

PONS ASINORUM PARA A LÓGICA PROPOSICIONAL CLÁSSICA

Pons Asinorum FOR CLASSICAL PROPOSITIONAL LOGIC

FRANK THOMAS SAUTTER

Universidade Federal de Santa Maria, BRASIL
ftsautter@ufsm.br

Abstract. Contemporary Logic pays little or, even, no attention to the construction of arguments for a given conclusion, unlike what occurs in Aristotle’s *Prior Analytics*. The procedure of Aristotle was later compiled in the form of a logical diagram known as the “Bridge of Asses” (*Pons Asinorum*). In this paper I propose a procedure for the construction of arguments for a given conclusion, in the context of Classical Propositional Logic, abstracted from Aristotle’s procedure. I use the notion of semantic information as Ariadne’s thread to obtain the procedure.

Keywords: *logica inventiva* • *inventio medii* • semantic information • Classical Propositional Logic

RECEIVED: 11/08/2021

REVISED: 25/04/2022; 24/02/2023

ACCEPTED: 03/03/2023

What is the unknown?
What are the data?
What is the condition?

George Pólya, *How to Solve It*.

Nos Capítulos 27 a 30 do Livro I dos *Analíticos Anteriores* (43a – 46a), Aristóteles (1986, p.102-117) se ocupa da construção de silogismos, ou seja, da derivação do termo mediador e das premissas de um silogismo cuja conclusão está dada de antemão. As instruções de Aristóteles foram, posteriormente, compiladas pelos peripatéticos e pelos medievais, em um diagrama lógico conhecido como *Pons Asinorum*.¹ Gómez Álvarez (2019) destacou a importância da *Pons Asinorum* na Escolástica medieval ao apresentar os comentários detalhados de Tomás de Aquino às passagens relevantes de Aristóteles sobre o assunto.

O procedimento exemplifica um grupo de tarefas lógicas distinto e complementar do grupo tradicional de tarefas lógicas: enquanto que a *logica iudicativa* ocupa-se do teste da validade ou invalidade de silogismos, a *logica inventiva* ocupa-se da descoberta de silogismos válidos para um dado par de termos que comparecerão na conclusão destes silogismos válidos (Castro-Manzano & Medina-Delgado, 2020-2021, p.56).



O objetivo deste trabalho é fornecer uma *Pons Asinorum* para a Lógica Proposicional Clássica. O procedimento será, *mutatis mutandis*, similar ao proposto por Aristóteles: em lugar da busca por um termo mediador que satisfaça certos requisitos — a *inventio medii* (Castro-Manzano & Medina-Delgadillo, 2020-2021, p.56) –, buscarei uma “proposição mediadora”. Essa busca será guiada por uma abordagem informacional à Lógica: fortalecerei os infons (menores unidades de informação semântica) da proposição para a qual se buscam premissas, de tal modo a dispor de uma “proposição mediadora”.²

Na próxima seção apresentarei o diagrama lógico tradicional, primeiro na versão padrão que lhe deu Hamblin (1976) e, depois, na versão enxuta de Philippes Canaye, do final do século XVI e início do século XVII. Na seção seguinte apresentarei minha proposta de versão proposicional da *Pons Asinorum*.³ Finalmente, tecerei algumas considerações sobre a continuidade e importância do trabalho desenvolvido.

1. *Pons Asinorum* tradicional

A primeira ocorrência da descrição de um diagrama lógico correspondendo à compilação do procedimento aristotélico parece ter sido dada por Alexandre de Afrodísias no seu comentário ao Livro I dos *Analíticos Anteriores* (Kneale & Kneale, 1991, p.190). Castro-Manzano e Medina-Delgadillo (2020-2021, p. 55-62) descrevem o desenvolvimento desse diagrama lógico ao longo de vários séculos, e Thomas (1965) apresenta textos originais de três filósofos sobre o tema⁴. A exposição clássica da *Pons Asinorum*, acompanhada de uma proposta para a sua ampliação, está dada por Hamblin (1976)⁵.

A Figura 1 apresenta o diagrama padrão da *Pons Asinorum* lógica (Hamblin, 1976, p.132). As letras latinas representam termos⁶: as vogais E e A representam o termo sujeito e o termo predicado, respectivamente, da proposição categórica para a qual se buscam premissas, e as consoantes B, C, D, F, G e H representam coleções de termos nas quais se busca um termo mediador adequado. Uma flecha de X para Y, em que X é uma coleção de termos (e Y é um termo), expressa que todo x é Y⁷, para todo x pertencente a X; e uma flecha de X para Y, em que Y é uma coleção de termos (e X é um termo), expressa que todo X é y⁸, para todo y pertencente a Y. Uma linha com a inscrição “Extr.” (*Extraneous*) entre X e Y, em que X é uma coleção de termos (e Y é um termo), expressa que nenhum x é Y, para todo x pertencente a X. Um termo mediador adequado é aquele que seja pertencente tanto a uma das coleções de termos B, C ou D, como a uma das coleções de termos F, G ou H, e que estas coleções de termos estejam interligadas no diagrama lógico. Por exemplo, se há um termo z que pertence tanto a B como a H, então, por *Camestres*, pode-se concluir que nenhum E é A de todo A é z e de nenhum E é z; e se há um termo v que pertence

tanto a D como a G, então, por *Felapton*, pode-se concluir que algum E não é A de nenhum v é A e de todo v é E.

Bochenski (1961,p.143) apresenta o seguinte exemplo de aplicação da *Pons Asinorum* proposto por Filopono: $A = \{\text{vida boa}\}$, $E = \{\text{vida prazerosa}\}$, $\{\text{vida virtuosa}\} \subseteq C$ e $\{\text{vida virtuosa}\} \subseteq G$, seguem-se as premissas “Toda vida virtuosa é uma vida boa” e “Toda vida virtuosa é uma vida prazerosa” e, por DARAPTI, a conclusão “Alguma vida prazerosa é uma vida boa”.

Angelelli (1970,p.811) exemplifica a *disputatio* medieval, em que se emprega a *Pons Asinorum*, com um fragmento de Hunnaeus em que a *disputatio* é conduzida pelo *methodus syllogistica*, por oposição ao *methodus erotemática*.⁹ Neste fragmento, em dado momento, o *respondens* sustenta que algum escravo é livre, ao que o *opponens* reage construindo, com auxílio da *Pons Asinorum*, um silogismo no modo válido CELARENT cujas premissas são “Todo aquele que é livre pode viver como quiser” e “Nenhum escravo pode viver como quiser”, e cuja conclusão é a oposta contraditória do *respondens*, a saber, “Nenhum escravo é livre”.

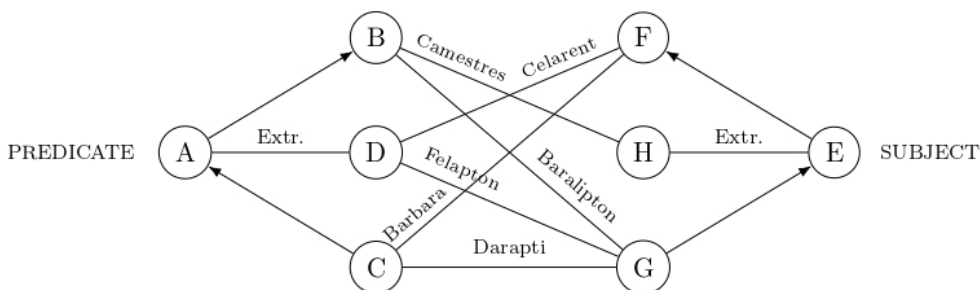


Figura 1: *Pons Asinorum* padronizado por Hamblin (1976,p.132).

O diagrama padrão da *Pons Asinorum* lógica apresenta apenas as combinações conclusivas, ou seja, os pares de premissas das quais se infere validamente uma conclusão entre os termos E e A. Philippes Canaye (1551-1610) apresentou uma versão enxuta deste diagrama, mas também um diagrama para os pares de premissas das quais não se infere validamente uma conclusão entre os termos E e A. A Figura 2 apresenta o diagrama de Canaye para as combinações conclusivas¹⁰ (Thomas 1965, p.149). O significado dos termos (ou coleções de termos) e as relações binárias entre eles está dada, textualmente, no lado direito da figura, enquanto que as combinações estão dadas por um grafo¹¹, no lado esquerdo da figura. A Figura 3 apresenta o diagrama de Canaye para as combinações inúteis, ou seja, os pares de premissas das quais não se infere validamente uma conclusão entre os termos E e A; estão combinações também estão dadas por um grafo. Curiosamente, se unirmos os grafos das

combinações conclusivas com o grafo das conclusões inúteis, o resultado é um bem conhecido, e teoricamente importante, tipo de grafo, conhecido como grafo bipartido completo ou, simplesmente, biclique; no presente caso, trata-se do biclique $K_{3,3}$ entre as coleções de coleções de termos $\{F, I, G\}$ e $\{B, D, C\}$.¹²

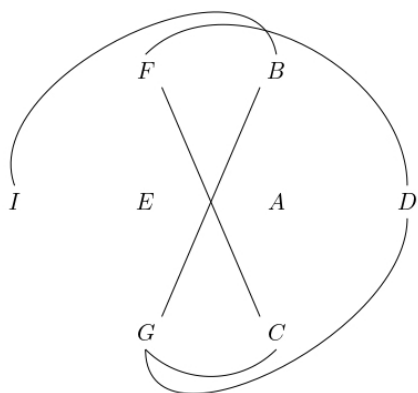


Figure de l'Invention Analytique

- A Attribué
- B Consequent de l'Attribué
- C Antecedent de l'Attribué
- D Repugnant de l'Attribué
- E Subiet, duquel il faut demonstrer l'Attribué
- F Consequent du Subiect
- G Antecedent du Subiect
- I Repugnant du Subiect

Figura 2: As combinações conclusivas, na versão de Canaye (*apud* Thomas, 1965, p.149). “A” é o Atributo, ou seja, o termo maior do silogismo a ser obtido, e “E” é o Sujeito, “do qual deve ser demonstrado o Atributo”, ou seja, o termo menor do silogismo a ser obtido.

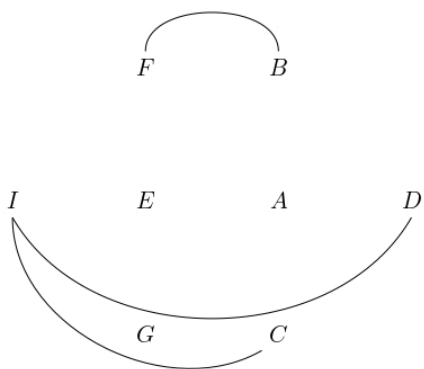


Figure de compositions inutiles des principes

Figura 3: As combinações inúteis, na versão de Canaye (*apud* Thomas, 1965, p.149).

2. Pons Asinorum para a Lógica Proposicional Clássica

Nos silogismos as razões para uma dada relação entre os termos menor e maior são estabelecidas pela mediação de um terceiro termo¹³ e esse *modus operandi* evidentemente facilita a tarefa da busca por premissas adequadas a uma conclusão dada. Nesta seção, imitando o *modus operandi* da silogística, mostrarei como uma delimitação similar das premissas, no âmbito da Lógica Proposicional Clássica, pode gerar uma adequada heurística.

Considere a seguinte versão abstrata de um silogismo:

$$\begin{array}{c} P_1(\alpha, \gamma) \\ P_2(\beta, \gamma) \\ \hline C(\alpha, \beta) \end{array}$$

As premissas $P_1(\alpha, \gamma)$ e $P_2(\beta, \gamma)$ e a conclusão $C(\alpha, \beta)$ estão dadas como funções lógicas cujos argumentos são os pares de conteúdos extra-lógicos $\langle \alpha, \gamma \rangle$, $\langle \beta, \gamma \rangle$ e $\langle \alpha, \beta \rangle$, respectivamente. Sob esta versão abstrata de um silogismo caem tanto os modos silogísticos, que podemos denominar “silogismo tradicional”, como formas argumentativas da Lógica Proposicional, que podemos denominar, por analogia ao silogismo tradicional, “silogismo proposicional”.

Quando um argumento dedutivamente válido molda-se a esta versão abstrata de um silogismo, usarei a seguinte terminologia: as premissas formam um par de premissas mediadoras para a conclusão dada e o material extra-lógico exclusivo das premissas (γ) é o mediador — se o material extra-lógico é dado por termos, trata-se de um termo mediador; se o material extra-lógico é dado por proposições, trata-se de uma proposição mediadora.

O seguinte é um caso limite desta versão abstrata de um silogismo para o caso de tratar-se de operação lógica unária na conclusão:

$$\begin{array}{c} P_1(\alpha, \beta) \\ P_2(\beta, \beta) \\ \hline C(\alpha) \end{array}$$

A partir desta versão abstrata de um silogismo, seja para operações lógicas binárias, seja para operações lógicas unárias, proponho pares de premissas mediadoras para proposições da Lógica Proposicional Clássica cujo conetivo principal é um dos cinco conetivos comumente examinados, a saber, negação, conjunção, disjunção inclusiva, condicional material e bicondicional material.

Esses pares de premissas mediadoras são obtidos a partir de uma abordagem informacional. Em linhas gerais, procedo do seguinte modo:

- (a) Dada uma proposição γ , coloco-a em forma normal conjuntiva. Cada conjuntivo da forma normal conjuntiva de γ é um infon (unidade mínima de informação) de γ .
- (b) A seguir, obtenho uma proposição tautologicamente equivalente a γ mediante a conjunção com uma proposição $(\delta \vee \neg\delta)$ em que δ é atômica e não ocorre em γ .
- (c) Fortaleço os infons da proposição tautologicamente equivalente obtida no passo anterior e, com estes, obtenho o par (ou pares) de premissas almejado(s).

2.1. Pares de premissas mediadoras para $\alpha \vee \beta$

$\alpha \vee \beta$ é tautologicamente equivalente a $(\alpha \vee \beta) \wedge (\gamma \vee \neg\gamma)$, que é tautologicamente equivalente a $(\alpha \vee \beta \vee \gamma) \wedge (\alpha \vee \beta \vee \neg\gamma)$. Os fortalecimentos de $\alpha \vee \beta \vee \gamma$, adequados à formação de pares de premissas mediadoras, são $\alpha \vee \gamma$ e $\beta \vee \gamma$; e os fortalecimentos de $\alpha \vee \beta \vee \neg\gamma$, adequados à formação de pares de premissas mediadoras, são $\alpha \vee \neg\gamma$ e $\beta \vee \neg\gamma$. Disso obtém-se os seguintes pares de premissas mediadoras cuja conclusão é $\alpha \vee \beta$, e cuja proposição mediadora é γ :

$$\text{a1) } \alpha \vee \gamma \text{ e } \beta \vee \neg\gamma;$$

$$\text{a2) } \beta \vee \gamma \text{ e } \alpha \vee \neg\gamma.$$

Seja a seguinte função proposicional o :

$$o(\delta) = \varepsilon, \text{ se } \delta \text{ é } \neg\varepsilon, \text{ e } o(\delta) = \neg\delta, \text{ caso contrário.}$$

A função proposicional o permite uma expressão unificada de a1) e a2):

$$\text{a3) } \alpha \vee \gamma \text{ e } \beta \vee o(\gamma).$$

A utilização da condicional material admite as seguintes expressões alternativas de a1) e a2), respectivamente:

$$\text{a4) } \alpha \vee \gamma \text{ e } \gamma \supset \beta;$$

$$\text{a5) } \beta \vee \gamma \text{ e } \gamma \supset \alpha.$$

2.2. Pares de premissas mediadoras para $\alpha \supset \beta$

$\alpha \supset \beta$ é tautologicamente equivalente a $\neg\alpha \vee \beta$, que é tautologicamente equivalente a $(\neg\alpha \vee \beta) \wedge (\gamma \vee \neg\gamma)$, que é tautologicamente equivalente a $(\neg\alpha \vee \beta \vee \gamma) \wedge (\neg\alpha \vee \beta \vee \neg\gamma)$. Os fortalecimentos de $\neg\alpha \vee \beta \vee \gamma$, adequados à formação de pares de premissas mediadoras, são $\neg\alpha \vee \gamma$ e $\beta \vee \gamma$; e os fortalecimentos de $\neg\alpha \vee \beta \vee \neg\gamma$, adequados à formação de pares de premissas mediadoras, são $\beta \vee \gamma$ e $\neg\alpha \vee \neg\gamma$. Disso obtém-se os seguintes pares de premissas mediadoras cuja conclusão é $\alpha \supset \beta$, e cuja proposição mediadora é γ :

$$\text{b1) } \neg\alpha \vee \gamma \text{ e } \beta \vee \neg\gamma;$$

$$\text{b2) } \beta \vee \gamma \text{ e } \neg\alpha \vee \neg\gamma.$$

A seguinte é uma expressão alternativa a b1) em que se utiliza a condicional material:

$$\text{b3) } \alpha \supset \gamma \text{ e } \gamma \supset \beta.$$

As seguintes são expressões alternativas de b2) em que se utiliza a condicional material:

$$\text{b4) } \beta \vee \gamma \text{ e } \alpha \supset \neg\gamma;$$

$$\text{b5) } \beta \vee \gamma \text{ e } \gamma \supset \neg\alpha.$$

2.3. Par de premissas mediadoras para $\neg\alpha$

$\neg\alpha$ é tautologicamente equivalente a $\neg\alpha \wedge (\beta \vee \neg\beta)$, que é tautologicamente equivalente a $(\neg\alpha \vee \beta) \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta)$. Disso obtém-se o seguinte par de premissas mediadoras, expresso em termos da condicional material, cuja conclusão é $\neg\alpha$ e cuja proposição mediadora é β :

$$\text{c) } \alpha \supset \beta \text{ e } \alpha \supset \neg\beta.$$

2.4. Pares de premissas mediadoras para $\alpha \wedge \beta$

Compõe-se um par de premissas mediadoras cuja conclusão é α com um par de premissas mediadoras cuja conclusão é β .

2.5. Pares de premissas mediadoras para $\alpha \equiv \beta$

Compõe-se um par de premissas mediadoras cuja conclusão é $\alpha \supset \beta$ com um par de premissas mediadoras cuja conclusão é $\beta \supset \alpha$. Se γ é a proposição mediadora do par de premissas mediadoras cuja conclusão é $\alpha \supset \beta$ e δ é a proposição mediadora do par de premissas mediadoras cuja conclusão é $\beta \supset \alpha$, tem-se que $\gamma \equiv \delta$.

2.6. Outros casos e casos especiais

Observe-se que os pares de premissas mediadoras não estão definidos para átomos proposicionais e, portanto, também não estão definidos para $\alpha \wedge \beta$ quando α e β são átomos proposicionais. Uma alternativa para pares de premissas mediadoras para $\alpha \wedge \beta$ decorre de sua equivalência tautológica com $\neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$. Neste caso, buscase uma proposição mediadora γ e o seguinte par de premissas mediadoras cuja conclusão é $\alpha \wedge \beta$:

$$d1) (\neg\alpha \vee \neg\beta) \supset \gamma \text{ e } (\neg\alpha \vee \neg\beta) \supset \neg\gamma.$$

Uma solução para átomos proposicionais, que também é uma solução geral, decorre do seguinte: Seja α uma proposição qualquer. Ela é tautologicamente equivalente a $\alpha \wedge (\beta \vee \neg\beta)$, que é tautologicamente equivalente a $(\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \neg\beta)$. Portanto, o seguinte par de premissas mediadora, com proposição mediadora β , tem como conclusão α :

$$d2) \beta \supset \alpha \text{ e } \neg\beta \supset \alpha.$$

2.7. Um exemplo filosófico

A título de ilustração, consideremos o seguinte “dilema filosófico” discutido por Santo Agostinho e reconstruído por Gareth Matthews (2007, p.149–150):

- (1) Se Deus antevê que Adão pecará, então é necessário que Adão peque.
- (2) Se é necessário que Adão peque, então Adão não peca por sua própria vontade.
- (3) Se Adão não peca por sua própria e livre vontade, então ele não é censurável por seu pecado.
- (41) Adão é censurável por pecar.

Logo, (5) Deus não antevê que Adão pecará.

Dada a conclusão (5), o argumento pode ser construído a partir de aplicações da *Pons Asinorum* proposicional, à exceção do primeiro passo:

Passo 1: Se dispormos de (6) “Se Deus antevê que Adão pecará, então Adão não é censurável por pecar”, podemos, com auxílio de (4) e por *Modus tollens*, concluir (5).

Passo 2: (6) pode ser obtido, pela *Pons Asinorum* proposicional, de (3) e de (7) “Se Deus antevê que Adão pecará, então Adão não peca por sua própria vontade”.

Passo 3: (7) pode ser obtido, pela *Pons Asinorum* proposicional, de (1) e (2).

3. Considerações Finais

O procedimento aqui desenvolvido faz parte de um rol de tarefas da Lógica Formal negligenciadas pela comunidade acadêmica, embora úteis em diversas aplicações. Entre essas tarefas inclui-se, por exemplo, a transformação de argumentos inválidos em argumentos válidos, seja pelo fortalecimento das premissas, seja pelo enfraquecimento da conclusão; mas também o ajuste fino de argumentos válidos, pela eliminação de conteúdo inócuo. Um exame dos atuais manuais de Lógica ou, mesmo,

da pesquisa praticada em Lógica, revela um vácuo no desenvolvimento deste tipo de procedimento, o que tende a gerar a impressão de inutilidade ou pouco utilidade da Lógica Formal nos processos de construção e avaliação de argumentação “real”. A Lógica Formal não é uma panaceia, mas os seus limites certamente estão além dos limites frequentemente a ela atribuídos, como o procedimento aqui proposto e os procedimentos acima mencionados atestam.

Castro-Manzano e Medina-Delgadillo (2019) constroem uma *Pons Asinorum* para a silogística modal, baseado na Lógica de Termos Funtores de George Englebretsen, respondendo positivamente à pergunta inicialmente posta por Robert Kilwardby (circa 1215 — 1279) sobre a possibilidade de construção de um tal diagrama. Trata-se de uma questão em aberto se algo similar ao aqui proposto para a Lógica Proposicional Clássica pode ser estendido para os principais sistemas de Lógica Proposicional Modal.

O procedimento examinado neste trabalho guarda similaridades com o modelo interrogativo de raciocínio de Hintikka e Bachman (1991) propõem. Neste modelo há dois tipos de movimento: os movimentos inferenciais, correspondentes aos movimentos usuais e em que não há produção de informação nova mas, tão somente, reorganização de informação já disponível; enquanto que os movimentos interrogativos correspondem àqueles em que há produção de nova informação. Essa nova informação é obtida, basicamente, pela ampliação de modelos de primeira ordem pelo acréscimo de novas constantes individuais e predicções a elas relacionadas. No trabalho aqui apresentado também ampliamos modelos – modelos proposicionais — visando a obtenção de premissas adequadas a uma proposição dada. Isso sugere que, talvez, um procedimento similar ao aqui apresentado possa ser estendido à Lógica de Predicados de Primeira Ordem, guardados os limites impostos pelos resultados metateóricos vinculados a esta última.

Referências

- Angelelli, I. 1970. The Techniques of Disputation in the History of Logic. *The Journal of Philosophy*, 67(20): 800–815.
- Aristóteles. 1986. *Organon III. Analíticos Anteriores*. Tradução e notas de P. Gomes. Lisboa: Guimarães Editores.
- Bochenski, I.M. 1961. *A History of Formal Logic*. Indiana: University of Notre Dame Press.
- Carroll, L. 1977. *Symbolic Logic*. Editado, com anotações e uma introdução por W. W. Bartley, III. New York: Clarkson N. Potter.
- Castro-Manzano, J. M. & Medina-Delgadillo, J. 2019. Pons asinorum: una versión terminística. In: J. M. Ángeles De León et al. (eds.) *La edad media desde América Latina: aportes a la tradición: XVII Congreso Latinoamericano de Filosofía Medieval: actas*. p.163–179. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Celina Ana Lertora.

- Castro-Manzano, J. M. & Medina-Delgadillo, J. 2020-2021. El pons scholasticorum. *Revista de Filosofía Diánoia*, **65**(85): 55–72. <https://doi.org/10.22201/iifs.18704913e.2020.85.1655>. Acesso: 10.03.2023.
- Craig, W. 1957. Three uses of the Herbrand-Gentzen Theorem in Relating Model Theory and Proof Theory. *Journal of Symbolic Logic*, **22**: 269–285.
- Garrido, M. 1983. *Lógica simbólica*. 6ª. reimpressão revisada. Madrid: Editorial Tecnos.
- Gómez Álvarez, J. E. 2019. Puente de los asnos: una propuesta de aplicación para la enseñanza. *Andamios*, **16**(41): 87–101.
- Hamblin, C. L. 1976. An Improved Pons Asinorum. *Journal of the History of Philosophy*, **14**(2): 131–136. <https://doi.org/10.1353/hph.2008.0365>. Acesso: 10.03.2023.
- Hintikka, J. & Bachman, J. 1991. *What If...? Toward Excellence in Reasoning*. Mountain View: Mayfield.
- Hintikka, J. & Halonen, I. 1999. Interpolation as Explanation. *Philosophy of Science*, **66**: S414–S423.
- Kneale, W. & Kneale, M. 1991. *O Desenvolvimento da Lógica*. Tradução de M. S. Lourenço. 3a. edição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Matthews, G. B. 2007. *Santo Agostinho: a vida e as idéias de um filósofo adiante de seu tempo*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
- Peirce, C. S. 1890. The 'Pons Asinorum' Again: Mr. Peirce sets forth the History of the Phrase from the Times of Duns Scotus's Followers. *New York Daily Tribune*. Tuesday, 6 January 1890, p.14, c. 5.
- Thomas, I. 1965. The Later History of the Pons Asinorum. In: A.-T. & C. Parsons (eds.) *Contributions to Logic and Methodology in Honor of J.M. Bochenski*. p.142–150. Amsterdam: North-Holland.

Notas

¹*Pons Asinorum* (“Ponte de Asnos”) também é o nome dado ao diagrama utilizado para a prova da Proposição 5 do Livro I de “Os Elementos”, de Euclides, mediante o qual se prova que os ângulos opostos a lados iguais de um triângulo isósceles são iguais entre si. Peirce (1890), após discutir a nomenclatura da *Pons Asinorum* aplicada à geometria, remete as origens da nomenclatura à versão lógica; ele afirma:

Now Aristotle (I Anal. Post. 34) defines sagacity as a certain power of aiming well at middle terms of demonstrations; and this definition we find alleged as justification for assigning to a certain diagram designed to enable the fatuous, stupid and slow to place a middle term between two given extremes the name of *pons asinorum* (Peirce, 1890, p.14).

²O procedimento lembra o Teorema de Interpolação de Craig (1957). Este Teorema, em sua versão para a Lógica Proposicional Clássica (LPC) é expresso nos seguintes termos: Sejam F e G fórmulas da LPC. Se (i) G é consequência tautológica de F, (ii) F não é uma contradição e (iii) G não é uma tautologia, então há uma fórmula I, denominada interpolante de F e G, tal que (iv) I é consequência tautológica de F, (v) G é consequência tautológica de I e (vi) as constantes não-lógicas de I ocorrem em ambas as fórmulas F e G. Hintikka e Halonen (1999, p. S415) chamam a atenção para o fato de que o Teorema de Interpolação de Craig, embora

seja um resultado bem conhecido na literatura, ainda não encontrou um espaço adequado nos manuais de lógica para filósofos. Hintikka e Halonen (1999, p. S419) justificam essa preocupação ao destacar que “(...) a fórmula de interpolação expressa a razão (“explicação”) de o por quê a relação de consequência vige.” A mesma justificação pode ser dada ao termo médio de um silogismo válido.

³A *Pons Asinorum* para a Lógica Proposicional Clássica não tem a pretensão de esgotar todas as inferências válidas que podem ser realizadas no âmbito dessa lógica. Isso ficará melhor evidenciado no exemplo que apresentarei, mais adiante, para ilustrar o procedimento proposto.

⁴Thomas (1965, p. 142) comenta que o *Pons Asinorum* também é conhecido como *umbellicus* (“umbélico”).

⁵Castro-Manzano e Medina-Delgadillo (2020-2021, p. 62-69) também apresentam uma proposta de ampliação da *Pons Asinorum* tradicional, baseada na Lógica de Termos Funtoriais de Sommers e Englebretsen.

⁶Na mnemotécnica medieval, vogais representam tipos de proposições categóricas e consoantes representam tipos de inferências imediatas entre proposições categóricas. Garrido (1983, p. 160-162, nota 17) esclarece que as vogais A, E, I, O representam os quatro tipos de proposição categórica, as consoantes B, C, D, F representam os quatro modos perfeitos da Primeira Figura aos quais os modos imperfeitos são reduzidos, e as consoantes m, s, p, c representam as operações de inversão de ordem das premissas, conversão simples, conversão por limitação e redução indireta, respectivamente.

⁷x é *antecedents* de Y, este é *consequents* daquele.

⁸X é *antecedents* de y, este é *consequents* daquele.

⁹O *methodus erotemática* é o método herdado do *elenchus* socrático e que procede por braquilogia, ou seja, por perguntas cuja resposta é breve — sim ou não, concedo ou discordo; já o *methodus syllogística*, desenvolvido no período medieval, procede pela construção de silogismos.

¹⁰Canaves utiliza a letra “I” no lugar da letra “H”.

¹¹Evidentemente a noção de grafo era desconhecida por Canave; a Teoria dos Grafos foi inaugurada por Leonhard Euler, em 1736, com o trabalho *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis* sobre o bem conhecido percurso das pontes de Königsberg.

¹²Um grafo biclique (grafo bipartido completo) é um grafo no qual os seus vértices são divididos em dois grupos (no caso do grafo biclique $K_{3,3}$ são dois grupos de 3 vértices) de tal modo que cada vértice de um grupo está ligado a todos os vértices do outro grupo e somente a eles. O grafo biclique $K_{3,3}$ é, em particular, bastante mencionado na literatura; ele é também conhecido como “Grafo de Utilidade”, porque um exemplo clássico de sua aplicação é aquele em que um grupo de vértices corresponde a residências e o outro grupo de vértices corresponde a (“linhas” de) utilidades (por exemplo, água, luz e esgoto); por ser um grafo não-planar, não é possível fornecer as (“linhas” de) utilidades para as residências sem que pelo menos uma (“linha” de) utilidade intersecte outra (“linha” de) utilidade.

¹³Lewis Carroll (1977) utilizou termos afirmativos e termos privativos em sua apresentação da silogística, o que pode exigir, rigorosamente, a ocorrência de mais de três termos em um silogismo válido. Isso exigiu uma redefinição do que é um silogismo, na qual esse peculiar *modus operandi*, esse viés epistemológico de um silogismo está destacado em uma das cláusulas definitórias: “Cada par de proposições contém um par de classes codivisionais.”

(Carroll, 1977, p.107), em que um termo é codivisional consigo mesmo, e um termo afirmativo e seu correspondente termo privativo são codivisionais um com o outro. A silogística categórica, caracterizada deste modo, exige três classes codivisionais em um silogismo válido, e não três termos. A redefinição carrolliana contém, ainda, duas outras cláusulas definitórias, uma das quais de natureza ontológica (“Todos os seus seis termos são espécies de um mesmo gênero”), e a outra é propriamente a cláusula lógica (“As três proposições estão de tal modo relacionadas que, se as duas primeiras forem verdadeiras, a terceira é verdadeira.”)

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).