Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CONTRIBUTOS DE UMA SITUAÇÃO DIDÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO ESPECIALIZADO PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Contributions Of A Didactic Situation To The Development Of Specialized Knowledge For Teaching Triangle Similarity

Roberta dos Santos RODRIGUES
Universidade Federal do Amazonas, Manaus, AM, Brasil
roberta.rodrigues@ufam.edu.br
https://orcid.org/0000-0001-9903-7644

Francisco Eteval da Silva FEITOSA
Universidade Federal do Amazonas, Manaus, AM, Brasil
sfeitosa@ufam.edu.br
https://orcid.org/0000-0003-0913-3427

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Neste artigo, apresentamos uma pesquisa realizada com professores de matemática em formação inicial de uma Universidade pública do Amazonas. O objetivo foi investigar as manifestações dos subdomínios do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática acerca do tópico Semelhança de Triângulos, segundo a lente do Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK). Esta pesquisa é qualitativa, realizada a partir do paradigma interpretativo, com delineamento de estudo de caso instrumental. Os dados foram coletados por meio de observação participante e protocolos de resolução de uma tarefa aplicada seguindo as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas e analisados segundo a Análise de Conteúdo de Bardin. Os resultados revelam que a situação didática favoreceu a mobilização de conhecimentos especializados dos participantes acerca do tópico Semelhança de Triângulos e indicaram componentes do contexto formativo que possivelmente colaboraram para a mobilização de tais conhecimentos.

Palavras-chave: MTSK, Formação inicial, Matemática, Teoria das situações didáticas, Semelhança de triângulos

ABSTRACT

In this article, we present a research conducted with preservice mathematics teachers at a public university in the Amazonas. The objective was to analyze the manifestations of subdomains of the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge regarding the topic of Triangle Similarity, through the lens of Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK). This is a qualitative study, with a descriptive and exploratory approach, following the design of an instrumental case study. Data were collected through observations and resolution protocols of a task applied according to the dialectics of the Theory of Didactic Situations and analyzed according to Bardin's Content Analysis. The results reveal that the didactic situation favored the mobilization of the participants' specialized knowledge regarding the topic of Triangle Similarity and indicated components of the formative context that possibly contributed to the mobilization of such knowledge.

Keywords: MTSK, Pre-service teachers, Mathematics, Theory of didactic situations, Triangle similarity

1 INTRODUÇÃO

Segundo Bairral (1998, p. 1), a relevância do ensino de semelhança reside na oportunidade que esse conteúdo traz de “[...] explorar e aprofundar os saberes matemáticos envolvidos (por exemplo, o de proporcionalidade), estabelecer relações com outros saberes e levar em consideração o desenvolvimento da linguagem do aluno”.

Na Base Nacional Curricular Comum – BNCC (Brasil, 2018) a Geometria é uma das cinco unidades temáticas. Em relação ao objeto de conhecimento “Semelhança de Triângulos”, esse é abordado pela primeira vez no 9º ano (estudantes de 14 a 15 anos) e as habilidades que se espera desenvolver nos estudantes relativamente a este objeto são: Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes; Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos; Resolver problemas que envolvam semelhança de triângulos.

Contudo, apesar de a semelhança de triângulos ocupar um lugar proeminente em relação a sua aplicação e para outros conceitos matemáticos, os critérios que estabelecem a semelhança não são claramente compreendidos por alunos e professores (González et al., 1990). Pesquisas desenvolvidas por Haruna (2000), Maciel (2004) e Gimenes (2014) comprovaram que o ensino da semelhança de triângulos tem sido prejudicado quando abordado por meio de estratégias que se limitam apenas à automação, memorização e técnicas operatórias baseadas em processos de abstração, evidenciando dessa maneira um obstáculo didático, que, para Pais (2016):

> Os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar. [...] Portanto, sua gênese está localizada na fronteira da filosofia das ciências e da didática, se constituindo em uma referência também para o ensino da matemática. (Pais, 2016, p. 346)

Uma vez que estudos apontam que o professor tem mais impacto do que qualquer outra variável na aprendizagem dos estudantes (Darling-Hammond, 2000; Boyd, Grossman, Lankford, Loeb & Wyckoff, 2009; Hill & Chin, 2018), para que habilidades sejam desenvolvidas nos estudantes e obstáculos didáticos sejam superados, é necessário que o professor tenha um conhecimento profundo acerca desse e de qualquer outro tópico que se predisponha a ensinar. E, uma vez que parte considerável desse conhecimento é adquirida na formação inicial, fica evidenciada a importância de pesquisas, como as de

Torrezan, Ribeiro e Almeida (2022), Pascual Martín, Climent Rodríguez, Codes Valcarce, Martín Díaz e Contreras González (2023) e Navarro, Climent e Contreras (2022), que buscam compreender como se desenvolve e como desenvolver o conhecimento do futuro professor nessa etapa de sua formação.

Diversas conceitualizações do conhecimento do professor surgiram nas últimas três décadas, porém destacam-se as que consideram a natureza especializada desse conhecimento, sendo uma delas o Mathematics Teacher's Specialized Knowledge – MTSK (Carrillo-Yañez, Climent, Montes, Contreras, Flores-Medrano, Escudero-Ávila & Muñoz-Catalán, 2018), segundo o qual o "especializado" é visto como a união de conhecimentos matemáticos e didáticos específicos do professor de matemática, que, por sua vez, são permeados pelas concepções e crenças que o professor tem sobre a matemática, sua aprendizagem e seu ensino (Escudero-Ávila, Carrillo, Flores-Medrano, Climent, Contreras, & Montes, 2015).

A partir do exposto, o presente estudo foi norteado pela seguinte questão: Que ambientes de aprendizagem/formação podem favorecer a mobilização e o desenvolvimento do conhecimento especializado do professor de matemática no tópico de Semelhança de Triângulos? Para responder a esta questão, delimitamos como objetivo: investigar, segundo a lente do Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK), as manifestações dos subdomínios do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática acerca do tópico Semelhança de Triângulos reveladas nas respostas escritas a uma tarefa vivenciada segundo as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas.

Nas duas próximas seções, apresentaremos os pressupostos básicos do modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge – MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018) e da Teoria das Situações Didáticas – TSD (Brousseau, 1986). Em seguida descrevemos a metodologia empregada e, na seção seguinte, os resultados obtidos. Encerramos estas notas trazendo algumas considerações finais acerca dos resultados do estudo e perspectivas de pesquisas futuras.

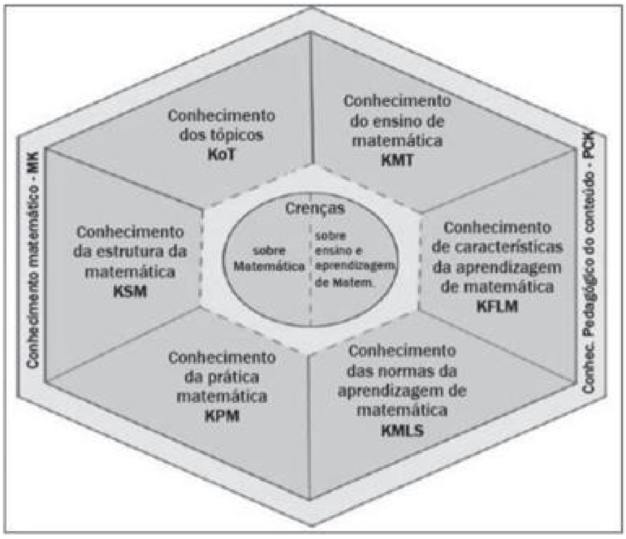
2 O MATHEMATICS TEACHERS' SPECIALIZED KNOWLEDGE - MTSK

Na formação inicial espera-se que os futuros professores façam uma transição de estudante para professor a partir do desenvolvimento de um conjunto de conhecimentos necessários à sua prática profissional (Cardoso, da Ponte & Quaresma, 2023). Entre os diversos modelos decorrentes de pesquisas sobre o conhecimento de professores, como o de Shulman (1986) e de Ball, Thames e Phelps (2008), sendo este último específico para professores de Matemática, tem-se desenvolvido e destacado nos últimos anos o Mathematics Teacher’s Specialized Knowledge – MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018).

O MTSK é um modelo teórico sobre o conhecimento profissional que é específico de professores de Matemática, cuja constituição considera os avanços de modelos anteriores e busca superar as limitações deles (Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán, 2013). Assim como nos demais estudos acerca do MTSK, usaremos as siglas originais da língua inglesa para descrever seus domínios e subdomínios.

Este modelo possui dois domínios principais: Conhecimento matemático (MK) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) e cada um deles é dividido em três subdomínios (Figura 1). As crenças dos professores sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem são incorporadas a ele e permeiam os subdomínios, pois elas dão sentido às suas ações. Neste estudo, vamos direcionar nossa atenção aos subdomínios do MK.

Figura 1:
Domínios e subdomínios do MTSK



Fonte: Carrillo et al. (2013, p. 5, tradução nossa).

O domínio MK abrange o conhecimento matemático que o professor utiliza ou pode utilizar para realizar qualquer atividade, o qual deve transcender ao conteúdo matemático que se espera que o estudante aprenda em um nível determinado, não apenas em quantidade de conhecimento, mas também em sua essência (Advíncula Clemente, Beteta Salas, León Ríos, Torres Céspedes & Montes, 2021). No presente trabalho, discutiremos apenas os subdomínios do MK, cuja análise será dada a partir das categorias delineadas por Delgado-Rebolledo e Espinoza-Vásquez (2021), nas quais os indicadores foram designados por um acrônimo (por exemplo, KoTd), composto pelas iniciais do subdomínio relevante, acrescido da(s) letra(s) representativa(s) da categoria correspondente (ver Tabela 1).

Tabela 1:
O modelo MTSK: Domínios, subdomínios e categorias do conhecimento matemático

Subdomínios	Categorias	Indicadores
KoT	Definições, propriedades e fundamentos	KoTd
	Fenomenologia e aplicações	KoTph
	Procedimentos	KoTp
	Registros de representação	KoTr
KSM	Conexões baseadas em simplificação	KSMs
	Conexões baseadas em aumento da complexidade	KSMc
	Conexões auxiliares	KSMa
	Conexões transversais	KSMt
KPM	Prática de demonstrar	KPMpr
	Prática de definir	KPMde
	Prática de resolver problemas	KPMsp
	O papel da linguagem matemática	KPMml

Fonte: Adaptado de Delgado-Rebolledo e Espinoza-Vásquez (2021).

O KoT descreve o que e como os professores de matemática sabem o conteúdo que ensinam, sendo uma combinação do conhecimento que se espera que os estudantes aprendam e uma compreensão mais profunda, formal e rigorosa (Carrillo-Yañez et al., 2018). Esse subdomínio costuma ser subdividido em quatro categorias: definições, propriedades e fundamentos; fenomenologia e aplicações; procedimentos; registros de representação.

A categoria das Definições, propriedades e fundamentos compreende o conhecimento das definições matemáticas, além das propriedades e fundamentos atribuídas a um tema ou procedimento em particular, e de relações entre conceitos com base nessas propriedades (De Almeida & Ribeiro, 2021). A Fenomenologia e aplicações se refere ao conhecimento do professor sobre fenômenos relacionados a um tópico que podem gerar o conhecimento matemático, assim como sobre os usos e possíveis aplicações deste tópico (Carrillo, Contreras, Climent, Escudero-Avila, Flores-Medrano & Montes, 2014). O conhecimento de como, quando, por que fazer determinado procedimento, além das características do objeto resultante (Zakaryan & Ribeiro, 2018) estão na categoria dos procedimentos. A categoria dos Registros de representação se refere ao conhecimento das diferentes maneiras pelas quais um conceito, um processo ou um procedimento matemático pode ser representado (De Almeida & Ribeiro, 2021).

O KSM envolve os conhecimentos dos professores relacionados a conexões entre itens matemáticos (Carrillo-Yañez et al., 2018), as quais podem ser interconceituais (conexão entre diferentes conceitos mobilizados simultaneamente) ou temporais (ocorrem entre conhecimentos prévios e futuros). Esse conhecimento é composto por quatro categorias de conexões matemáticas: conexões de complexidade crescente, simplificação, auxiliares e transversal (Carrillo et al., 2014).

As conexões de complexidade crescente (complexificação) e simplificação estão relacionadas com conhecimentos elementares e avançados, ou seja, conhecimentos avançados permitem aos professores um tratamento da matemática elementar a partir de uma perspectiva avançada; o conhecimento elementar, um tratamento da matemática avançada a partir de uma perspectiva elementar (Montes, Contreras & Carrillo, 2013). As conexões auxiliares estão relacionadas à participação de um tema em um processo maior (Carrillo-Yañez et al., 2018), ou seja, considerar o suporte de uma noção ou procedimento para a compreensão de outro conceito (Policastro, Mellone, Ribeiro & Fiorentini, 2019). Conexões transversais referem-se ao conhecimento que suporta o estabelecimento de relações entre vários temas com características comuns (Montes, Contreras & Carrillo, 2013).

O KPM abrange os conhecimentos relacionados a como se explora e se gera conhecimento em Matemática, como definir, justificar e demonstrar, as características inerentes a esses processos matemáticos, além do conhecimento sintático próprio da Matemática (Carrillo-Yañez et al., 2018). Segundo Delgado-Rebolledo e Espinoza-Vásquez (2021), compõem esse subdomínio as seguintes categorias: prática de definir, prática de demonstrar, prática de resolver problemas e o papel da linguagem matemática. Neste estudo, com respeito a esse subdomínio, focaremos nossas análises nas três últimas categorias.

O conhecimento da prática de demonstrar inclui o conhecimento de métodos e tipos de provas, além de compreender as funções das demonstrações. O conhecimento da prática de resolver problemas inclui o conhecimento de estratégias de resolução de problemas, o conhecimento sobre a seleção e a construção de elementos, a consideração de casos. Por sua vez, o conhecimento do papel da linguagem matemática abrange saber empregar adequadamente a linguagem matemática, com seu caráter formal e usando a simbologia característica de forma apropriada.

Consideramos que, tão importante quanto identificar e analisar os conhecimentos especializados do professor que ensina matemática, para o ensino de certo tópico, é propor situações de aprendizagem/formação que favoreçam a mobilização e o desenvolvimento desses conhecimentos. Nesse sentido, pareceu-nos pertinente as dialéticas consideradas na Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1986), que discutiremos na próxima seção.

3 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS – TSD

A Teoria das Situações Didáticas - TSD, concebida por Guy Brousseau na França em 1986, é um arcabouço teórico que aborda conceitos matemáticos por meio da análise de situações fundamentais. Essa teoria oferece uma base sólida para investigações em didática e orienta a prática dos professores de matemática.

A TSD aborda as maneiras de apresentar um determinado conteúdo matemático, ou parte dele, aos estudantes, sempre que o professor tem a intenção explícita de favorecer a aprendizagem, por meio de uma sequência didática planejada, a qual consiste em uma série de situações organizadas ao longo de um número específico de aulas. Quando devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo facilitar a compreensão de conceitos bem definidos, sem esgotar completamente o tema em questão (Teixeira & Passos, 2013). Segundo Brousseau (1986, p. 8):

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...]. O trabalho do aluno deveria, pelo menos, em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos.

Na progressão da aprendizagem, há algumas variáveis sobre as quais o professor não exerce qualquer controle e ao conjunto dessas variáveis dá-se o nome de situação adidática. Para Pais (2016), uma situação adidática se caracteriza pela existência de determinados aspectos do fenômeno de aprendizagem nos quais não tem uma intencionalidade pedagógica direta ou um controle didático por parte do professor. Na perspectiva de Brousseau (1986), a situação adidática ocorre no momento em que o estudante se torna capaz de ativar e pôr em prática, por si só, o conhecimento que ele está construindo. Assim, para o autor, a situação adidática é representada pelo esforço independente do aluno, em certos momentos de aprendizagem.

Brousseau (1986) desenvolveu uma tipologia de situações didáticas, analisando as principais atividades específicas da aprendizagem da matemática: ação – formulação – validação – institucionalização. Sobre o momento de ação, nele os estudantes precisam ser possibilitados a compreender o problema, visto que devem fazer escolhas e tomar decisões por ações sobre o *milieu*[1]. Quanto ao de formulação, esse está associado à troca de informações entre estudantes no sentido de elaborar uma comunicação linguística para apresentar seus julgamentos. Em relação a validação, essa fase funciona como uma espécie de debate, em que os estudantes buscam expor e defender o modelo/solução por eles elaborado para a situação proposta. Por fim, no momento de institucionalização, o professor tem que assumir o andamento da situação no sentido de checar o que os estudantes compreenderam a fim de buscar institucionalizar os conceitos propostos na atividade (Oliveira, 2018).

De posse dessas considerações, é possível compreender que a TSD, como metodologia de ensino, caracteriza-se como:

> [...] um modelo teórico, segundo o qual, considerando o ensino como projeto e ação social em que o aprendiz se apropria de um saber constituído ou em constituição, a didática da matemática se transforma numa ciência das condições de transmissão e apropriação dos conhecimentos matemáticos. (Teixeira & Passos, 2013, p. 163)

Pelo exposto, partimos da hipótese que a interação dos participantes com situações problema realizadas segundo a TSD como metodologia de ensino pode estimular tanto a mobilização como o desenvolvimento do seu conhecimento especializado para o ensino de tópicos de matemática, especificamente no domínio do conhecimento matemático.

4 METODOLOGIA

A metodologia da pesquisa foi de natureza qualitativa (Bisquerra, 2004) e posicionou-se no paradigma interpretativo (Bassey, 2003). Além disso, essa investigação é caracterizada como um estudo de caso instrumental (Stake, 2005), no qual o interesse do pesquisador é a compreensão do objeto de estudo e não do caso em si. A pesquisa foi realizada no contexto da disciplina de "Geometria Plana" ministrada no terceiro ano de um curso de Licenciatura em Matemática – Noturno de uma Universidade pública do

[1] "*Milieu* seria subsistema autônomo, antagônico ao sujeito." (Teixeira & Passos, 2013, p. 160)

Amazonas. Os participantes foram 24 futuros professores divididos em 8 grupos de 3 membros cada, os quais tinham que resolver a tarefa proposta (Seção 4.1).

Como técnica de coleta de dados, recorremos à observação participante e análise documental (Gil, 2022) por meio de notas de campo e das respostas dos participantes a tarefa proposta, os quais foram analisados à luz da Análise de Conteúdo (Bardin, 1997), utilizando as categorias próprias do MTSK (subdomínios e suas categorias). Na etapa da pré-análise, selecionamos para compor o *corpus* a ser analisado os protocolos de resolução de somente dois grupos, que denominamos de Grupo 1 e Grupo 2. Essa escolha se deveu principalmente à maior completude e riqueza das resoluções desses dois grupos selecionados, que possibilitaram uma análise mais aprofundada dos conhecimentos mobilizados na resolução da tarefa.

Na etapa da exploração, classificamos e codificamos os dados segundo as categorias presentes no Quadro 1. Para tratamento dos dados, descrevemos as categorias do subdomínio KPM mobilizadas em cada fase da TSD. Além disso, construímos um quadro com os descritores e categorias evidenciadas nos subdomínios do MK de cada grupo. Na busca por não omitir possíveis contribuições que os dados possam fornecer, empregaremos os termos “evidência” e “indícios” na perspectiva de Escudero-Ávila et al. (2016), segundo os quais, enquanto os indícios são pistas ou sinais que sugerem algo, as evidências são informações mais sólidas e substanciais que apoiam uma conclusão ou asseveram uma afirmação de forma mais definitiva.

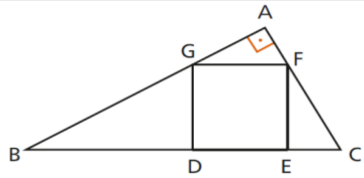
Na próxima seção, apresentamos a tarefa que foi aplicada neste estudo e, no sentido de estabelecermos as possíveis ações e resoluções dos licenciandos, de acordo com cada fase da TSD, além dos conhecimentos do domínio do MK e seus subdomínios que poderiam ser mobilizados no decorrer da situação, realizamos uma análise preliminar dos efeitos da situação na mobilização do conhecimento matemático especializado dos licenciandos para o ensino de semelhança de triângulos.

4.1 A tarefa

Vários estudos têm demonstrado que o uso de tarefas na formação de professores é um elemento importante para a ampliação e construção dos conhecimentos didático-matemáticos do professor (Pereira & Gusmão, 2020; Flôres & Gusmão, 2022). A Tarefa usada neste estudo (Figura 2) pode ser caracterizada como um “problema” visto que não tem um método de resolução imediato (Pólya, 2004). Considerando as duas dimensões fundamentais de uma tarefa no prisma de Ponte (2005), desafio matemático e estrutura, a tarefa proposta é do tipo exploratória, relativamente aberta e acessível à maioria dos estudantes.

Figura 2:
Tarefa aplicada no estudo

Na figura ao lado, o quadrado DEFG está inscrito no triângulo ABC. Sendo BD = 8 cm e CE = 2 cm, calcule o perímetro do quadrado.



Fonte: Dolce e Pompeo (2013, p. 205)

As tarefas não são, por si sós, promotoras de aprendizagem. Nesse sentido, Brocardo (2014) ressalta a importância do modo como o professor as explora, como organiza e orienta o trabalho na aula. Nesse sentido, nos pareceu pertinente recorrer à metodologia de ensino pautada nas dialéticas da TSD, uma vez que permitiria ao pesquisador apoiar o trabalho dos licenciandos, promover a discussão, sistematizar o trabalho realizado e o relacionar com ideias e conceitos matemáticos relevantes à situação. A seguir, estabelecemos os possíveis comportamentos e resoluções dos licenciandos, de acordo com cada fase da TSD.

No decorrer da *dialética da ação*, o sujeito organiza suas estratégias para resolver o problema e constrói uma representação da situação que lhe serve de modelo e guia na tomada de decisões. Esta fase constitui o processo pelo qual o estudante, na interação com o meio, forma estratégias para resolver seu problema (Brousseau, 2002).

Na tarefa proposta, inicialmente os licenciandos poderiam identificar as informações relevantes e pertinentes ao problema: DEFG é um quadrado, BD = 8 cm e CE = 2 cm. Em seguida, seria esperado que explicitassem a finalidade da tarefa, que seria calcular o perímetro do quadrado DEFG. Um possível caminho para a resolução do problema seria verificar a semelhança entre os triângulos ΔBDG e ΔECF. A partir disso, poderiam aplicar a proporcionalidade entre os lados homólogos desses triângulos para encontrar o valor do lado do quadrado e, assim, determinar seu perímetro. Essa forma de proceder diante de uma tarefa matemática — identificando os dados, explicitando a pergunta e elaborando uma estratégia — caracteriza o conhecimento da prática matemática (KPM).

A *dialética de formulação* é a ocasião em que os grupos, já conhecedores do problema, realizarão a troca de informação através de uma linguagem na qual todos possam compreender. Esperar-se-ia que os membros de cada grupo fossem capazes de comunicar aos colegas a estratégia adotada, pois, segundo Brousseau (2002), essa seria a única maneira de atuar na situação. Nesse contexto, seria desejável o uso de uma linguagem compreensível por todos os integrantes do grupo, evitando, assim, ambiguidades, redundâncias e outros fatores que poderiam comprometer a pertinência e a eficácia da mensagem. Na dialética de validação, os estudantes deveriam empenhar-se em justificar a exatidão de suas validações, mesmo que acompanhadas de raciocínios insuficientes, imprecisos ou desajeitados (Brousseau, 2002). Nesta fase, esperar-se-ia o uso de uma linguagem matemática formal.

Como destaca Pais (2016), as dialéticas da TSD encontram-se fortemente entrelaçadas entre si e a separação proposta serve apenas para operacionalizar uma análise didática e não para induzir uma separação nítida entre elas. Dessa forma, a *institucionalização* se deu de forma concomitante com a validação, em que analisamos e sintetizamos as respostas e soluções dos licenciandos, apresentando a formalização matemática esperado para o problema escolhido, levando em conta as soluções e concepções apresentadas pelos grupos, situando-as dentro do tópico matemático que se desejava dar ênfase, a saber, a noção de semelhança de triângulos.

A seguir, apresentaremos uma possível resolução para a tarefa proposta, identificando os subdomínios e categorias relacionados aos conhecimentos que esperávamos serem mobilizados pelos participantes.

Se DEFG é um quadrado, então os quatro lados são congruentes e todos os ângulos internos são retos (KSMa). Dessa forma, deve-se representar a medida dos lados do quadrado por alguma letra e, juntamente com os dados do problema, chegar a um esboço geométrico (KPMsp) que poderá auxiliá-los na resolução.

O conhecimento acerca da definição de triângulos semelhantes (KoTd) é fundamental para a resolução do problema. Desse modo, observando os triângulos ΔBDG e ΔECF, os licenciandos deverão perceber a necessidade de demonstrar a congruência entre, pelo menos, um par de ângulos correspondentes desses triângulos, visto que ambos possuem um ângulo reto (KoTd).

Recorrendo à proposição “Se duas retas paralelas distintas interceptam uma transversal, então os ângulos alternos (ou os ângulos correspondentes) são congruentes” e à propriedade do quadrado de ter lados opostos paralelos (KSMa), deverão concluir as seguintes congruências de ângulos:

$$G\widehat{B}D \equiv A\widehat{G}F;\ A\widehat{C}B \equiv A\widehat{F}G \qquad (1)$$

Aplicando nos triângulos ΔAGF, ΔBGD e ΔECF a propriedade que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º (KSMa), deverão concluir que:

$$G\widehat{B}D \equiv C\widehat{F}E \; ; \; B\widehat{G}D \equiv F\widehat{C}E \qquad (2)$$

Nas congruências (1) e (2), observamos a mobilização do conhecimento dos tópicos quanto ao uso de registros de representação (KoTr). Assim, recorrendo à proposição "Se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes" (KoTd), os licenciandos demonstram a semelhança ΔBDG~ΔECF (KPMpr), o que implicará na validade da proporção, que segue da definição de triângulos semelhantes (KoTd):

$$\frac{a}{8} = \frac{2}{a} \qquad (3)$$

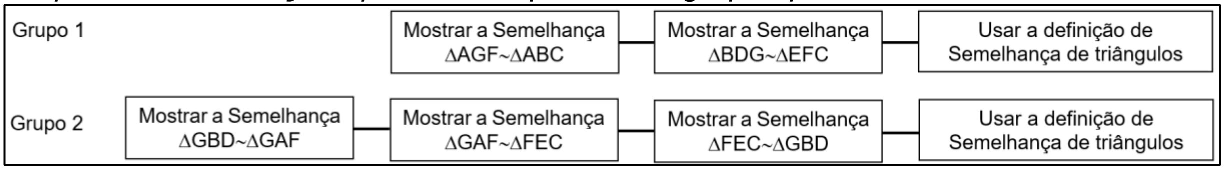
Recorrendo à propriedade da multiplicação cruzada (KoTp) para resolver a proporção (3), deverão concluir que a = 4 cm e, portanto, que o perímetro do quadrado DEFG é de 16 cm. Nessa última etapa, usamos a definição de perímetro de uma figura (KSMa). A apresentação de uma solução como a aqui prevista refere-se a formas de proceder na matemática e pertence ao subdomínio KPM. Isto devido ao fato de exigir o conhecimento de formas de conhecer e criar em Matemática, aspectos da comunicação matemática e raciocínio. É necessário saber como definir e usar definições, estabelecer relações (entre conceitos, propriedades etc.), correspondências e equivalências, selecionar representações, argumentar, generalizar e explorar.

5 RESULTADOS

Nesta seção, apresentamos a análise dos protocolos de resolução dos dois grupos que compõem o *corpus* da pesquisa. Inicialmente fazemos a análise dos indícios e evidências (Escudero-Ávila et al., 2016) da mobilização de conhecimentos dos subdomínios do MK a partir de recortes da resolução da tarefa. Posteriormente, trazemos um quadro com os descritores e as categorias dos conhecimentos evidenciados pelos Grupos 1 e 2, respectivamente, na resolução da Tarefa proposta.

Na *etapa da ação*, os dois grupos explicitaram os dados da tarefa (KPMsp^{e}): BD = 8 cm e CE = 2 cm assim como a finalidade da tarefa, que é calcular o perímetro do quadrado DEFG. Por outro lado, nenhum dos dois grupos trouxe o fato do polígono DEFG ser um quadrado como um dado relevante, embora tenham usado esse fato no decorrer das suas resoluções. Quanto ao esquema de resolução, o Grupo 1 foi o que usou uma estratégia mais parecida com a que prevemos. Na Figura 3, trazemos um resumo do esquema da resolução apresentada pelos dois grupos.

Figura 3:
Esquema da resolução apresentada pelos dois grupos para a Tarefa

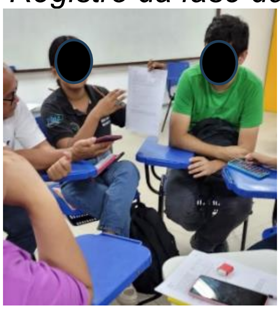


Fonte: Dados do estudo.

Uma situação de ação deve permitir ao estudante julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo, se necessário, sem a intervenção do professor, graças à retroação do *milieu* (Almouloud, 2010). Ao observar os grupos trabalhando na resolução da tarefa, percebemos que buscavam melhorar ou abandonar sua estratégia para criar uma nova. Isso fez mobilizar o conhecimento de estratégias de resolução de problemas. Além disso, os grupos fizeram uso de figuras como estratégia heurística para avançar na resolução da tarefa, o que pode ser evidenciado nas soluções apresentadas. Isso são evidências da mobilização do Conhecimento da Prática de Resolução de Problemas ($KPMsp^e$).

Na *etapa de formulação*, o estudante compartilha informações com uma ou várias pessoas, trocando mensagens escritas ou orais (Almouloud, 2010). Este foi o momento em que um grupo explicitou, por escrito e oralmente, as ferramentas e a estratégia que utilizou para a resolução do problema, mobilizando dessa maneira o Conhecimento da Prática de Demonstração ($KPMpr^e$) nas funções de verificação e explicação (De Villiers, 1993), uma vez que cada grupo buscava fornecer argumentos de que suas afirmações eram verdadeiras e convencer o outro grupo (Figura 4).

Figura 4:
Registro da fase da formulação



Fonte: Dados do estudo.

Ademais, observamos que o *milieu* proporcionou aos licenciandos condições para o desenvolvimento de uma linguagem compreensível para os demais grupos mobilizando o Conhecimento da Prática de Demonstração ($KPMpr^{e}$) na função de comunicação (De Villiers, 1993) na medida que os licenciandos de um grupo explicavam para outro grupo a estratégia que seu grupo pensou para resolver o problema.

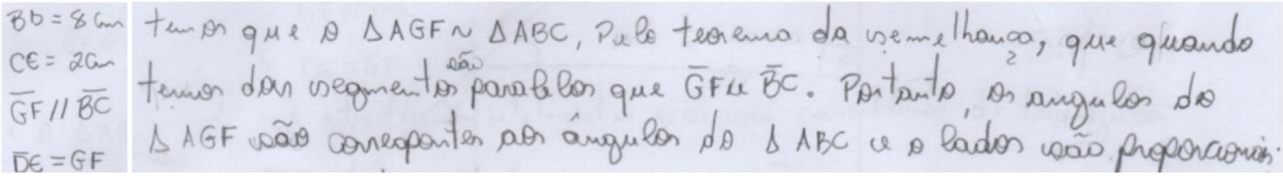
A *dialética da validação* é a etapa na qual o estudante deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática ao julgamento de um interlocutor. O emissor deve justificar a exatidão e a pertinência da sua solução e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática (Almouloud, 2010). Nesse momento, os grupos apresentaram a sistematização da sua solução para a tarefa que foi proposta, na qual buscaram organizar logicamente um conjunto de afirmações independentes, mobilizando dessa maneira o Conhecimento da Prática de Demonstração ($KPMpr^{e}$) na função de sistematização (De Villiers, 1993).

Como destacado anteriormente, a *institucionalização* se deu de forma concomitante com a validação, em que analisamos e sintetizamos as respostas e soluções dos licenciandos. A seguir, apresentamos a resolução de cada um dos grupos para a tarefa proposta, identificando os subdomínios e categorias relacionados aos conhecimentos que foram mobilizados pelos participantes.

Grupo 1

De início, ao escrever GF//BC e DE=GF, o grupo dá indícios de conhecer as propriedades do quadrado de ter lados opostos paralelos e todos congruentes ($KSMa^{i}$). Na Figura 5, pode-se observar o conhecimento da representação simbólica de triângulos semelhantes ($\Delta AGF \sim \Delta ABC$) ($KoTr^{e}$). Em seguida se evidencia o conhecimento do teorema**:** se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta os outros dois em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro ($KoTd^{e}$). Ademais, embora as palavras *congruentes* e *homólogos* não constem na escrita do grupo (Figura 5), há indícios que os membros conheciam a propriedade dos triângulos semelhantes de terem ângulos correspondentes congruentes e lados homólogos proporcionais ($KoTd^{i}$).

Figura 5:
Recorte 1 da solução do Grupo 1 para a Tarefa



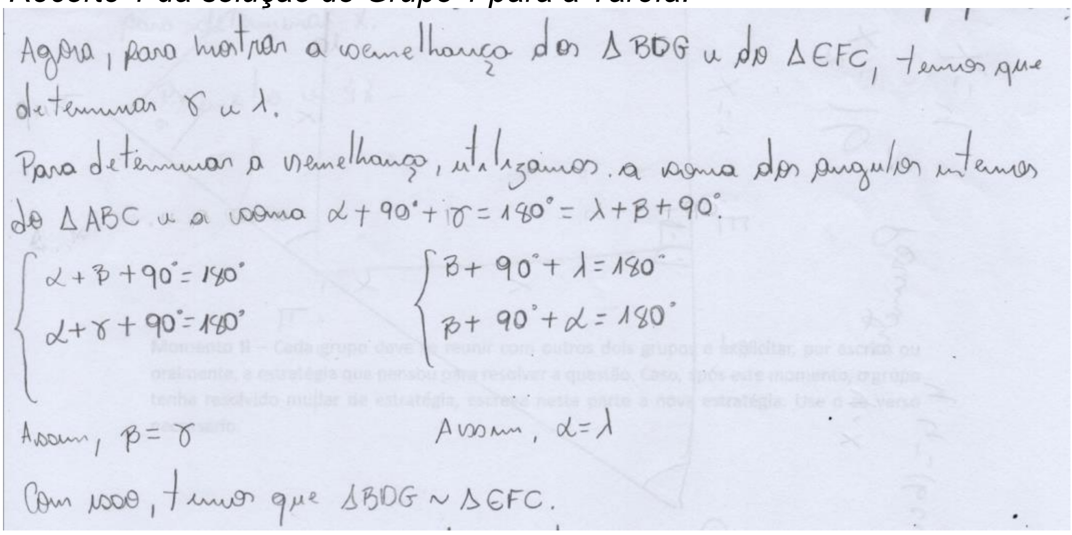
$\overline{BD} = 8$ cm
$CE = 2$ cm
$\overline{GF} // \overline{BC}$
$\overline{DE} = GF$

temos que o $\Delta AGF \sim \Delta ABC$, Pelo teorema da semelhança, que quando temos dois segmentos são paralelos que $\overline{GF}$ e $\overline{BC}$. Portanto, os ângulos do ΔAGF são correspondentes aos ângulos do ΔABC e os lados são proporcionais.

Fonte: dados do estudo.

No recorte apresentado na Figura 6, há evidências do conhecimento da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo e do modo como proceder na resolução de sistema de equações lineares, que foram utilizados com vistas a demonstrar a semelhança dos triângulos ΔBDG e ΔEFC, evidenciando a mobilização do conhecimento KSM na categoria de conexões auxiliares ($KSMa^e$).

Figura 6:
Recorte 1 da solução do Grupo 1 para a Tarefa.



Agora, para mostrar a semelhança dos ΔBDG e do ΔEFC, temos que determinar γ e λ.

Para determinar a semelhança, utilizamos a soma dos ângulos internos do ΔABC e a soma $\alpha + 90° + \gamma = 180° = \lambda + \beta + 90°$.

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 90° = 180° \\ \alpha + \gamma + 90° = 180° \end{cases} \qquad \begin{cases} \beta + 90° + \lambda = 180° \\ \beta + 90° + \alpha = 180° \end{cases}$$

Assim, $\beta = \gamma$ Assim, $\alpha = \lambda$

Com isso, temos que $\Delta BDG \sim \Delta EFC$.

Fonte: dados do estudo.

Por fim, na Figura 7 o grupo mostra o conhecimento de que triângulos semelhantes possuem lados homólogos proporcionais ($KoTd^e$) e da aplicação da proporcionalidade para descobrir a medida de um lado desconhecido, assim como do procedimento de resolver uma proporção ($KoTp^e$), e uma equação do 2º grau incompleta, além da definição de perímetro ($KSMa^e$).

Figura 7:
Recorte 1 da solução do Grupo 1 para a Tarefa

temos por semelhança de triângulos, que:

$$\frac{2}{x} = \frac{x}{8} \Rightarrow x^2 = 16$$
$$x = 4$$

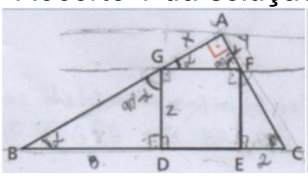
Logo, o Perímetro do Quadrado é 16.

Fonte: dados do estudo.

Grupo 2

Na Figura 8, é possível perceber indícios do conhecimento da propriedade do quadrado de ter lados congruentes ao usar a representação simbólica $\overline{GD} \equiv \overline{FE}$ (KSMa[i]), bem como evidências do conhecimento de que: dadas duas retas r e s e dois pontos distintos A≠B pertencentes à r, tais que d(A,s)=d(B,s), então r//s (KSMa[e]). Ademais, há evidência de conhecerem que se duas retas paralelas distintas interceptam uma transversal, então os ângulos alternos (ou os ângulos correspondentes) são congruentes (KSMa[e]).

Figura 8:
Recorte 1 da solução do Grupo 2 para a Tarefa



Como $\overline{GF} // \overline{BC}$, pois $\overline{GD} \equiv \overline{FE}$, que são as distâncias entre as retas paralelas e $\overline{AB}$ é transversal, temos que $A\hat{G}F$ e $G\hat{B}D$ são ângulos correspondentes. $\Rightarrow A\hat{G}F \equiv G\hat{B}D \equiv \alpha$

Fonte: dados do estudo.

O conhecimento e a aplicação da propriedade que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180º como auxílio para demonstrar a congruência entre os ângulos ∠DGB e ∠AFG evidencia a mobilização do KSMa[e] (Figura 9).

Figura 9:
Recorte 2 da solução do Grupo 2 para a Tarefa

(*) Sabendo que a soma dos ângulos internos de um $\Delta = 180°$

No ΔGBD, teremos:

$G\hat{B}D + B\hat{D}G + D\hat{G}B = 180° \Rightarrow \alpha + 90° + D\hat{G}B = 180° \Rightarrow D\hat{G}B = 90° - \alpha$

No ΔGAF, temos que:

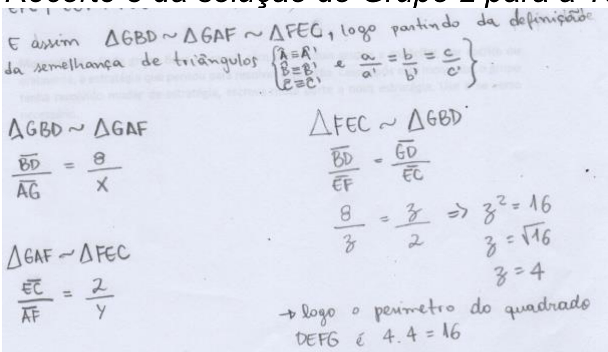
$A\hat{F}G + A\hat{G}F + F\hat{A}G = 180° \Rightarrow A\hat{F}G + \alpha + 90° = 180° \Rightarrow A\hat{F}G = 90° - \alpha$

Fonte: dados do estudo.

Ao concluir que ∆GBD~∆GAF, o grupo dá indícios de conhecer que se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes (KoTd^{i}).

Os conhecimentos de que triângulos semelhantes possuem lados homólogos proporcionais (KoTd^{e}) e da aplicação da proporcionalidade para descobrir a medida de um lado desconhecido, assim como do procedimento de resolver uma proporção (KoTp^{e}), além dos conhecimentos da representação simbólica de triângulos semelhantes (KoTr^{e}), da definição de perímetro (KSMa^{e}), e de como calcular o perímetro de um quadrado (KSMa^{e}) podem ser evidenciados no recorte apresentado na Figura 10.

Figura 10:
Recorte 3 da solução do Grupo 2 para a Tarefa



Fonte: dados do estudo.

Nas Tabelas 2 e 3, apresentamos os descritores e as categorias dos conhecimentos evidenciados pelos Grupos 1 e 2, respectivamente, na resolução da Tarefa proposta.

Tabela 2:
Descritores e categorias evidenciadas nos subdomínios KoT e KSM do Grupo 1

Subdomínios	Categorias	Descritores
KoT	Definições, propriedades e fundamentos	Conhecimento do teorema: se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta os outros dois em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro.
		Conhecimento da propriedade dos triângulos semelhantes de terem ângulos correspondentes congruentes e lados homólogos proporcionais.
		Conhecimento de que triângulos semelhantes possuem lados homólogos proporcionais.
	Procedimentos	Fazer uso da proporcionalidade e da técnica de como resolver uma proporção para descobrir um valor desconhecido.
	Registros de representação	Conhecimento da representação simbólica de triângulos semelhantes.
KSM	Conexões auxiliares	Conhecimento da propriedade do quadrado de ter lados congruentes.

		Conhecimento da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180º. Conhecimento de como proceder para resolver sistemas de equações lineares. Conhecimento de como proceder na resolução de uma equação do 2º grau incompleta. Conhecimento da definição de perímetro.

Fonte: elaborado pelos autores.

Tabela 3:
Descritores e categorias evidenciadas nos subdomínios KoT e KSM do Grupo 2

Subdomínios	Categorias	Descritores
KoT	Definições, propriedades e fundamentos	Conhecimento de que se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes. Os conhecimentos das propriedades de semelhança de triângulos. Conhecimento de que triângulos semelhantes possuem lados homólogos proporcionais.
	Procedimentos	Fazer uso da proporcionalidade e da técnica de como resolver uma proporção para descobrir um valor desconhecido.
	Registros de representação	Conhecimento da representação simbólica de triângulos semelhantes.
KSM	Conexões auxiliares	Conhecimento da propriedade do quadrado de ter lados congruentes. Conhecimento de que: dadas duas retas r e s e dois pontos distintos A≠B pertencentes à r, tais que d(A,s)=d(B,s), então r//s. Conhecimento de que se duas retas paralelas distintas interceptam uma transversal, então os ângulos alternos (ou os ângulos correspondentes) são congruentes. Conhecimento da soma dos ângulos internos do triângulo ser 180º. Conhecimento da definição de perímetro. Conhecimento de como calcular o perímetro de um quadrado.

Fonte: elaborado pelos autores.

Analisando as duas tabelas, evidencia-se que a tarefa proposta favoreceu a mobilização dos conhecimentos da definição de semelhança de triângulos e de suas propriedades (KoTd), além do uso da proporcionalidade e da técnica de como resolver uma proporção para descobrir um valor desconhecido. Ademais, a tarefa proporcionou a manifestação de uma gama de conhecimentos auxiliares (KSMa) por meio de conexões realizadas pelos participantes para resolvê-la.

Como resultado da mobilização desses conhecimentos supracitados, ambos os grupos conseguiram resolver por completo a tarefa proposta, evidenciando o KPM no sentido de como proceder para resolver um problema matemático. A partir da sistematização da solução de cada um dos grupos para a tarefa, é possível evidenciar a mobilização do Conhecimento da Prática de Demonstração (KPMpr) na categoria do Conhecimento do papel da linguagem matemática (De Villiers, 1993), uma vez que se evidencia o uso dos simbolismos da álgebra para a resolução de equações, formulação de expressões e letras. Os licenciandos evidenciaram conhecer o significado dos símbolos utilizados, saber interpretá-los e usá-los adequadamente.

6 CONCLUSÃO

Nesta pesquisa, formulamos e buscamos responder a seguinte questão: Que ambientes de aprendizagem/formação podem favorecer a mobilização e o desenvolvimento do conhecimento especializado do professor de matemática no tópico de Semelhança de Triângulos? Para isso, trouxemos uma discussão sobre a prática docente a partir de uma atividade desenvolvida durante a disciplina de Geometria, com 24 licenciandos em Matemática, com o objetivo de investigar, segundo a lente do MTSK, as manifestações dos subdomínios do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática acerca do tópico Semelhança de Triângulos reveladas nas respostas escritas de uma tarefa vivenciada segundo as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas.

Foram analisadas as resposta de dois grupos em busca de manifestações do conhecimento relacionados aos subdomínios do MK e suas respectivas categorias. A partir dessa análise, verificou-se a potencialidade da tarefa proposta, e da metodologia pautada nas etapas da TSD, para favorecer a mobilização de conhecimentos especializados acerca do tópico semelhança de triângulos.

Com respeito ao KPM, trouxemos evidências de que a tarefa aplicada segundo as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas favoreceu a mobilização de conhecimentos relacionados a esse subdomínio. Além do fato de os dois grupos terem conseguido resolver a tarefa, evidenciando a mobilização de conhecimentos relacionados à categoria Prática de Resolver Problemas, o uso das situações possibilitou a mobilização de conhecimentos de estratégias de resolução de problemas, assim como o uso de uma linguagem matemática adequada e da simbologia correta, a fim de transmitirem suas estratégias de resolução aos demais grupos e ao professor de forma eficiente, tentando convencê-los de que sua estratégia estava matematicamente correta, o que evidencia manifestações do conhecimento relacionado à categoria Prática de Demonstrar.

A partir da análise da resolução dos grupos à tarefa proposta e da observação da aplicação em sala de aula, salientamos que um longo caminho ainda deve ser percorrido, visto que apenas dois dos seis grupos conseguiram resolver à tarefa, revelando fragilidades significativas naõ apenas no conhecimento matemático para o ensino de semelhança de triângulos da maior parte dos licenciandos, mas também no que se refere ao domínio conceitual e à articulação de estratégias de resolução de problemas.

Dessa forma, considerando o impacto do professor e do seu conhecimento na aprendizagem dos estudantes, a fim de que essas fragilidades sejam superadas, é necessário desenvolver no futuro professor de matemática um conhecimento especializado profundo acerca desse tópico. Deve-se torná-lo capaz de compreender, por exemplo, as dificuldades de ensino e aprendizagem que permeiam o ensino de semelhança de triângulos, diferentes representações para ilustrar propriedades de semelhança, como a geométrica e a representação simbólica, perceber conexões entre semelhança e outros tópicos como medida e proporcionalidade, saber como proceder para resolver situações envolvendo semelhança de triângulos, entre diversos outros conceitos necessários à abordagem do tema.

Além disso, os resultados apontam potencialidades do uso da Teorias das Situações Didáticas na formação inicial de professores de matemática para propiciar um ambiente formativo que oportuniza a mobilização e o desenvolvimento de conhecimentos profissionais docentes dos futuros professores, podendo orientar formadores de professores em suas práticas formativas. Como perspectivas de pesquisas futuras, pretende-se aplicar essa metodologia visando a desenvolver o conhecimento especializado do professor que ensina matemática em outros tópicos da área, tanto no contexto da formação inicial como continuada.

REFERÊNCIAS

Almouloud, S. A. (2010). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba, PR: Editora UFPR.

Advíncula Clemente, E., Beteta Salas, M., León Ríos, J. C., Torres Céspedes, I., & Montes, M. (2021). El conocimiento matemático del profesor acerca de la parábola: diseño de un instrumento para investigación. *Uniciencia*, 35(1), 190-209. doi: http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.12

Bairral, M. A. (1998). Semelhança na 7ª série: Algumas dificuldades. *Boletim GEPEM, 34*, 35–64. Disponível em: https://gepeticem.ufrrj.br/wp-content/uploads/2020/01/Unid-7-Bairral-Semelhan%C3%A7a-Gepem.pdf. Acesso em: 02 jun. 2025.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/255647628_Content_Knowledge_for_Teaching_What_Makes_It_Special. Acesso em: 02 jun. 2025.

Bardin, L. (1997). *Análise de conteúdo* (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trads.). Edições 70.

Bassey, M. (2003). *Case study research in educational settings*. Open University Press.

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Editorial La Muralla.

Boyd, D. J., Grossman, P. L., Lankford, H., Loeb, S., & Wyckoff, J. (2009). Teacher preparation and student achievement. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 31*(4), 416–440. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED509670.pdf. Acesso em: 02 jun. 2025.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação. Brasília: MEC.

Brocardo, J., & Santos, L. (2014). Tarefas matemáticas. *Investigação em Educação Matemática*, 3–4. Disponível em: https://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2014.pdf. Acesso em: 02 jun. 2025.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33–115. Disponível em: https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/. Acesso em: 02 jun. 2025.

Brousseau, G. (2002). Epistemological obstacles, problems, and didactical engineering. In N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield. (Eds.), *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990* (pp. 79–117). Springer Dordrecht.

Cardoso, L., da Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2023). O desenvolvimento do conhecimento de futuros professores sobre discussões coletivas durante o estudo de aula. *Medi@ções, 11*(1), 69–81. Disponível em: https://mediacoes.ese.ips.pt/index.php/mediacoesonline/article/view/371/325. Acesso em: 02 jun. 2025.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of CERME 8* (pp. 2985–2994). ERME. https://www.researchgate.net/publication/269762274

Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., & Montes, M. A. (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 1–18). Universidad de Huelva. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/267392675_Un_marco_teorico_para_el_Conocimiento_especializado_del_Profesor_de_Matematicas. Acesso em 02 jun. 2025.

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. doi: https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement. *Education Policy Analysis Archives, 8*(1). Disponível em: https://epaa.asu.edu/index.php/epaa/article/view/392/515. Acesso em: 02 jun. 2025.

De Almeida, A. R., & Ribeiro, M. (2021). Potencialidades de uma tarefa para promover o conhecimento especializado do professor no tópico frações. *ACERVO – Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP, 3*, 1–18. Disponível em: https://ojs.ghemat-brasil.com.br/index.php/ACERVO/article/view/31/27. Acesso em 02 jun. 2025.

Delgado-Rebolledo, R., & Espinoza-Vásquez, G. (2021). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? In *Anais do V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/357132530_COMO_SE_RELACIONAN_LOS_SUBDOMINIOS_DEL_CONOCIMIENTO_ESPECIALIZADO_DEL_PROFESOR_DE_MATEMATICAS. Acesso em 02 jun. 2025.

De Villiers, M. (1993). The role and function of proof in mathematics. *Epsilon, 26*, 15–30. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/264784642_The_Role_and_Function_of_Proof_in_Mathematics. Acesso em: 02 jun. 2025.

Dolce, O., & Pompeo, J. N. (2013). *Fundamentos de matemática elementar: Geometria plana* (Vol. 9, 9ª ed.). São Paulo: Atual.

Escudero-Ávila, D. I., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L. C., & Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA, 10*(1), 53–77. Disponível em: https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6095/5415. Acesso em: 02 jun. 2025.

Escudero-Ávila, D., Gomes Moriel, J., Muñoz-Catalán, M. C., Flores-Medrano, E., Flores, P., Rojas, N., & Aguilar, A. (2016). Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK. In *Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática* (pp. 60–68). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/305937570. Acesso em: 02 jun. 2025.

Flôres, A. A., & Gusmão, T. C. R. S. (2022). Processos de pensamentos ativados na resolução de tarefas matemáticas Standards e Não Standards. *Intermaths, 3*(1), 183–209. doi: https://doi.org/10.22481/intermaths.v3i1.10987

Gil, A. C. (2022). *Como elaborar projetos de pesquisa* (7ª ed.). Atlas.

Gimenes, S. S. (2014). Possíveis contribuições de atividades de investigação e exploração com o computador na produção de conhecimento acerca do assunto semelhança (Dissertação de Mestrado). Instituto Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, Brasil.

González, R. L., Pesquero, C. S., García, L. M. C., Zurita, L. M., Nieto, L. J. B., & García, M. M. (1990). *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. España: Editorial Síntesis.

Haruna, N. C. A. (2000). Teorema de Thales: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Hill, H. C., & Chin, M. (2018). Connections between teachers' knowledge of students, instruction, and achievement outcomes. *American Educational Research Journal, 55*(5), 1076–1112. doi: https://doi.org/10.3102/0002831218769614

Maciel, A. C. (2004). O conceito de semelhança: Uma proposta de ensino (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Montes, M., Contreras, L. C., & Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. In A. Berciano, G. Gutiérrez, N. Climent & A. Estepa (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 404–410). SEIEM. https://doi.org/10.13140/2.1.3277.5201

Navarro, M. Á. M., Climent, N., & Contreras, L. C. (2022). Construyendo conocimiento especializado en geometría: Un experimento de enseñanza en formación inicial de maestros. *Aula Abierta, 51*(1), 27–36. https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.27-36

Oliveira, F. W. S. (2018). Os momentos da teoria das situações didáticas no ensino de matemática. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, 4*(2), 10–20. doi: https://doi.org/10.35819/remat2018v4i2id2949

Pais, L. C. (2016). *Didática da matemática: Uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica.

Pascual Martín, M. I., Climent Rodríguez, N., Codes Valcarce, M., Martín Díaz, J. P., & Contreras González, L. C. (2023). Tareas en la formación inicial de maestros para la construcción de conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 98*(37.2), 55–72. doi: https://doi.org/10.47553/rifop.v98i37.2.99221

Pereira, L. S. A., & Gusmão, T. C. R. S. (2020). A gestão do planejamento de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais. *Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo Entre As Ciências, 9*(1), 147–166. doi: https://doi.org/10.22481/rbba.v9i1.6917

Policastro, M., Mellone, M., Ribeiro, M., & Fiorentini, D. (2019, fevereiro). Conceptualising tasks for teacher education: From a research methodology to teachers' knowledge development. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University*. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/338897913. Acesso em: 02 jun. 2025.

Pólya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Joao-Ponte-2/publication/242643133_Gestao_curricular_em_Matematica/links/00b4952b824d799608000000/Gestao-curricular-em-Matematica.pdf. Acesso em: 02 jun. 2025.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14.

Stake, R. E. (2005). *Qualitative case studies*. Oxford University Press.

Teixeira, P. J. M., & Passos, C. C. M. (2013). Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. *ZETETIKÉ: Revista de Educação Matemática, 21*(1), 155–168. doi:https://doi.org/10.20396/ZET.V21I39.8646602

Torrezan, E. P. C. S., Ribeiro, M., & Almeida, A. (2022, outubro). Conhecimento especializado de futuros professores: Medida de volume e de capacidade. In *Anais do XV Seminário sobre a Produção do Conhecimento em Educação e XVII Seminário da Faculdade de Educação*. Disponível em: https://proceedings.science/seminario-edu-puc-2022/trabalhos/conhecimento-especializado-de-futuros-professores-medida-de-volume-e-de-capacida?lang=pt-br. Acesso em: 02 jun. 2025.

Zakaryan, D., & Ribeiro, M. (2018). Mathematics teachers' specialized knowledge: A secondary teacher's knowledge of rational numbers. *Research in Mathematics Education, 21*(3), 1–19. doi: https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1525422

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA
Contributos de uma situação didática para o desenvolvimento do conhecimento especializado para o ensino de semelhança de triângulos

Francisco Eteval da Silva Feitosa
Doutor em Matemática e Professor Adjunto
Universidade Federal do Amazonas, Departamento de Matemática, Manaus, Brasil
sfeitosa@ufam.edu.br
https://orcid.org/0000-0003-0913-3427

Roberta dos Santos Rodrigues
Graduada em Licenciatura em Matemática
Universidade Federal do Amazonas, Departamento de Matemática, Manaus, Brasil
roberta.rodrigues@ufam.edu.br
https://orcid.org/0000-0001-9903-7644

Endereço de correspondência do principal autor
Av. das Oliveiras, 9, Novo Israel, CEP: 69039-205, Manaus, AM, Brasil.

AGRADECIMENTOS
O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pela FAPEAM por meio do "Programa de Apoio à Pós-Graduação Stricto Sensu Posgrad/Fapeam/2024-2025".

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: F. E. S. Feitosa, R. S. Rodrigues
Coleta de dados: F. E. S. Feitosa, R. S. Rodrigues
Análise de dados: F. E. S. Feitosa, R. S. Rodrigues
Discussão dos resultados: F. E. S. Feitosa, R. S. Rodrigues
Revisão e aprovação: F. E. S. Feitosa, R. S. Rodrigues

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Bolsa do Programa de Apoio à Pós-Graduação Stricto Sensu Posgrad/Fapeam/2024-2025.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 23-09-2024 – Aprovado em: 04-06-2025