

ÁREA DE FIGURAS PLANAS NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Area Of Flat Figures In The Mathematics Textbook For The 4th Year Of Elementary School

Kátia Xavier Rodrigues BARBOSA

Universidade federal de Pernambuco, EDUMATEC, Recife, Brasil
katiaxr@hotmail.com

<https://orcid.org/0009-0009-8807-3899> 

Marilene Rosa dos SANTOS

Universidade de Pernambuco (UPE), Nazaré da Mata, Brasil
marilene.rsantos@upe.br

<https://orcid.org/0000-0003-1409-1364> 

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo 

RESUMO

Este estudo tem por objetivo analisar a praxeologia matemática e didática, bem como o tipo de organização didática proposto pelo livro do 5º ano em relação ao saber área de figuras planas. A fundamentação teórica está apoiada na Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Chevallard, no tipo de Organização Didática, proposta por Gascón, e no modelo de área enquanto grandeza, proposto por Douady e Perrin-Glorian e Lima e Bellemain. A metodologia é qualitativa de cunho documental, que consiste na análise da organização matemática e didática no LD. Os resultados indicam, dentre as tarefas rastreadas, a predominância nas pertencentes ao tipo T2 (Determinar área de figuras planas) com 19 tarefas de representatividade para as quais são aplicadas as técnicas: contagem de superfície unitária e multiplicação dos lados adjacentes. O bloco tecnológico-teórico que prevaleceu foi a adição de área e multiplicação enquanto configuração retangular sob o domínio dos números naturais. Dos seis momentos de estudo, foram observados cinco, ficando de fora o momento da avaliação praxeológica. A ênfase da constituição do ambiente tecnológico teórico é no quadro numérico. A institucionalização do saber área é considerada enquanto medida, o que pode contribuir para o desenvolvimento de lacunas na aprendizagem do estudante, fortalecendo a promoção de concepção numérica. Devido à ênfase da organização didática dos livros ocorrer no momento exploratório e no trabalho da técnica, caracterizamos a concepção do LD como empirista, ou seja, a aprendizagem ocorre por meio de um processo didático indutivo.

Palavras-chave: Área de figuras planas, Organizações praxeológicas, Livro didático

ABSTRACT

This study aims to analyze mathematical and didactic praxeology, as well as the type of didactic organization proposed by the 5th year book in relation to knowledge in the area of flat figures. The theoretical foundation is supported by the Anthropological Theory of Didactics developed by Chevallard, the type of Didactic Organization proposed by Gascón and the area model as a magnitude proposed by Douady and Perrin-Glorian and Lima and Bellemain. The methodology is qualitative and documentary in nature, which consists of analyzing the mathematical and didactic organization of the collection. The results indicate, among the tasks tracked, the predominance of those belonging to type T2 (Determine area of flat figures) with 19 representative tasks for which the techniques are applied: unit surface counting and multiplication of adjacent sides. The technological-theoretical block that prevailed was the additivity of area and multiplication as a rectangular configuration under the domain of natural numbers. Of the six study moments, five were observed, leaving out the moment of praxeological assessment. The emphasis in the constitution of the theoretical technological environment is

on the numerical framework. The institutionalization of knowledge in the area is considered as a measure, which can contribute to the development of gaps in student learning, strengthening the promotion of numerical conception. Due to the emphasis of the didactic organization of the books being on the exploratory moment and on technical work, we characterize the conception of textbook as empiricist, that is, learning occurs through an inductive didactic process.

Keywords: Area of plane figures, Praxeological organizations, Textbook

1 INTRODUÇÃO

Neste artigo, adotamos o saber “área de figuras planas” como pertencente ao campo das grandezas e medidas em um livro didático (LD) de matemática do 5º ano do Ensino Fundamental. Tendo em vista a importância do LD no processo de ensino, nosso interesse, nesta pesquisa, foi analisar a praxeologia matemática e didática, bem como o tipo de organização didática proposto pelo livro do 5º ano em relação ao saber “área de figuras planas”.

Assim, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard, (1999) que possibilita situar a atividade matemática dentro de um conjunto de atividades humanas e das instituições sociais, e recorremos ao modelo de referência criado por Gascón (2003), que permite identificar o Tipo de Organização Didática (TOD), a saber: clássica, empirista e construtivista.

Além disso, tomamos como referência o conceito de área proposto por Régine Douady e Perrin-Glorian (1989), no qual discutem que, para se construir o conceito de área, é importante distinguir e articular os três quadros: geométrico, numérico e das grandezas.

A escolha pelo saber “área de figuras planas” se deu em virtude de fazer parte das aprendizagens essenciais para os estudantes da educação básica, conforme os currículos oficiais, a exemplo da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), por fazer conexão com outras disciplinas, ser um articulador entre outros conteúdos matemáticos e estar presente nas práticas sociais.

Diante do exposto, surgiu a seguinte questão motivadora: *qual a abordagem matemática e didática em um livro didático de matemática do 5º ano em relação ao estudo de área de figuras planas?*

Para responder a nossa indagação, temos por objetivo geral analisar a praxeologia matemática e didática, bem como o tipo de organização didática proposto pelo livro do 5º ano em relação ao saber “área de figuras planas”.

Portanto, apresentamos, a seguir, o referencial teórico adotado, procedimentos metodológicos e as análises dos nossos resultados. Por fim, nossas considerações finais e referências.

2 APORTE TEÓRICO

Para Chevallard (1999), toda atividade humana pode ser descrita por um modelo que ele chamou de Organização Praxeológica ou Praxeologia, constituída de quatro elementos articulados (T, τ, θ, Θ). A palavra *Praxeologia*, semanticamente, é formada por dois termos gregos (práxis e logos), os quais significam, respectivamente: prática e saber.

A prática envolve o bloco do saber fazer (tipos de tarefa e técnica) e o saber envolve o bloco tecnológico-teórico (tecnologia e teoria), que justifica e interpreta a prática. Sendo assim, de acordo com Santos (2015, p.41) “não existe práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis. Dessa forma, ao unir as duas vertentes da atividade matemática obtêm-se a noção da praxeologia”. Ou seja, uma prática humana em uma instituição estará sempre acompanhada de uma justificativa, explicando a necessidade do fazer humano.

Nessa teoria, a praxeologia matemática visa determinar a realidade matemática a partir de um quarteto: tipos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria [T, τ, θ, Θ]. Para essa organização, **tipo de tarefa** está relacionado a um objetivo claro, geralmente expresso por um verbo de ação mais o seu complemento, e inclui apenas as ações que são humanas, como, por exemplo, produzir uma superfície de área dada.

Toda tarefa demanda o uso de uma **técnica**, isto é, uma maneira de fazer reconhecida institucionalmente. As técnicas são amparadas em um discurso denominado de **tecnologia**, responsável em justificar seu uso, explicar porque ela funciona bem e ainda possibilitar a produção de novas técnicas.

Por fim, a **teoria** vai justificar e esclarecer a tecnologia, relativa a um objeto do saber. Para esclarecer a teoria, trouxemos um exemplo de tarefa: calcular a área de uma quadra que mede 12 m de comprimento por 8 m de largura. A técnica que vai resolver a tarefa é fazer a multiplicação das medidas dadas, 12 m x 8 m, para encontrar a área de 96 m². O bloco tecnológico teórico que explica porque a técnica dá certo é a multiplicação enquanto configuração retangular sob o domínio dos números. Com isso, formamos a praxeologia matemática.

A praxeologia didática está relacionada ao modo como a realidade matemática poderá ser estudada, ou seja, no nosso caso, está relacionada ao modo como o ensino de área de figuras planas é apresentado nos LD.

Por meio dos seis momentos didáticos, a praxeologia didática oferece elementos capazes de rastrear como os autores organizam o saber na obra, quais tarefas elegem para o seu tratamento, que técnicas esboçam e quais argumentos utilizam para justificar seu uso, como formalizam os saberes e como os avaliam. Chevallard (1999) afirma que esses momentos de estudos, como são apresentados, não determinam uma ordem cronológica. Portanto, quem vai escolher essa ordem é o professor nas suas aulas e os autores nas suas obras didáticas, por exemplo.

Sendo assim, temos seis momentos de estudo, a saber: o primeiro momento é o encontro com a praxeologia matemática a ser estudada, ou seja, é o encontro com o tema de estudo e que vai estar ligado a pelo menos um tipo de tarefa. Esse encontro pode acontecer de diferentes maneiras, como, por exemplo, quando o professor anuncia em sua aula que serão estudadas áreas de figuras planas ou na abertura do capítulo do livro didático.

O segundo momento é a exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica que o resolva. Dessa maneira, a técnica será o meio utilizado para resolver a atividade matemática, uma situação problema. De acordo com Chevallard (1999), um tipo de tarefa, específico, constitui-se como meio para a construção de uma técnica. Esta técnica resultará como estratégia que vai resolver as tarefas que se inserem nesse tipo.

O terceiro momento é a constituição do entorno tecnológico-teórico relativo à técnica para explicá-la e justificá-la. Ao utilizar uma técnica, é preciso que haja uma justificativa para explicar por que ela dá certo. De acordo com Santos (2015), dependendo da concepção do autor do LD, ele poderá dar ênfase a esse momento, centrando os estudos em conceitos e teorias.

O quarto momento é o trabalho com a técnica, visando torná-la melhor, mais econômica e eficiente em diferentes tarefas. Nesse momento, é importante promover o desenvolvimento de técnicas, gerando novas técnicas que serão úteis aos estudos de maneira quantitativa e qualitativa.

O quinto momento é a institucionalização dos saberes que deverão fazer parte do arsenal dos estudantes daquele nível escolar, em que deverão oficializar a organização

matemática em estudo. Nessa fase, verifica-se o que permanece de fato na organização matemática em questão e o que pode ser descartado.

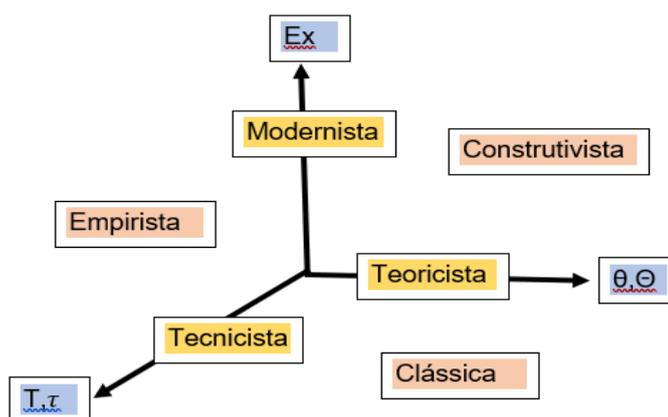
Por fim, o sexto momento é a avaliação da praxeologia trabalhada sobre o que efetivamente foi compreendido com a organização matemática. Isto é, o que se domina em termos de tipo de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

2.1 - Tipos de Organização Didática - TOD

No que diz respeito aos TOD, iremos nos pautar em Gascón (2003), que organizou um modelo de referência utilizando os momentos didáticos da TAD e estruturou-o com possíveis formas de organizações didáticas referentes ao desenvolvimento de atividades matemáticas.

Figura 1

Modelo de referência dos Tipos de Organizações Didáticas



Fonte: Gascón (2003, p.21)

A figura 1 representa um espaço tridimensional criado pelo autor, cujos pontos representam uma Organização Didática. Portanto, em cada um desses eixos são representados três momentos de estudo da TAD, que são: os momentos tecnológico-teóricos (θ, Θ), o trabalho da técnica (T, τ) e os momentos exploratório (Ex). Sendo assim, para cada um desses eixos, há um modelo de Organização Didática: *Clássica*, *Empirista* e *Construtivista*, em que o processo de estudo se dá de maneira bidimensional.

A *Organização Didática Clássica* associa o momento tecnológico-teórico (θ, Θ) e o trabalho da técnica (T, τ) e se “caracteriza, entre outras coisas, pela banalização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino de matemática é um

processo mecânico totalmente controlado pelo professor” (Gascón, 2003, p. 20). Sendo assim, para aprender um conceito, o ensino é voltado para resolver muitas tarefas mecânicas.

A *Organização Didática Empirista* integra o momento exploratório (Ex) e o trabalho da técnica (T, τ), assim ela “considera que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática” (Gascón, 2003, p.20). Aqui o estudante aprende resolvendo problemas que não são comuns e utilizando-se de técnicas repetitivas.

Já a *Organização Didática Construtivista* integra os momentos tecnológico-teórico (θ , Θ) e exploratório (Ex), diferenciando-se das outras por contextualizar as tarefas de resolução de problemas de forma mais ampla e por considerar que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimento, em que o estudante passa a refletir e criar estratégias diferentes na construção dos conceitos.

3 O SABER ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Embora, na matemática escolar, geralmente considere-se área como um conteúdo da geometria, iremos considerar, nesta pesquisa, como campo das grandezas geométricas, em consonância com vários pesquisadores (Régine douady; Perrin-Glorian (1989); Bellemain; Lima (2002); Santos, 2005, 2015; Teles, 2007;). A área, nesse sentido, é um atributo de uma região ou superfície plana que pode ser medida ou comparada (Teles, 2007).

Compreendendo a área como um atributo que pode ser medido ou comparado, é importante deixar claro que ,em uma atividade, por exemplo, precisamos saber qual o atributo que se deseja medir em um determinado objeto geométrico, já que, para um mesmo objeto, podemos associar diferentes atributos: comprimento, massa, área etc.

Conforme Lima; Bellemain (2010), quando consideramos área como grandeza, trata-se de distinguir área e figura, visto que figuras distintas podem ter mesma área; e também diferenciar área de número, pois, ao medir uma mesma área utilizando diferentes unidades, iremos ter como resultado diferentes números, mas a área permanece a mesma.

Segundo Douady; Perrin Glorian (1989), a abordagem da área enquanto grandeza favorece aos estudantes o estabelecimento das relações entre as superfícies e os números, objetos que pertencem, respectivamente, aos quadros geométrico e numérico. Nesse

sentido, Ferreira; Bellemain (2013) esclarecem que a distinção dos três quadros leva a destacar que a área não corresponde nem à figura nem ao número:

A área não pode ser a figura porque figuras diferentes são suscetíveis de ter mesma área (como no caso da decomposição e recomposição de uma figura sem perda nem sobreposição). Tampouco a área é um número, pois se a unidade muda, o número que expressa a medida também é alterado. Dada uma figura F , cuja área mede 3 cm^2 , pode-se expressar essa área por 300 mm^2 , ou seja, os números 3 e 300 não dão conta de expressar a área de F . Na organização conceitual proposta, a figura se situa no quadro geométrico, a área se situa no quadro das grandezas e a medida se situa no quadro numérico. (Ferreira; Bellemain, 2013, p. 4)

Como exposto, o quadro geométrico é constituído pelas superfícies planas (triângulo, quadrado, entre outros). O quadro numérico é formado pelos números reais responsáveis por indicar a medida da área (3; 8; 12...). O quadro da grandeza evidencia a relação de duas figuras terem ou não a mesma área, ou seja, refere-se à classe de equivalência de superfície de mesma medida. Isso quer dizer que, se duas figuras A e B são iguais, elas pertencem a uma mesma área de equivalência, ou seja, o número seguido de uma unidade de medida, por exemplo 3 m^2 .

A conexão entre esses três quadros¹ é ilustrada a seguir:

Figura 2

Esquema de articulação dos quadros



Fonte: adaptação do esquema proposto por Belleiman e Lima (2002)

Vale ressaltar que esses quadros tiveram origem nas pesquisas realizadas por Douady e Perrin-Glorian (1989) na França e, diante de sua relevância, outros pesquisadores, como Belleiman e Lima (2002), Santos (2015) e Moura (2019), incorporaram em suas pesquisas.

¹ Um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações (Douady; Perrin-Glorian, 1989, p.389).

Os quadros acima são distintos, porém articulam-se entre si e devem estar presentes no ensino de área enquanto grandeza. Como mostra o esquema, a relação de equivalência “mesma área” se dá na passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas e a unidade de medida de área é a base que possibilita passar do domínio das grandezas para o das medidas. Essas articulações entre os quadros são possíveis através de tarefas com ênfase nos objetos que permitem a passagem de um quadro a outro.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Este estudo adota uma abordagem qualitativa e se enquadra dentro do escopo de uma pesquisa documental. Seu objetivo é analisar a praxeologia matemática e didática, bem como o tipo de organização didática proposto pelo livro do 5º ano em relação ao saber área de figuras planas.

A escolha do livro didático resultou nos seguintes critérios: ser o mais adotado pelas escolas da Prefeitura do Recife/PE e aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático -PNLD. O motivo da nossa escolha pela Prefeitura do Recife e anos iniciais se deve ao fato de a pesquisadora ser pedagoga e professora dessa rede e etapa de ensino. A escolha dos anos iniciais se deu, também, por considerarmos ser um campo fértil para pesquisa, diante das poucas publicações que ainda existem nesta etapa do ensino.

No LD do 5º ano, da coleção “A conquista da matemática”, dos Anos iniciais, o ensino de área de figuras planas se dá na Unidade 5, intitulada “Números e Medidas”, especificamente, no capítulo 2, “Medindo superfície”. Esse capítulo apresenta sete páginas envolvendo o conteúdo de nosso interesse.

A contagem dos tipos de tarefa foi feita considerando todos os itens de que cada questão dispõe, apresentados nestas sete páginas e nas seções “Vamos recordar” e “O que eu aprendi neste ano” que aparecem no final da unidade e no final de cada volume, respectivamente.

Para organizarmos a nossa investigação, dividimos em duas etapas metodológicas, a saber: caracterização da praxeologia matemática e didática, e, por fim, a identificação dos tipos de organização didática presentes no livro. A caracterização das praxeologias consiste na descrição da realidade matemática (Praxeologia matemática) e no estudo da obra em termos de momentos didáticos (Praxeologia didática).

Para a análise da praxeologia matemática, tomamos os elementos (tipo de tarefas, técnica, tecnologia e teoria) propostos por Chevallard (1999) e nos apoiamos nos critérios propostos por Santos (2015) e inspirados em Chevallard (1999). Em relação aos tipos de tarefa, buscamos os seguintes critérios: identificação, representatividade, razão de ser, importância e pertinência. Quanto às técnicas, iremos nos apoiar nos seguintes critérios: fáceis de utilização, confiáveis e aceitáveis, abrangentes, possíveis de evoluir e bem elaboradas.

Já para o bloco tecnológico-teórico, iremos nos apoiar nos seguintes critérios: explicitação do conceito, apresentação e justificativa do enunciado, tipo de justificativa: canônica ou não; forma de justificativa: explicativa, dedutiva etc.; validade de argumentação e exploração do bloco tecnológico-teórico.

Para realizar a análise didática da obra, lançamos mão dos momentos de estudos proposto por Chevallard. Assim, adotamos o quadro usado por Santos (2015), em que são instituídos questionamentos a serem lançados sobre cada um dos momentos de estudos.

Figura 3

Quadro de referência à análise da praxeologia didática

Categorias (momentos)	Critérios de análise
Primeiro encontro	Como inicia o assunto de área de figuras geométricas planas no livro?
Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica.	Como o livro explora os tipos de tarefas? Como se dá a elaboração de técnicas?
Constituição do ambiente tecnológico – teórico.	Como é realizada a construção de justificativas?
Trabalho da técnica	Quando acontece a construção do domínio da técnica? E da precisão da técnica? Há criação de novas técnicas?
Institucionalização	Como se concretiza a institucionalização (No início, meio e/ou no fim da abordagem do livro)?
Avaliação	Como acontece a avaliação: No início, meio e/ou no fim da abordagem do livro?

Fonte: Santos (2015, p. 100)

No que diz respeito aos tipos de tarefa, iremos nos apoiar no modelo de referência proposto por Moura (2019), fazendo uma adaptação na sua descrição. São elas:

Figura 4

Tipos de tarefa adotados para análise do livro didático

T1 - Comparar área de figuras planas;
T2 - Determinar área de figuras planas;
T3 - Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfície;
T4 - Produzir uma superfície de área dada;
T5 - Converter unidades de área de figuras planas;
T6 - Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área;
T7 - Operar com medidas de área de figuras planas.

Fonte: Adaptado de Moura (2019)

Para a identificação dos tipos de organização didática², elaboramos um quadro baseado em Gascón (2003), em que as categorias são formadas pelas organizações e os critérios são nutridos pelas características que elas apresentam, pois temos por meta identificar a concepção da proposta de ensino do livro didático do 5º ano do Ensino fundamental.

Figura 5

Quadro de referência à análise da Organização Didática

Categorias		Crítérios	Características do tipo de organização didática
Organização Clássica	Didática	Associa o momento tecnológico-teórico (θ , Θ) e o trabalho da técnica (T , τ).	Banaliza a atividade de resolução de problemas por considerar que o ensino de matemática é um processo mecânico.
Organização Empirista	Didática	Integra o momento exploratório (Ex) e o trabalho da técnica (T , τ).	Compreende que aprender matemática é um processo indutivo baseado na imitação e na prática.
Organização Construtivista	Didática	Integra os momentos tecnológico-teórico (θ , Θ) e exploratório (Ex).	Considera que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimento, em que o aluno passa a refletir e criar estratégias diferentes na construção dos conceitos.

Portanto, no próximo tópico, iremos analisar o livro didático de matemática do 5º ano, em relação ao conceito de área de figuras planas, com base no percurso metodológico

² Mesmo compreendendo que Praxeologia Didática e Organização Didática são sinônimos para Chevallard (1999), neste texto iremos utilizar o termo Organização Didática para nos referirmos aos tipos de organização propostos por Gáscon (2003).

e referencial teórico que foi exposto, para caracterizar a praxeologia matemática e didática e entender a concepção de ensino explorada na obra.

5 ANÁLISE E DISCUSSÕES

Neste tópico, iremos apresentar as praxeologias matemática e didática presentes no LD do 5º ano do Ensino Fundamental, bem como o tipo de organização didática em relação ao saber “área de figuras planas”.

Sendo assim, durante a análise da praxeologia matemática no capítulo 2, “Medindo superfície”, constatamos 28 tarefas por tipos de tarefas para serem analisadas, conforme tabela:

Tabela 1

Quantitativo de tarefas por tipos identificados no LD do 5º ano

Tipo de tarefas	Quantitativo
T1: Comparar áreas de figuras planas.	02
T2: Determinar uma área de figuras planas.	19
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.	02
T4: Produzir uma superfície de área dada.	02
T7: Operar com medidas de área de figuras planas.	03

Fonte: dados da pesquisa

Entre os cinco tipos de tarefas presentes no livro, de acordo com a tabela, o que apresentou um quantitativo de tarefas com maior expressividade foi o tipo T2, com um total de 19 tarefas, enquanto os tipos T1, T3 e T4 contemplaram 2 tarefas cada e o tipo T7 contemplou 3 tarefas.

Quanto aos outros tipos de tarefas, **T5** e **T6**, estes não foram contemplados. Talvez pelo nível de complexidade, só devem ser vivenciadas nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para esclarecer os tipos de tarefas, apresentaremos algumas tarefas pertencentes a T1, T2, T3, T4 e T7 para identificação das técnicas, tecnologias e teorias, e assim compor a análise da praxeologia matemática.

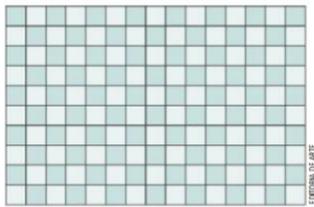
a) T2 - Determinar área de figuras planas.

O autor apresenta uma tarefa do tipo T2, utilizando uma malha quadriculada para ilustrar a parede de uma cozinha. Nessa tarefa, ele deseja saber quantos azulejos foram colocados. A técnica que vai resultar para resolver essa tarefa é a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. O bloco tecnológico-teórico que vai justificar o uso da técnica é composto pela aditividade de área sob o domínio dos números naturais. A figura a seguir apresenta a respectiva tarefa:

Figura 6

Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T2 no livro do 5º ano

3ª situação: A figura a seguir representa a parede de uma cozinha sobre a qual foram colocados azulejos quadrados.



- Quantos desses azulejos foram colocados nessa parede?

150 azulejos.

$15 \times 10 = 150$

Nesse caso, se tomamos como unidade de medida o azulejo quadrado, a quantidade de azulejos indica a área da parede.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 134)

Como visto na tarefa, o autor deixa subentendido, para o professor, outra técnica que diz respeito a multiplicar o comprimento e largura da figura para encontrar a quantidade de azulejos, tornando-a mais econômica e eficiente.

Em seguida, são apresentadas mais 5 tarefas nas quais o autor utiliza, na grande maioria delas, a malha quadriculada e reforça o trabalho da técnica de multiplicação dos lados adjacentes (comprimento e largura). Essa técnica é orientada no livro do estudante e do professor, inclusive para estimular o cálculo intuitivo da área de um retângulo. Nesse sentido, o bloco tecnológico teórico está amparado no significado de multiplicação enquanto configuração retangular sob o domínio dos números.

As outras tarefas pertencentes ao tipo T2 começam a explorar a unidade de medida convencional de área, utilizando o cm^2 e o m^2 . Com isso, o autor retoma a técnica de contagem de superfície unitária e multiplicação dos lados adjacentes. A figura a seguir apresenta a praxeologia matemática referente ao tipo de tarefa **T2**.

Figura 7

Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T2

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T2: Determinar área de figuras planas.	Contar a quantidade de quadradinhos no comprimento e na largura, ou vice e versa, e multiplicar os valores obtidos.	Multiplicação enquanto configuração retangular; números.

b) T1 - Comparar área de figuras planas.

Das duas tarefas de comparação, uma envolve comparar quatro figuras na malha com uma figura plana (retângulo) em destaque. Com isso, a técnica para resolver a tarefa é a contagem de superfície unitária que recobre cada figura na malha para verificar qual delas apresenta mesma área que a figura em destaque. Dessa forma, o bloco tecnológico-teórico que irá justificar e explicar o uso da técnica é a aditividade de área sob o domínio dos números. A figura a seguir apresenta a praxeologia matemática do tipo de tarefa T1.

Figura 8

Praxeologia matemática presente no tipo de tarefa T1

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T1 - Comparar área de figuras planas.	Contagem de superfície unitária que recobre cada figura. Multiplicação dos lados adjacentes (comprimento e largura).	Multiplicação enquanto configuração retangular; ordenação dos números; aditividade de área; domínio dos números.

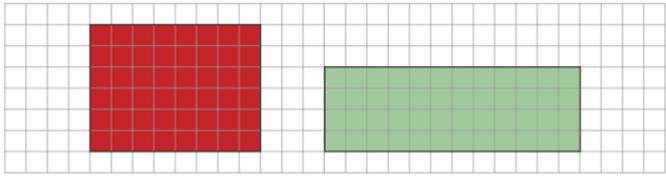
c) T3 - Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.

Para esse tipo de tarefa, encontramos duas atividades envolvendo o efeito de modificação sobre área e sobre perímetro de uma família de superfície. A figura abaixo apresenta um exemplo de tarefa do tipo T3:

Figura 9

Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T3

4. Sílvia desenhou as figuras a seguir na malha quadriculada.



• O que é possível concluir observando o perímetro e a área dos retângulos desenhados por Sílvia? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, apesar de os retângulos terem a mesma área, seus perímetros são diferentes.

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 136)

Para essa tarefa, observamos que o autor contribui para o estudo da variação de área e perímetro ao apresentar duas figuras diferentes com mesma área, mas com perímetros diferentes, ou seja, a tarefa proporciona que o estudante entenda que essas grandezas não variam na mesma proporção. Para responder a tarefa da figura 4, é preciso tomar os comprimentos dos lados (comprimento e largura) e multiplicá-los para descobrir a área de cada figura ou realizar a contagem de superfície unitária que recobre cada figura. Em seguida, para resolver o perímetro, a técnica vai resultar na contagem de comprimentos unitários necessários para contornar cada figura na malha.

Logo, a superfície que tiver a maior medida é a que tem maior área e, se tiverem a mesma medida, terão mesma área (Santos, 2015), assim como a figura que tiver a maior medida de contorno terá o maior perímetro. Para concluir, basta comparar as áreas das superfícies com os seus contornos.

O bloco tecnológico-teórico que vai justificar o uso da técnica em relação ao saber área é a adição de área ou multiplicação enquanto configuração retangular e o domínio dos números naturais. Já o que justifica a técnica para o saber perímetro é a propriedade das figuras geométricas planas, a operação de adição e a ordenação de números, justificadas pelo domínio da geometria e dos números naturais, respectivamente.

Figura 10

Praxeologia matemática referente ao tipo de tarefa T3

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco tecnológico-teórico
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.	Multiplicação dos lados adjacentes (comprimento e largura); contagem de comprimentos unitários.	Aditividade de área ou multiplicação enquanto configuração retangular; propriedade das figuras geométricas planas; operação de adição; ordenação de números; domínio da geometria e dos números naturais.

d) T4 - Produzir uma superfície de área dada.

Nesse tipo de tarefa, o autor solicita que o estudante produza duas figuras distintas com mesmo perímetro e área diferente. A técnica que inferimos ser necessária e que vai resultar para resolver essa tarefa é construir na malha quadriculada duas figuras quaisquer, distintas, com o comprimento do contorno de mesma medida e com quantidade de superfícies unitárias distintas.

Ao desenhar duas figuras distintas na malha, respeitando as condições dadas, as figuras que apresentam quantidades de superfícies unitárias diferentes possuirão áreas diferentes (Moura, 2019). A propriedade aditiva de área e das figuras planas e o domínio dos números naturais e da geometria compõem o bloco tecnológico-teórico.

Figura 11

Praxeologia matemática referente ao tipo de tarefa T4

Tipo de tarefa	Técnica	Bloco Tecnológico-teórico
T4 - Produzir uma superfície de área dada.	Construir na malha quadriculada duas figuras quaisquer, distintas, com os comprimentos dos contornos de mesma medida e com quantidade de superfícies unitárias em seu interior diferentes.	Propriedade aditiva de área; propriedades das figuras planas; números naturais; geometria.

e) T7: Operar com medidas de área de figuras planas.

Para o tipo de tarefa T7, são propostas 3 tarefas que exigem que seja realizada alguma operação de multiplicação ou divisão, com unidades de medidas convencionais, envolvendo texto verbal. A figura abaixo exemplifica uma dessas tarefas.

Figura 12

Exemplo de tarefa pertencente ao tipo T7

2. Gustavo está pintando um muro retangular que tem 12 m de comprimento e 3 m de altura. Com uma lata de tinta, ele consegue pintar 9 m² do muro.

Então, Gustavo vai precisar de 4 latas de tinta para pintar o muro todo.

$$12 \times 3 = 36$$
$$36 \div 9 = 4$$

Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 139)

Para resolver esse tipo de tarefa, o autor propõe a técnica de multiplicação das medidas de comprimento e de altura dadas e operações fundamentais para descobrir a área total do muro em m² e a quantidade de latas de tinta necessárias para pintá-lo. A Multiplicação enquanto configuração retangular, propriedade da operação de divisão e domínio dos números naturais, compõem o bloco tecnológico-teórico. Na análise da praxeologia matemática, percebemos que o autor apresenta diferentes tipos de tarefas, mas prioriza nas tarefas o quadro numérico. As técnicas utilizadas são contagem de superfície unitária e multiplicação dos lados adjacentes. Como as técnicas são repetitivas, o bloco tecnológico-teórico também se repete: configuração retangular sob o domínio dos números para justificar o uso da técnica.

Ao analisarmos a praxeologia didática, fomos buscar no livro do 5º ano os seis momentos de estudos propostos por Chevallard (1999). Na análise, verificamos que o saber área inicia-se no capítulo 2: Medindo superfície a partir de três situações. Uma delas mostrando a área de um apartamento em m² em um anúncio de venda de um imóvel, outra trazendo um questão de ordem pessoal e a terceira abordando o tipo de tarefa **T2** - *Determinar área de figuras planas*, explorando a contagem e trazendo a técnica de configuração retangular junto com a elaboração da técnica, que é multiplicar a medida dos lados adjacentes para encontrar a medida da área, apresentando, assim, o segundo momento didático.

Dando continuidade ao capítulo, o autor prossegue ampliando o quantitativo de tarefas no exemplar, apresentando o tipo **T1** - *Comparar área de figuras planas*, no qual retoma a técnica da contagem de superfícies unitárias. Percebemos que o trabalho da técnica não evolui.

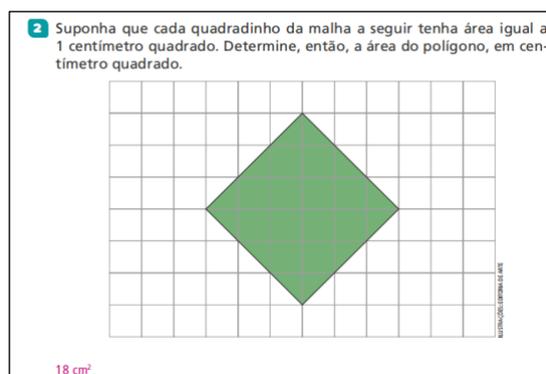
Adiante, o autor começa a trabalhar com medidas padronizadas, apresentando as mais convencionais: cm^2 e m^2 . As tarefas apresentadas exploram o tipo T2, T3, T4 e T7 e a técnica de multiplicar os lados adjacentes é retomada na maioria delas. Logo, o autor vai repetindo as técnicas já exploradas para esses tipos de tarefas buscando a precisão e o domínio delas. O ambiente tecnológico-teórico é apresentado quando o autor retoma o tipo de tarefa T2 para encontrar a área dos retângulos na malha quadriculada e expõe que a medida da área “corresponde ao resultado de uma multiplicação, pois a figura tem uma disposição retangular” (Giovanni Junior, 2021, p.139). Logo, diante da técnica de contagem que foi a mais explorada, nesse volume, o ambiente tecnológico-teórico é fortalecido pelo campo numérico.

Observamos, no volume do 5º ano, que o autor não define oficialmente o que é área, mas fica subentendido, diante das tarefas e técnicas apresentadas, que área é a medida da superfície, isto é, o autor valoriza área enquanto número e desconsidera a característica da superfície que defendemos nesse trabalho. Durante nossa análise, observamos que o momento da avaliação praxeológica não foi contemplado como é proposto na concepção de Chevallard (1999), ou seja, ele não busca investigar se as justificativas ficaram claras ou se as técnicas deram certo, por exemplo. Nesse sentido, entendemos que o livro não busca retomar o que foi visto na realidade matemática, para entender o que deu certo ou não.

A avaliação que o autor também apresenta nesse volume é da aprendizagem resgatando o que foi visto na unidade. Nessa avaliação de processo, ele propõe uma tarefa do tipo T2, utilizando como recurso a malha quadriculada. O autor informa que cada quadradinho equivale a 1cm^2 de área e deseja saber a área do polígono, conforme figura a seguir:

Figura 13

Extrato do livro do 5º ano que explora a avaliação da aprendizagem



Fonte: Giovanni Júnior (2021, p. 154)

A técnica que o autor resgata é a contagem da superfície unitária ao utilizar o quadrado como unidade de medida. Ele também informa que dois triângulos correspondem a um quadradinho, ou seja, quando houver duas metades de superfície na figura, conta-se uma superfície a mais. Nessa avaliação da aprendizagem, o autor resgata apenas um tipo de tarefa dos cinco que foram identificados, fato que não contribui para verificar tudo o que foi vivenciado na aprendizagem e o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico é mais uma vez fortalecido pelo campo numérico.

Enfim, dos seis momentos de estudo propostos por Chevallard, foram observados cinco, já que o momento da avaliação praxeológica não foi contemplado. O momento do ambiente tecnológico-teórico quase não foi exposto explicitamente, sendo necessário, ao longo da análise, fazermos inferências para explicar e justificar o uso da técnica.

Diante da análise da praxeologia didática, percebemos que o autor valoriza o momento exploratório (Ex), trazendo cinco tipos de tarefas T1, T2, T3, T4 e T7 e o momento do trabalho da técnica (T, τ), mas tornando a técnica repetitiva durante a execução das tarefas de todos os tipos para serem trabalhadas com precisão. Com isso, classificamos o tipo de organização didática como *Empirista*. De acordo com Gascón (2003, p.20) esse modelo de organização “considera que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática”. Nesse sentido, o estudante aprende o saber área explorando três tipos de tarefas, mas aplicando a mesma técnica.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa pesquisa, tomamos como estudo o LD por ser um recurso muito utilizado no processo de ensino, na prática pedagógica e que contribui significativamente para a aquisição, consolidação, ampliação e aprofundamento dos conhecimentos dos estudantes. Adotamos área enquanto grandeza na perspectiva de Douady e Perrin-Glorian (1989) e como ferramenta teórico-metodológica a Teoria Antropológica do Didático Chevallard (1999) e os Tipos de Organização Didática propostos por Gascón (2003).

Com isso, nossa pesquisa teve por objetivo analisar a praxeologia matemática e didática, bem como o tipo de organização didática proposto pelo livro do 5º ano em relação ao saber área de figuras planas.

Diante da análise do volume do 5º ano do livro didático, quanto ao ensino do saber “área de figuras planas”, a praxeologia matemática revelou que o autor apresenta tarefas pertencentes a 5 tipos (T1, T2, T3, T4 e T7) que favorecem o ensino desse saber. O tipo de tarefa que predominou foi o **T2** - *Determinar área de figuras planas*, com 19 tarefas, priorizando o quadro numérico, fato que pode gerar lacunas conceituais, pois o estudante pode entender que área e número são sinônimos.

Quanto às técnicas, o autor recorre a técnicas repetitivas para que o estudante vá aprimorando o uso delas. Ele entende que a técnica que vai resultar para resolver as tarefas é a de multiplicação dos lados adjacentes. O bloco tecnológico-teórico que prevaleceu para justificar e dar sustentação à técnica foi a multiplicação enquanto configuração retangular sob o domínio dos números naturais.

Ao voltarmos nosso olhar para o modo como o ensino de área é abordado no livro didático, ou seja, a praxeologia didática, foi possível perceber que os momentos de estudos estão organizados seguindo uma sequência que o autor julga importante, tendo em vista que esses momentos não possuem uma ordem cronológica (Chevallard, 1999). Dessa forma, o autor apresenta o 1º, 2º, 4º e 5º momentos ao mesmo tempo, assim que apresenta o conteúdo, no entanto entendemos que a forma como está organizado o processo de ensino desse saber, ao trazer o 5º momento no início da abordagem do conteúdo, não contribui para que o estudante reflita e construa o saber, tendo em vista que esse já está sendo apresentado a ele.

Dessa forma, sugerimos que os professores busquem outros recursos com atividades práticas, utilizando material concreto e fichas com resolução de problemas antes de utilizar o livro, para que o estudante tenha oportunidade de explorar o saber, investigar, formular hipóteses, resolver problemas de maneira criativa e construir ativamente seu conhecimento. Só depois o livro deverá ser apresentado para trabalhar o saber área.

No que diz respeito ao tipo de organização didática, foi possível observar na coleção que o autor enfatiza o tipo de organização empirista, ou seja, integra o momento exploratório (Ex) e o trabalho da técnica (T, τ) através de um processo indutivo voltado para repetição de técnicas, o que não promove a autonomia e a capacidade dos estudantes de resolver as tarefas de forma reflexiva e criar estratégias próprias.

Desse modo, gostaríamos de sugerir ao autor da coleção que o tipo de organização construtivista, integrando os momentos tecnológico-teórico (θ , Θ) e exploratório (Ex) e abordando tarefas de resolução de problemas de forma ampla, irá contribuir para que o

estudante reflita e crie estratégias diferentes na construção do saber “área de figuras planas”, dando possibilidades para que ele seja ativo no processo de aprendizagem.

Ao proporcionar uma experiência de aprendizagem mais rica, completa, motivante e relevante, esse tipo de organização prepara os estudantes não apenas para dominar os conceitos matemáticos, mas também para aplicá-los de maneira criativa e reflexiva em diferentes contextos. Sugerimos que a elaboração de suas obras explore a eficácia de uma abordagem didática construtivista, promovendo um ensino cada vez mais amplo, significativo e consistente sobre área de figuras planas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

- Bellemain, P. M. B., & Lima, P. F. (2002). *Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental*. Natal: Editora da SBHMat.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: (BNCC)*. Brasília, DF: MEC.
- Chevallard, Y. (1999). L' analyse des pratiques enseignantes em Théorie Anthropologie Didactique. In: *Recherches em Didactiques des Mathématiques 19(2)*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1999. p. 221-266.
- Douady, R., & Perrin-Glorian, M-J. (1989). *Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane*. Educational Studies in Mathematics. n. 4. vol.20, p. 387- 424.
- Ferreira, L. de F. D., & Bellemain, P. M. B. (2013). *Estratégias utilizadas por alunos do 6º ano em questões da OBEMEP sobre as grandezas comprimento e área*. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2899_1501_ID.pdf Acesso em: 23 de fev. 2022.
- Gascón, J. (2003). La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 11-37.
- Giovanni Júnior, J. R. (2021). *A conquista: matemática : 5º ano: ensino fundamental : anos iniciais* – 1. ed. – São Paulo : FTD.
- Lima, P. F., & Bellemain, P. M. B. (2010). Matemática: Ensino Fundamental. In: Carvalho, João Bosco Pitombeira Fernandes (org.). In: *Coleção Explorando o Ensino*. Brasília-DF. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, volume 17, p. 167-200.
- Moura, A. P. de. (2019). *Área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sobre aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido*. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) . Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Santos, M.R. (2005). *Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas*. Recife.178 f. (Dissertação de Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

Santos, M. R., & Santos, M. C. (2015). O conceito de área de figuras geométricas planas no livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. *TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana* – v. 6 - número 2.

Teles, R. A. M. (2007). *A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar: um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas*. 2007. (Tese de Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA

Área de figuras planas no livro didático de matemática do 5º ano do ensino fundamental

Kátia Xavier Rodrigues Barbosa

Mestre em educação matemática

Universidade federal de Pernambuco, EDUMATEC, Recife, Brasil katiaxr@hotmail.com

<https://orcid.org/0009-0009-8807-3899>

Marilene Rosa dos Santos

Doutora em Ensino das Ciências e Matemática

Professora Adjunta da Universidade de Pernambuco (UPE), Departamento de Licenciatura em Matemática,

Nazaré da Mata, Brasil marilene.rsantos@upe.br

Professora Colaboradora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica,

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife, Brasil

marilene.rosa@ufpe.br

<https://orcid.org/0000-0003-1409-1364>

Endereço de correspondência do principal autor

Avenida Manaus, 154, 51280020, Recife, PE, Brasil.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora Marilene Rosa dos Santos, minha mais profunda gratidão por sua orientação sábia, apoio e compromisso com a minha jornada acadêmica. Suas palavras de sabedoria, feedback construtivo e encorajamento constante foram fundamentais para o sucesso deste trabalho. Aos grupos de pesquisas GRUPEDIMA e GIPEM por suas contribuições inestimáveis para o desenvolvimento desta dissertação. Suas discussões estimulantes, sugestões construtivas e feedback valiosos enriqueceram significativamente meu trabalho e me ajudaram a expandir minha compreensão sobre o tema. Por fim, agradeço a todos os que, de alguma forma, contribuíram para esta dissertação, direta ou indiretamente. Cada palavra de incentivo, cada gesto de apoio, cada momento de colaboração foi inestimável e contribuiu para tornar este trabalho uma realidade.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: K. X. Barbosa, M. R. dos Santos.

Coleta de dados: K. X. Barbosa

Análise de dados: K. X. Barbosa, M. R. dos Santos.

Discussão dos resultados: K. X. Barbosa; M. R. dos Santos.

Revisão e aprovação: M. R. dos Santos



CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EQUIPE EDITORIAL – uso exclusivo da revista

Mérciles Thadeu Moretti
Rosilene Beatriz Machado
Débora Regina Wagner
Jéssica Ignácio
Eduardo Sabel

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 05-06-2024 – Aprovado em: 10-03-2025

