

# REPRESENTANDO FENÔMENOS EMERGENTES

REPRESENTING EMERGENT PHENOMENA

WILLIAM ANANIAS VALLERIO DIAS

*Universidade de São Paulo (USP) / CNPq, BRASIL*

willanacias@gmail.com

---

**Abstract.** Representational models are used in scientific practice to represent different phenomena. The purpose of this work is to examine the use of cellular automata (CA) to represent emergent phenomena, that is, phenomena with global aspects that cannot be predicted only from their local aspects, seeking to understand how the representation in this modeling process takes place. A suggested approach is the DEKI account developed by Roman Frigg and James Nguyen, in which the representation process involves four aspects: denotation of the target system by the model under an interpretation, exemplification of relevant properties in the model, formulation of a key that relates model properties with target properties and inputation of properties given by the key to the target. In this account, CA would represent the denoted target systems as complex systems that can be interpreted in local level and global level, so that emergent properties are exemplified in global level.

**Keywords:** scientific representation • DEKI account • cellular automata • emergent properties.

---

RECEIVED: 22/09/2021

REVISED: 21/04/2022

ACCEPTED: 26/04/2022

## 1. Introdução

Este texto pretende mostrar como a acepção DEKI de representação proposta por Roman Frigg e James Nguyen, uma versão mais completa da visão de representação entendida como “representação-como”, pode ser empregada para compreender o modo como fenômenos emergentes em sistemas complexos são representados. Como exemplo de aplicação será considerado o modelo proposto por Reiter (2005), em que autômatos celulares são usados para representar a formação de cristais de neve.

O trabalho tem a seguinte estrutura. Na seção 2 é feita uma breve apresentação da doutrina de emergência. Na seção 3, a noção de autômato celular é mostrada. Na seção 4, o uso do modelo de Reiter para estudo do formato de cristais de neve é resumido. Na seção 5, consideramos do que se trata a acepção DEKI de Frigg e Nguyen. A seção 6 mostra essa acepção aplicada no caso considerado. Por fim, a seção 7 faz uma breve conclusão.



## 2. Fenômenos emergentes

Diversas disciplinas científicas, incluindo física, ecologia e epidemiologia, investigam o que chamamos de sistemas complexos. Não é muito fácil apresentar uma definição totalmente satisfatória do que seria um sistema complexo,<sup>1</sup> mas uma possível intuição preliminar é que se trata de um sistema com muitos componentes interagindo um com o outro capaz de exibir um comportamento global irreduzível às interações locais. Temos, então, um nível de descrição local e um nível de descrição global do sistema. A autonomia de um aspecto global em relação aos aspectos locais em algum sentido pode indicar que esse aspecto global é um fenômeno emergente. Um exemplo de fenômeno emergente é o comportamento de uma aglomeração de veículos no trânsito. Podemos dizer que o engarrafamento aumenta para trás, ainda que cada veículo se desloque apenas para a frente. Só faz sentido falar em um crescimento de engarrafamento quando tomamos o sistema como um todo, não quando falamos das partes. Assim, fenômenos emergentes seriam fenômenos que podem ser identificados no sistema tomado inteiramente, mas não podem ser identificados em seus componentes individuais.

O conceito de emergência pode ser explorado de diferentes maneiras. Kim (1999) lista cinco doutrinas centrais da noção de emergência: (i) emergência de entidades em maior nível de complexidade, (ii) emergência de propriedades em níveis mais altos, (iii) imprevisibilidade de propriedades emergentes, (iv) inexplicabilidade ou irreduzibilidade de propriedades emergentes e (v) eficácia causal dos aspectos emergentes. Explicando brevemente, a doutrina (i) é simplesmente a ideia de que temos um sistema inteiro com vários componentes, sendo suficiente que o sistema seja composto, independente de ter propriedades exclusivas ou não. A doutrina (ii) já considera propriedades próprias do nível do todo não encontradas no nível das partes, mas é possível prever o surgimento dessas novas propriedades ou defini-las em termos das propriedades do nível das partes. A doutrina (iii), por sua vez, é a noção de que propriedades do todo não podem ser previstas a partir de um conhecimento completo do nível das partes, mas ontologicamente falando ainda poderiam ser reduzidas a eles. A doutrina (iv) seria a ideia de que as propriedades do sistema como um todo são irreduzíveis ao nível das partes, simplesmente não havendo como explicar satisfatoriamente tais propriedades globais em termos locais. Por fim, considerando a doutrina (v), não apenas os aspectos emergentes são irreduzíveis aos aspectos das partes do sistema, como possuem um poder causal próprio.

Percebemos que uma concepção de emergência pode ser mais ou menos forte dependendo de quantas dessas doutrinas são adotadas.<sup>2</sup> Nesse raciocínio, quanto mais delas se aplicarem ao sistema, mais forte será sua emergência. A propriedade de um saco de arroz ter 10 kg enquanto cada um dos grãos no saco possui apenas alguns miligramas de massa poderia se encaixar na doutrina (i), pois o saco de arroz

é um sistema composto de vários grãos, mas não necessariamente possui propriedades adicionais além da soma das propriedades de seus componentes, sendo mais uma mera agregação das partes. A propriedade de um agrupamento de pedras ter um arranjo circular pode carregar a doutrina (ii), afinal, a propriedade de formar um círculo pertence ao sistema como um todo e não a cada componente do sistema, mas podemos prever como essa forma se manifesta em termos do modo como as pedras estão arranjadas à mesma distância de um ponto central. Propriedades como transparência de uma porção de água são emergentes no sentido da doutrina (iii), pois um olhar limitado à escala das moléculas de  $H_2O$  que compõem uma porção de água não permitem prever que elas formarão um todo transparente em uma escala mais ampla, ainda que a transparência dependa totalmente das moléculas. As duas últimas doutrinas são mais controversas e é discutível se encontramos casos genuínos delas na realidade ou apenas se reduzem às anteriores. Se propriedades qualitativas como a sensação de ver a cor vermelha não podem ser reduzidas à atividade cerebral por algum critério, como identidade ou funcionalidade, então essas propriedades emergem do cérebro no sentido de emergência da doutrina (iv). Mas ainda que seja o caso, essas propriedades qualitativas podem ser apenas epifenômenos da atividade cerebral. Se novas propriedades do cérebro incluírem uma eficácia causal que não pode ser reduzida ao nível do cérebro, então caímos no caso mais forte de emergência, em que os aspectos emergentes possuem poder causal próprio. Kim (1999) discute com mais profundidade as dificuldades dessas duas últimas noções de emergência. Para os propósitos deste trabalho, porém, focaremos em sistemas que apresentam fenômenos condizentes com a doutrina (iii): não podem ser previstos apenas com um conhecimento completo das partes, ainda que sejam redutíveis às partes.

### 3. Autômatos celulares

O interesse científico por fenômenos emergentes ganhou força na segunda metade do século passado, principalmente com o avanço das simulações computacionais. O estudo de sistemas complexos e aspectos emergentes utiliza muito do poder computacional para desenvolver modelos que consigam capturar propriedades do todo a partir de representações de propriedades das partes. Neste trabalho vamos considerar um modelo em especial empregado para obter informações sobre aspectos emergentes: autômatos celulares ou, abreviadamente, AC.

A ideia central por trás do conceito de AC é uma distribuição espacial e discreta de unidades mínimas (ou células) assumindo estados que podem ser alterados a partir de uma regra de transição definida em termos dos estados de células vizinhas. Ila-chinski (2001, p.5) define informalmente AC como uma classe de sistemas matemáticos, com estrutura espacial e temporal discreta, caracterizados por interações locais

e uma forma inerentemente paralela de evolução. Há diversos AC possíveis,<sup>3</sup> mas, em geral, podemos identificar cinco características básicas (Ilachinski 2001, p.5):

- i. *Distribuição de células*: a base do sistema envolve uma distribuição de objetos mínimos denominados células em uma, duas, três até  $n$  dimensões.
- ii. *Homogeneidade*: todas as células são equivalentes em seu formato. Não há restrições quanto à forma geométrica das células (em um AC de duas dimensões cada célula poderia ter formato triangular, retangular ou hexagonal, por exemplo).
- iii. *Estados discretos*: cada célula pode assumir um estado por vez entre uma quantidade finita de estados possíveis.
- iv. *Interações locais*: cada célula possui uma relação de vizinhança local com uma ou mais das outras células presentes na distribuição.
- v. *Dinâmica discreta*: em cada unidade discreta de tempo nesse sistema, cada célula atualiza seu estado atual de acordo com regras de transição que levam em conta os estados da célula e de suas vizinhas. O mais comum é que uma única regra atue para todas as células, mas não seria impossível definir diferentes regras para diferentes células. Essa regra de transição pode ser determinística (o estado de uma célula em uma certa relação de vizinhança só pode ser modificado para um único estado) ou estocástica (o estado de uma célula em uma certa relação de vizinhança não é modificado para um único estado, mas pode assumir um entre diferentes estados possíveis de acordo com uma função de probabilidade).

Ainda que Ilachinski (2001) e outros autores (e.g. Schiff 2008) apresentem definições de AC mais formalizadas, uma intuição informal será suficiente para os objetivos aqui pretendidos. Se ainda não foi suficientemente claro, um bom modo de compreender o funcionamento de um AC é por meio de exemplos.

O exemplo mais conhecido de AC é o Jogo da Vida, originalmente *Game of Life* (ou simplesmente *Life*), proposto pelo matemático John Conway. Conway queria desenvolver um jogo que seria “tão imprevisível quanto possível, ainda que com as regras mais simples possíveis” (Poundstone 1985, p.25). O Jogo da Vida é um AC bidimensional definido na topologia de uma grade regular retangular com uma função local determinística. No que diz respeito aos estados temos apenas dois: Viva e Morta. Podemos representar as células por quadrados, de modo que um quadrado preenchido representa uma célula viva e um quadrado em branco representa uma célula morta. Com relação à vizinhança, cada célula possui uma vizinhança de nove células, contando com ela mesma. Graficamente, a vizinhança de uma determinada

célula seria composta por essa célula e as oito células ao seu redor.<sup>4</sup> No Jogo da Vida, o estado de cada célula individual, bem como os estados de todas as células que a cercam, são necessários para a mudança de estado em virtude de uma função local.<sup>5</sup> Essa função local equivale às seguintes condições: (i) se uma célula possuir exatamente três vizinhas vivas além de si mesma, então ela assume o estado viva no próximo instante (geração); (ii) se uma célula possuir exatamente duas vizinhas vivas além de si mesma, então, no próximo instante, ela permanecerá no estado em que se encontra – viva, se estava viva, ou morta, se estava morta; (iii) se uma célula possuir menos de duas vizinhas vivas além de si mesma ou mais do que três vizinhas vivas além de si mesma, então ela assume o estado morta no próximo instante. É possível imaginar essa regra em termos de uma analogia com colônias de organismos (Poundstone 1985, p.26). Com base nessa analogia, as células do AC seriam como criaturas que morreriam por isolamento (quando possuem apenas uma ou nenhuma vizinha viva) ou por superpopulação (quando possuem mais do que três vizinhas vivas), mas, por outro lado, podem sobreviver com exatamente duas vizinhas vivas e, com exatamente três vizinhas vivas, uma nova criatura poderia nascer. Essa analogia ajuda a compreender o nome do jogo: há uma semelhança com o modo de desenvolvimento de populações de seres vivos, ainda que o Jogo da Vida não tenha sido trabalhado por Conway com a pretensão de simular algum ser vivo em especial.

Tudo que foi apresentado acima diz respeito a comportamentos locais das células. Porém, o Jogo da Vida pode ser contemplado em uma perspectiva global que considera a coletividade das células. Dependendo dos estados assumidos pelas células, padrões peculiares podem ser identificados na distribuição celular. O exemplo mais conhecido é o padrão exibido na figura 1, onde vemos cinco etapas de configuração no Jogo da Vida.

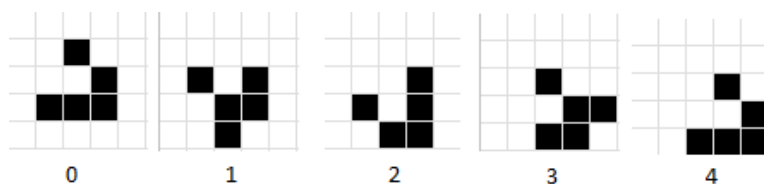


Figura 1: Figura elaborada com imagens obtidas pelo software *Golly*.

Começando com uma configuração específica de cinco células vivas como na etapa 0 da figura notamos que, quatro transições depois, a mesma configuração retorna, embora deslocada no sentido sudeste. É como se o padrão de cinco células vivas tivesse se deslocado nesse sentido. Ocorre que não há nenhuma definição na estrutura do AC envolvendo a noção de movimentação. O padrão de movimentação é apenas aparente e só é observado quando consideramos a evolução do Jogo

da Vida a partir de uma determinada configuração. Isso mostra a emergência de certas propriedades no sistema tomado como um todo que são imprevisíveis considerando apenas a dinâmica local. Conhecer todos os detalhes de comportamento local do AC não implica conhecer o comportamento global. É um caso de emergência que abarca a terceira doutrina de emergência considerada por Kim (1999): temos propriedades emergentes em um sentido de imprevisibilidade, ainda que, ontologicamente falando, elas sejam redutíveis ao nível das células. Essa peculiaridade ocorre em diversos AC<sup>6</sup> e permite usá-los para compreender fenômenos emergentes reais. Vejamos um exemplo de aplicação de AC na modelagem científica.

#### 4. Modelagem de cristais de neve como estudo de caso

O exemplo aqui considerado é o uso de AC para examinar a formação de cristais de neve no modelo desenvolvido por Reiter (2005).

A motivação para desenvolver modelos que auxiliem no entendimento da formação de cristais de neve se deve ao fato de alguns aspectos da cristalização não serem bem compreendidos. Enquanto certos aspectos, como a estrutura cristalina do gelo, as interações entre as moléculas de água, o diagrama de fase do gelo e muitas das transições de fase em geral, são bem compreendidos quantitativamente, outros, como o crescimento limitado por difusão e a estrutura de equilíbrio da superfície de gelo, são melhor compreendidos qualitativamente, enquanto outros aspectos, como diagramas da morfologia dos cristais de gelo, não são bem compreendidos mesmo qualitativamente (Libbrecht 2005, p.862). Novos modelos podem contribuir para aumentar a compreensão da formação de cristais.

O modelo de Reiter pode ser descrito como um AC bidimensional que utiliza uma grade hexagonal e, portanto, teremos células em formato hexagonal, de modo que cada célula  $z$  terá seis vizinhas adjacentes. O modelo não pretende capturar aspectos tridimensionais de cristalização (Reiter 2005, p.1111–2).

O estado de cada célula estará associado a um valor real correspondente à quantidade de água presente em cada uma delas (Reiter 2005, p. 1113). Podemos definir uma variável de estados  $s_z(t)$  para cada célula  $z$  no instante  $t$  para quantificar esse estado. A célula é definida como congelada se  $s_z(t) \geq 1$ . Se uma célula não está congelada, mas uma ou mais de suas vizinhas próximas está congelada, a célula é definida como uma célula de fronteira. Uma célula que não é nem congelada e nem de fronteira é uma célula não-receptiva. A união de células congeladas e células de fronteira é o conjunto de células receptivas. Nosso conjunto de estados, portanto, incluirá células receptivas congeladas, células receptivas de fronteira e células não-receptivas. Além disso, há células de borda nos extremos da grade tratadas especialmente para lidar com as condições de contorno do modelo.

O modelo de crescimento de Reiner começa com um cristal de gelo em estado  $s_0(t)$  na origem (célula zero). Para todas as outras células,  $s_0(t) = \beta$ , onde  $\beta$  representa uma constante de fundo fixa correspondente ao nível de vapor do sistema. O estado da célula evolui como uma função dos estados de suas vizinhas próximas de acordo com regras de atualização locais que refletem os modelos matemáticos subjacentes. Para descrever as regras de atualização locais usaremos os símbolos subscritos  $t$  e  $t + 1$  para denotar, respectivamente, as variáveis no instante anterior e posterior de cada instante  $t$ . Além disso, em cada instante  $t$  são definidas duas variáveis  $u_t(z)$  e  $v_t(z)$  para cada célula, de modo que  $u_t(z)$  representa a quantidade de água que participa do processo de difusão e  $v_t(z)$  a quantidade de água que não participa. Se a célula é receptiva, então  $u_t(z) = 0$  e  $v_t(z) = s_t(z)$ , caso contrário, teremos  $u_t(z) = s_t(z)$  e  $v_t(z) = 0$ . Por fim, são consideradas duas constantes  $\alpha$  e  $\gamma$  representando respectivamente adição de vapor e coeficiente de difusão. Com esses fatores, o AC de Reiter terá as seguintes regras de atualização:

1. Para qualquer célula receptiva  $z$ ,  $v_{t+1}(z) = v_{t-1}(z) + \gamma$ .
2. Para qualquer célula  $z$ ,  $u_{t+1}(z) = u_{t-1}(z) + \frac{\alpha}{2}(\bar{u}_{t-1}(z) - u_{t-1}(z))$ , onde  $\bar{u}_{t-1}$  corresponde à média de  $u_{t-1}(z)$  para as seis vizinhas adjacentes à célula  $z$ .

A regra de atualização (1) consiste simplesmente em adicionar o coeficiente de difusão  $\gamma$  às células receptivas, enquanto a regra de atualização (2) é baseada no princípio físico dado pela equação de difusão  $\frac{\partial u}{\partial t} = a \nabla^2 u$  em que  $u$  corresponde à densidade do material em difusão,  $a$  é uma constante relacionada ao coeficiente de difusão e  $a \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  é o operador Laplaciano aplicado em  $u$  para um espaço bidimensional (Reiter 2005, p. 1114). Em outras palavras, a regra de atualização (2) é a versão discreta dessa equação de difusão em uma grade hexagonal, estabelecendo que a célula  $z$  retém uma fração  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de  $u_{t-1}(z)$ , distribuindo uniformemente o restante para suas seis vizinhas e recebendo uma fração  $\frac{\alpha}{12}$  de cada vizinha. Com relação às células de borda é estabelecido que  $u_{t+1}(z) = \beta$ , de modo que essas células podem contribuir com a difusão a partir do índice de fundo de vapor considerado para o modelo. Combinando as variáveis, teremos que o valor de uma célula  $z$  no próximo instante discreto  $t + 1$  será dado por  $s_{t+1}(z) = u_{t+1}(z) + v_{t+1}(z)$ .

Temos, então, um AC com regras de transição que variam de acordo com os valores adotados para os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ , e  $\gamma$ . Desse modo, as diferentes regras permitem a formação de diferentes padrões de cristais de neve. Reiter (2005, p. 1113) mostra em imagens alguns desses padrões para variações de  $\beta$  (eixo vertical) e  $\gamma$  (eixo horizontal), iniciando de uma única célula central congelada em uma grade hexagonal 400 por 400, mantendo as iterações até que as células nas bordas da grade congelem ou até que 10.000 iterações ocorram.

Segundo Reiter (2005, p. 1115), o comportamento qualitativo dos cristais é independente de  $\alpha$ , ou seja, diferentes valores de  $\alpha$  resultariam em padrões com a mesma aparência. Não obstante,  $\alpha$  faz diferença quando os detalhes são considerados. Se os padrões das imagens forem ampliados, será possível perceber que, embora a simetria hexagonal se mantenha, alguns outros aspectos são notáveis nessa maior resolução. Em Reiter (2005, p. 1115-6) é mostrado o padrão formado para  $\beta = 0,4$  e  $\gamma = 0,0001$  com  $\alpha$  variando entre 0,5 e 2,69. Nessas condições, notamos que o padrão geral se mantém – em todos os casos, temos um cristal em forma de uma estrela de cinco pontas com alguns detalhes entre essas pontas. Contudo, os detalhes entre as pontas, quando visualizados em maior resolução de imagem, mudam drasticamente. Essas mudanças se devem aos diferentes valores de  $\alpha$  assumidos. Rigorosamente falando, os padrões formados dependerão de todos os três parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , ainda que, sem muita ampliação,  $\alpha$  não faça diferença para o formato geral do cristal.

Esse modelo permite notar claramente aspectos emergentes quando consideramos o comportamento global. Em termos locais, temos processos de difusão nas células seguindo a física. Em termos globais, temos a formação de cristais de neve em vários formatos. Não há nada nas regras de transição dos estados das células que revele um cristal de neve em formato de estrela de seis pontas, por exemplo. Isso será revelado apenas quando a distribuição de células for examinada em uma escala maior. O AC, portanto, permite modelar a emergência do formato peculiar de um cristal de neve.

## 5. Acepção DEKI

O exemplo anterior mostrou um caso de utilização de AC como modelo. No caso, um AC com células hexagonais e regras de transição baseadas na física do processo de difusão foi usado para capturar a emergência das várias formas identificadas em cristais de neve. Usamos aqui o termo ‘modelo’ no sentido de modelos representacionais, isto é, concepções simplificadas e aproximadas de algum fenômeno encontrado no mundo, e não no sentido de modelo como instânciação de uma estrutura, sentido adotado na lógica matemática.<sup>7</sup> Sendo assim, estamos falando de modelos como veículos de representação de algum fenômeno como seu alvo. Mas como exatamente modelos representam algo no mundo? E como AC representam fenômenos emergentes? A resposta dessas perguntas dependerá da acepção de representação adotada.

A questão da representação na atividade científica pode ser explorada em diferentes abordagens como Griceanismo (Callender & Cohen 2006), representação como similaridade (Weisberg 2012, 2013), representação em termos de estrutura (van Fraassen 2008), inferencialismo (Hughes 1997; Suárez 2004) e representação ficcional



(Toon 2012). Neste trabalho, a acepção de representação considerada é apoiada em uma visão de “representação-como” derivada de propostas encontradas em Goodman (1976) e Elgin (2010). Trata-se da acepção DEKI defendida por Roman Frigg e James Nguyen (Frigg & Nguyen 2016, 2017, 2020). Essa acepção foi escolhida em virtude de seu poder em dar conta de questões de representação que outras acepções deixam a desejar.<sup>8</sup>

A ideia de “representação-como” pode ser resumida na seguinte definição (Frigg & Nguyen 2017, p. 92):

*Representação-Como:* Um modelo científico  $M$  representa um sistema-alvo  $T$  se e somente se: (i)  $M$  denota  $T$ ; (ii)  $M$  é uma  $Z$ -representação exemplificando propriedades  $P_1, \dots, P_n$  e (iii)  $P_1, \dots, P_n$  (ou propriedades relacionadas) são imputadas a  $T$ .

O primeiro ponto é um aspecto semântico. Ao representar seu alvo, o modelo denota esse alvo, assim como palavras podem denotar diferentes objetos. Se apenas a ideia de denotação fosse tomada, modelos seriam apenas representações de seus alvos. Só que a representação de alguma coisa exige que tal coisa exista, mas nem toda representação é “representação-de”. A pintura de um unicórnio, por exemplo, não é a representação de um unicórnio, pois unicórnios não existem, mas pode ser uma “unicórnio-representação”. O modelo  $M$ , portanto, pode denotar  $T$  sendo uma  $Z$ -representação.

Isso leva ao segundo ponto. Ao denotar sendo uma  $Z$ -representação, o modelo exemplifica certas propriedades. Exemplificação é uma relação entre objetos e propriedades. Um exemplo paradigmático de exemplificação seriam amostras, como amostras de tinta (Elgin 1983, p. 71). Imagine um cliente visitando uma loja de tintas. O vendedor oferece alguns pequenos cartões de papel coloridos como amostras das cores de tintas disponíveis. Os cartões são pequenos, coloridos, retangulares, estão guardados em uma gaveta, possuem uma certa altura, uma certa largura e outras características, mas servem como amostra de cores, de modo que serem coloridos é o aspecto mais importante aqui. Sem dúvida, vários predicados se aplicam a cada cartão, mas os cartões certamente não são usados como amostra de todos eles. Quando o vendedor entrega o cartão azul para seu cliente, esse cartão será usado como amostra da cor azul e não como amostra da forma retangular, ainda que o cartão também seja retangular. Em outras palavras, os cartões podem instanciar várias propriedades, mas não exemplificam todas elas. Evidentemente, exemplificação requer instanciação, mas nem toda propriedade instanciada é exemplificada. Segundo Frigg e Nguyen (2017, p.92), para uma propriedade ser exemplificada, essa propriedade deve ser “epistemicamente saliente” além de instanciada. Basicamente, isso significa que, na exemplificação, os objetos oferecem acesso epistêmico aos aspectos que exemplificam, de modo que podemos aprender algo sobre o que é exemplificado (Elgin 1983,

p. 93). Quando os aspectos exemplificados são salientes, isso é possível. O quanto eles devem ser salientes varia de situação para situação. No exemplo da loja de tinta, há todo um contexto que possibilita ao cartão azul exemplificar a cor azul. Se, por exemplo, o cartão fosse muito pequeno, não permitindo que sua cor fosse vista a olho nu, dificilmente diríamos que aquele cartão exemplifica a cor azul, ainda que ele fosse azul (Frigg & Nguyen 2020, p.148).

Mas além de denotar  $T$  e exemplificar propriedades, o modelo  $M$  também precisa imputar suas propriedades exemplificadas ao alvo. Esse passo pode ser compreendido em termos do que é estipulado pelo usuário do veículo de representação (Frigg & Nguyen 2017, p. 92). Quando  $M$  é usado na linha da representação-como, o usuário deve estipular que certas propriedades exemplificadas em  $M$  são imputadas em  $T$ . Frigg e Nguyen (2017, p. 92) avisam que essa imputação não implica verdade:  $M$  pode ou não ter as propriedades imputadas a ele por  $T$ .

Ainda que Frigg e Nguyen sejam simpáticos a essa concepção de representação-como básica, eles acreditam que ela pode ser complementada. Às vezes, não é tão fácil mostrar como o veículo de representação pode exemplificar certas propriedades. Considere o quadro de uma mulher chorando, pintado para representar aquela mulher como alguém triste. Para que a representação nos termos dados seja correta, o quadro deve exemplificar tristeza e isso, por sua vez, exige que o quadro instancie a propriedade da tristeza, o que é absurdo, afinal, quadros não ficam tristes. Elgin (1983, p. 81) responde essa pergunta dizendo que a exemplificação da tristeza pode ser metafórica. Um quadro com um rosto triste pode apresentar certas linhas e exemplificar uma estrutura geométrica literal que, metaforicamente, expressaria tristeza. Para um nominalista, isso não é tão problemático, mas adeptos de uma visão realista de propriedades teriam problemas com isso, precisariam compreender em que sentido uma propriedade de tristeza é exemplificada pelo quadro. Diante disso, Frigg e Nguyen (2020, p. 152) entendem que uma abordagem de representação-como seria mais completa se fosse compatível com as duas visões.

Além disso, há veículos de representação que não instanciam propriedades atribuídas aos alvos. É o caso de modelos abstratos, como um pêndulo ideal. Modelos como o pêndulo ideal instanciam propriedades matemáticas e não físicas. Estritamente falando, esse modelo de pêndulo exemplificaria propriedades matemáticas (e outras propriedades abstratas) que podem ser instanciadas fisicamente, como ter um fio de comprimento  $L$  (Elgin 2017, p.258). Infelizmente, não é muito claro se isso pode dar conta de todos os casos, pois dependerá da natureza de objetos matemáticos (Frigg & Nguyen 2020, p.153). Isso sem contar os alvos inexistentes. O éter, por exemplo, é considerado um elemento não-existente, ainda que no século 19 fosse possível pensar em modelos para representá-lo. Não é claro como é possível modelos sem alvo estabelecem suas conexões (Frigg & Nguyen 2020, p.154).

Por fim, também é notado que, frequentemente, muitos aspectos imputados ao

alvo não são aqueles exemplificados, mas apenas relacionados. No processo de imputação comentado acima é dito que “propriedades relacionadas” podem ser imputadas. Um exemplo típico seriam mapas com escalas. Se um mapa exemplifica uma distância de 75 cm entre duas cidades na escala 1 mm para 10 km, isso não significa que representa as cidades reais com essa distância entre elas, ainda que os 75 cm estejam conectados com a distância real em virtude da escala (Frigg & Nguyen 2020, p.156).

Diante disso, Frigg e Nguyen propõem uma acepção de representação-como capaz de dar conta dessas dificuldades. Essa é a chamada acepção DEKI. O nome é um acrônimo dos termos *Denotation* (Denotação), *Exemplification* (Exemplificação), *Keys* (Legendas) e *Imputation* (Imputação). Pode ser resumida na seguinte definição (Frigg & Nguyen 2017, p.95):

*DEKI*: um modelo científico  $M$  representa um alvo  $T$  se e somente se todas as seguintes condições são satisfeitas:

- (i)  $M$  denota  $T$  (e, possivelmente, partes de  $M$  denotam partes de  $T$ );
- (ii)  $M$  é uma  $Z$ -representação exemplificando propriedades  $P_1, \dots, P_n$ ;
- (iii)  $M$  vem com uma legenda,  $K$ , especificando como  $P_1, \dots, P_n$  são traduzidas em um conjunto de aspectos  $Q_1, \dots, Q_m : K(\langle P_1, \dots, P_n \rangle) = \langle Q_1, \dots, Q_m \rangle$ .
- (iv) O modelo imputa pelo menos uma das propriedades  $Q_1, \dots, Q_m$  a  $T$ .

A primeira condição é que  $M$  denote  $T$ , como já era o caso. No entanto, Frigg e Nguyen se preocupam com o fato de que nem sempre os veículos são pensados como símbolos de denotação. Ainda que bolas de bilhar possam representar moléculas, essa não é a função primária delas. Assim, os autores consideram que a denotação depende de um agente que usa o modelo. Para eles, a condição de denotação é cumprida quando um agente compreende as propriedades do objeto que usa como veículo de representação sob uma interpretação. Como o veículo é interpretado dependerá de uma série de fatores como tradições disciplinares, interesses de pesquisa, teorias assumidas, etc. A interpretação pode variar muito caso a caso, mas pode ser definida da seguinte maneira (Frigg & Nguyen 2020, p.168):

*Interpretação*: Seja  $X = \{X_1, \dots, X_n\}$  um conjunto de  $X$ -aspectos e  $Z = \{Z_1, \dots, Z_n\}$  um conjunto de  $Z$ -aspectos. Os elementos de ambos os conjuntos são aspectos qualitativos ou variáveis. Uma interpretação é uma bijeção  $I : X \rightarrow Z$  tal que:

- (i) cada  $X$ -aspecto está mapeado a um  $z$ -aspecto de mesmo tipo (um aspecto qualitativo está ligado a outro aspecto qualitativo e uma variável está ligada a outra variável).
- (ii) para toda variável  $X_i$  mapeada a uma variável  $Z_j = I(X_i)$  sob  $I$ , há uma função  $f_i : o_i \rightarrow z_j$  associando um valor de  $Z_j$  a todo valor de  $X_i$ .

Um primeiro comentário sobre essa definição diz respeito à importância de distinguir entre aspectos qualitativos e quantitativos. Aspectos qualitativos, como “ser um verme” ou “ser uma bola de bilhar”, são instanciados ou não. Porém, aspectos quantitativos, como “ter  $y$  kg de massa” ou “ter  $x$  cm de largura”, podem acomodar diversos valores. Para tornar essa distinção explícita, os autores se referem aos aspectos quantitativos como variáveis e às quantidades específicas como valores. Um segundo comentário é que essa noção de interpretação não impõe restrições à escolha dos  $X$ -aspectos ou  $Z$ -aspectos. Como comentado acima, há aspectos pragmáticos de fundo que estão diretamente conectados à interpretação. Dependendo dos propósitos, tradições de pesquisa, interesses e outros fatores, alguns aspectos considerados na interpretação serão mais ou menos preferíveis. No fim, a interpretação dependerá do que cada usuário assume. Um terceiro comentário é que os  $Z$ -aspectos não precisam pertencer a um sistema-alvo real.  $Z$ -aspectos podem tratar de conceitos, ideias, noções ou fantasias. Tudo que faça sentido em um certo contexto é aceitável. Assim, um quadro pode ser uma unicórnio-representação ainda que unicórnios não existam. Também não há exigência para que todos os aspectos de  $X$  estejam no conjunto  $X$  da interpretação e nem que  $Z$  seja um conjunto com todos os itens de uma lista completa de  $Z$ -aspectos. É suficiente que cada conjunto tenha pelo menos um aspecto e que esses dois aspectos estejam conectados por meio da interpretação. Os conjuntos também podem ser mudados, levando a diferentes interpretações. As interpretações não precisam ser fixas: dependendo do contexto, os aspectos em  $X$  e  $Z$ , bem como os detalhes da função de interpretação, podem mudar e as interpretações existentes podem ser estendidas. Também pode ser notado que nada impede  $X$  e  $Z$  de apresentarem exatamente os mesmos aspectos. Em modelos de escala, por exemplo, a miniatura de um avião pode ser uma avião-representação, em que aspectos de avião (como formato das asas) podem ser ligados aos mesmos aspectos de avião por meio da interpretação (Frigg & Nguyen 2020, p.168-171).

Em suma, um objeto- $O$  que tenha sido escolhido como a base de uma representação se torna uma  $Z$ -representação se  $O$  for interpretado em termos de  $Z$  (Frigg & Nguyen 2017, p. 93), ou, em termos mais técnicos, uma  $Z$ -representação é um par  $\langle X, I \rangle$  onde  $X$  é um objeto e  $I$  é uma interpretação de acordo com a definição dada acima. Um modelo  $M$ , portanto, pode ser definido como uma entidade composta  $M = \langle X, I \rangle$  (Frigg & Nguyen 2020, p.172).

A condição de exemplificação também pode ser complementada tendo a definição mais completa de interpretação. Uma vez que a noção de interpretação estabelece uma relação um-a-um entre  $X$ -aspectos e  $Z$ -aspectos é possível definir o conceito de instanciação-sob-interpretação (*instantiation-over-interpretation*) ou  $I$ -instanciação para abreviar (Frigg & Nguyen 2020, p.172). A definição é a seguinte:

*I*-instanciação: um modelo  $M = \langle X, I \rangle$   $I$ -instancia um  $z$ -aspecto  $Z_j$  se e so-

mente se  $X$  instancia um  $X$ -aspecto  $X_i$  tal que:  $X_i$  é mapeado a  $Z_j$  sob  $I$  e se  $X_i$  e  $Z_j$  são variáveis, então  $I$  contém uma função  $f$  tal que  $z_j = f(x_i)$ .

Basicamente, significa que um modelo  $I$ -instancia um  $Z$ -aspecto se o portador  $I$ -instancia o  $X$ -aspecto correspondente por uma correspondência entre aspectos dada pela interpretação  $I$  (Frigg & Nguyen 2020, p.172). Com isso, Frigg e Nguyen (2020, p.172) podem definir uma  $I$ -exemplificação nos seguintes termos:

*I-exemplificação*: um modelo  $M = \langle X, I \rangle$   $I$ -exemplifica um  $z$ -aspecto  $Z_j$  em um contexto  $C$  se e somente se  $M$   $I$ -instancia  $Z_j$  e  $Z_j$  é  $C$ -saliente, onde  $Z_j$  é  $C$ -saliente se e somente se (i)  $Z_j$  é um aspecto relevante em  $C$ , e (ii)  $Z_j$  é epistemicamente acessível em  $C$ .

Essa definição contempla os pontos da exemplificação da “representação-como”, como a necessidade dos aspectos exemplificados serem relevantes e epistemicamente acessíveis em determinado contexto. Evidentemente, o aspecto  $Z_j$  será epistemicamente acessível se e somente se  $X_i$  for epistemicamente acessível, onde  $X_i$  é a propriedade mapeada a  $Z_j$  pela interpretação  $I$ . Na condição (i) da definição pode haver uma preocupação com trivialidade, pois todos os aspectos em  $Z$  seriam automaticamente contados como relevantes e epistemicamente acessíveis. Ocorre que a interpretação pode cobrir aspectos do conjunto  $X$  que não são relevantes em determinado contexto. Nem todos os aspectos contemplados na interpretação são epistemicamente relevantes. Além disso, a exemplificação é seletiva, de modo que nem todos os aspectos salientes no veículo de representação contam como casos de exemplificação (Frigg & Nguyen 2020, p.173). Essa noção mais completa de exemplificação permite compreender melhor como itens podem exemplificar aspectos não-instanciados. A exemplificação deve ser entendida sempre sob alguma interpretação.

Uma última consideração na representação pela acepção DEKI envolve elucidar como as propriedades exemplificadas no modelo são imputadas ao sistema-alvo. Na abordagem de “representação-como” é dito na terceira condição que são imputadas ao alvo propriedades do modelo. De fato, as propriedades do modelo e as propriedades do alvo não precisam ser idênticas. Na verdade, poucos modelos empregados na prática científica (talvez nenhum) retratam seus alvos como tendo os mesmos aspectos que o modelo apresenta. Por isso, são invocadas “propriedades relacionadas”, mas não é muito claro o que significa ser uma propriedade relacionada. Afinal, qualquer propriedade pode ser relacionada a alguma outra de algum modo. Sem especificar de que maneiras as propriedades são relacionadas é difícil mostrar como elas podem ser imputadas ao sistema-alvo.

Frigg e Nguyen, então, adotam a seguinte estratégia. Considere  $P_1, \dots, P_n$  as propriedades exemplificadas por  $M$  e sejam  $Q_1, \dots, Q_m$  as propriedades relacionadas que  $M$  imputa ao alvo  $T$  (onde  $n$  e  $m$  podem ser números naturais positivos quaisquer

que não necessariamente precisam ser iguais). Com base nisso, a representação de  $M$  deve incluir uma legenda  $K$  que especifica como exatamente  $P_1, \dots, P_n$  são convertidas em  $Q_1, \dots, Q_m$ .  $K$  pode, então, ser definida como uma relação  $K(\langle P_1, \dots, P_n \rangle) = \langle Q_1, \dots, Q_m \rangle$ . Qualquer regra que associe os dois conjuntos de propriedades é admissível. Isso complementa a terceira cláusula na definição de Representação-Como:  $M$  exemplifica  $P_1, \dots, P_n$  e, na representação, as propriedades  $Q_1, \dots, Q_m$  são imputadas a  $T$  de modo que os dois conjuntos de propriedades estão conectados por meio de uma relação de legenda  $K$  (Frigg & Nguyen 2017, p. 94). Um exemplo disso pode ser encontrado no uso de um mapa para representar distâncias entre localidades. Seja  $P$  a distância medida no mapa entre os pontos rotulados como Paris e Nova Iorque. Seja  $Q$  a distância real entre Paris e Nova Iorque no mundo. Seja a legenda  $K$  dada pela escala 1 : 20000000 do mapa. Com  $K$  podemos traduzir a propriedade do mapa (ter dois pontos distantes de 29 cm) para a propriedade do mundo (ter duas cidades distantes de aproximadamente 5800 km).

A abordagem de representação DEKI dos autores pode ser resumida no esquema apresentado na figura 2.

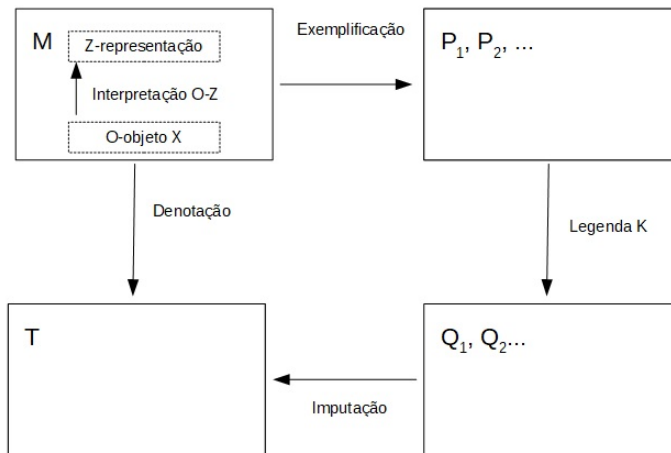


Figura 2: Produzida pelo autor, baseada em Frigg & Nguyen 2016, p. 229.

## 6. Representando fenômenos emergentes com AC

Apresentada a aceção DEKI como nossa visão de representação podemos, então, elucidar o que está envolvido no uso de AC para representar fenômenos emergentes.

Recordemos o caso considerado do modelo de Reiter para representar a formação de cristais de neve. Como essa modelagem se dá utilizando AC para a representação?

Em primeiro lugar, é importante notar que AC são estruturas e, portanto, são objetos abstratos. O estatuto ontológico de objetos abstratos é um tema bastante discutido em metafísica e os autores estão cientes disso (Frigg & Nguyen, 2016). Eles sugerem que a acepção DEKI seja trabalhada aos moldes da teoria de faz-de-conta de Walton (1990). A ideia é que a descrição de um modelo não-concreto sirva de suporte para imaginarmos objetos com tais e tais propriedades, assim como a descrição de um mundo de fantasia serve de suporte para imaginarmos uma narrativa fictícia. Desse modo, a descrição de AC, com suas definições de células, estados e regras de transição, oferecem um suporte para imaginarmos um objeto constituído de células que assumem e alteram estados de acordo com regras estabelecidas.<sup>9</sup>

Assumindo, então, o AC como um objeto imaginado, esse objeto é tomado como o veículo da representação que passará pelas condições da acepção. A primeira condição na acepção DEKI envolve denotação. No caso, o AC imaginado denota cristais de neve por meio de uma interpretação. Relembrando, no modelo de Reiter para cristais de neve (Reiter, 2005) temos um AC definido com células hexagonais. Esse espaço celular de grade hexagonal pode ser interpretado como um espaço com diferentes regiões que podem abrigar uma determinada quantidade de água. Os estados de cada célula do modelo são definidos com valores que indicam essa quantidade de água. Esses valores são interpretados como o volume de água presente naquela região, mas, além disso, permitem interpretar as células como congeladas ou não. Valores maiores ou iguais a 1 são interpretados como uma célula congelada. Uma célula que não é nem congelada e nem de fronteira é uma célula não-receptiva. A união de células congeladas e células de fronteira é o conjunto de células receptivas, resultando em um conjunto de estados que inclui células receptivas congeladas, células receptivas de fronteira e células não-receptivas, fora células de borda na periferia da grade que são interpretadas como condições de contorno do modelo. Por fim, a regra de transição é definida com base no princípio de difusão da física e interpretada como a transferência da quantidade de água de uma célula para outra, incluindo também na interpretação das mudanças nas células de borda como uma participação de fundo de vapor que também pode influenciar na evolução dos estados. Nesse processo, as equações na função de transição empregam coeficientes de difusão e fundo de vapor que refletem as condições ambientais na formação do cristal de neve, sendo interpretadas como tal. Assim, o AC como objeto imaginado representará o cristal de neve tendo seus aspectos interpretados nesses moldes. Interpretado assim, o AC exemplificará propriedades que, por sua vez, serão imputadas por meio de uma legenda ao alvo da representação.

Mas como os aspectos emergentes são representados? Eles são representados se a interpretação também englobar o AC como um todo, em uma escala global e não

apenas local. No parágrafo anterior a interpretação envolveu os aspectos locais do AC, mas ela também pode incluir o aspecto global. Podemos olhar para o AC não apenas da perspectiva de cada célula, mas de uma perspectiva que considere todas as células juntas (mesmo que essa perspectiva só possa ser viável na prática com o auxílio de computadores). Fazendo isso, propriedades emergentes podem ser exemplificadas e imputadas ao alvo pela legenda.

Note que se uma interpretação global não for considerada, os aspectos emergentes não serão exemplificados. AC caem na noção de emergência na qual apenas um conhecimento completo da dinâmica das partes não permite um conhecimento completo do que pode ser encontrado no todo. Uma das condições para exemplificar um aspecto na acepção considerada é que o aspecto seja saliente e epistemicamente acessível. Porém, um aspecto emergente não pode estar saliente em uma interpretação que considera apenas o nível celular e, conseqüentemente, não será epistemicamente acessível. Se os aspectos emergentes fossem facilmente detectáveis nesse nível, não seriam emergentes no sentido fraco aqui pensado. Novamente, a interpretação deve contemplar aspectos globais. Somente globalmente os aspectos emergentes se tornam visíveis e passíveis de exemplificação.

Quanto à imputação por meio de legendas, a acepção DEKI também é bastante flexível. No caso dos cristais de neve podemos usar uma legenda que relaciona os aspectos emergentes do AC com o formato emergente dos cristais, mas isso não é necessário para todos os casos. Nada impede que aspectos emergentes de AC sejam conectados pelas legendas para imputar propriedades que não são emergentes nos alvos.

Também merece ser dito que se a exemplificação de propriedades emergentes não pode se dar sem uma interpretação global que leva em conta o todo, ela pode se dar sem uma interpretação local. É possível que apenas comportamentos emergentes interpretados em um nível superior de descrição sejam exemplificados na representação, pois os aspectos de nível inferior podem ser irrelevantes em certos casos. Veja, por exemplo, o Jogo da Vida. Podemos usar um padrão como o *glider* do Jogo da Vida para representar algum objeto real se movendo, ainda que os aspectos locais do AC não sejam relevantes para representar qualquer objeto real. Como bem notou Symons (2008, p.480), os AC, como modelos, possuem a paradoxal característica de serem aplicados a algum domínio de interesse enquanto ao mesmo tempo são sistemas fortemente isolados que são definidos por suas próprias regras internas maximamente gerais. Essa “característica paradoxal” é explicável na acepção DEKI, pois o usuário pode restringir sua interpretação somente para a totalidade das células, tomando apenas os aspectos emergentes como relevantes para a representação desejada e considerando as regras internas como irrelevantes.



## 7. Conclusão

A acepção DEKI proposta por Frigg e Nguyen é uma abordagem de representação bastante completa que permite uma compreensão mais profunda da representação de aspectos emergentes. Neste trabalho, consideramos a representação dada em AC, modelos relativamente simples, mas certamente outros modelos empregados no estudo de sistemas complexos poderiam ser analisados na perspectiva dessa linha de representação. Algo que poderia ser tomado como um ponto fraco da acepção é sua dependência da interpretação do usuário. Isso certamente provoca mais discussões, mas elas terão que ficar para outra oportunidade. O propósito aqui foi apenas mostrar que fenômenos emergentes podem ser representados nessa abordagem.

## Referências

- Bedau, M. 2002. Downward Causation and Autonomy in Weak Emergence. *Principia* 6(1): 5–50.
- Bezerra, V. A. 2011. Estruturas conceituais e estratégias de investigação: modelos representacionais e instanciais, analogias e correspondência. *Scientiae studia* 9(3): 585–609.
- Callender, C. & Cohen J. 2006. There is no special problem about scientific representation. *Theoria* 21(1): 67–85.
- Elgin, C. 1983. *With Reference to Reference*. Indianapolis: Hackett.
- Elgin, C. 2010. Telling Instances. In: R. Frigg & M. C. Hunter (ed.), *Representation in Art and Science*, p.1–18. New York: Springer.
- Frigg, R. & Nguyen, J. 2016. The Fiction View of Models Reloaded. *The Monist* 99(3): 225–242.
- Frigg, R. & Nguyen, J. 2017. Models and Representation. In: L. Magnani & T. Bertolotti (ed.), *Springer Handbook of Model-Based Science*, p.49–102. London and New York: Springer.
- Frigg, R. & Nguyen, J. 2020. *Modelling Nature: An Opinionated Introduction to Scientific Representation*. Cham: Springer.
- Goodman, N. 1976. *Languages of Art*. 2nd Edition. Cambridge: Hackett.
- Hughes, R. 1997. Models and representation. *Philosophy of Science* 64: S325–S336.
- Ilachinski, A. 2001. *Cellular Automata: A Discrete Universe*. Singapore: World Scientific.
- Kim, J. 1999. Making Sense of Emergence. *Philosophical Studies* 95(1/2): 3–36.
- Ladyman, J.; Lambert, J.; Wiesner, K. 2013. What is a complex system? *European Journal for Philosophy of Science* 3(1): 33–67.
- Libbrecht, K. 2005. The physics of snow crystals. *Reports on Progress in Physics* 68(4): 855–895.
- Poundstone, W. 1985. *The Recursive Universe: Cosmic Complexity and the Limits of Scientific Knowledge*. Oxford: Oxford University Press.
- Priest, G. 2011. Creating Non-Existentes. In: F. Lihoreau (ed.), *Truth in Fiction*, p.107–118. Heusenstamm: Ontos Verlag.
- Reiter, C. 2005. A local cellular model for snow crystal growth. *Chaos, Solitons and Fractals* 23(4): 1111–1119.

- Schiff, J. 2008. *Cellular Automata: A Discrete View of the World*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Suárez, M. 2003. Scientific Representation: Against Similarity and Isomorphism. *International Studies in the Philosophy of Science* 17(3): 225–244.
- Symons, J. 2008. Computational Models for Emergent Properties. *Minds and Machines* 18(4): 475–491.
- Thomasson, A. 1999. *Fiction and Metaphysics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Toon, A. 2012. *Models as Make-Believe: Imagination, Fiction and Scientific Representation*. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- Van Fraassen, B. 2008. *Scientific Representation: Paradoxes of Perspective*. Oxford: Oxford University Press.
- Walton, K. 1990. *Mimesis as Make-Believe: On the Foundations of Representational Arts*. Cambridge: Harvard University Press.
- Weisberg, M. 2012. Getting Serious about Similarity. *Philosophy of Science* 59(5): 785–794.
- Weisberg, M. 2013. *Simulation and Similarity: Using Models to Understand the World*. Oxford: Oxford University Press.

## Notas

<sup>1</sup>Um esforço de examinar o conceito de sistema complexo é feito por Ladyman, Lambert e Wiesner (2013).

<sup>2</sup>Bedau (2002) divide a noção de emergência em emergência nominal, emergência fraca e emergência forte. Fenômenos emergentes que incluem apenas a doutrina (i) seriam casos de emergência nominal. Casos de emergência fraca incluem fenômenos que só podem ser previstos por um esquadramento rigoroso da história causal das interações locais do sistema, o que pode admitir sistemas que se enquadram até a doutrina (iii). Por fim, emergência forte engloba casos que se enquadram na doutrina (v), onde novos poderes causais surgem no nível do sistema.

<sup>3</sup>É possível pensar no que ocorre se mudamos uma ou mais dessas características, como células não-homogêneas, células interagindo não-localmente com vizinhas não-adjacentes, atualização não sincronizada das células, espaço das células não-euclidiano, diferentes níveis de escala com regras próprias, etc. Ilachinski (2001) examina com mais cuidado algumas dessas variações.

<sup>4</sup>Na literatura técnica em AC bidimensionais, essa vizinhança de nove células quadradas é chamada de “vizinhança de Moore” (Schiff 2008, p.90; Ilachinski 2001, p.116–117).

<sup>5</sup>Se a grade regular for infinita não há necessidade de se preocupar com células sem vizinhas. Para uma implementação computacional que contenha uma grade finita, certas condições de contorno podem ser definidas.

<sup>6</sup>Não em todos, pois algumas propriedades globais poderiam facilmente ser previstas a partir da dinâmica global. Como mostrado em Bedau (2002), um AC que tenha como regra deixar todas as células no mesmo estado na etapa seguinte, independente do estado inicial, teria um padrão global bastante previsível.

<sup>7</sup>Distinção detalhada em Bezerra (2011).

<sup>8</sup>Para uma defesa elaborada da aceção DEKI em relação a outras concepções de representação na ciência, ver Frigg & Nguyen (2020).

<sup>9</sup>Se esse objeto existe ou não, dependerá da visão metafísica de cada um. Mesmo visões que distinguem ser e existir (e.g. Priest 2011) ou visões realistas sobre objetos abstratos (e.g. Thomasson 1999) parecem compatíveis com essa estratégia.

## **Agradecimentos**

Agradeço especialmente à orientação do professor Osvaldo Frota Pessoa Jr. na elaboração desta pesquisa, bem como sugestões dadas pelos professores Valter Alnis Bezerra e Anderson Beraldo-de-Araújo. Também agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento deste trabalho.