia simplificada do idioma nacional nas repartições públicas e nos estabelecimentos de ensino. *Diário Oficial da União*: seção 1, Rio de Janeiro, RJ, ano 53, p. 10513, 28 jun. 1931.

CARVALHO, Maria Cecilia Costa e Silva. *Padrões numéricos e sequências.* São Paulo: Moderna, 1997.

CHARTIER, Roger. *A História Cultural:* entre práticas e representações. Lisboa: Difel, 1990.

FREITAS, Carlos Wagner Almeida. *Equações Diofantinas.* 2015. 201 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

LEITE, Luiz Osvaldo. *A revista O ECHO e sua trajetória.* Porto Alegre/RS, 16 mar. 2018. Estágio Pós-doutoral em Programa de Pós-Graduação. Entrevista concedida a XX.

O ECHO: revista ilustrada para a mocidade estudiosa. Typographia do Centro: Porto Alegre, 1914-1931.

O ECO: revista ilustrada para a mocidade brasileira. Tipografia do Centro: Porto Alegre, 1932-1969.

RELATÓRIO DO COLÉGIO ANCHIETA. Porto Alegre, 1914. p. 28.

SERRA, Áurea Esteves. *As associações de alunos das escolas normais do Brasil e de Portugal: apropriação e representação (1906-1927).* 2010. 290 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 2010.

SPOHR, I. *Memórias dos 665 Jesuítas da Província do Brasil Meridional.* Novembro de 1867 – novembro de 2011. Porto Alegre: Livraria e Editora Padre Reus, 2011.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, UFSC, v. 2.2, p. 28-49, 2007.