

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO CAMINHO DIDÁTICO: UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA E SEMIÓTICA NO ENSINO DE VELOCIDADE

Problem Solving as a Didactic Path: A Praxeological and Semiotic Analysis in Speed Teaching

Celso Eduardo BRITO

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia – Campus Eunápolis

celsoedu@ifba.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-6535-4860> 

Jackson Caldeira do AMARAL

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia – Campus Eunápolis

jackson.etg@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0000-7590-351X> 

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo 

RESUMO

Este estudo deriva das atividades do projeto "Práticas Educativas em Educação Matemática: Experiências Advindas do Estágio Supervisionado e dos Programas Institucionais PIBID e RP," autorizado pelo Comitê de Ética e Pesquisa CEP/IFBA, sob o CAAE 66933223.7.0000.5031, do qual participei como residente em 2023. O objetivo principal foi analisar como a abordagem do Método de Polya pode contribuir para o ensino de Grandezas Proporcionais, especialmente Velocidade Média. A pesquisa foi descritiva, qualitativa, ancorada na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). O estudo incluiu pesquisa de campo e bibliográfica, com coletas de dados através de problemas propostos em uma sequência didática e um questionário aberto. A amostra foi composta por alunos do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Eunice Reis, em Eunápolis, Bahia. Os resultados indicaram que o uso de tecnologias digitais, como o *Google Maps*, aliado ao Método de Polya, melhorou a participação e motivação dos alunos, tornando as aulas mais dinâmicas e interativas. Isso contrastou com as metodologias tradicionais, que, apesar de eficientes na comunicação teórica, frequentemente carecem de aplicação prática. Além dos resultados acadêmicos obtidos, esta pesquisa proporcionou um profundo aprendizado sobre o papel do professor como mediador do conhecimento, evidenciando a importância de buscar constantemente métodos que façam a diferença no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: Grandezas Proporcionais, Velocidade Média, Resolução De Problemas, Tecnologias Digitais, Residência Pedagógica

ABSTRACT

This study stems from the activities of the project 'Educational Practices in Mathematics Education: Experiences from the Supervised Internship and the Institutional Programs PIBID and RP,' authorized by the Ethics and Research Committee CEP/IFBA, under the CAAE 66933223.7.0000.5031, in which I participated as a resident in 2023. The main objective was to analyze how Polya's Method can contribute to the teaching of Proportional Quantities, particularly Average Speed. The research was descriptive and qualitative, grounded in the Anthropological Theory of Didactics (ATD) and the Theory of Semiotic Representation Registers (TRSR). The study included both field and bibliographic research, with data collection through problems proposed in a didactic sequence and an open questionnaire. The sample was composed of 9th-grade students from the Eunice Reis Municipal School in Eunápolis, Bahia. The results indicated that the use of digital technologies, such as *Google Maps*, combined with Polya's Method, enhanced student participation and motivation,

making the classes more dynamic and interactive. This contrasted with traditional methodologies, which, despite being efficient in theoretical communication, often lack practical application. Beyond the academic results obtained, this research provided a deep understanding of the teacher's role as a knowledge mediator, highlighting the importance of continuously seeking methods that make a meaningful difference in the teaching and learning process.

Keywords: Proportional Quantities, Average Velocity, Problem-Solving, Digital Technologies, Pedagogical Residency

1 INTRODUÇÃO

No contexto educacional atual, o ensino da Matemática enfrenta constantes desafios para despertar e estimular o interesse dos estudantes pelos objetos matemáticos trabalhados em sala de aula. Esse desafio torna-se ainda mais evidente quando se trata de conceitos abstratos, como as Grandezas Proporcionais, que são fundamentais no currículo de Matemática por estabelecerem a base para o desenvolvimento do pensamento algébrico e geométrico (Brasil, 2018). Nesse sentido, faz-se necessário criar mecanismos modernos para que a prática pedagógica se adeque às novas tecnologias de informação e comunicação, influenciando, assim, o desenvolvimento cognitivo dos alunos (Pontes; Silva. 2020).

Com o avanço da tecnologia, a facilidade de acesso à informação e o crescimento de aplicativos de vídeos curtos, como *TikTok*¹, *Reels*² (Instagram) e *YouTube Shorts*³ (YouTube) prender a atenção dos alunos nos conteúdos de Matemática torna-se um desafio ainda maior. Isso porque os problemas desenvolvidos em sala de aula, muitas vezes, são conduzidos de forma tradicional e sem relação com o cotidiano — o que gera desmotivação nos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem (Pontes; Silva. 2020, p.10). Diante disso, torna-se necessário repensar o uso exclusivo de metodologias conservadoras, incorporando abordagens alternativas, modelos concretos, tecnologias digitais, entre outras possibilidades.

Este estudo justifica-se pela necessidade de encontrar novas formas de engajar os alunos em Matemática, especialmente quando se trata de conceitos abstratos, como as Grandezas Proporcionais. Metodologias inovadoras, que combinem atividades práticas com o uso de ferramentas digitais, têm como objetivo melhorar o entendimento conceitual

¹ *TikTok* é um aplicativo de compartilhamento de vídeos no qual os usuários podem criar e postar vídeos curtos — em média de 15 segundos a três minutos — com conteúdo de música, dança, dublagem e muito mais.

² Os *Reels* são vídeos curtos que você pode criar com facilidade e assistir no Instagram. Eles são uma forma divertida de se conectar com sua comunidade por meio de vídeos interessantes que inspiram qualquer pessoa a participar.

³ *YouTube Shorts* é um recurso de vídeos curtos do site de compartilhamento de vídeos YouTube, que hospeda conteúdo semelhante ao serviço principal do YouTube, mas com foco em vídeos verticais com duração máxima de sessenta segundos.

dos estudantes e prepará-los para aplicar esse conhecimento em situações reais. Isso se mostra fundamental, uma vez que muitos alunos questionam a aplicabilidade dos conteúdos no cotidiano, o que pode gerar desmotivação. Assim, demonstrar a relevância do conhecimento matemático torna-se essencial.

A resolução de problemas surge como uma abordagem promissora, destacando-se o Método de Polya, que propõe a divisão do problema em quatro fases: compreensão, planejamento, execução e retrospectiva. Este método, aliado ao uso do Google Maps, será aplicado em uma sequência didática voltada para o ensino de Velocidade Média no Ensino Fundamental II. A questão central a ser investigada é como o Método de Polya pode contribuir para o ensino de Grandezas Proporcionais. O objetivo geral do estudo é analisar essa contribuição e, entre os objetivos específicos, busca-se compreender o processo praxeológico dos alunos, identificar as dificuldades enfrentadas pelos professores na implementação do método e investigar de que forma essa abordagem pode ser aplicada de maneira eficaz no ensino de Grandezas Proporcionais.

A fundamentação teórica que orienta este trabalho será apresentada a seguir, oferecendo o suporte necessário para o desenvolvimento das análises e discussões propostas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 A Teoria Antropológica Do Didático (TAD)

A teoria desenvolvida por Yves Chevallard (1992), que dá continuidade à teoria da transposição didática, vê os objetos matemáticos como entidades que surgem de sistemas de práticas em instituições, chamados praxeologias. Esses sistemas são descritos por meio das tarefas, das técnicas utilizadas para resolvê-las e dos discursos explicativos e justificativos dessas técnicas (Chevallard, 1992). Ao inserir a didática das ciências no campo da antropologia social, Chevallard propõe uma antropologia didática para analisar fenômenos como o comportamento dos alunos frente a problemas matemáticos. Ele identifica três tipos de objetos específicos: as instituições, as pessoas e as posições que essas pessoas ocupam nas instituições.

Apresentaremos quatro noções que Chevallard considera como noções fundamentais da TAD (2009). A primeira noção é a de Objeto (O), que é qualquer entidade material (tangível) ou não (intangível), que existe para pelo menos um indivíduo. Por exemplo, são objetos o número quinze, o símbolo 15, a noção de avó, avô, o conceito do

estudo de grandezas proporcionais, a fórmula para o cálculo de velocidade média, o símbolo $\sqrt{}$, etc. De maneira geral, qualquer criação resultante de atividade humana é objeto. (Henriques, 2019). A segunda noção é a de Relação pessoal de um indivíduo X com um objeto O: A Relação pessoal de um indivíduo X com um objeto O é o sistema ou o conjunto de todas as interações que X pode estabelecer com o objeto O, tais como, manipular, utilizar, falar sobre ou sonhar com ele, etc. Denotamos este sistema por $R(X, O)$. (Henriques, A. 2019. p. 50).

A terceira noção é a de Pessoa, que é caracterizada pelo conjunto de todas as relações pessoais que existem para um indivíduo X com os objetos O, em um determinado momento da sua história. A quarta noção fundamental é a de Instituição (I), que funciona como um dispositivo social “total” constituído, no mínimo, com uma parte intrínseca (microinstituição).

Uma instituição estabelece requisitos e contratos didáticos (acordos educacionais) para os indivíduos que ocupam diversas posições dentro dela, aplicando suas próprias abordagens e métodos de ensino, conhecidos como praxeologias (conceito que será trabalhado nos próximos parágrafos). Por exemplo, uma sala de aula é uma instituição onde existem duas principais posições ocupadas pelo professor e pelo aluno, não só a sala de aula é uma instituição, como a própria Escola, Colégio ou Instituto são instituições.

2.2 Abordagem praxeológica e os quatro T's

Chevallard (1992) em sua teoria propôs a noção da organização praxeológica (praxeologia) como conceito chave para estudar às práticas institucionais relacionadas a um objeto do saber (que trataremos na pesquisa como objeto matemático). A abordagem praxeológica é um modelo para a análise da ação humana institucional, mas, o que é praxeologia?

Para responder essa pergunta utilizaremos uma definição apresentada nos estudos de Henriques (2019) sobre a teoria proposta por Chevallard (1992), que define praxeologia como: “[...] uma organização de um objeto do saber composta por quatro noções, denominadas de Tarefas, Técnicas, Tecnologia e Teoria na abordagem praxeológica.” (Henriques, 2019, p.57). Segundo Henriques (2019) essas noções possibilitam a modelagem das práticas sociais em geral.

Uma Tarefa expressa pela simbologia praxeológica T , é um exemplo, um exercício, um problema, ou uma situação problema, elaborada com um enunciado sem ambiguidades,

com verbos no infinitivo, que caracterizam um gênero de um tipo de tarefa, como por exemplo: Calcular; Demonstrar; Desenvolver; Efetuar; Escrever; Fornecer; Identificar; Provar; Resolver e etc. (Chevallard, 1992).

A Tarefa tem uma particularidade, pois toda Tarefa T , pode conter ao menos uma subtarefa, que denominaremos St , na qual, deve conter uma praxeologia própria.

Uma Técnica representada pela letra grega tau (τ) é um modo de realizar uma determinada tarefa T , desta forma, uma praxeologia relacionada a T necessita de um conjunto de maneira de realizar as $St \in T$. Especificamente, técnica que deriva do grego *tekhnē*, significa saber-fazer e para um determinado tipo de tarefa T existe uma única técnica, ou ao menos um conjunto de técnicas reconhecidas institucionalmente ou não (pois existem exceções de possíveis técnicas existentes, mas em outras instituições) (Chevallard, 1992) .

Uma Tecnologia que é representada pela letra grega theta θ é um discurso racional (o *logos*) que tem objetivo de justificar técnica τ assegurando que a mesma é fidedigna para realização de um tipo de tarefa T . A tecnologia (θ) é modelada a partir de discursos racionais (justificações, definições, teoremas, propriedades, etc.) (Henriques, 2019).

Uma Teoria representada pela simbologia θ (theta minúscula) é um conjunto de regras sistemáticas que estabelecem um ramo de saberes organizados que tem como finalidade a justificação da tecnologia θ . Essas quatro noções juntas constituem o que chamamos de organização praxeológica completa $[T, \tau, \theta, \theta]$ que pode ser decomposto em dois blocos $[T/\tau]$ e $[\theta/\theta]$, que correspondem ao saber-fazer (*práxis*) e o ambiente tecnológico-teórico $[\logos]$ (Henriques, 2019).

Foram elencadas as principais ideias e terminologias propostas por Yves Chevallard (1992) em sua teoria. Em seguida abordaremos as principais ideias que serão utilizadas na pesquisa propostas por Duval (1999) na Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

2.3 A Teoria Dos Registros De Representação Semiótica (TRRS)

A Essa teoria foi desenvolvida e modelada pelo pesquisador Raymond Duval (1999), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica dialoga sobre o estudo dos sinais e símbolos da Matemática, que, segundo Duval (1999) um *registro de representação* é um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais no funcionamento cognitivo consciente (Duval, 1999). A TRRS dialoga sobre o estudo dos sinais e símbolos da Matemática, que enuncia, que na mobilização dos objetos matemáticos, ocorrem

transitabilidade através das representações, essas representações seriam conjuntos de signos com regras bem definidas e que estão estreitamente ligadas à epistemologia do objeto do saber. Por sua vez os signos são: “unidades elementares de sentido que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas, algarismo, às vezes palavras chave, ou gestos de mão”. (Duval, 2011). Abordaremos a seguir, os conceitos principais da TRRS que serviram como pilar para a escrita deste trabalho.

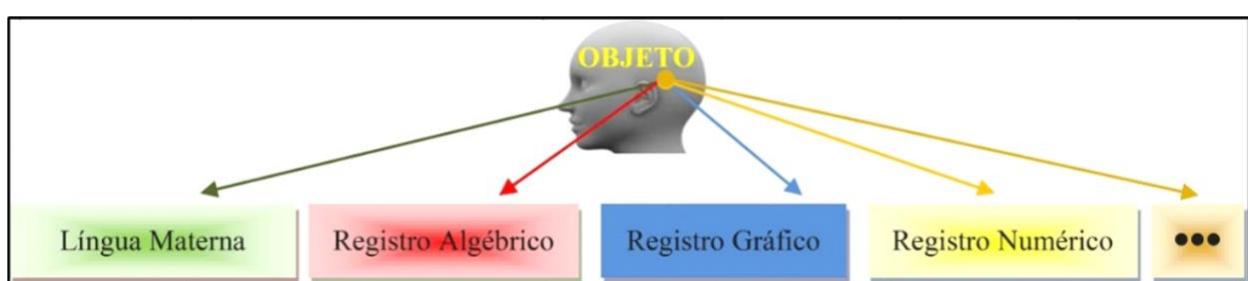
Uma Representação semiótica é a exposição de uma ideia ou um objeto do saber, estabelecida a partir da mobilização de um conjunto de sinais. O seu significado é determinado em dois seguimentos, de um lado, pela sua forma no sistema semiótica e de outro lado, pela referência do objeto representado (Henriques, 2019).

Um Signo para Duval (1999) é um sinal mobilizado por um indivíduo que o proporcione identificar um sistema ou registro de representação semiótico (RRS), como por exemplo regras linguísticas na língua materna, escritas ou propriedades algébricas para o registro algébrico, figuras geométricas para o registro gráfico, números ou operações numéricas para o registro numérico, ou imagens, desenhos e figuras para o registro figural (Duval, 1999 *Apud* Henriques, 2019).

A *figura 1* abaixo traz um esquema que representa como um objeto do saber pode ser representado. Em sequência, explicitaremos algumas das principais terminologias da teoria.

Figura 1

Possíveis registros de representação de um objeto matemático



Fonte: Almouloud (2016).

Na figura acima podemos notar que um objeto matemático pode ser representado por um ou mais tipos de registros de representação. Trabalharemos em nossa pesquisa os seguintes conceitos apresentados por Duval (2011): tratamento, conversão e coordenação.

O Tratamento de uma representação semiótica é a transformação desta em outra representação no mesmo registro. Basicamente, o tratamento é uma transformação interna

no próprio registro, por exemplo a expressão numérica $2^5 + 7$, tratando-a temos, $2^5 + 7 = 32 + 7 = 39$.

A Conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação em outro registro. Tomando a expressão anterior como exemplo, temos, $2^5 + 7$ fazendo a conversão desta para um outro registro de representação como a língua materna, temos: $2^5 + 7$ expresso por “dois elevado a quinta potência mais sete” fazendo a conversão do *Registro Numérico* \Leftrightarrow *Língua Materna*. Vale ressaltar, que essa conversão pode ser feita para um ou mais tipos de registros.

Já a Coordenação é a manifestação da capacidade de um indivíduo em reconhecer a representação de um objeto em dois ou mais registros distintos, como por exemplo a expressão $f(x) = x^2$, que pode ser representada tanto no registro de representação algébrico, na língua materna, no registro gráfico, etc.

Feito o levantamento das ideias propostas por Chevallard e Duval (1992, 1999, 2011), no próximo tópico será feita a revisão de literatura do que circunda o objeto Matemático do projeto proposto.

3 REVISÃO DE LITERATURA

O pensamento proporcional é uma habilidade essencial no cotidiano, permitindo analisar situações e estimar valores, como no cálculo da distância entre cidades ou da velocidade média de um veículo (Melo *et al.*, 2011). Esse raciocínio é fundamental no estudo das grandezas proporcionais, nas quais duas variáveis se relacionam de forma direta ou inversa (Bianchini *et al.*, 2020).

No ensino fundamental, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) introduz progressivamente o conceito de grandezas proporcionais, partindo de noções simples até alcançar aspectos mais complexos, visando desenvolver a compreensão dos alunos sobre tecnologias e as teorias matemáticas (Brasil, 2018). A BNCC também valoriza a linguagem algébrica, orientando os estudantes a identificar variações de grandezas, representá-las em sentenças algébricas e no plano cartesiano (EF08MA12), além de resolver problemas com diferentes estratégias (EF08MA13).

O uso de tecnologias digitais no ensino de matemática, como o *Google Maps*, tem se mostrado cada vez mais atrativo, auxiliando no cálculo de distância e velocidade média em atividades práticas. Por exemplo, em um estudo, alunos utilizaram o *Google Maps* para determinar a melhor rota para uma visita técnica, contextualizando o conceito de velocidade

média, diferenciando-o de médias estatísticas simples (Barbosa *et al.*, 2022). No entanto, dificuldades foram enfrentadas, como a interpretação de mapas e a compreensão de mobilidade urbana, levando à proposta de futuras atividades focadas na leitura de mapas.

Outro estudo apresentado no Encontro Mineiro sobre a Investigação na Escola explorou conceitos de Cinemática no ensino médio por meio de medições e tecnologias da informação, permitindo a criação de tabelas, gráficos e relatórios científicos. Essa abordagem prática incentivou os alunos a discutir fenômenos físicos em seus círculos sociais, ampliando o uso da linguagem científica (Silva; Auth, 2015). No entanto, observou-se uma confiança excessiva nas ferramentas tecnológicas, em detrimento das habilidades analíticas. Ainda assim, a motivação dos estudantes pela ciência foi evidente, destacando o potencial das tecnologias no ensino de Matemática.

Esses estudos evidenciam a importância de metodologias inovadoras no ensino de grandezas proporcionais, ao combinar práticas tradicionais com ferramentas digitais para ampliar a compreensão conceitual e a aplicação em contextos reais. Ao integrar esses métodos, o ensino torna-se mais engajador e relevante, conectando os conceitos matemáticos ao cotidiano dos alunos e respondendo a questionamentos sobre sua utilidade prática.

Após explorarmos como alguns autores abordaram o conceito de Grandezas Proporcionais e Velocidade Média, passaremos a detalhar o percurso metodológico da pesquisa.

4 MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE POLYA

Para explicar o método de Polya nos basearemos na tradução e adaptação de Araújo (1995) do livro “A Arte de Resolver Problema – um novo aspecto do método matemático” escrito pelo matemático George Polya. Segundo o autor.

O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiência tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no carácter (Polya, 1995, p. 5).

Polya destaca a importância dos desafios intelectuais que estimulam a curiosidade e incentivam a criatividade, ressaltando o papel do indivíduo como principal construtor do

seu conhecimento. Em seus estudos, Polya descreve as quatro principais fases para resolver um problema, que detalharemos a seguir.

Fase 1 - Compreensão do problema: O primeiro passo é compreender o problema. Para isso, o sujeito deve levantar uma série de indagações, como por exemplo: "Qual é a incógnita? Quais são os dados fornecidos? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante com os dados fornecidos? [...]" Dessa forma, o indivíduo poderá analisar o enunciado e formar uma noção clara (Polya, 1995).

Fase 2 - Estabelecimento de um Plano: É necessário encontrar a conexão entre os dados fornecidos e a incógnita em questão. Se necessário, deve-se considerar problemas auxiliares, caso não seja possível estabelecer essa conexão (Polya, 1995).

O indivíduo deve se perguntar se já encontrou um problema semelhante, se conhece alguma técnica, fórmula ou teorema que possa ajudar na resolução, e até mesmo mobilizar conhecimentos prévios para elaborar um plano.

Fase 3 - Executando o plano: Deve-se seguir o plano estabelecido, atentando-se a cada passo da resolução e verificando sua correção. Sempre que possível, é importante confirmar a precisão dos passos. É possível demonstrar que estão corretos? Demonstre. (Polya, 1995).

Fase 4 - Retrospecto do Problema: Nessa etapa, deve-se examinar a solução obtida, verificar se ela faz sentido e se é possível chegar ao mesmo resultado por outro caminho, método ou técnica (Polya, 1995).

5 PERCURSO METODOLÓGICO

A pesquisa está vinculada ao projeto "Práticas Educativas em Educação Matemática: Experiências Advindas do Estágio Supervisionado e dos Programas Institucionais PIBID e RP," aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP/IFBA), sob o CAAE 66933223.7.0000.5031. O trabalho adota a pesquisa descritiva com abordagem qualitativa como metodologia e utiliza procedimentos metodológicos de pesquisa de campo e bibliográfica.

A pesquisa foi realizada com alunos do 9º ano da Escola Municipal Eunice Reis, situada no bairro Moisés Reis, em Eunápolis, Bahia. A amostra foi composta por grupos dessa instituição que participaram da aplicação da sequência didática. Para a elaboração do trabalho, foi realizado um levantamento bibliográfico em bibliotecas digitais como Google Acadêmico e SciELO. A coleta de dados incluiu os problemas propostos na sequência

didática, destacando duas tarefas específicas. Como ferramenta auxiliar, utilizou-se o Google Maps para explorar conceitos como distância, tempo, velocidade, noções de escalas e proporção, ao medir distâncias reais e compará-las com as do aplicativo. O uso do Google Maps também visa aumentar a segurança dos alunos ao navegar em ambientes desconhecidos, contribuindo para sua segurança e autonomia.

A análise das atividades seguiu os princípios da Engenharia Didática, uma metodologia proposta por Artigue (1996), com estudo a priori (planejamento das praxeologias esperadas) e a posteriori (observação das praxeologias efetivamente mobilizadas). Essa estrutura permitiu identificar as técnicas (τ), tecnologias (θ) e teorias (Θ) envolvidas no processo de aprendizagem.

A realização da pesquisa foi através da aplicação da sequência didática (SD), que abordava especificamente o objeto velocidade média atrelado com o método de resolução de problemas de Polya, e foi dividida em duas etapas:

Primeira Etapa: Os alunos foram divididos em grupos de cinco integrantes e em seguida foi apresentado a primeira situação problema da SD, que ocorreu em dois momentos, primeiramente em sala de aula para colocar os discentes em uma situação que os forçasse a traçar objetivos e estratégias para solucionar a tarefa propostas e posteriormente na quadra da escola, na qual, os grupos executaram os planos estabelecidos.

Segunda Etapa: Ocorreu após o retorno para sala de aula, onde os estudantes foram apresentados a segunda situação problema e instruídos a como utilizar a tecnologia digital *Google Maps* como ferramenta auxiliadora para execução da segunda tarefa.

6 ANÁLISE A PRIORI DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A primeira etapa da atividade tem como objeto matemático o conceito de grandezas proporcionais, com foco em Velocidade Média. O público-alvo são estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, e o tempo estimado para a realização é de 100 minutos, distribuídos em duas aulas. O objetivo geral é desenvolver habilidades e competências relacionadas ao conceito de velocidade média, permitindo que os alunos compreendam e apliquem esse conceito em passos por segundo, utilizando as técnicas necessárias para solucionar a tarefa.

Os objetivos específicos são: reconhecer as grandezas envolvidas nas tarefas e aplicar a tecnologia da velocidade média como técnica. Os recursos utilizados incluem lousa, caderno, lápis, caneta, calculadora e cronômetros.

A metodologia proposta divide a sala em cinco grupos, cada um com quatro alunos. Será apresentada a situação problema T_1 , que consiste em determinar a velocidade média em passos por segundo entre duas traves da quadra. Os alunos deverão seguir os passos do Método de Polya, compreendendo o problema, elaborando um plano, executando-o e, por fim, revisando a solução obtida.

Situação Problema: T_1 - Considerando a distância (em passos) de uma trave à outra da quadra da Escola Eunice Reis. Determinar a velocidade média em passos por segundo (p/s) que um aluno percorre essa distância.

Análise a priori de T_1 :

- **Compreensão do problema:** Entender os elementos principais, como distância e tempo, e identificar a relação entre eles.
- **Elaboração do plano:** Encontrar a conexão entre distância e velocidade média e utilizar a fórmula adequada.
- **Execução do plano:** Medir a distância em passos, cronometrar o tempo, e calcular a velocidade média.
- **Retrospecto do problema:** Verificar a coerência da solução e a unidade de medida utilizada.
- **Possíveis entraves:** Dificuldades na compreensão do problema, no conceito de velocidade média, na conversão de unidades de medida, e no tratamento dos dados numéricos.

A segunda etapa da atividade mantém o mesmo objeto matemático, o público-alvo e o mesmo tempo estimado da primeira tarefa. O objetivo geral é desenvolver habilidades e competências relacionadas ao conceito de velocidade média, desta vez utilizando a ferramenta *Google Maps* para relacionar os conceitos aprendidos com situações do cotidiano dos alunos.

Os objetivos específicos são: reconhecer as grandezas envolvidas nas tarefas e aplicar a tecnologia da velocidade média como técnica. Os recursos utilizados nesta etapa incluem lousa, pilotos, apagador, caderno, lápis, caneta, calculadora, cronômetros (relógio ou *smartphone*), *Google Maps* e *WhatsApp*.

A metodologia segue com os alunos organizados nos mesmos grupos da primeira etapa. Será apresentada a situação problema T_2 , composta por duas subtarefas, que os grupos deverão resolver utilizando o *Google Maps* para calcular e comparar a velocidade média em diferentes contextos cotidianos.

Situação Problema: T_2 – Usando o *Google Maps*, os alunos devem descobrir a distância total da casa de um ou mais integrantes até a escola e calcular a velocidade média em quilômetros por hora. Além disso, esboçar o trajeto em no caderno, destacando pontos importantes. Esse percurso pode ser realizado utilizando qualquer meio de transporte.

Na Subtarefa 1, o objetivo é calcular a velocidade média em quilômetros por hora (km/h) para percorrer a distância entre a casa de um integrante do grupo e a escola. A análise a priori da situação problema T_2 (St_1) pode ser descrita da seguinte forma:

- **Compreensão do problema:** Os alunos precisam entender que a tarefa envolve descobrir a distância total da casa de um integrante até a escola utilizando o *Google Maps*, e calcular a velocidade média em quilômetros por hora.
- **Elaboração do plano:** Planejar a utilização do *Google Maps* para determinar a distância total, cronometrar o tempo gasto para percorrer a distância, e aplicar a fórmula da velocidade média.
- **Execução do plano:** Usar o *Google Maps* para obter a distância e cronometrar o tempo gasto no trajeto. Em seguida, aplicar a fórmula da velocidade média para calcular a velocidade média em km/h.
- **Retrospecto do problema:** Verificar se os cálculos estão corretos, garantir que a fórmula foi aplicada corretamente e que as unidades de medida (km/h) estão coerentes.
- **Possíveis entraves:** Dificuldade em utilizar o *Google Maps*, na compreensão da relação entre distância, tempo e velocidade média e na conversão de unidades de medida.

Na Subtarefa 2, o objetivo é esboçar o trajeto do percurso em uma cartolina, destacando pontos importantes como marcos de referência. A análise a priori da situação problema T_2 (St_2) pode ser descrita da seguinte forma:

- **Compreensão do problema:** Os alunos devem entender que a tarefa envolve esboçar o trajeto percorrido no *Google Maps*, representando-o de maneira clara e destacando pontos de referência importantes.

- **Elaboração do plano:** Planejar como representar o trajeto na cartolina, incluindo marcos de referência como igrejas, supermercados, etc. Decidir quais materiais e técnicas utilizar para o esboço, como lápis, canetas coloridas, e régua.
- **Execução do plano:** Esboçar o trajeto na cartolina, destacando os pontos de referência e utilizando materiais para tornar o esboço claro e comprehensível.
- **Retrospecto do problema:** Verificar se o esboço reflete com precisão o percurso real, se os pontos de referência estão corretamente destacados, e se o esboço é comprehensível para outras pessoas.
- **Possíveis dificuldades:** Na representação correta do trajeto na cartolina, na identificação e destaque dos pontos de referência e na utilização adequada dos materiais para criar um esboço claro e detalhado.

O papel do professor é essencial em cada etapa do método de Polya. Cabe a ele orientar o aluno na leitura e compreensão dos enunciados, apoiar na escolha de estratégias, fornecer *feedback* durante a execução e estimular a reflexão crítica sobre os resultados. Dessa forma, o professor atua como mediador entre o problema e o conhecimento matemático, promovendo um ambiente investigativo e participativo.

Esclarecido a análise *a priori* dá tarefa, seguiremos com a análise *a posteriori*, esmiuçando com clareza os resultados alcançados.

7 IMPLEMENTAÇÃO NA SALA DE AULA

Ancorado nas teorias de didática da matemática TAD e TRRS, o estudo discutiu e analisou os dados coletados da utilização de tecnologias no ensino de grandezas proporcionais para a turma do 9º ano do ensino fundamental. O objetivo foi avaliar a eficácia e o impacto do uso dessas ferramentas nos resultados de aprendizagem dos estudantes, à luz das etapas do método de Polya.

7.1 Análise *a posteriori*

A primeira etapa da SD foi realizada em 18 de maio de 2023, nos dois últimos horários de aula, com a quadra já reservada e preparada para a aplicação. Diferente do planejado, a turma foi dividida em seis grupos de quatro alunos. No quadro, foi explicitada a tarefa T_1 , e os alunos começaram a planejar como solucioná-la. Os grupos se organizaram bem, designando responsabilidades, como medir a quadra, cronometrar tempos e coletar dados.

Entretanto, houve um contratempo: a quadra reservada foi ocupada por outra turma devido a um erro de comunicação com o diretor. Isso atrasou a execução da tarefa, mas permitiu que, de volta à sala, os grupos aprimorassem seus planos e formalizassem o objeto matemático. Foi explicado como a tecnologia (fórmula) poderia ser usada na tarefa, o que inicialmente estava previsto para ocorrer após a conclusão. Após a liberação da quadra, os grupos iniciaram a execução das atividades conforme os planos traçados. De volta à quadra, os grupos começaram a fase de aplicação prática, como podemos observar abaixo (Figura 2).

Figura 2

Execução do plano

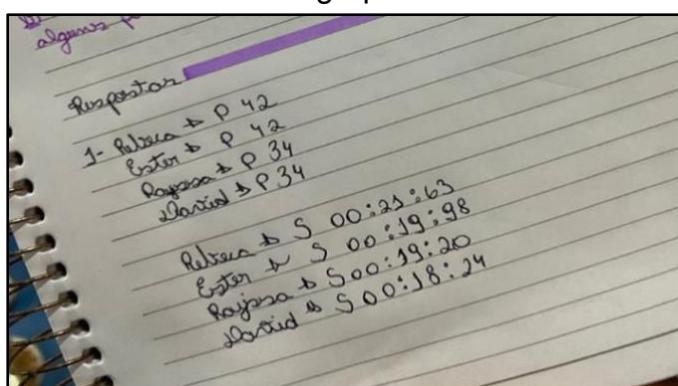


Fonte: Dados da aplicação (2023)

Podemos notar, na Figura 2, que a estratégia adotada pelo Grupo 1, composto pelos alunos *A*, *B*, *C* e *D*, foi subdividir a equipe em dois subgrupos e contar quantos passos seriam necessários para atravessar a quadra. Eles tentaram sincronizar os passos e caminhar da forma mais uniforme possível, o que se evidencia na análise dos dados coletados pelo grupo (Figura 3).

Figura 3

Dados coletados do grupo 1



Fonte: Manuscrito do aluno (2023)

Com o auxílio de cronômetro, papel e caneta, os alunos registram os dados coletados em língua materna e por meio de registros numéricos. Observa-se que eles se preocupam em especificar a quantidade de passos que cada integrante deu de uma travessa para outra da quadra, bem como o tempo gasto nesse percurso. Abaixo (Figura 4 e Figura 5), observamos como os demais grupos articulam-se durante a execução dos planos.

Figura 4

Executando o plano



Fonte: Dados da aplicação (2023)

possível observar nas imagens a organização dos grupos, evidenciando que todos os alunos trabalham de forma coletiva e participativa, colaborando entre si e executando as funções preestabelecidas na segunda fase do método de resolução de problemas de Polya. Até mesmo os alunos que, usualmente, não interagem em sala participam ativamente da atividade prática.

Ainda na fase de execução do plano, observou-se (Figura 6) mais um grupo registrando os dados coletados durante a tarefa. É nítido que os grupos se dedicaram e trabalharam em equipe durante toda a aplicação da sequência didática. Após essa etapa, retornou-se à sala de aula, onde os alunos colocaram em prática a última fase do método de Polya: o retrospecto do problema. Essa etapa é registrada nas figuras a seguir.

Figura 5

Coletando os dados

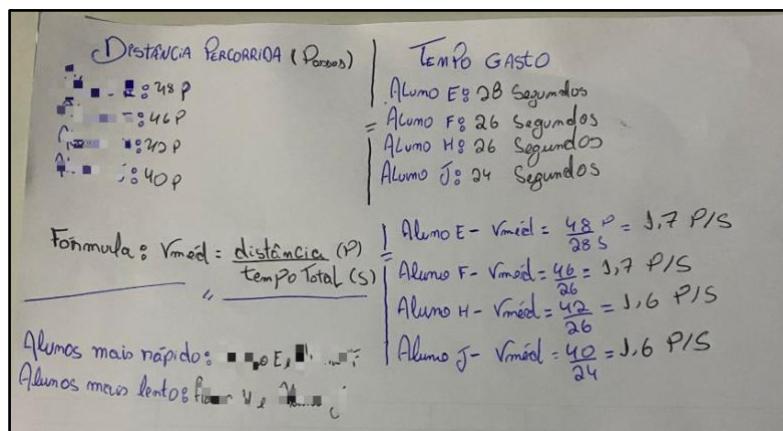


Fonte: Dados da aplicação (2023)

Já em sala, os alunos trataram os dados obtidos na tarefa, aplicando a Θ prevista para a atividade. Observou-se (Figura 6) que os grupos utilizaram corretamente a tecnologia necessária para o tratamento da tarefa, especificando com clareza os dados coletados, como a quantidade de passos e o tempo que cada integrante levou para percorrer a distância. Além disso, os grupos identificaram quais alunos foram mais rápidos e quais foram mais lentos durante a realização da atividade.

Figura 6

Tratamento dos dados



Fonte: Manuscrito do aluno (2023)

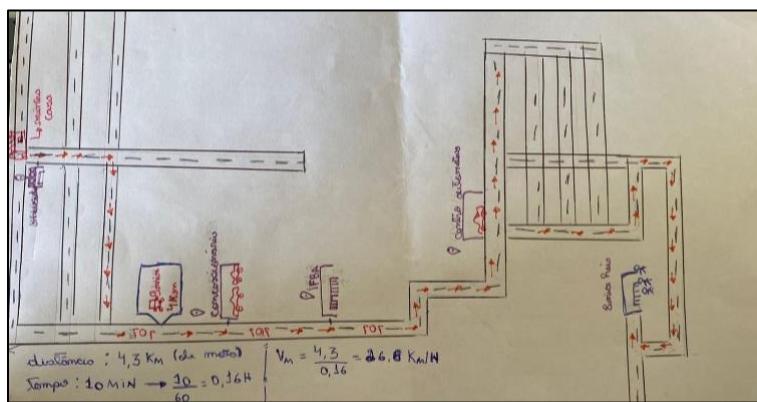
Após o retrospecto do problema e os grupos verificarem se os resultados encontrados faziam sentido com o que era pedido na tarefa, foram feitas algumas perguntas com a finalidade de avaliar a tarefa proposta.

A análise dos feedbacks dos alunos revelou que eles abordaram a tarefa de maneiras complementares, demonstrando um bom entendimento dos conceitos de medição, velocidade média, proporção e média aritmética. Os alunos concluíram que a velocidade média geral da turma foi de aproximadamente dois passos por segundo. Além disso, conseguiram relacionar esses conceitos a situações práticas do cotidiano, evidenciando a importância das atividades práticas no ensino da matemática (Santos; Jesus e Porto, 2020).

Na segunda tarefa, os grupos, utilizando o Google Maps, descobriram a distância total da casa de um ou mais integrantes até a escola. Como subtarefa, calcularam a velocidade média em quilômetros por hora para percorrer essa distância e esboçaram os trajetos no caderno, destacando pontos importantes do percurso. A seguir, são analisados os dados da segunda tarefa, começando pelo Grupo 1.

Figura 7

T_2 do Grupo 1



Fonte: Manuscrito do aluno (2023)

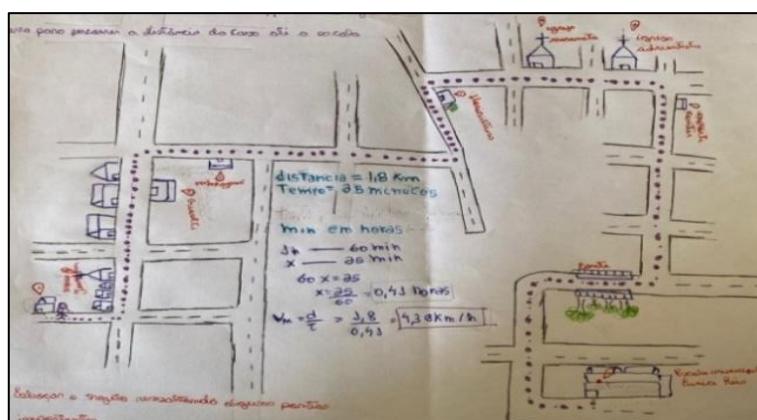
O Grupo 2 apresentou a T_2 com um esboço claro no RRS Figural, destacando a rodovia (BR) que utilizaram para ir à escola, além de diversos pontos de referência, como uma concessionária, um instituto federal e um centro automotivo. As ruas e interseções foram bem delineadas por linhas pretas, e setas vermelhas indicavam a direção do movimento.

Para resolver a tarefa, um dos membros do grupo percorreu a distância de 4,3 km em 10 minutos de moto. No processo de tratamento, o grupo utilizou como técnica a conversão de tempo, transformando os 10 minutos em horas ($\frac{10}{60} = 0,167$ horas).

Posteriormente, aplicaram a Tecnologia (θ_1) correspondente à fórmula da velocidade média ($V_{méd} = \frac{Distância}{Tempo}$), obtendo aproximadamente uma velocidade de 26,8 km/h. Abaixo (Figura 9), analisamos a tarefa do Grupo 3, que continuou a explorar a eficácia dos trajetos em diferentes contextos urbanos.

Figura 8

T_2 do grupo 3



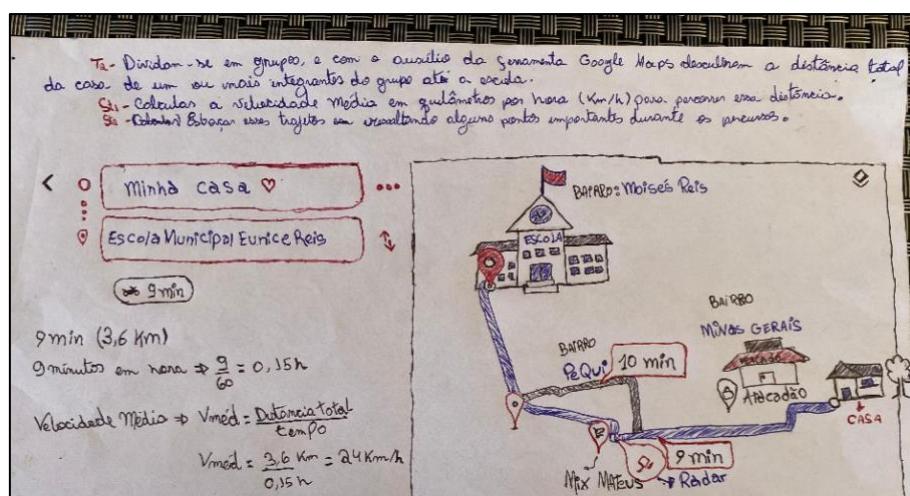
Fonte: Manuscrito do aluno (2023)

O Grupo 3 apresentou a T_2 com um ótimo esboço no RRS Figural, destacando detalhadamente o trajeto percorrido até a escola. Com ruas e interseções bem definidas por linhas pretas e setas roxas indicando a direção do movimento. O percurso escolhido inclui vários pontos de referência importantes, como duas igrejas, duas padarias e diversas residências, proporcionando uma visão clara do ambiente urbano por onde passaram.

O membro escolhido pelo grupo realizou o percurso a pé, cobrindo uma distância de 1,8 km em 25 minutos. Trabalhando no RRS Algébrico, o grupo utilizou como técnica (τ) a regra de três simples, transformaram os 25 minutos em horas ($\frac{25}{60} \approx 0,41$ hora) e, em seguida, mobilizaram a tecnologia (θ_1) ($V_{m\acute{e}d} = \frac{Dist\acute{a}ncia}{Tempo}$) para calcular a velocidade. Resultando em uma velocidade de aproximadamente $4,39\ km/h$. Abaixo (Figura 10), analisamos a tarefa do Grupo 4.

Figura 10

T_2 do grupo 6



Fonte: Manuscrito do aluno (2023)

Utilizando uma motocicleta o grupo percorreu uma distância de $3,6\ km$ em um tempo mais curto de 9 minutos (0,15 hora), resultando em uma velocidade média de $24\ km/h$.

Em suma, os grupos demonstraram uma compreensão clara da Tarefa T_2 e apresentaram trajetos bem esboçados e calculados, evidenciando a importância articulação entre os Registros de Representação Semiótica e a Organização Praxeológica. Em seguida, analisaremos outros métodos de ensino, comparando os resultados alcançados com o uso de tecnologias e do método de Polya com os métodos tradicionais de ensino, além de discutir os pontos fortes e limitados do uso dessas ferramentas no contexto educacional.

Durante as tarefas propostas, observou-se a mobilização de diferentes registros de representação, como o figural (mapas e esboços), o algébrico (fórmulas e cálculos), o numérico e a língua materna. Essa articulação evidencia a importância da TRRS no processo de construção de significados, em especial no reconhecimento e conversão entre diferentes registros. A TAD e a TRRS, portanto, se complementam na análise: enquanto a TAD permite descrever o fazer institucionalizado dos alunos (praxeologia), a TRRS evidencia os modos de representação envolvidos nesse processo.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da sequência didática ancorada na metodologia de resolução de problemas, centrada no método de resolução de problemas de Polya, aliada ao uso de tecnologias digitais como o *Google Maps*, gerou resultados positivos e valiosos *insights* para o ensino do objeto Matemático Grandezas Proporcionais. O objetivo geral de analisar a eficácia do Método de Polya como estratégia pedagógica foi atingido, indicando que a resolução de problemas e o uso de tecnologias digitais pode auxiliar a compreensão e aplicação dos conceitos Matemáticos pelos discentes.

Ao analisar o processo praxeológico desenvolvido pelos alunos, observou-se que a metodologia utilizada promoveu um ambiente de aprendizado mais ativo e colaborativo. A análise a priori e a posteriori da sequência didática evidenciou que os alunos conseguiram não apenas resolver as tarefas propostas, mas também aplicar os conceitos aprendidos em situações práticas do dia a dia.

Por fim, a integração de tecnologias digitais e a metodologia de resolução de problemas mostrou-se promissora e benéfica, não apenas voltadas para compreensão inerentes do objeto Matemático, mas também no desenvolvimento de habilidades dos alunos. Continuar estudando e aprimorando essas metodologias não tão convencionais é importante para avanços na educação e preparar os estudantes para desafios futuros.

REFERÊNCIAS

- Almouloud, S. A. (2007). Fundamentos da didática da matemática. Curitiba, PR: Editora UFPR.
- Artigue, M. (1996). Ingénierie didactique. In: Brousseau, G. *Fundamentos e métodos da didática da matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Barbosa, A. da C., et al. (2022). Promovendo a interdisciplinaridade no ensino médio integrado a partir do planejamento de uma visita ao centro de Vitória-ES. *e-Mosaicos*, 11(26), 207–225. Recuperado de <https://www.e-publicacoes.uerj.br/e-mosaicos/article/view/48964>

Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base nacional comum curricular*. Brasília.

Bianchini, E., Bianchini, A., & Soares, C. (2020). *Matemática: 9º ano do ensino fundamental* (1ª ed.). São Paulo, SP: Editora Moderna.

Chevallard, Y. (2018). A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. In S. A. Almouloud, L. M. S. Farias, & A. Henriques (Orgs.), *A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos*. Curitiba, Brasil: Ed. CRV.

DUVAL, R. Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 71-88, 1999

DUVAL, Raymond. *Ver E Ensinar A Matemática De Outra Forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. 1. ed. São Paulo: PREM, 2011.

Henriques, A. (2019). *Saberes universitários e as suas relações na educação básica*. Ibicaraí, BA: Litterarum. Recuperado de <https://viaeditora.com.br/acervo-literario/saberes-universitarios-e-as-suas-relacoes-na-educacao-basica/>.

MELO, Bergson et al. Sequência didática com objetos de aprendizagem no ensino de grandezas proporcionais. XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2011, Recife, Brasil. Anais.... Recife, Brasil: [s.n.], 2011.

Polya, G. (1978). *A arte de resolver problemas* (H. L. de Araújo, Trad.). Rio de Janeiro: Interciênciac. (Trabalho original publicado em 1945).

Pontes, E. A. S., & da Silva, L. M. (2020). Aritmética modular na interpretação de sistemas codificados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. *Revista de Ciência e Inovação*, 5(1), 12 mar. 2020.

Santos, C. da S., Jesus, J. S. de, & Porto, K. S. (2020). O ensino e a aprendizagem de matemática na perspectiva da educação do campo e da etnomatemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 11(6), 937–957. Recuperado de <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/renclima/article/view/2688>.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

Possibilidades para o Ensino de Grandezas Proporcionais: A Resolução de Problemas à luz das Teorias em Didática da Matemática

Celso Eduardo Brito

Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia – Campus Eunápolis

celsoedu@ifba.edu.br

 <https://orcid.org/0000-0001-6535-4860>

Jackson Caldeira do Amaral

Licenciando em Matemática

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia – Campus Eunápolis

jackson_etq@gmail.com

 <https://orcid.org/0009-0000-7590-351X>

Endereço de correspondência do principal autor

Endereço para correspondência indicando Travessa B, 1, 45810000, Porto Seguro, BA, Brasil.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a minha família e amigos e ao meu orientador Dr. Celso Eduardo Brito.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: J. C. A. Amaral.

Coleta de dados: J. C. A. Amaral.

Análise de dados: J. C. A. Amaral.

Discussão dos resultados: J. C. A. Amaral.

Revisão e aprovação: C. E. Brito.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO

I A pesquisa está associada ao projeto "Práticas Educativas em Educação Matemática: Experiências Advindas do Estágio Supervisionado e dos Programas Institucionais PIBID e RP," financiado pela fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Foi obtido o consentimento escrito dos participantes mediante assinatura de termo de autorização de imagem a comitê de ética.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

O trabalho foi protegido pelo Comitê de Ética em Pesquisa CEP/IFBA, sob o CAAE 66933223.7.0000.5031.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EQUIPE EDITORIAL – uso exclusivo da revista

Méricles Thadeu Moretti

Rosilene Beatriz Machado

Débora Regina Wagner

Jéssica Ignácio

Eduardo Sabel

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 11-09-2024 – Aprovado em: 22-04-2025

