doi: 10.5007/1808-1711.2012v16n1p33

Não-Reflexividade e Quantificação

Jonas Becker Arenhart
Universidade Federal da Fronteira Sul

Abstract. Informally speaking, the *Principle of Identity*, one of the so-called "Laws of Logic", grants us in one of its most well-known formulations that every object is identical to itself. Non-reflexive logics, roughly speaking, are systems of logic in which this principle is not valid in general. One of the problems associated with non-reflexive logics concerns quantification: it has been argued that quantification only makes sense if we presuppose the identity concept, and consequently, non-reflexive logics employing quantifiers presuppose some form of the principle of identity we wanted to restrict in their formulation. In this paper we argue that it is possible to make sense of quantification in non-reflexive logics without presupposing identity. We argue both from a syntactical as well as from a semantical point of view. We close the paper with some reflections on natural language and its relation to non-reflexive logics.

Keywords: Non-reflexive logic; principle of identity; quantifiers; identity.

1. Introdução: o problema

A identidade é necessária para entendermos corretamente o uso dos quantificadores? Aparentemente, podemos encontrar muitos exemplos de enunciados envolvendo quantificação que, para serem compreendidos por nós, pressupõe a identidade dos objetos sobre os quais quantificamos. Assim, como um primeiro exemplo, quando dizemos que todo homem é mortal, estamos dizendo o mesmo que o enunciado "cada homem é mortal", e dizer de cada homem que ele é mortal pressupõe sua identidade, pressupõe que possamos distinguir cada homem particular dos demais e aplicar a ele o predicado em questão (ver da Costa e Bueno 2009, e Bueno em sua contribuição em Howard *et. al.* 2011). Deste modo, aparentemente, a identidade está vinculada ao entendimento informal que temos dos quantificadores, ou, pelo menos é o que se poderia concluir quando consideramos exemplos particulares como aquele que acabamos de formular.

Outra forma de se fundamentar a alegação de que estes conceitos se relacionam, e que aparentemente depende da equivalência acima mencionada entre "todos" e "cada", diz respeito ao nosso entendimento sobre a validade de certas regras de inferência envolvendo quantificadores. Argumenta-se (ver Bueno em Howard *et. al.* 2011 p.239) que devemos utilizar esta equivalência para fazer a distinção entre as seguintes formas de inferência:

Principia **16**(1): 33–51 (2012).
Published by NEL — Epistemology and Logic Research Group, Federal University of Santa Catarina (UFSC), Brazil.

1. se a é F, então algo é F;
2. se a é F, então todo objeto é F.

A primeira forma de inferência é válida na lógica clássica, e a segunda é geralmente inválida, a menos que a denote um objeto arbitrário. No entanto, argumenta-se, para se verificar que estas duas formas de inferência não são ambas válidas, devemos fazer uso da relação de identidade. De fato, o modo usual para provarmos que a segunda forma de inferência não vale consiste em verificar que, mesmo que a possua a propriedade F, algum objeto *distinto* de a não possui F, e para tanto, precisamos da identidade valendo entre os objetos em questão. Sem a identidade, então, não poderíamos dar sentido a esta distinção importante no que diz respeito à validade das inferências que podem ser feitas de modo legítimo com quantificadores.

Mas qual é o problema em haver qualquer tipo de relação entre identidade e quantificação? Além de supostamente estabelecermos que nossa compreensão dos quantificadores depende da identidade, o que isto acarretaria? Caso a relação apresentada realmente seja válida, uma das principais dificuldades por ela criada aparecerá quando estamos interessados em erigir sistemas de lógica nos quais a identidade não vale de forma irrestrita, sistemas que violam, de algum modo, alguma forma do chamado *Princípio de Identidade* (doravante, simplesmente PI). Estas lógicas são chamadas de *Lógicas Não-Reflexivas*. Se, seguindo a motivação fornecida para se propor alguns destes sistemas de lógica, a identidade não deve ser aplicável a alguns dos objetos com os quais o sistema de lógica em questão deve tratar, então, caso a relação entre identidade e quantificação que esboçamos acima esteja correta, o uso dos quantificadores neste tipo de lógica parece nos colocar em um dilema: ou (i) os objetos com os quais se trata nestes casos realmente não "entram" na relação de identidade, de modo que o uso dos quantificadores neste caso não faz sentido, ou (ii) os quantificadores fazem sentido, e de fato o sistema de lógica em questão não viola nem o uso geral da identidade nem a validade de PI. Todavia, ambas as situações são insatisfatórias para os proponentes das lógicas não-reflexivas; se desejamos que os sistemas de lógica assim propostos sejam fortes o suficiente para os fins aos quais se propõe (ver a seção 2 para as motivações destes sistemas), então o uso de quantificadores é essencial, e se não podemos dar sentido a eles sem a identidade, então, mais uma vez, os sistemas se mostram insatisfatórios, mas agora de um ponto de vista filosófico.

Talvez, o caso mais famoso em que se argumenta que um sistema de lógica não-reflexiva é necessário aparece nos estudos de fundamentos da mecânica quântica não-relativista (e é apenas do caso não-relativista que trataremos aqui). Segundo muitos autores, os objetos com os quais trata esta teoria, diferentemente do que ocorre com as partículas descritas pela mecânica clássica, não podem ser identificados, rotulados, ordenados ou individualizados. Além disso, isto não seria consequência de limitações epistemológicas ou de nossos métodos, mas antes refletiriam a própria natureza destes objetos. Assim surgiu a concepção de que as partículas da mecânica quântica não-relativista não poderiam ser consideradas como indivíduos, em alguma acepção deste termo. Esta não-identificabilidade e consequente *não-individualidade* está estreitamente ligada à violação de alguma forma do PI. A proposta de que partículas quânticas não são indivíduos foi defendida, de alguma forma, por vários dentre os físicos envolvidos no desenvolvimento da teoria, na primeira metade do século XX, como por exemplo M. Born, W. Heisenberg, E. Schrödinger e H. Weyl (ver French e Krause 2006, cap. 3 para detalhes sobre o desenvolvimento histórico desta posição). A princípio, eles expressavam esta posição apenas informalmente, ao afirmarem que os objetos quânticos "perderam sua identidade", ou que a identidade "não faz sentido para estes objetos"; a ligação entre não-individualidade e não-reflexividade foi sendo desenvolvida posteriormente, inclusive com a investigação de aparatos formais que buscam captar mais adequadamente o compromisso com este tipo de entidades.

Desse modo, se podemos interpretar a mecânica quântica como estando comprometida com entidades que se comportam de maneira tão diversa do usual, seria razoável, de um ponto de vista filosófico, erigir uma lógica mais adequada para tratarmos com este tipo de objetos. Tornar rigorosa a noção de que a identidade "não faz sentido" para certas entidades, e que este tipo de objeto incorpora alguma forma de *não-individualidade* são problemas que fazem parte do núcleo dos desenvolvimentos das lógicas não-reflexivas, quando estas são estudadas tendo-se em vista a aplicação no estudo dos fundamentos da física. Sistemas deste tipo, formulados com o objetivo explícito de serem aplicados no estudo de uma possível ontologia da mecânica quântica foram apresentados, por exemplo, por da Costa e Krause 1994, 1997, e French e Krause 2006 cap.7, 2010; os dois primeiros são sistemas de lógica de ordem superior, os dois últimos apresentam uma teoria de conjuntos não-reflexiva, a teoria de quase-conjuntos.

Assim, além do seu interesse do ponto de vista dos fundamentos da lógica, em que buscamos entender melhor a natureza dos quantificadores, a questão aqui proposta também levanta um problema de interesse filosófico em fundamentos lógicos da física. Se os quantificadores não podem ser esclarecidos em sistemas utilizados quando defendemos uma forma particular de ontologia para a mecânica quântica, então esta posição parece enfrentar um obstáculo lógico, já que enunciados utilizando quantificadores aparentemente *fazem sentido* no contexto da teoria quântica (na qual se utiliza a linguagem natural mais a terminologia empregada no formalismo da teoria construído dentro da matemática clássica, claro). Neste trabalho, exploraremos algumas destas questões, sobre como a identidade se relaciona com os quantificadores em alguns sistemas de lógica não-reflexiva, e como podemos tentar evitar o peso das objeções mencionadas mais acima.

Nossa argumentação se desenvolverá seguindo o seguinte esquema: na próxima seção, apresentaremos de modo geral o que está por trás das lógicas não-reflexivas, e discutiremos em particular qual o princípio que guia a construção de alguns sistemas desta lógica tendo-se em vista principalmente as peculiaridades de um determinado tipo de ontologia associada com a mecânica quântica. Na seção seguinte, a terceira, argumentaremos que de um ponto de vista formal, da construção de sistemas formais, identidade e quantificação não estão relacionadas de modo a ameaçar o sentido das lógicas não-reflexivas. Ainda, o uso dos quantificadores, quando considerado de um ponto de vista estritamente formal, estipulado por certas regras (os axiomas para os quantificadores), pode ser visto como provendo sentido para estes operadores. Na quarta seção, investigaremos a relação entre identidade e quantificação na semântica pretendida para sistemas não-reflexivos. Veremos que o significado que atribuímos aos quantificadores é distinto do usual quando uma semântica para eles é baseada em uma metalinguagem não-reflexiva, e que ainda assim seu significado é bastante simples. Com esta semântica, também podemos justificar as regras para quantificadores utilizadas acima. Na seção final, concluiremos com algumas considerações sobre a identidade, quantificação e o entendimento informal que temos destas noções. O uso de sistemas de lógica não-reflexivas pode ser visto como uma forma de se especializar a linguagem natural quando tratamos de determinados tipos de objetos, e assim, alguns aspectos da linguagem natural não são levados em conta quando se formula uma lógica não-reflexiva, como por exemplo, o uso irrestrito da identidade.

2. Lógicas não-reflexivas e o princípio de identidade

Começaremos com algumas noções sobre as lógicas não-reflexivas; é importante deixarmos bem claras suas motivações e como essas motivações são introduzidas nas formulações destas lógicas para se entender melhor quais as dificuldades que elas enfrentarão caso a relação entre identidade e quantificação apontada acima seja realmente estabelecida. Devemos notar que a definição de sistemas de lógica não-reflexiva é bastante geral e vaga, como costumam ser definições de classes de sistemas de lógica em geral (considere, por exemplo, a definição de sistemas de lógica paraconsistente, e até mesmo a definição do que conta como um sistema de lógica clássica, algo bastante controverso; ver da Costa 2008). A seguinte definição informal pode servir como guia heurístico para nossas investigações, apesar de não contar como uma definição rigorosa: *Um sistema de lógica é dito não-reflexivo quando alguma forma do princípio de identidade não é válida de modo geral neste sistema.*

Consideremos agora o princípio de identidade. Como fica claro após um breve exame na literatura sobre o assunto (ver, por exemplo, as discussões em da Costa

2008 pp. 114-115), existem diversas formulações daquilo que se pode chamar de "o princípio de identidade". Intuitivamente, este é o princípio que nos garante que "todo objeto é idêntico a si próprio", ou algumas vezes, formulado com uma cláusula extra, que "todo objeto é idêntico a si próprio, e a nada mais". Como costuma ocorrer com enunciados demasiado vagos, PI pode ser formalizado de diversos modos nos diversos tipos de linguagens formais (cálculo proposicional, linguagens de primeira ordem, segunda ordem, etc.), sendo que nem todas estas versões são equivalentes entre si. Assim, se estamos interessados em sistemas de lógica que violam PI, precisamos esclarecer qual dentre as várias possíveis formulações estamos levando em conta. Vejamos algumas delas, pois isto é relevante para nossa discussão mais adiante.

Nossa primeira versão do princípio é aquela que pode ser formulada com a linguagem do cálculo proposicional, na qual ele pode assumir alguma das seguintes formas:

1. $\alpha \rightarrow \alpha$;
2. $\alpha \leftrightarrow \alpha$;
3. $\forall p(p \rightarrow p)$.

Os dois primeiros itens são esquemas de fórmulas, onde α é uma variável sintática para qualquer fórmula do cálculo. No terceiro item, estamos assumindo que se introduziu quantificadores na linguagem do cálculo e que axiomas adequados foram fornecidos, resultando deste modo no chamado cálculo proposicional generalizado. Em todos estes casos, a motivação por trás do princípio é a de que uma proposição não muda seu valor de verdade, ou seja, se uma fórmula é verdadeira, será sempre verdadeira, se for falsa, será sempre falsa. Interessante notar que nesta forma, com esta particular leitura, o princípio é de caráter puramente semântico, tratando de noções como valores de verdade.

No cálculo de primeira ordem com identidade, além das formulações anteriores envolvendo a implicação (com α sendo substituído apropriadamente por qualquer formula da linguagem deste cálculo), temos também as seguintes formulações, as mais comuns dentre aquelas que buscam captar o sentido do princípio de identidade, conforme a formulação informal de que "todo objeto é idêntico a si mesmo":

1. $t = t$;
2. $\forall x(x = x)$.

Aqui, t é qualquer termo da linguagem. Devemos notar que no cálculo de predicados de primeira ordem clássico estas duas versões são equivalentes. É interessante lembrar que esta é a chamada *propriedade reflexiva da identidade*. A reflexividade, junto com a chamada regra da substituição para a identidade, nos fornece os axiomas para a relação de identidade em uma linguagem de primeira ordem. Como se sabe, estes axiomas não são suficientes para caracterizar a diagonal do domínio no qual estamos interpretando a linguagem em questão. Ou seja, quando interpretamos a relação "=" de nossa linguagem, a menos que na metalinguagem a interpretação deste símbolo seja fixada de antemão como a diagonal, poderão existir estruturas nas quais a extensão desta relação não será a identidade no domínio, representada justamente pela sua diagonal. Nestes casos, o símbolo de identidade irá denotar uma relação de equivalência compatível com as demais relações da estrutura na qual a linguagem é interpretada (ou seja, uma congruência), que apenas em alguns casos coincide com a diagonal (para mais detalhes, ver Béziau 2004, e French e Krause 2006 cap. 6). Isto reflete o fato de que a identidade não é axiomatizável em linguagens de primeira ordem.

É interessante notar que em uma linguagem de primeira ordem podemos ter pelo menos dois tipos de não-reflexividade: podemos ter uma violação de alguma forma do princípio de identidade conforme ele é entendido no cálculo proposicional (enunciado em termos dos conectivos $\rightarrow$ ou $\longleftrightarrow$), assim como também podemos ter uma violação de PI entendido como a propriedade reflexiva da relação de identidade '='. Um cálculo pode ser não-reflexivo com relação a qualquer uma destas formulações de PI, podendo violar uma delas mas não a outra, ou ainda, pode violar ambas. Além disso, quando PI é tomado como formalizado pela propriedade reflexiva da identidade, lido como "todo objeto é idêntico a si mesmo", então temos que o princípio adquire uma formulação puramente ontológica: trata-se de uma condição imposta sobre todos os objetos. Como dissemos antes, PI em sua formulação puramente proposicional parece ser um princípio semântico. Apesar de interessantes, não discutiremos as implicações destas diferenças neste trabalho.

Para o caso de linguagens de segunda ordem a relação de identidade pode ser definida, podemos empregar a fórmula

$$\forall X(X(a) \longleftrightarrow X(b))$$

como uma definição de $a = b$. Esta fórmula busca capturar a ideia de que objetos numericamente idênticos são qualitativamente idênticos, ou seja, não há diferença numérica sem uma diferença específica. Neste caso, é um teorema que $a = a$, para qualquer termo a. Notemos que, ao aceitarmos esta definição de identidade estamos nos envolvendo com uma versão formal do controverso *Princípio da Identidade dos Indiscerníveis*, de Leibniz. Este princípio está englobado na implicação

$$\forall X(X(a) \longleftrightarrow X(b)) \rightarrow a = b,$$

que pode ser derivada da definição. Em geral, sistemas de lógica não-reflexiva deverão violar alguma forma deste princípio também.

Assim, como existem diversas versões do que se pode chamar de um princípio de identidade, ao definirmos que sistemas de lógica não-reflexiva se caracterizam por violar alguma versão deste princípio, teremos vários casos deste tipo de sistema, dependendo da(s) forma(s) de PI que decidirmos violar. Um exemplo particular de um sistema não-reflexivo é a teoria de quase-conjuntos $\mathfrak{Q}$ (ver French e Krause 2006 cap. 7, 2010), na qual a validade da lei reflexiva da identidade na formulação $\forall x(x = x)$ é restringida. Como a principal motivação para se propor este sistema advém da mecânica quântica não-relativista, conforme discutimos anteriormente, a restrição à identidade na verdade é ainda mais forte; neste sistema, bem como em muitos outros já apresentados na literatura, a violação da identidade ultrapassa a mera não-reflexividade, pois a ideia fundamental consiste em se formalizar a afirmação de que a relação de identidade simplesmente não se aplica a determinados objetos do domínio em questão. Deste modo, não apenas a reflexividade da identidade não vale, mas qualquer outro enunciado envolvendo a identidade destes objetos simplesmente não pode ser derivado como teorema, como por exemplo, a regra da substituição, a simetria da identidade, entre outras. Isto se obtém em $\mathfrak{Q}$ ao se introduzir a identidade por definição, e, ao fazê-lo, restringir a definição apenas a determinados objetos do domínio, deixando a relação não definida para os outros. Ou seja, dentro do formalismo da teoria de quase-conjuntos, para determinado tipo de objetos (que na interpretação pretendida denotam as partículas da mecânica quântica) a relação de identidade simplesmente não se aplica, não faz sentido, como queriam alguns dos proponentes da teoria. Neste caso, em particular, não vale a reflexividade da identidade. Falaremos mais sobre $\mathfrak{Q}$ no momento apropriado, pois o argumento apresentado sobre a ameaça de falta de sentido para os quantificadores foi proposto tendo-se principalmente esta teoria em vista.

3. Sistemas formais para lógicas não-reflexivas

Qual é realmente o problema com o uso de quantificadores e identidade? O primeiro aspecto a ser notado é que de um ponto de vista sintático, da formulação de cálculos de dedução, aparentemente, não há qualquer dificuldade em se utilizar os quantificadores para se realizar deduções sem que a relação de identidade seja pressuposta como fazendo parte da linguagem. Devemos notar que mesmo para sistemas de lógica clássica, como o cálculo de predicados de primeira ordem sem igualdade, utilizamos os quantificadores sem fazer uso do conceito de identidade *na linguagem do cálculo*. Assim, parece que a dificuldade, se existir, não deve estar no nível da sintaxe. Ou seja, em linguagens que contenham símbolos para os quantificadores $\exists$ e $\forall$, podemos realizar deduções utilizando estes operadores sem que necessariamente tenhamos um símbolo para a relação de identidade na linguagem. Argumentaremos nesta seção que isto não impede que se compreenda o uso dos quantificadores dentro do cálculo em questão, e que a manipulação sintática dos quantificadores pode ser vista como dando sentido a estes operadores. Esta é uma primeira opção de defesa de que podemos compreender o uso de quantificadores mesmo quando estes estão desvinculados da identidade.

A observação de que os quantificadores não estão de modo algum ligados à identidade no nível sintático pode ser generalizada do cálculo de primeira ordem sem identidade para os sistemas de lógica distintos do clássico, inclusive os não-reflexivos. Podemos erigir um cálculo proposicional generalizado no qual quantificamos sobre proposições, e no qual novamente o conceito de identidade entre proposições não seja primitivo na linguagem ou nem sequer seja introduzido. Todavia, ainda assim podemos realizar deduções e entender o que está ocorrendo, sem pressupor a identidade das proposições no cálculo. Isto pode ser feito mesmo para sistemas proposicionais que englobam alguma forma de não-reflexividade, como o sistema de implicação causal de Sylvan e da Costa, apresentado em (Sylvan e da Costa 1988). Neste sistema, falando por alto, um conectivo de implicação $\Rightarrow$ é introduzido com o objetivo de formalizar a noção de causa, de modo que $p \Rightarrow q$ é lido intuitivamente como "p causa q". Uma das condições sobre $\Rightarrow$ é que não obedeça PI na forma $p \Rightarrow p$, pois, intuitivamente, nada é sua própria causa (excetuando-se, talvez, o primeiro motor aristotélico, mas não precisamos nos preocupar com isto agora). Assim, este é um tipo de cálculo não-reflexivo no qual a dificuldade apontada sequer pode aparecer. Esta observação pode ser generalizada para englobar sistemas não-reflexivos em que a forma de PI violada é uma daquelas formuladas no cálculo proposicional: em geral, nestes sistemas, não teremos dificuldades na relação entre quantificadores e identidade.

Outras duas características de sistemas formais também contribuem para se desvincular a identidade dos quantificadores ao nível da sintaxe. O primeiro diz respeito à possibilidade de definição da relação de identidade em linguagens de primeira ordem que possuem apenas um número finito de termos não lógicos. Neste caso, utiliza-se a famosa definição de Hilbert-Bernays, defendida por Quine (ver Quine 1960, Ketland 2006), segundo a qual a identidade deve ser vista, grosso modo, como um limite da indistinguibilidade. A motivação por trás desta proposta sugere que a relação de identidade entre dois itens pode ser vista como a possibilidade de substituirmos termos designando um deles pelo termo designando o outro em qualquer predicado e em qualquer relação da linguagem. Para darmos um exemplo, consideremos uma linguagem com apenas um símbolo de predicado unário P e um símbolo de relação binária Q; a definição de identidade pode ser enunciada para esta linguagem da seguinte forma:

$$x = y =_{\text{def}} (P(x) \longleftrightarrow P(y)) \wedge \forall z(Q(x,z) \longleftrightarrow Q(y,z) \wedge Q(z,x) \longleftrightarrow Q(z,y)).$$

É conhecido o fato de que esta definição não captura o sentida da identidade em alguns casos, sendo interpretada em uma relação de equivalência mais forte do que a identidade em algumas estruturas (ver a breve discussão na página 38 e as referências ali contidas). Mesmo assim, se nos restringirmos aos casos das estruturas em que esta relação representa a identidade, no sentido de ser interpretada pela diagonal do domínio (e existem algumas destas estruturas), teremos que mesmo nestes casos, para as linguagens destas teorias é a identidade que depende da quantificação, e não o inverso. Este ponto é interessante pois esta estratégia costuma ser adotada para se definir a identidade em linguagens de primeira ordem com um único símbolo de relação binária $\in$, com as quais erigimos teorias de conjuntos. Isto será importante para a discussão mais adiante, já que é em uma teoria de conjuntos que geralmente fazemos a semântica para sistemas de lógica de primeira ordem.

O outro ponto técnico que mencionamos é semelhante ao anterior, mas neste caso são os quantificadores que podem ser introduzidos por definição: trata-se agora do caso de linguagens incluindo o famoso símbolo ε de Hilbert (para detalhes, ver Kneebone 1963 pp. 100-104, Avigad e Zach 2008). A principal motivação para se introduzir o ε consiste na necessidade de se formalizar as chamadas descrições indefinidas, locuções do tipo "algum x que é F", ou "algo que é F". A identificação do objeto particular que possui a propriedade em questão não é importante, nem sua unicidade, sendo relevante apenas o fato de algo de fato instanciar F. O que nos interessa aqui é que nas linguagens com o ε, como se sabe, podemos dispensar os quantificadores, que podem ser definidos a partir deste símbolo. Para tanto, basta adotarmos como postulado específico para o ε a fórmula

$$F(y) \to F(\varepsilon_x F(x)),$$

onde y é uma variável livre, e $\varepsilon_x F(x)$ deve ser entendido como um termo denotando algum objeto que tem F. Com isto, o quantificador existencial pode ser introduzido por definição pela fórmula

$$\exists x F(x) =_{\mathsf{def}} F(\varepsilon_x F(x)),$$

e o quantificador universal pode ser introduzido por

$$\forall x F(x) =_{\mathsf{def}} \neg F(\varepsilon_x \neg F(x)).$$

Com estas definições, obtemos como teoremas as fórmulas usualmente utilizadas como axiomas para os quantificadores e, em particular, as regras discutidas na primeira seção. Assim, como a descrição indefinida que buscamos formalizar com o ε aparentemente não depende da identidade, e como os quantificadores podem ser definidos a partir dela, temos mais uma razão para se sustentar que quantificação e identidade não precisam estar vinculadas.

Assim, até mesmo sistemas não-reflexivos, principalmente aqueles que violam o princípio da identidade enunciado em linguagens de primeira ordem como $x = x$, estariam em situação semelhante à de outros sistemas clássicos, como o da lógica clássica sem identidade. O fato de que a lógica clássica de primeira ordem sem identidade possa ser classificada como um exemplo de sistema não-reflexivo é um indicador de que o uso de quantificadores e a relação de identidade não precisam ser vinculados na linguagem. Os dois expedientes apresentados acima fornecem ainda mais duas razões para tanto. Em todos estes casos, como já dissemos, o uso de quantificadores procede de modo sintático, e não há dificuldade em se realizar deduções e entender o que está ocorrendo.

Todavia, pode-se argumentar, conforme enunciado acima, que o problema está ao nível da semântica, quando falamos daquilo que os termos da linguagem denotam, para além do cálculo formal. Quando se afirma, como fizemos ao apresentar o problema, que o quantificador universal "todo" é equivalente a "cada", e que esta equivalência não pode ser compreendida sem a relação de identidade, então estamos falando da identidade dos objetos na metalinguagem. Este tipo de afirmação não faz sentido quando nos restringimos apenas à linguagem formal na qual utilizamos os operadores $\exists$ e $\forall$. Este último, por exemplo, não nos diz nada sobre todo e cada, apenas obedece algumas regras sintáticas estipuladas de antemão que caracterizam seu comportamento. Claro, as formas de inferência apresentadas na primeira seção também podem ser vistas como válidas ou inválidas de um ponto de vista sintático, e a explicação semântica não entra, em princípio, no seu uso efetivo na derivação de teoremas, mas as considerações apresentadas são mais propriamente tratadas quando se fala da interpretação das linguagens formais.

Antes de tratarmos da semântica, é interessante levar em consideração que acreditar que a dificuldade está localizada apenas na semântica e não na sintaxe parece gerar outro tipo de problema: será que podemos utilizar um cálculo de modo correto de um ponto de vista sintático e ainda assim não entendermos o seu significado? Uma possível saída seria negar que isto possa de fato ser feito, pois, de um ponto de vista formalista (em certo sentido deste termo, defendido por Curry 1977), os postulados do cálculo dão significado aos termos da linguagem, aos quantificadores em particular. Assim, tendo-se em vista os argumentos apresentados aqui, em particular a possibilidade de que a identidade seja definida em termos de fórmulas que empregam os quantificadores quando o vocabulário é finito, e o fato de que os quantificadores podem ser definidos quando se emprega o ε de Hilbert, que também não depende da identidade, temos que sentido é conferido aos quantificadores pelo cálculo formal sem que a identidade seja pressuposta. Esta sugestão, de que os quantificadores retiram seu significado dos postulados fornecidos a eles, foi sugerida por da Costa e Bueno (da Costa e Bueno 2009; ver também a exposição em Sundholm 2002). Trata-se da ideia de que os postulados fornecidos para um símbolo "definem" implicitamente seu significado; já que podemos operar com os quantificadores sem a identidade, então, segundo esta concepção, podemos entendê-los sem fazer uso da identidade, e isto vale em particular quando operamos com sistemas de lógica não-reflexiva. O problema fica aberto, no entanto, para aqueles que se recusam a admitir que o sistema formal elucida, de certo modo, o sentido dos operadores. Vejamos o que se pode afirmar de um ponto de vista da semântica.

4. Metateoria de lógicas não-reflexivas

Vamos investigar, nesta seção, a relação entre os quantificadores e a sua interpretação, visando estabelecer se esta pressupõe a identidade dos itens sobre os quais quantificamos. O primeiro ponto a ser notado é que, como dissemos, para sistemas de lógica como a lógica clássica de primeira ordem sem igualdade, para a qual a semântica usualmente é feita em uma teoria de conjuntos clássica, teremos que a identidade dos objetos sobre os quais quantificamos obedece de fato a alguma forma do PI, já que este está presente nas teorias de conjuntos clássicas (saber se esta é uma condição para que se compreenda os quantificadores, no entanto, é outra questão). Assim, se entendemos que este tipo de sistema também é uma lógica não-reflexiva, a dificuldade apontada aparentemente não surge neste caso. O crucial aqui é perceber que a lógica clássica de primeira ordem sem identidade não é *proposta* como um sistema que busca violar de qualquer forma o princípio da identidade. Isto implica, então, que do ponto de vista de suas motivações, das teses metafísicas que podem ser naturalmente associadas com a lógica clássica, o fato de que a metalinguagem na qual estabelecemos a semântica para estas linguagens contém a identidade e que esta faz sentido para todas as entidades com as quais ela trata não representa nenhum problema para seus proponentes.

Mas como devemos entender a semântica para lógicas não-reflexivas? Já que este parece ser o principal ponto de dificuldade envolvido no problema da relação entre quantificadores e identidade, é interessante deter nossa investigação neste ponto também. O primeiro aspecto a ser notado, como argumentamos no parágrafo anterior, diz respeito principalmente às motivações para se propor uma lógica e sua relação com a interpretação que damos a este sistema de lógica: sistemas como o de lógica clássica de primeira ordem sem identidade, que não são propostos explicitamente com o objetivo de violar o princípio de identidade, não sofrem com uma semântica na qual a noção de identidade faça sentido para todas as entidades com as quais estamos tratando. Outros sistemas, como as *lógicas de Schrödinger* (ver da Costa e Krause 1994, 1997; French e Krause 2006 cap. 8), que foram propostos com o objetivo expresso de violar a propriedade reflexiva da identidade (na verdade muito mais do que isso, pelo fato de que assim como em $\mathfrak{Q}$ aqui também é o caso que a identidade simplesmente *não se aplica* a determinados termos da linguagem), enfrentam dificuldades quando se utiliza uma metalinguagem como, por exemplo, alguma teoria de conjuntos clássica para se estabelecer sua semântica: nestes casos, a identidade dos objetos que deveriam violar PI tem validade garantida na metalinguagem, e assim, re-introduzimos pela metalinguagem aquilo que estávamos tentando barrar ao desenvolvermos a própria linguagem objeto.

Este tipo de problema aparece em qualquer caso em que desejamos propor um sistema de lógica alternativo: se alguma das leis da lógica clássica é violada neste sistema, então, se desejamos ser consistentes com a motivação que nos levou a propor a lógica em questão, a semântica deste sistema não deveria ser desenvolvida em uma metateoria cuja lógica subjacente é a clássica, pois neste caso aquelas leis que foram violadas na construção do sistema são introduzidas através da metalinguagem (ver da Costa, Béziau e Bueno 1995). Um exemplo desta situação ocorre para sistemas de lógica intuicionista; nestas lógicas, a lei do terceiro excluído, por exemplo, não é válida em geral, e assim, se estabelecermos uma semântica para estes sistemas em uma teoria de conjuntos clássica, estaremos nos comprometendo com a validade desta lei na metalinguagem, algo inaceitável de um ponto de vista intuicionista. O mesmo ocorre quando formulamos uma lógica não-reflexiva: se a metalinguagem não for ela mesma não-reflexiva, estaremos re-introduzindo, através dela, a identidade de modo irrestrito para os objetos com os quais estamos tratando, em particular, para aqueles que deveriam violar PI.

Assim, a semântica de uma teoria formulada tendo-se como lógica subjacente algum sistema não-reflexivo deveria ser formulada em uma metalinguagem não-reflexiva. Este critério de consistência entre as motivações para se propor uma lógica e a metalinguagem na qual a semântica para este sistema é formulada é melhor compreendido quando distinguimos entre dois sentidos diversos que podemos atribuir a sistemas de lógica: em um primeiro sentido, podemos assumir que estes sistemas são apenas utilizados em um contexto específico de aplicação para se fazer determinados tipos de inferências, como, por exemplo, ao utilizarmos lógica intuicionista ou paraconsistente em determinadas aplicações em informática. Neste caso, não há dificuldade de conflito com nossos princípios ao se apresentar uma semântica clássica para estas lógicas, elas são apenas ferramentas para se fazer deduções em um domínio de aplicação. Deste ponto de vista, devem ser julgadas pela sua utilidade nestes contextos. Em um segundo sentido, podemos formular estes sistemas e tomá-los como englobando um determinado modo de se descrever uma realidade ou domínio do conhecimento, como, por exemplo, ao utilizarmos lógica intuicionista para compreendermos a matemática construtiva, ou alguma lógica paraconsistente se acreditamos que a realidade de fato compreende objetos contraditórios. Neste segundo caso, se assumimos que a lógica não-clássica em questão deve substituir a clássica, não podemos mais simplesmente tomar os sistemas de lógica utilizados como uma ferramenta que pode ser interpretada na lógica clássica, pois em último caso, isto violaria os propósitos específicos que tínhamos ao utilizar *esta* lógica particular e não a clássica para tratar do domínio em questão.

Mas como isto nos ajuda a entender a relação entre identidade e quantificação? O primeiro passo consiste em se responder à seguinte pergunta: quando um sistema que de certo modo restringe a identidade pode ser visto como um sistema não-reflexivo? A resposta, conforme estamos discutindo, depende de ser teoricamente possível se estipular para este sistema uma semântica baseada em uma metalinguagem não-reflexiva. Assim, se nem mesmo esta semântica for capaz de desvincular a identidade da quantificação, então os sistemas de lógica não-reflexiva estão realmente ameaçados.

A tarefa que temos diante de nós, então, consiste em fornecer uma interpretação não-reflexiva dos sistemas não-reflexivos. Esta é uma tarefa que, para alguns sistemas não-reflexivos específicos, já foi desenvolvida em grande medida (ver Arenhart e Krause 2009, da Costa e Krause 1997). A teoria de quase-conjuntos, mencionada anteriormente, é forte o suficiente para que possamos desenvolver a semântica de sistemas de lógica violando PI na forma $\forall x(x = x)$, por exemplo. Não temos espaço aqui para entrar em todos os detalhes, mas podemos explicar em linhas gerais como este tipo de interpretação nos ajuda a evitar as dificuldades levantadas pelas objeções vistas anteriormente.

O primeiro ponto a ser compreendido é que a teoria de quase-conjuntos é uma teoria de conjuntos com dois tipos de átomos, os M-átomos e os m-átomos. Para os primeiros, a identidade se aplica normalmente, mas para os segundos, ela não está definida, ou seja, se x e y denotam m-átomos, então expressões da forma $x = x$ ou $x = y$ não são sequer fórmulas do sistema. Temos também uma relação binária de indistinguibilidade $\equiv$ na linguagem de $\mathfrak{Q}$; esta relação vale para todos os objetos, e no caso de M-átomos coincide com a identidade, ou seja, identidade e indistinguibilidade coincidem para objetos clássicos. Para m-átomos, por sua vez, apenas a indistinguibilidade vale.

Quando utilizamos $\mathfrak{Q}$ como metalinguagem para se fazer semântica para uma linguagem de primeira ordem, então, algumas diferenças aparecem que nos ajudam a compreender o motivo pelo qual a identidade não precisa estar pressuposta para que compreendamos semanticamente o funcionamento dos quantificadores. Vamos supor que a linguagem que desejamos interpretar em $\mathfrak{Q}$ possua um símbolo de predicado unário F e uma constante individual a. Ao atribuirmos um referente para a, teremos que, se for um objeto clássico da teoria, esta atribuição funcionará do modo usual, mas se este for um m-átomo, será tal que qualquer objeto do domínio que seja indiscernível do objeto atribuído a a poderá fazer o papel de denotação de a, a linguagem não nos permite distinguir entre eles. Do mesmo modo, ao atribuirmos uma extensão para F, teremos também que, qualquer quase-conjunto indistinguível da extensão de F poderá fazer este papel. Caso a coleção fazendo o papel de extensão seja clássica, dado que nestes casos identidade e indistinguibilidade coincidem, então haverá apenas um quase-conjunto fazendo este papel. Se, por outro lado, o quase-conjunto fazendo o papel de extensão de um predicado contiver m-átomos, então poderá haver mais de uma de tais coleções, sendo que quaisquer duas delas serão indistinguíveis.

Como isto nos ajuda a distinguir entre a validade das inferências (i) "se a é F, então algo é F", por um lado, e (ii) "se a é F, então todo objeto é F" por outro? Vamos tratar do caso em que a extensão de F possui m-átomos, pois estes são os objetos aos quais a identidade não se aplica, e é a situação que realmente nos interessa aqui. O principal ponto a se perceber é que dado qualquer m-átomo que tenha F, então, para qualquer indistinguível deste objeto, ele também terá F. No entanto, podemos ter diversos *tipos* de objetos indistinguíveis apenas entre si, de modo que objetos de tipos diferentes são distinguíveis (mesmo com a identidade não valendo, podemos afirmar todavia uma relação de distinguibilidade, a negação da indistinguibilidade). Assim, a validade incondicional da inferência (ii) fica bloqueada pois podemos apresentar um contra-exemplo em que, mesmo que os objetos de um tipo tenham F, podemos ter outro tipo de objetos no domínio que não são F. Isto resolve o primeiro problema, ou seja, os dois tipos de inferência apresentados acima são distintos, não são confundidos.

Mas o que podemos dizer da alegada equivalência existente entre "todos" e "cada"? Bem, novamente, a classificação de objetos na teoria $\mathfrak{Q}$ em diversos tipos nos permite entender o que ocorre. Como não podemos afirmar de cada m-átomo particular que ele tem certa propriedade, pois a identidade não faz sentido para estes objetos, devemos entender esta equivalência valendo entre a afirmação de que "todos os objetos tem certa propriedade" e que "cada tipo de objeto tem a propriedade". Note que o seguinte parece claro: não pode ocorrer que objetos de um mesmo tipo (ou seja, m-átomos indistinguíveis) sejam tais que alguns deles tenham uma propriedade e outros não, esta afirmação sequer faz sentido na teoria, e ainda, devemos levar em conta o que já discutimos sobre a extensão dos predicados (todos os objetos de um certo tipo satisfarão um predicado se algum deles o fizer). Neste caso, a afirmação de que todos os objetos são F, por exemplo, é equivalente a afirmar que cada tipo de objetos é F, isto engloba todo o domínio em questão.

Assim, dentro de uma metateoria adequada podemos dar uma interpretação aos quantificadores que parece estar em conformidade com as motivações para pelo menos algumas das lógicas não-reflexivas, *viz.*, aquelas que buscam tratar com partículas da mecânica quântica ortodoxa. A teoria $\mathfrak{Q}$ foi, ela mesma, desenvolvida tendo-se em vista este tipo de objetos. Além disso, esta interpretação parece razoável de um ponto de vista informal, parece bem motivada quando levamos em conta a explicação que ela nos fornece dos tópicos levantados no começo deste trabalho. Claro, isto não garante que esta teoria funcionará perfeitamente bem como metalinguagem para qualquer tipo de sistema não-reflexivo, talvez sistemas com outro tipo de peculiaridade demandem a construção de teorias de conjuntos não-reflexivas distintas de $\mathfrak{Q}$ mas este é um ponto sobre o qual não desejamos especular aqui.

5. Linguagem natural e não-reflexividade

Agora, vamos retomar o que foi argumentado até aqui: vimos que podemos recorrer tanto à sintaxe quanto à semântica para esclarecer o significado dos quantificadores, e em ambos os casos podemos atribuir sentido aos quantificadores sem recorrermos ao uso da identidade. No entanto, ainda poderia ser apontado que deixamos em aberto o problema da relação entre os sistemas formais não-reflexivos, em particular os enunciados formais destes sistemas envolvendo seus quantificadores, e a sua contraparte na linguagem natural, aqueles enunciados em português que as fórmulas bem formadas do sistema formal buscam de algum modo capturar. Será que podemos vislumbrar algum tipo de dificuldade aqui? Aparentemente podemos ter dificuldades neste nível, pois notemos que, pelo menos em uma primeira consideração, nossa linguagem natural respeita a reflexividade, ou seja, sempre podemos dizer que quaisquer objetos são iguais ou diferentes, que qualquer objeto é sempre idêntico a si mesmo, etc.

O primeiro ponto a ser discutido consiste em se determinar se, do fato de que aparentemente, em nossa linguagem natural, sempre podemos afirmar a igualdade ou diferença de quaisquer tipos de objetos, teremos que se segue que em particular o entendimento que temos dos quantificadores nesta linguagem apela para a identidade. Devemos investigar se este alegado fato é suficiente para que a ligação entre identidade e quantificadores seja tão estreita que sistemas de lógica que os proponham desvinculados estejam ameaçados de alguma forma. Neste caso, se a resposta for afirmativa, ao utilizarmos quantificadores em sistemas formais de lógicas não-reflexivas, aparentemente, estaríamos deixando de fora algo essencial, uma relação entre quantificação e identidade que não pode ser abolida sem que os primeiros deixem de fazer sentido (ver da Costa e Bueno 2009).

Vamos aqui sugerir que o ponto mencionado pode ser contornado ao trazermos à luz o caráter idealizado dos sistemas formais: eles buscam tornar mais precisos alguns aspectos do linguagem natural, deixando de fora outros, que podem ser irrelevantes ou questionáveis quando se tem determinados fins e certas posições filosóficas. Assim, para considerar um exemplo bastante familiar, o conectivo de conjunção na lógica clássica não leva em conta algumas especificidades da conjunção na linguagem natural, como a importância da ordem dos eventos em muitos casos. Como exemplo, podemos notar este tipo de ordem temporal na diferença entre "João pulou do prédio e morreu" e "João morreu e pulou do prédio", ou "estacione o carro e desligue o motor" e "desligue o motor e estacione o carro". Este tipo de característica da conjunção não é relevante para a matemática clássica, o principal campo de aplicação da lógica matemática nos seus primórdios em fins do século XIX e começo do século XX, e assim, a ordem temporal pôde ser deixada de lado completamente no desenvolvimento da lógica clássica. Outro exemplo interessante diz respeito ao modo como formalizamos o conectivo de implicação, que gerou muita polêmica e diversas propostas alternativas à clássica, todas elas ou alegando captar algum aspecto essencial da implicação que não é contemplado pelo condicional da lógica clássica ou tentando evitar alguma característica da implicação que aparece na lógica clássica mas, alega-se, não é uma propriedade deste conectivo na linguagem usual (como atestam as discussões sobre os chamados "paradoxos" da implicação material).

O mesmo ocorre no caso das lógicas não-reflexivas no que diz respeito à identidade; buscamos com estas lógicas investigar a possibilidade de que a identidade não seja de aplicação universal. Como discutimos anteriormente, esta situação parece ser sugerida pela mecânica quântica ortodoxa de acordo com uma determinada interpretação desta teoria. Outra motivação que poderíamos sugerir envolve a compreensão de aspectos da obra de Wittgenstein, que pode ser visto segundo certas interpretações como propondo uma forma de lógica não-reflexiva (ver a discussão e formulação de tal lógica em da Costa e Bueno 2009). Claro, o estudo dos sistemas não-reflexivos pode ser feito totalmente desvinculado de suas motivações, por puro interesse teórico, mas estas importantes ligações com questões filosóficas atestam a favor de sua grande relevância. Assim, a criação de sistemas deste tipo abole a validade do princípio da identidade para alguns objetos, deixa de lado este aspecto da linguagem natural e busca tornar precisa justamente uma característica que desejamos estudar mais a fundo com mais rigor.

Além deste aspecto dos sistemas formais, o seu caráter especializado, que torna mais precisos aspectos vagos da linguagem natural, também podemos apresentar uma segunda razão a favor do fato de que podemos compreender os quantificadores sem o uso da identidade, a despeito destes estarem ou não vinculados na linguagem natural: se a alegada relevância da identidade para a compreensão dos quantificadores em sistemas de lógica advém do fato de que há aparentemente uma relação entre estes conceitos no uso da linguagem natural, então é interessante questionar que peso devemos atribuir a este fato no julgamento de sistemas de lógica não-reflexivas e da própria tese metafísica de que a identidade poderia deixar de fazer sentido para alguns objetos. Para argumentar que a linguagem natural nem sempre é o melhor árbitro para problemas desta natureza, podemos lembrar outros casos em que ela, a linguagem natural, sozinha, não nos ajuda a decidir questões filosóficas relevantes. Nestes casos, o apelo à sistemas formais restringindo e tornando mais precisa a linguagem natural parece uma ótima maneira de se buscar uma solução para dificuldades filosóficas, ou pelo menos de se argumentar rigorosamente em favor de uma. Deste modo, queremos aqui apontar para o fato de que a linguagem natural nem sempre é usada como um critério confiável ao qual podemos apelar para decidir determinados dilemas filosóficos. De fato, o oposto parece ser mais próximo da verdade.

Aqui, listaremos dois casos em que não parece ser razoável fazer apelos aos usos da linguagem natural para se decidir acerca de controvérsias filosóficas: (i) na linguagem natural, podemos, por exemplo, enunciar propriedades contraditórias de um mesmo objeto. Mas este simples fato nos compromete com alguma forma de contradição no mundo, ou implica que a linguagem natural é trivial, ou inconsistente mas não trivial? Certamente estas são questões que não podemos decidir apenas investigando o tipo de uso que fazemos da linguagem natural; conceitos como consistência, trivialidade e contradição, se fazem algum sentido neste contexto, são muito vagos para nos ajudar a vislumbrar uma resposta para estas questões. A multiplicidade de sistemas paraconsistentes e suas aplicações atestam a favor de nossa alegação de que o uso de sistematização lógica pode ajudar a conduzir mais rigorosamente este tipo de debate, ou seja, estas são questões que não resolvemos apenas apelando para o modo como utilizamos a linguagem natural ou para o entendimento que alegadamente temos dela; (ii) termos descritivos como "a montanha de ouro", "o círculo quadrado", nomes de objetos fictícios e mitológicos, como "Unicórnio" e o "Sr. Pickwick", entre outros, podem ser utilizados na linguagem natural de modo aparentemente referente. No entanto, devemos concluir disto que a linguagem natural nos compromete com entidades fictícias? Ela nos ajuda a determinar as importantes relações entre estes termos e aquilo que denotam? Aparentemente não, estas relações, e o sentido deste tipo de termo, são algo que pode ser investigado com mais proveito quando se sai do escopo amplo da linguagem natural e nos restringimos a linguagens mais precisas governadas por regras explícitas. Assim, o uso da linguagem natural não parece ser usado como critério acerca das possíveis denotações destes termos, caso haja alguma.

Estes exemplos servem para fundamentar um caso contra o uso da linguagem natural como um árbitro para questões filosóficas, pelo menos em alguns casos. Do mesmo modo como nos exemplos apresentados acima, e em muitos outros que poderíamos formular (a noção de existência como um predicado para objetos, a linguagem natural como semanticamente fechada...), a alegação de que a linguagem natural *aparentemente* seja reflexiva não deveria ser utilizada como argumento contra sistemas de lógica não-reflexiva, pois estes, ao nosso ver, estão na mesma situação dos outros sistemas especializados que mencionamos brevemente acima, ajudam a precisar um aspecto da linguagem natural para facilitar o estudo de questões de relevância filosófica. Assim, se existem vários casos em que a linguagem natural e o modo como a usamos não decide sobre questões filosóficas, então, não há problema em se aceitar que este seja o caso também das lógicas não-reflexivas. Estes sistemas simplesmente nos ajudam a entender o fenômeno da não-reflexividade, e apelar para a linguagem natural seria pressupor exatamente aquilo que desejamos negar ao formular estes sistemas.

Vamos apenas insistir mais um pouco no que estivemos dizendo: a linguagem natural *parece* ser reflexiva. O que estamos sugerindo com esta qualificação? Ora, conforme nossa discussão até aqui buscou evidenciar, não podemos garantir que a linguagem natural é reflexiva, este é um ponto que possui no máximo algum suporte empírico, mas não uma demonstração rigorosa, o que realmente é impossível neste caso. De fato, a linguagem natural é flexível o suficiente para ser compatível com muitos tipos de teses, como estivemos sugerindo: com a paraconsistência, pois pode ser vista como expressando contradições, sem que seja (aparentemente) trivial; com lógicas que violam algumas das propriedades da implicação material, pois dificilmente, por exemplo, acharíamos razoável neste contexto sustentar que uma proposição falsa implica qualquer coisa, como é o caso da implicação da lógica clássica usual; com lógicas fuzzy, derrogando o princípio do terceiro excluído, e muitos outros sistemas. Ora, o fato é que a linguagem natural pode ser utilizada como fonte para diversos sistemas formais, muitos deles incompatíveis entre si. Isto, por si só, mostra que sua relação com os sistemas assim obtidos pode ser vista como uma forma de focar nossa atenção em determinados aspectos desta linguagem, buscando torná-los independentes de outros aspectos que não desejamos levar em conta. Esta também é, basicamente, a nossa atitude quando formulamos um sistema de lógicas não-reflexivas, estamos tornando mais preciso um aspecto da linguagem natural com vistas a utilizar este tipo de sistemas com proveito em discussões filosóficas, deixando de lado a aparente reflexividade da linguagem natural. Se a linguagem natural é ou não reflexiva de fato é outra questão, e se isto pode ser usado contra a inteligibilidade de sistemas de lógica não-reflexiva é algo que parece impossível de se decidir apelando-se apenas para considerações sobre o modo como usamos a linguagem natural.

6. Referências

Arenhart, J. R. B., & Krause, D. 2009. Quantifiers and the foundations of quasi-set theory. *Principia*, **13**(3): 251–68.

Avigad, J. & Zach, R. 2008. The Epsilon Calculus. In: Zalta, Edward N. (ed.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Fall 2008 Edition*.
URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/epsilon-calculus/>.

Béziau, J.-Y. 2004. What is the principle of identity? (Identity, congruence and logic). In: Sautter, F. T. & Feitosa, H. de A. (orgs). *Lógica: Teoria, Aplicações e Reflexões*, Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 163–72.

Curry, H. B. 1977. *Foundations of Mathematical Logic*. New York:Dover.
da Costa, N. C. A. 2008. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. São Paulo: Hucitec.
da Costa, N. C. A.; Béziau, J.-Y.; Bueno, O. 1995. What is Semantics? A brief note on a huge question. *Sorites - Electronic Quarterly of Analytical Philosophy* **3**: 43–47.
da Costa, N. C. A. & Bueno, O. 2009. Lógicas Não-Reflexivas. *Revista Brasileira de Filosofia* **232**: 181–96.
da Costa, N. C. A. & Krause, D. 1994. Schrödinger Logics. *Studia Logica* **53**(4): 533-550.
da Costa, N. C. A. & Krause, D. 1997. An Intensional Schrödinger Logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic* **38**(2): 179-194.
French, S. & Krause, D. 2006. *Identity in Physics: A Historical, Philosophical, and Formal Analysis*. Oxford:Oxford University Press.
French, S. & Krause, D. 2010. Remarks on quasi-set theory, *Studia Logica* **95**(1-2): 101-124.
Howard, D.; van Fraassen, B. C.; Bueno, O.; Castellani, E.; Crosilla, L.; French, S.; Krause, D. 2011. The Physics and Metaphysics of Identity and Individuality. *Metascience* **20**: 225–51.
Ketland, J. 2006. Structuralism and the identity of indiscernibles. *Analysis* **66**(4): 303–15.
Kneebone, G. T. 1963. *Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics*. London:van Nostrand.
Quine, W. v. O. 1960. *Word and Object*. Cambridge:MIT Press.
Sundholm, G. 2002. Proof Theory and Meaning. In D. Gabbay & F. Guenthner (eds.) *Handbook of Philosophical Logic*, volume 9, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 165–98.
Sylvan, R. & da Costa, N.C.A. 1988. Cause as an implication. *Studia Logica* **47**(4): 413–28.

JONAS BECKER ARENHART
Universidade Federal da Fronteira Sul – Campus Chapecó
Departamento de Filosofia
Rua Fernando Machado 108 E – Centro
CEP 89802-112 Chapecó, SC
BRASIL
jonas.becker2@gmail.com

Resumo. Falando informalmente, o *Princípio da Identidade*, um dos enunciados considerados como uma das principais “leis da lógica”, nos garante em uma de suas formulações mais conhecidas que todo objeto é idêntico a si mesmo. Sistemas de lógica não-reflexiva, grosso modo, são lógicas em que este princípio não é válido irrestritamente. Uma das dificuldades para estes sistemas provém do uso dos quantificadores: argumenta-se que para que os quantificadores façam sentido, devemos pressupor o conceito de identidade, e deste modo, sistemas de lógica não-reflexiva empregando quantificadores pressupõe a validade de uma forma do princípio da identidade que se desejava derrogar. Argumentaremos que podemos compreender o uso da quantificação em sistemas não-reflexivos sem pressupor a identidade. Faremos isto tanto de um ponto de vista sintático quanto semântico. Finalizamos com algumas considerações sobre a linguagem natural e sua relação com sistemas não-reflexivos.

Palavras-chave: Lógica não-reflexiva; princípio de identidade; quantificadores; identidade.