

NOTAS E DISCUSSÕES

NOTES AND DISCUSSIONS

NOTA SOBRE O ARTIGO: A NEGAÇÃO FREGEANA DO NÚMERO 2

PEDRO AUGUSTO DE OLIVEIRA BARBALHO

Universidade Federal do Rio de Janeiro, BRASIL
pedro.barbalho@ufrj.br

Abstract. In the article *A Negação Fregeana do Número 2* (2008), Greimann argues that the Fregean negation of number 2 in the sixth paragraph of *Grundgesetze* (1893, 1903) does not involve any absurdity, although, according to him, it is a negation of number 2 as a singular term. My point here is to show that Frege doesn't necessarily negate the number 2 as a singular term in the sixth paragraph of *Grundgesetze* (1893, 1903), once it's possible that Frege was merely exemplifying the negation of the number 2 as a classification of another object in a false sentence.

Keywords: philosophy of mathematics • concept of natural number • Gotlob Frege • number 2

RECEIVED: 20/08/2022

REVISED: 15/04/2023

ACCEPTED: 26/05/2023

Em seu artigo, Greimann tem dois objetivos: ele procura (1) demonstrar qual seria o significado sintático e semântico do signo de negação e do signo de asserção dentro do corpo teórico Fregeano, e também pretende mostrar que (2) a negação Fregeana do número 2, tal como é assinalada no parágrafo 6 de *Grundgesetze* (1893, 1903) [GR], não envolve nenhum absurdo apesar de, nessa passagem, Frege negar, segundo Greimann, o termo singular “2” tanto sintaticamente quanto semanticamente. Ao final do parágrafo 6, Frege traduz duas expressões matemáticas para sua linguagem simbólica. Frege diz: “ $\vdash 2^2 = 5$ é a Verdade; então $\vdash 2 = 5$, em palavras: $2^2 = 5$ não é a Verdade; ou: o quadrado de 2 não é 5. Portanto também: $\vdash 2$ ” (Frege 2016, p.11).

De maneira bastante sucinta, Greimann resume sua intenção em seu artigo da seguinte maneira:

No parágrafo 6 de *Grundgesetze*, Frege explica a sintaxe e a semântica do signo de negação no seu segundo sistema lógico. Segundo essa explicação, a expressão $\neg 2$, que é a famosa e mal-afamada “negação fregeana do número 2”, é uma expressão bem-formada que possui tanto um sentido como um valor de verdade. Do ponto de vista da lógica padrão, este tratamento da negação parece absurdo, porque o signo de negação pode ser aplicado exclusivamente a sentenças, e não a termos singulares como ‘2’. O objetivo deste trabalho é reconstruir o tratamento da negação no sistema lógico fregeano, especialmente no sistema maduro. O resultado será que este tratamento não envolve nenhum elemento absurdo. (Greimann 2008, p.41).

Ou seja, Greimann busca interpretar a utilização do signo lógico de negação e do termo lógico de asserção, mas, também busca interpretar a negação do número 2 (que é a negação que ocorre ao final do parágrafo 6 de GR) alegando que seria uma negação tanto sintática quanto semântica do termo singular “número 2”. Segundo Greimann, esse tipo de negação seria perfeitamente legítima para Frege, e de fato é, mas não necessariamente por se tratar de “um termo singular”, como ele supõe. Como pretendo mostrar nessa revisão do artigo, a própria filosofia de Frege, a própria linguagem de Frege, já seria suficiente para entender o que significa essa negação do número 2. É perfeitamente claro, sobretudo, que Greimann cumpre seu primeiro objetivo em seu artigo, o de número (1), que seria, eu repito, “esclarecer o significado sintático e semântico do signo de negação e do signo de asserção dentro do corpo teórico Fregeano” de forma bastante precisa e didática. Ou seja, o leitor, através de seu artigo, pode conhecer muito bem o significado de dois signos (de negação e asserção) no corpo teórico fregeano. É somente em relação ao objetivo (2), que era mostrar que Frege nega o termo singular “2” tanto em seu sentido semântico quanto sintático no parágrafo 6 de GR, que talvez Greimann devesse ter sido mais cuidadoso.

Para procedermos, então, com bastante cuidado nesse tema, é necessário situar primeiro a obra *Os Fundamentos da Aritmética* (1884) [FA], que precede GR, na história da filosofia. A razão de ser da obra FA era defender toda fundamentação da matemática de Frege apresentando inclusive a definição dos números naturais (vide o subtítulo dessa obra: “uma investigação lógica-matemática para o conceito de número”). Segundo Kenny,

O que Frege publicou entre 1879 e 1884 foram principalmente respostas a revisões hostis, e explicações de como seus propósitos e métodos são diferentes dos de Boole.

Talvez em razão dessa recepção desfavorável de sua *Conceitografia*, que Frege escreveu *Os Fundamentos da Aritmética* em um estilo bastante diferente. Em comparação, símbolos aparecem menos frequentemente, e existe uma constante tentativa de relacionar suas ideias com o trabalho de outros autores (Kenny 1995, p.6).

Portanto, de acordo com Kenny, é possível que em ordem de melhor ser compreendido, Frege escreveu FA. Isso explicaria, por exemplo, por que FA é tão diferente se comparado com outras obras como *Conceitografia* (1879), ou mesmo GR. Sobre FA, diz Kenny:

Quase metade do livro é dedicado a um ataque sobre as ideias dos predecessores de Frege e seus contemporâneos, o que inclui Kant e Mill. Através desses ataques, o terreno é preparado para o posicionamento logicista (Kenny 1995, p.6).

Seguindo, então, esse novo estilo, menos formal, FA é dividido em dois momentos: um mais crítico e outro mais propositivo. Pode-se dizer inclusive que quase toda a primeira metade da obra é composta por críticas (dirigidas, por exemplo, às tentativas de fundamentação da matemática de Leibniz, Lipschitz, Mill e outros) que vão, passo a passo, ajudando Frege a encontrar sua definição para os números naturais. Tal definição, então, só é dada nos momentos mais propositivos dessa obra. Sua definição para os números naturais é a seguinte:

- Zero seria definido como o número que convém ao conceito “não idêntico a si mesmo” (Frege 1980, p.87, §74). Assim, o conceito de zero é dado como uma classe que não tem elementos idênticos a si mesmo; e funcionaria como um “número” quando aplicado, comparado, usado como classificação, de outros conceitos equinuméricos a essa classe/conceito, que não tem elementos idênticos a si mesmo.
- E, quanto ao número 1 (e aos demais), antes, em §76 de FA, Frege assinala ser necessário que as definições de dois números adjacentes estejam intimamente relacionadas para que seja bem descrita a série progressiva dos números naturais. É, em respeito à adjacência, então que o número que convém (que está contido), e que por isso compõe a definição do número 1 é o seu antecessor, o zero. E assim a definição do número 1 (a classe que funciona como conceito do número 1), e dos demais números, seria dada de acordo com a “extensão” de todos os números antecessores a esses números. Essas classes, então, funcionariam como “números” (indicariam uma quantidade) quando aplicadas, comparadas, usadas como classificações de outras classes que tenham o mesmo número de elementos que essas classes.

Sobretudo, essa definição para os números naturais também é consequência de todo um corpo teórico que aponta que os números seriam puramente analíticos (perceba que Frege só utiliza números e elementos analíticos, como “conjuntos”, em sua definição para os números naturais). Essa proposta de fundamentação (ou, esse projeto), é anunciado mais claramente, pode-se dizer, quando Frege opta pela seguinte distinção entre juízos analíticos e sintéticos:

(...) distinções entre a priori e a posteriori, sintético e analítico, informam, da forma como eu vejo, não sobre o conteúdo de um juízo, mas sobre a justificação para fazer esse juízo. Onde não há tal justificação, a possibilidade de desenhar essas distinções desaparece. (...) Se, ao levar esse processo, nós chegamos somente a leis lógicas gerais e em definições, então a verdade é uma verdade analítica (...). Se, entretanto, é impossível oferecer a prova sem fazer uso de verdades que não são de uma natureza lógica geral, mas que pertence a esfera de alguma ciência especial, então a proposição é uma proposição sintética (Frege 1980, pp.3–4, §3).

Por seguir essa distinção, mais tarde, inclusive, Frege chega a dizer: “Para uma proposição [analítica] ser verdadeira não basta que ela tenha sido pensada [*que é o caso para proposições sintéticas*]” (Frege 1980, §77; os trechos entre colchetes são meus). Portanto, Frege estaria indicando que existem proposições (e mesmo objetos) que seriam puramente analíticos (como os objetos matemáticos), diferentes das proposições de outras ciências. É nesse sentido que, para Frege, um número, por exemplo, seria um objeto classificatório (mas que funciona como uma proposição sobre outras proposições) do mesmo modo que um esquadro é um objeto classificatório e serve para classificar outros objetos. Porém, haveria uma distinção importante: o “número” seria um objeto puramente analítico, e o esquadro um objeto empírico. Sobre números se comportarem como objetos, diz ele:

(...) número, também, é algo objetivo. Se dissermos, “O Mar do Norte tem 10.000 milhas de extensão” então nem por “Mar do Norte” ou por “10.000” nos referimos a um estado ou processo em nossas mentes: pelo contrário, falamos sobre algo bastante objetivo (Frege 1980, p.34, §26).

E todo número seria um objeto classificatório, segundo Frege, uma vez que toda “afirmação sobre um número é uma asserção sobre um conceito” (Frege 1980, §46). Nesse sentido, portanto, na frase “10.000 milhas do Mar do Norte” o número “10.000” seria uma classificação. E também a sentença “número 2” (que faz uma asserção sobre outra classe) de fato poderia ser negada, mas não necessariamente o termo singular “número 2” (“singular”, “absoluto”, “geral”, “particular”, ou seja, lá o que Greimann quer dizer com isso) deve ser negado.

No parágrafo 6 de GR (parágrafo analisado por Greimann), portanto, Frege pode estar mostrando a possibilidade de negar uma asserção sobre a extensão de uma outra classe (pois números se comportam como asserções sobre os elementos que estão contidos em outras classes). Isso significa, por exemplo, que se alguém perguntasse se há 2 laranjas numa cesta, poderíamos responder que “não há duas” (o que na linguagem formal de Frege poderia ser escrito assim: $\nmid 2$). Mas, Greimann, em seu artigo, trata o número 2 de forma diferente de Frege. Para Greimann, o número 2 se comportaria somente como “um termo singular”. Ele ignora, por exemplo, a pos-

sibilidade de que, nessa passagem, o número 2 esteja promovendo, na verdade, uma “classificação falsa”.

Em suma, o significado da expressão “ $\vdash 2$ ” pode não ser “o pensamento de que o número 2 não seja idêntico ao Verdadeiro, e o seu valor de verdade é o Verdadeiro, porque esse número é, de fato, diferente do Verdadeiro” (Greimann 2008, p.49) como Greimann conclui ao final do seu artigo. Afinal, perceba o absurdo de se dizer que “o número 2 (como algo elementar, singular, geral, ou seja lá o que Greimann entende como termo singular) não seja idêntico ao verdadeiro”. O que parece ser mais provável (o que Frege parece dizer no parágrafo 6), diante do exposto até aqui, é que a expressão “ $\vdash 2$ ” indica não ser verdadeira uma classificação exercida pelo número 2 na equação: “ $2^2 = 5$ ” (Frege 2016, p.11).

Referências

- Frege, G. 1980. *The Foundations of Arithmetic: A logico-mathematical enquiry into the concept of number*. New York: Ed. Harper Torchbooks.
- Frege, G. 2000. *Conceptual Notation and related articles*. Oxford: Ed. Oxford University Press.
- Frege, G. 2016. *Basic Laws of Arithmetic Derived using concept-script*. Oxford: Ed. Oxford University Press.
- Greimann, D. 2008. A Negação Fregeana do número 2. *O que nos faz pensar* 17(23): 41–50.
- Kenny, A. 1995. *Frege: An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy*. Oxford: Ed. Blackwell.