RESENHAS
REVIEWS

KRAUSE, Décio. *Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência*. São Paulo: EPU, 2002.

Este é um livro sobre método axiomático, conceito de estrutura, fundamentos da teoria dos conjuntos e fundamentos da ciência. O autor entende a axiomatização de uma teoria científica ao modo de Patrick Suppes, isto é, como a apresentação de um predicado conjuntista, dito predicado de Suppes, para essa teoria. Um predicado de Suppes para uma teoria científica caracteriza uma família de estruturas, que são ditas os modelos da teoria em questão. Daí a visão de Patrick Suppes, segundo a qual apresentar uma teoria é especificar a classe de seus modelos. Para lidar com estruturas o autor adota uma versão simplificada da noção de espécies de estruturas no sentido de Bourbaki e examina diversas teorias de conjuntos em que as estruturas necessárias a diferentes projetos de axiomatização podem ser construídas. Feitas essas considerações preliminares, passo a comentar, um a um, ainda que muito brevemente, os seis capítulos que compõem o texto.

1. Aspectos do Método Axiomático

As seções 1.1 a 1.4 constituem uma introdução ao método axiomático. São acessíveis e estimulantes, preparando adequadamente o terreno para o estudo do restante do texto. Para o autor, os axiomas de uma teoria qualquer sempre compreendem os axiomas de alguma teoria de conjuntos, ZFC por exemplo. Na verdade, teorias científicas axiomatizadas necessitam, de um ponto de vista lógico, apenas de uma pequena parte dos recursos que uma teoria de conjuntos pode oferecer, mas, na prática, é muito conveniente poder contar com a totalidade desses recursos. Por exemplo, as necessidades lógicas da

© *Principia*, 6(2) (2002), pp. 315–19. Published by NEL — Epistemology and Logic Research Group, Federal University of Santa Catarina (UFSC), Brazil.

mecânica quântica, tal como axiomatizada por George Mackey em seu livro *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, não excedem os limites da hierarquia de Borel, âmbito modestissimo se comparado a rica ontologia conjuntista Entretanto, ter essa ontologia a disposição poupa muito trabalho, por isso e sensato inclui-la na axiomatização da mecânica quântica E o que faz Mackey ao utilizar livremente noções conjuntistas A seção 1 5 trata de espécies de estruturas no sentido de Bourbaki e de predicados de Suppes E uma seção utilissima, pois esses dois topicos são bem menos conhecidos do que deveriam A seção 1 6 contém criticas feitas a abordagem estrutural e conjuntista e a 1 7 procura refutar essas críticas, sendo, a meu ver, bem sucedida

2 Estruturas em Ciência

A seção 2 1 apresenta a abordagem semântica de teorias, destacando as posições de Patrick Suppes e Bas van Fraassen Os temas centrais são a visão de uma teoria como a classe de seus modelos e o papel dos teoremas de representação nas mensurações em ciência, isto e, na "aplicação de números as coisas" A idéia de teorema de representação e ilustrada pelo teorema de Cayley A separação, defendida por van Fraassen, entre modelos e linguagem e analisada O autor sustenta, corretamente, em minha opinião, que modelos são mode los de alguma coisa e que essa alguma coisa deve ser expressa por predicados conjuntistas, mas o faz sem reduzir a força da concepção de uma teoria como a classe de seus modelos Sua ideia é usar uma hierarquia de linguagens cada vez mais gerais Estratégia, alias, sen sata, uma vez que o confinamento a certas linguagens específicas cria obstaculos intransponíveis a axiomatização de determinadas classes de estruturas Por exemplo, um resultado da teoria dos modelos nos diz que se T é um conjunto consistente de sentenças de uma linguagem de primeira ordem L, então o ultraproduto de qualquer família de modelos de T e tambem um modelo de T Assim, se K e uma classe axiomatizavel de estruturas para L, isto e, se K é a classe dos modelos de algum conjunto T de sentenças de L, então K e fechada por ultraprodutos Ora, ha classes importantes de estruturas que não são fechadas por ultraprodutos (um exemplo e a classe dos corpos que não são algebricamente fechados) Tais classes, portanto, não são axiomatizáveis A seção 2 2 traz a axiomatização da mecânica de partículas por McKinsey, Sugar e Suppes A seção seguinte mostra as críticas de Clifford Truesdell a essa axiomatização A seção 2 4 apresenta um predicado de Suppes para a teoria sintetica da evolução e a 2 5 faz o mesmo para a mecânica quântica, usando, principalmente, espaços de Fock A abordagem por espaços de Fock permite, entre outras coisas, um estudo, feito no texto, de fenômenos de criação e de aniquilação (algo inviável no tratamento usual em que o numero de particulas presentes determina o numero de variáveis na função de onda)

3 Onde tudo acontece a Teoria de Conjuntos

A seção 3 1 apresenta o contexto de surgimento da teoria de conjuntos e a 3 2 quatro pressupostos dessa teoria, a saber o princípio da compreensão, o princípio da extensionalidade, o conceito de identidade para os elementos de um conjunto e a concepção iterativa de conjunto Em conexão com o conceito de identidade para elementos de um conjunto é discutido o Principio da Identidade dos Indiscerníveis de Leibniz A seção 3 3 é uma rapida digressão sobre indivi duos de Quine, isto é, conjuntos x tais que $x = \{x\}$ e a seção 3 4 da uma visão intuitiva da hierarquia cumulativa A seção 3 5 examina paradoxos da teoria intuitiva de conjuntos, especialmente o de Russell, um "candidato" a paradoxo de Hilbert e o chamado paradoxo de Curry, interessante por não envolver negação A seção 3 6 encerra o capítulo abordando rapidamente alternativas para contornar os paradoxos

4 A Axiomatização da Teoria de Conjuntos

Este capitulo trata do início da axiomatização da teoria de conjuntos São analisados o sistema de Zermelo e algumas das contribuições de Skolem e Fraenkel Tambem são discutidos, sucintamente, conjuntos que violam o axioma do fundamento e, alem disso, o axioma da escolha é examinado, incluindo tal exame um esboço da prova de Fraenkel da consistência da negação desse axioma em uma teoria de conjuntos com ato' os

5 As Principais Teorias de Conjuntos

Neste capítulo são apresentadas as seguintes teorias de conjuntos Zermelo-Fraenkel, Zermelo-Fraenkel com Atomos, von Neumann-Bernays-Godel, Kelley-Morse, NF de Quine-Rosser e ML de Quine-Wang Também e discutida a teoria de tipos O axioma da escolha e novamente estudado e são apresentadas algumas proposições a ele equivalentes, sendo uma delas o teorema da boa ordem Ha duas digressões muito interessantes A primeira, sobre conjuntos não bem fundados, mereologia e física, aponta para possiveis aplicações a fisica quântica A segunda, sobre *Urelemente* e fisica, apresenta os elementos de uma axiomatização mereológica, feita por Clifford Truesdell, da mecânica racional O capítulo contem, ainda uma subseção sobre matematicas não cantorianas, na qual estão os enunciados do teorema, de Goedel, da consistência da hipotese generalizada do continuo e do teorema, de Cohen, da consistência da negação da hipotese do continuo alem de algumas observações sobre a chamada matematica de Solovay

Os capítulos terceiro, quarto e quinto constituem um curso de teoria dos conjuntos que, ao contrario dos cursos habituais, aborda varios sistemas e indica aplicações não triviais à física e à filosofia Combinados, esses capítulos são, pela variedade de informações que trazem, um otimo complemento aos cursos tradicionais de logica e teoria dos conjuntos

6 A Ciência do Objeto Qualquer

Aqui e tratado o problema dos objetos indiscerníveis Uma versão desse problema é a seguinte existem *dois* objetos indiscerníveis? Isto e, existem objetos a e b tais que $\{a,b\}$ tenha cardinal dois e a seja indiscernivel de b? De um ponto de vista intuitivo, objetos indiscerníveis são aqueles que possuem as mesmas propriedades A quantificação sobre propriedades implicita nessa caracterização e, claro, problemática Se adotarmos a visão extensional da teoria de conjuntos, uma propriedade de objetos é simplesmente uma classe de objetos Assim, por exemplo, a propriedade de ser numero ímpar e o conjunto dos números impares e a propriedade de ser ordinal é a classe dos ordinais Nessa visão, ter uma propriedade P e pertencer a classe P

Desse modo, se objetos possuem as mesmas propriedades, eles pertencem às mesmas classes. Isso, combinado com a possibilidade de formar o conjunto unitário de qualquer objeto admitido pela teoria, implica identidade. Portanto, na teoria de conjuntos e na matemática nela fundada vale o Princípio da Identidade dos Indiscerníveis de Leibniz, e a pergunta formulada acima é respondida negativamente. Isso, entretanto, está longe de resolver os problemas fundacionais envolvendo a noção de indiscernibilidade. Não resolve, por exemplo, o problema das partículas indiscerníveis, importante nos fundamentos da mecânica quântica. Objetos quânticos poderiam ser indiscerníveis sem serem idênticos. O autor discorre sobre essa possibilidade e faz alguns breves comentários acerca da chamada teoria de quase-conjuntos, desenvolvida, em grande medida, por ele próprio e que permite tratar a indiscernibilidade dos objetos quânticos sem o uso de recursos, digamos artificiais, como a imposição de certas condições de simetria. Há, ainda, na última seção, considerações sucintas sobre o pluralismo teórico e o perspectivismo em filosofia da ciência. As conexões com epistemologia e metafísica tornam este capítulo muito interessante.

Finalmente, resta dizer que o livro de Décio Krause, por seu texto claro, agradável e pela variedade e relevância dos tópicos que aborda, é especialmente adequado tanto para o estudo individual como para o uso em cursos de lógica, teoria dos conjuntos, epistemologia, filosofia da ciência e filosofia da matemática. Trata-se, enfim, de uma excelente contribuição à literatura sobre os fundamentos da ciência.

Antônio M. N. Coelho
Departamento de Filosofia
UFSC