

NOTAS E DISCUSSÕES  
NOTES AND DISCUSSIONS

---

A NEGAÇÃO DO NÚMERO 2 EM *GRUNDGESETZE* E §46 DE  
*GRUNDLAGEN*:  
RESPOSTA A PEDRO BARBALHO

DIRK GREIMANN

Universidade Federal Fluminense, BRASIL  
dirk.greimann@gmail.com

---

**Abstract.** In his comment on my article *A Negação Fregeana do Número 2*, Pedro Barbalho has criticized my attempt to show that, given the reconstruction of the syntax and the semantics of the system in *Grundgesetze* that I have presented in a former paper, Frege’s assumption that “ $\ulcorner 2$ ” is a well-formed expression having both a sense and as reference can be satisfactorily explained. Barbalho offers an alternative explanation that is suggested by Frege’s claim in *Grundlagen* that a statement of number contains an assertion about a concept that I did not consider. In this reply my aim is to show that this strategy for making sense of “ $\ulcorner 2$ ” does not actually work.

**Keywords:** Frege • negation • number • predication of second order

---

RECEIVED: 07/07/2023

ACCEPTED: 13/07/2023

No seu segundo sistema lógico, desenvolvido em *Grundgesetze*, Frege trata as sentenças assertóricas como uma espécie de nomes próprios: as sentenças assertóricas são concebidas como nomes próprios cuja referência é um valor de verdade. Uma característica deste sistema é que os nomes próprios podem ser substituídos por sentenças assertóricas e vice versa. De acordo com o §5 de *Grundgesetze*, por exemplo, podemos substituir em “ $(2 + 3 = 5)$ ” os nomes próprios “ $2 + 3$ ” e “ $5$ ” por sentenças assertóricas completas como “ $(2 + 3 = 5)$ ” e “ $(2 = 2)$ ”. O resultado, “ $(2 + 3 = 5) = (2 = 2)$ ”, é considerado em *Grundgesetze* como uma expressão bem-formada. De acordo com o §6, podemos substituir em “ $\ulcorner 2 = 5$ ” a sentença assertórica “ $2 = 5$ ” por nomes próprios como “ $2$ ”. O resultado, que é a famosa negação do número 2, “ $\ulcorner 2$ ”, também é considerada como uma expressão bem-formada.



Na literatura, Frege foi veementemente criticado por esta “assimilação” das sentenças aos nomes próprios. A razão principal é que, segundo a lógica padrão, temos de distinguir rigorosamente entre sentenças e nomes próprios, porque expressões como “ $(2 + 3 = 5) = (2 = 2)$ ” e “ $\neg 2$ ” não são bem-formadas; tais expressões não têm sentido nem referência. No meu artigo *A Negação Fregeana do Número 2*, tentei mostrar que essa crítica não é bem fundada. Dada a reconstrução da sintaxe e da semântica do segundo sistema que apresentei em Greimann (2000), “ $\neg 2$ ” pode ser considerada uma expressão bem-formada que tem o mesmo sentido e a mesma referência que a sentença “O valor de verdade de que o número 2 não é o Verdadeiro, é o Verdadeiro”. A negação do número 2 é verdadeira, porque o número 2 é diferente do valor de verdade que Frege chama “o Verdadeiro”.

Pedro Barbalho propõe uma estratégia alternativa para dar sentido à negação fregeana do número 2 que se baseia na tese, apresentada por Frege no §46 de *Grundlagen*, que toda “afirmação sobre um número (*Zahlangabe*) contém (*enthalt*) uma asserção (*Aussage*) de um conceito” (Frege 1884, §46). A sentença “Vênus tem 0 luas”, por exemplo, afirma do conceito de primeira ordem *lua de Vênus* que cai sob o conceito de segunda ordem *conceito sob o qual nenhum objeto cai*. Esta tese sugere que, em “ $\neg 2$ ”, a negação não se aplica a “2”, concebido como um nome próprio (ou “termo singular”), mas à “asserção (*Aussage*) de um conceito” que está contido em “ $\neg 2$ ”. Neste caso, a negação do número 2 faz sentido, porque a função do número 2 consiste em classificar conceitos em relação ao número dos objetos que caem sob ele. Escreve Barbalho:

E todo número seria um objeto classificatório, segundo Frege, uma vez que toda “afirmação sobre um número é uma asserção sobre um conceito” (Frege 1980, §46). Nesse sentido, portanto, na frase “10.000 milhas do Mar do Norte” o número “10.000” seria uma classificação. E também a sentença “número 2” (que faz uma asserção sobre outra classe) de fato poderia ser negada, mas não necessariamente o termo singular “número 2” (“singular”, “absoluto”, “geral”, “particular”, ou seja, lá o que Greimann quer dizer com isso) deve ser negado. (Barbalho 2023, p.366).

A minha resposta é que o nome próprio “o número 2” não pode ser considerado como uma sentença que contém, em analogia a “Vênus tem 0 luas”, uma predicação de segunda ordem. Em “ $\neg 2$ ”, o conceito de primeira ordem é a função  $-x$ . Segundo as estipulações no §5 de *Grundgesetze*, “ $\neg 2$ ” não afirma que o número dos objetos que caem sob  $-x$  é 2, mas que o número 2 é idêntico ao Verdadeiro. Correspondentemente, a negação “ $\neg 2$ ” não nega que o número dos objetos que caem sob  $-x$  é 2, mas que o número 2 é idêntico ao Verdadeiro.

Em *Grundlagen*, Frege de fato aplica a negação a números: no §53, ele famosamente alega que a “afirmação da existência é nada mais do que a negação do número 0”. Neste caso, a negação do número 0 realmente tem a função de classificar

conceitos. Assim, quando afirmamos a existência de cisnes pretos, negamos que o número dos cisnes pretos seja 0. Mas o caso de “ $\vdash 2$ ” é diferente. Aplicando a definição do Horizontal no §10 de *Grundgesetze*, podemos parafrasear “ $\vdash 2$ ” pela sentença “ $|2 = (2 = 2)$ ”, que afirma que 2 é o valor de verdade designado por “ $(2 = 2)$ ”. Esta paráfrase torna claro que “ $\vdash 2$ ” não contém uma predicação de segunda ordem que corresponde à predicação de segunda ordem contida em “Vênus tem 0 luas”.

Implicitamente, Barbalho aborda esse problema. Para resolvê-lo, ele assume que a predicação de segunda ordem contida em “ $\vdash 2$ ” se refere a um conceito de primeira ordem que é dado anaforicamente pelo contexto:

No parágrafo 6 de GR (parágrafo analisado por Greimann), portanto, Frege pode estar mostrando a possibilidade de negar uma asserção sobre a extensão de uma outra classe (pois números se comportam como asserções sobre os elementos que estão contidos em outras classes). Isso significa, por exemplo, que se alguém perguntasse se há 2 laranjas numa cesta, poderíamos responder que “não há duas” (o que na linguagem formal de Frege poderia ser escrito assim:  $\vdash 2$ ). Mas, Greimann, em seu artigo, trata o número 2 de forma diferente de Frege. Para Greimann, o número 2 se comportaria somente como “um termo singular”. Ele ignora, por exemplo, a possibilidade de que, nessa passagem, o número 2 esteja promovendo, na verdade, uma “classificação falsa”. (Barbalho 2023, p.366–67)

De acordo com esta leitura, no primeiro exemplo “ $\vdash 2$ ” seria uma abreviação de “Não há 2 laranjas na cesta”, que afirma do conceito de primeira ordem *laranja na cesta* que não cai sob o conceito de segunda ordem *conceito sob o qual exatamente 2 objetos caem*. Porém, no §6 de *Grundgesetze*, Frege não usa “ $\vdash 2$ ” como tal abreviação. O trecho relevante diz:

De acordo com a nossa estipulação,  $\vdash 2^2 = 5$  é o Verdadeiro; portanto

$$\vdash 2^2 = 5$$

em palavras:  $2^2 = 5$  não é o Verdadeiro; ou: o quadrado de 2 não é 5. Da mesma forma:  $\vdash 2$ . (Frege 1893, §6)

Obviamente, “ $\vdash 2$ ” não é usado como uma abreviação de “ $\vdash 2^2 = 5$ ” aqui. Frege afirma apenas que, da mesma forma que  $\vdash 2^2 = 5$  é o Verdadeiro,  $\vdash 2$  também é o Verdadeiro. Em palavras, “ $\vdash 2$ ” diz que 2 não é o Verdadeiro.

No final da sua nota, Barbalho alega que essa leitura é pouco plausível, porque é absurdo dizer que o número 2 não seja idêntico ao Verdadeiro:

Em suma, o significado da expressão “ $\vdash 2$ ” pode não ser “o pensamento de que o número 2 não seja idêntico ao Verdadeiro, e o seu valor de verdade é o Verdadeiro, porque esse número é, de fato, diferente do Verdadeiro” (Greimann 2008, p.49) como Greimann conclui ao final do seu artigo. Afinal,

perceba o absurdo de se dizer que “o número 2 (como algo elementar, singular, geral, ou seja lá o que Greimann entende como termo singular) não seja idêntico ao verdadeiro”. O que parece ser mais provável (o que Frege parece dizer no parágrafo 6), diante do exposto até aqui, é que a expressão “ $\uparrow 2$ ” indica não ser verdadeira uma classificação exercida pelo número 2 na equação: “ $2^2 = 5$ ” (Frege 2016, p.11). (Barbalho 2023, p.367)

Porém, no §10 de *Grundgesetze*, Frege identifica o Verdadeiro com um curso de valores (*Wertverlauf*) que é diferente do curso de valores que representa o número 2 no seu sistema. Portanto, da sua perspectiva, não é absurdo dizer que o número 2 e o Verdadeiro são objetos diferentes.

De qualquer forma, a solução do problema sugerido por Barbalho não funciona em todos os casos relevantes. De acordo com o §6, podemos aplicar a negação a qualquer objeto, incluindo Júlio Caesar. Mas não podemos explicar a negação de Júlio Caesar pela tese do §46 que toda “afirmação sobre um número é uma asserção sobre um conceito”, porque “ $\uparrow$  Júlio Caesar” não é uma afirmação sobre um número.

A minha conclusão é que a estratégia alternativa proposta por Barbalho não é bem-sucedida por duas razões: primeiro, “ $\uparrow 2$ ” não contém uma asserção de um conceito no sentido relevante, e segundo, mesmo se “ $\uparrow 2$ ” contivesse tal asserção, a estratégia enfrentaria o problema adicional que não leva em conta a negação de objetos que não são números, nem valores de verdade, como Júlio Caesar. Concordo, no entanto, que essa estratégia parece bastante plausível à primeira vista. Portanto, ela precisa ser levada em consideração. Agradeço a Pedro Barbalho por ter assinalado esta lacuna na minha discussão em Greimann (2008).

## Referências

- Barbalho, P. A. O. 2023. Nota sobre o artigo: A Negação Fregeana do Número 2. (O que nos faz pensar, v.17, n.23, p. 41-50, jun. 2008.) *Principia* 27(2): 363–367.
- Frege, G. 1961 [1884]. *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- Frege, G. 1962 [1893]. *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet, Band 1*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- Greimann, D. 2000. The Judgement-Stroke as a Truth-Operator: A New Interpretation of the Logical Form of Sentences in Frege’s Scientific Language. *Erkenntnis* 52: 213–38.
- Greimann, D. 2008. A Negação Fregeana do Número 2. *O Que Nos Faz Pensar* 17: 41–50.

## Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com apoio financeiro do CNPq, pelo qual sou muito grato.