



REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA EM ATIVIDADES DO GEOGEBRA: UM ESTUDO COM A FUNÇÃO QUADRÁTICA

The Theory Of Semiotic Representation Registers In Geogebra Activities: A Study With The Quadratic Function

Lucinéia Giacomelli KORALESKI

Erechim/RS, Brasil

lucikora@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7044-9626>

Bárbara Cristina PASA

Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS – Erechim/RS, Brasil

barbara.pasa@uffs.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-5439-2060>

Nilce Fátima SCHEFFER

Doutora em Educação Matemática (UNESP)

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS – Chapecó/SC, Brasil

nilce.scheffer@uffs.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-9199-9750>

RESUMO

As peculiaridades da atividade Matemática, a forma como ela é abordada no âmbito escolar, as metodologias de ensino e suas implicações na aprendizagem são temas de pesquisas na área de Educação Matemática há tempo. Porém, fomentar discussões nestas perspectivas ainda é necessário, entre outras coisas, devido à inserção das tecnologias digitais da informação e comunicação em todas as áreas da vida humana e, assim, nos processos de ensinar e aprender. Apresenta-se neste texto aspectos relativos ao ensino da função quadrática em atividades na plataforma GeoGebra discutidas à luz da teoria semiocognitiva de Raymond Duval. Este texto é parte da pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Educação cujos objetivos perpassam fomentar discussões sobre o ensino de funções no GeoGebra com base na teoria dos registros de representação semiótica e construir um Produto Educacional na forma de uma proposta didática para o estudo da função quadrática. A metodologia da pesquisa foi qualitativa de caráter exploratório com a coleta, organização e análise dos dados embasadas na Análise de Conteúdo. Atividades da plataforma foram escolhidas para serem analisadas à luz da teoria e outras foram elaboradas com base em aspectos da teoria. Os resultados apontaram para o reconhecimento das potencialidades da plataforma no ensino possibilitando o enfoque nas atividades cognitivas necessárias para a aprendizagem como as conversões entre representações semióticas distintas da função quadrática.

Palavras-chave: Ensino, Representações Semióticas, Matemática, Tecnologias Digitais

ABSTRACT

The peculiarities of Mathematical activity, the way it is approached in schools, teaching methodologies and their implications for learning have been research topics in the area of Mathematics Education for some time. However, fostering discussions from these perspectives is still necessary, among other things, due to the insertion of digital information and communication technologies in all areas of human life and, therefore, in the teaching and learning processes. This text presents aspects related to the teaching of quadratic functions in activities on the GeoGebra platform discussed in light of Raymond Duval's semiocognitive theory. This text is part of the research developed within the scope of the Professional

Master's Degree in Education whose objectives include fostering discussions on the teaching of functions in GeoGebra based on the theory of semiotic representation registers and building an Educational Product in the form of a didactic proposal for the study of quadratic functions. The research methodology was qualitative and exploratory in nature, with the collection, organization and analysis of data based on Content Analysis. Platform activities were chosen to be analyzed in light of the theory and others were developed based on aspects of the theory. The results pointed to the recognition of the platform's potential in teaching, enabling the focus on the cognitive activities necessary for learning, such as conversions between distinct semiotic representations of the quadratic function.

Keywords: Teaching, Semiotic Representations, Mathematics, Digital Technologies

1 INTRODUÇÃO

A Matemática em ambientes de ensino e de aprendizagem apresenta novas configurações devido, entre outras coisas, à presença das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e ao compartilhamento de materiais estar cada vez mais ao alcance da maioria dos envolvidos com a Educação. Os professores, apesar das dificuldades, têm assumido o seu papel como mediadores no processo de ensino, deixando para trás um ensino tradicional com aulas unicamente expositivas e inserindo, mesmo que paulatinamente, metodologias de ensino diversas com apoio de tecnologias digitais.

Durante a pandemia¹ houve uma aproximação entre professores e TDIC, conforme Borba (2022, p. 14) expressa:

A intensificação do uso de tecnologias digitais na Educação Matemática durante a pandemia foi algo extraordinário do ponto de vista quantitativo. Colegas professores, em todos os níveis, foram forçados, devido ao poder de ação do vírus, a pensar em usar mesas digitais, ambientes virtuais de aprendizagem, redes sociais e vídeos para ensinar.

Baseado na citação e observando os ambientes educacionais e a sociedade contemporânea percebe-se que as TDIC são vivenciadas em todos os ambientes, diversos recursos, informações e jogos fazem parte do cotidiano, o que pode impactar na escola diminuindo o interesse dos estudantes em métodos de ensino tradicionais. Sobre isso, Borba (2022, p. 14) alerta: “Isso é bom ou ruim? Difícil responder, mas é certo que a situação pandêmica forçou a utilização das tecnologias digitais por todos, praticamente”.

Diante disso, a busca e o estudo sobre metodologias ativas e suas implicações na aprendizagem faz-se necessária na atualidade. Porém, não só de metodologias diferenciadas é que se faz um ensino potencializador da aprendizagem, para isso, é preciso também conhecer como o estudante aprende. No caso da Matemática, a Teoria dos

¹Pandemia da covid-19, causada pelo vírus SARS-CoV-2: vírus da família dos coronavírus que, ao infectar humanos, causa uma doença chamada covid-19. A epidemia iniciou na China em dezembro de 2019 e em março de 2020 foi declarada a pandemia.

Registros de Representação Semiótica - TRRS evidencia a importância das representações semióticas para a aprendizagem dos objetos do conhecimento matemático e a grande variedade de representações semióticas utilizadas (Duval, 2003). Esse autor enfatiza que “A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.” (Duval, 2003, p. 14).

Essas questões semiocognitivas², levadas em conta no ensino, possibilitam a aprendizagem de acordo com Duval (2012). Assim, apresenta-se neste trabalho discussões sobre o estudo da função quadrática em atividades no GeoGebra à luz da teoria semiocognitiva de Raymond Duval³. Este texto constituiu-se a partir da pesquisa de Mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação (PPGPE) da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), *Campus Erechim* - RS, cujos objetivos foram fomentar discussões sobre o tema e elaborar um Produto Educacional (PE) na forma de um Caderno de Atividades para trabalhar função quadrática no GeoGebra.

Os Mestrados Profissionais em Educação (MPE) diferenciam-se dos Acadêmicos, entre outras coisas, pela necessidade de elaboração de um PE *a partir da* ou *por meio da* dissertação. De acordo com Fialho e Hetkowski (2017, p. 21),

[...] os MPE vão se constituindo como espaços de aplicação e geração de processos formativos e de investigação, de natureza teórica e metodológica, que se abrem perante o extenso campo de atuação de professores, gestores e profissionais da educação, fortalecidos pela aproximação entre a educação superior e a educação básica.

Nesse sentido, os Mestrados Profissionais em Educação permitem a aproximação da Universidade com a Educação Básica, construindo conhecimento a partir ou por meio da prática do próprio pesquisador/professor. De acordo com Pasa, Miecoanski, Koraleski e Scheffer (2024, p. 175), o Mestrado do PPGPE da UFFS oportuniza, “a partir da pesquisa, das dissertações e dos PE, uma aproximação entre o que se produz teoricamente na Universidade e a prática desenvolvida na sala de aula da Educação Básica”.

Sendo assim, inserida na linha de Processos Pedagógicos, Políticas e Gestão Educacional essa pesquisa de abordagem qualitativa e de cunho exploratório, considerou a Análise de Conteúdo de Bardin (2016) para a coleta das atividades e análise das mesmas.

²Termo utilizado por Raymond Duval (2020) para definir a aprendizagem do objeto matemático por meio da coordenação de diferentes registros de representação, envolvendo semiótica e cognição.

³É responsável pelo desenvolvimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e importantes estudos em psicologia cognitiva desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, França desde os anos de 1970.

Realizou-se revisão sistemática de literatura sobre o tema, exploração da plataforma GeoGebra e da TRRS para, com base nisso, discutir atividades já prontas do GeoGebra, elaborar outras e construir o Caderno de Atividades.

A elaboração do PE perpassou aspectos metodológicos e teóricos relacionados à TRRS de maneira que haja intenção no ensino de promover a aprendizagem por parte dos professores. Além disso, a plataforma GeoGebra se mostra bastante útil para desenvolver os conteúdos matemáticos uma vez que, se a sua utilização em aula for explorada de forma intencional pelo professor, além de motivar o estudante pela dinamicidade, a plataforma cria meios de construir o conhecimento (Koraleski, Pasa & Scheffer, 2024).

Na perspectiva do que foi pontuado, na próxima seção apresentam-se os aspectos sobre o PE e sobre a TRRS que foram levados em conta nas análises e discussões das atividades. Na sequência, apresenta-se algumas atividades presentes no PE e por fim, as considerações a respeito das possibilidades de um ensino nesta perspectiva.

2 ASPECTOS DA TRRS NA CONSTRUÇÃO DE UMA PROPOSTA DE ENSINO

Os problemas de aprendizagem apresentados na Matemática, para Raymond Duval, geralmente não são encontrados em outros domínios do conhecimento devido aos aspectos peculiares de acesso aos objetos matemáticos. As dificuldades podem ser locais ou globais, as locais podem ser percebidas em convivência inicial com os estudantes enquanto as globais são percebidas após um período maior e estão associadas ao raciocínio, à visualização e às aplicações dos conhecimentos em problemas cotidianos.

As interrogações sobre o entendimento e incompreensões apresentadas pelos estudantes e os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, são, para Duval, questões de ordem cognitiva e epistemológica, conforme destacado:

A análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos nos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos. Essa questão do “como podemos ter acesso por nós mesmos” é evidentemente essencial para a formação e aprendizagem em matemática. (Duval, 2011, p. 15)

A TRRS de Raymond Duval é uma teoria semiocognitiva que condiciona a aprendizagem de um objeto matemático aos registros de representações semióticas deste objeto e mais, às conversões entre tais registros. Para a construção da TRRS, Duval inspirou-se em modelos de semiótica diferentes entre si, mas que permearam todos os

trabalhos posteriores sobre semiótica de acordo com Duval (2011). São eles: o modelo de Peirce, entre os anos 1890-1910, nos Estados Unidos; de Saussure, publicado em 1916 na antiga União Soviética e de Frege, entre os anos de 1892 e 1894, na Europa Ocidental.

O acesso aos objetos matemáticos, na perspectiva da TRRS, ocorre a partir dos registros de representações semióticas deste objeto que foram criados ao longo da história humana. Cada registro de representação apresenta um conteúdo sobre o objeto que permite conhecer características deste, por isso a importância de conhecer ao menos duas representações semióticas do objeto a ser apreendido. Assim, são descritos três itens importantes no processo cognitivo de acessar um objeto matemático: o objeto matemático, a construção mental do objeto e o registro de representação semiótica. A construção mental e a representação semiótica estão relacionadas com o mesmo objeto.

Para que um sistema semiótico seja considerado uma representação, deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiose: formação de uma representação identificável, tratamento e conversão (Duval, 2012). Moretti (2024, p. 3) aponta que é “a atividade de formação do registro que identifica o objeto representado; é dessa atividade que depende o tipo de tratamento e as conversões com outro registro, e para que isso ocorra, os elementos significantes em cada registro precisam ser ostentados”.

Duval (2009) apresenta as três atividades cognitivas sobre as representações perante os sistemas semióticos em relação aos pares possíveis de serem formados considerando conhecimento e representação. Inicialmente, é mencionada a possibilidade de constituir um grupo com identificação, juntando-os (formação de uma representação); na sequência, com regras próprias, transformar de modo a obter outra representação e possibilitando uma relação de conhecimento com as representações iniciais (tratamento); e finalmente para explicar as significações da representação, realizar a conversão em outro sistema. O autor estabelece que os registros de representação semiótica disponibilizam aos sujeitos condições de objetivação e de posicionamento sobre assuntos constituindo graus de liberdade.

2.1 Abordagem de interpretação de propriedades figurais.

Especificamente para o esboço de curvas, Duval (1988) apresenta três abordagens de ensino distintas, cada uma delas abordando dados visuais diferentes e orientadas para tipos de perguntas diferentes. A primeira abordagem, chamada de *ponto a ponto*, é usada para introduzir e definir representações gráficas, onde pares de números estão associados

aos pontos no plano e vice-versa. A segunda abordagem envolve a extensão do traçado feito, é mais mental e não adiciona traços explicativos, concentrando-se em um conjunto infinito de pontos potenciais. No entanto, assim como a primeira abordagem, não leva em consideração variáveis visuais relevantes na representação gráfica. A terceira abordagem, nomeada por Duval (2011) de *abordagem de interpretação global de propriedades figurais*, considera a imagem formada pelo conjunto traçado/eixos como a representação de uma expressão algébrica. Qualquer modificação na imagem que altere a expressão algébrica correspondente é considerada uma variável visual relevante para a interpretação gráfica.

A abordagem de interpretação global de propriedades figurais é essencial quando se deseja partir da representação gráfica para encontrar a representação algébrica correspondente ou para compreender conceitos como inclinação ou direção de uma curva. Tal abordagem consiste em identificar unidades significativas simbólicas na expressão algébrica e unidades significativas gráficas ou variáveis visuais na representação gráfica e, além disso, transitar entre essas unidades.

Assim, na abordagem de interpretação global de propriedades figurais faz-se necessário a compreensão sobre:

- *Unidades significativas algébricas*: são as unidades significativas do registro de representação algébrica e que serão submetidas a variações que provocam modificações nas unidades significativas do registro gráfico. No caso da expressão $y = ax^2 + bx + c$, as unidades significativas algébricas podem ser os coeficientes a , b e c . Assim, variando o coeficiente a para valores maiores ou menores observa-se no gráfico modificações na abertura da parábola até mudando a concavidade. Portanto, o coeficiente a é uma unidade significativa algébrica e sua mudança implica em alteração na representação gráfica. Esse tipo de análise também pode ser feito com os coeficientes b e c .

- *Unidades significativas gráficas* são variáveis visuais da representação gráfica, ou seja, características da função quadrática apresentadas no plano cartesiano articuladas às unidades significativas algébricas. Por exemplo, o coeficiente c é o valor que o gráfico intercepta o eixo y , sendo uma unidade significativa gráfica. Assim, tem-se como recurso de interpretação global, os coeficientes a , b e c , da expressão algébrica.

As atividades analisadas da plataforma GeoGebra que serão apresentadas neste artigo e que compõem o PE, majoritariamente, seguem Duval (1988), ao utilizar os coeficientes da função para esboço do gráfico. Assim, a representação algébrica é definida por $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, e, no GeoGebra, a , b e c são controles deslizantes que,

ao serem movimentados apresentam os novos valores para os coeficientes. Neste caso, as unidades significativas da expressão $y = ax^2 + bx + c$ são os coeficientes a , b e c , que, ao terem seus valores alterados, possibilitam a visualização de unidades significativas gráficas, relativas à concavidade, eixo de simetria à esquerda ou à direita do eixo y e a parte do gráfico que intercepta o eixo y , ou seja, se $b < 0$ será a parte decrescente, se $b > 0$ será a parte crescente, respectivamente. Essas articulações tem como recurso de interpretação global os coeficientes da expressão algébrica.

Outra possibilidade de recurso de interpretação global para a função quadrática é utilizar a translação articulada ao vértice da parábola. Essa ideia é apresentada por Moretti (2003), que propõe tratamentos na expressão $y = ax^2 + bx + c$ para que o vértice da parábola ($V(x_v, y_v)$) fique explícito na nova equação. Partindo-se de uma equação “base” $y = ax^2$ onde $a \neq 0$, a representação gráfica pode ser obtida a partir de translações no plano cartesiano evidenciando o par ordenado do vértice que são as unidades significativas gráficas. Segundo Brandt e Búrigo (2022) essa alteração é do tipo: $y = ax^2 \Rightarrow y + \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2$, que equivale a: $y - y_v = a(x - x_v)^2$.

Ou seja, a coordenação entre unidades simbólicas da expressão algébrica e unidades visuais da parábola pode ocorrer a partir da expressão $y - y_v = a(x - x_v)^2$, em que as unidades simbólicas são as coordenadas do vértice $V(x_v, y_v)$ e, visualmente, a translação que ocorre quando o vértice é alterado. Assim, o recurso de interpretação global é a translação.

Enfatiza-se que os tratamentos também foram considerados nas análises e propostas de atividades. Os tratamentos são as modificações realizadas dentro de cada registro de representação. Como exemplo, temos a resolução da equação do segundo grau, para cálculo das raízes da função quadrática e os caminhos para encontrar o vértice de uma parábola, um deles a seguir exemplificado:

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2x - 3 \\ y &= (x^2 + 2x + 1) - 4 \\ y + 4 &= (x + 1)^2 \quad \rightarrow \quad V(-1, -4) \end{aligned}$$

Os aspectos da teoria dos registros de representação semióticas, especificamente da abordagem de interpretação global de propriedades figurais supracitados foram utilizados para a análise das atividades do GeoGebra quanto às potencialidades para a aprendizagem.

2.2 O GeoGebra na perspectiva da TRRS

Os tipos de materiais disponibilizados no *site* do GeoGebra podem ser buscados por *atividades* ou *livros*. As atividades são todas as postagens da plataforma, inclusive as que constam nas compilações nominadas como *livros*. Quando se introduz uma palavra-chave no campo de busca e se seleciona o tipo de material *livro*, retornam atividades agrupadas que estão organizadas numa sequência, de autoria própria ou de outros autores, conforme palavras-chave definidas pelo autor do material.

A nomenclatura *livro* no GeoGebra e os *cadernos de atividades* assemelham-se em características que envolvem o ensino e a aprendizagem tendo em vista a mediação que é possível ser realizada pelo professor. A partir da opção de atribuir a atividade aos estudantes e verificar as respostas, de forma bastante similar aos cadernos de atividades impressos ou on-line, a possibilidade de registrar e acompanhar o que o estudante desenvolveu dentro das atividades propostas pelo professor são mantidas, permanecendo armazenadas no cadastro realizado pelo professor na plataforma GeoGebra.

Unindo as possibilidades que a plataforma GeoGebra disponibiliza em formato de *livro*, o PE da pesquisa reúne as atividades analisadas e algumas elaboradas com embasamento da Teoria de Aprendizagem de Duval. A atribuição das atividades aos estudantes por e-mail, WhatsApp ou optando por realizar a atividade durante a aula e o acompanhamento por parte do professor intermediando o ensino e a aprendizagem evidenciam e esclarecem o termo *caderno* que foi utilizado como título para o PE, nesta pesquisa.

As compreensões sobre inserção, aplicação, divulgação dos Produtos Educacionais têm avançado nos últimos anos nas áreas de Ensino e de Educação da CAPES⁴. Um ponto importante é justamente a expectativa de que o PE não pode ser reduzido a um elemento físico, conforme observado por Freitas (2021). Avanços vem ocorrendo no sentido de aprimorar critérios para a elaboração de propostas pedagógicas que possam contribuir no ensino e na aprendizagem, permaneçam acessíveis em repositórios digitais de forma gratuita e possam auxiliar professores na elaboração dos planos de aula.

⁴Portal de Periódicos da CAPES foi criado em 2000 e democratizou o acesso ao conhecimento científico no país, por ser uma biblioteca virtual e de livre acesso.

Com o propósito de, durante a pesquisa, unir aspectos da TRRS e a plataforma GeoGebra no ensino da função quadrática e na perspectiva de elaboração de um PE, organizou-se uma proposta de ensino em formato de *livro* no GeoGebra, intitulada: *Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS*. Neste *livro* foram incluídas algumas atividades prontas do GeoGebra discutidas na dissertação e outras atividades que foram construídas a fim de utilizar diferentes recursos de interpretação global.

3 CADERNO DE ATIVIDADES DE FUNÇÃO QUADRÁTICA À LUZ DA TRRS

O estudo da função quadrática possui peculiaridades e também aplicações. Dentre as peculiaridades, além das evidenciadas por Raymond Duval, quanto ao acesso ao objeto matemático, pode-se citar a parábola como figura geométrica, a fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes, concavidade da parábola, vértice da parábola, valor de máximo ou valor de mínimo, discriminante, estudo do sinal entre outras que são abordadas no final do Ensino Fundamental e/ou início do Ensino Médio.

A forma como se desenvolve o conteúdo funções nas escolas pode despertar o interesse em estudar, instigar ou causar repulsa e desistências em relação a determinadas carreiras profissionais pela presença da Matemática. Por isso, o ensino da Matemática que visa o aprendizado e prepara as novas gerações para uma vida em sociedade requer ações de professores realizadas de forma pedagógica, cuidadosa e com intencionalidade, do mesmo modo Bagnara e Ody (2023) alertam sobre esses aspectos. Nesse sentido, o compartilhamento de propostas de ensino envolvendo a TRRS e objetos matemáticos relacionados ao cotidiano podem aproximar as pessoas em ambientes educacionais e preparam para a convivência em sociedade. Apenas representar a equação algébrica no plano cartesiano com pontos e definições da função quadrática sem estratégias que favoreçam a conversão, sejam elas com explicações pelo professor ou com apoio das TDIC, não possibilita a compreensão integral de funções.

Com relação à aprendizagem da função quadrática, é importante considerar os aspectos cognitivos mobilizados pelos estudantes na apreensão desse conhecimento, estabelecendo correspondências entre seus diferentes registros de representações semióticas. Diante dessas questões, o caderno de atividades é composto por quatro atividades analisadas que foram buscadas no *site* e quatro atividades elaboradas.

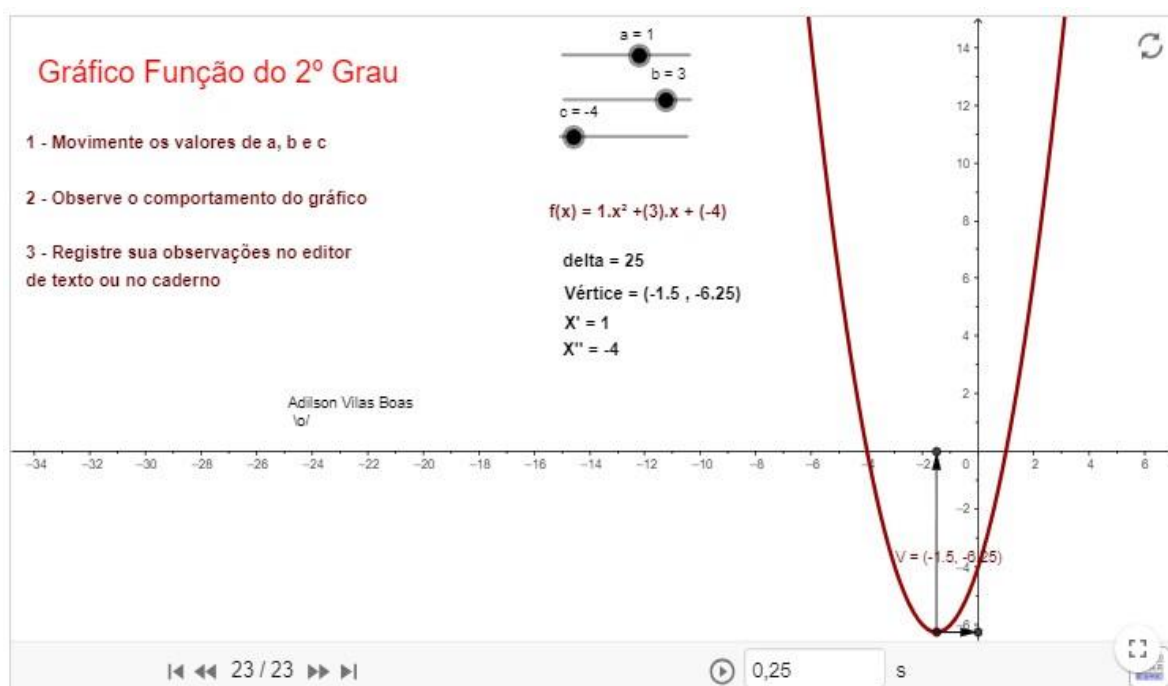
Apresentou-se, em cada atividade, o *link* para a plataforma e acrescentou-se um quadro com os aspectos da TRRS e uma análise de como a atividade pode ser abordada.

Ressalta-se que em todas as atividades é importante a intencionalidade do ensino a partir da mediação de um professor com conhecimento da teoria. Isso, pois, na maioria das atividades, a passagem do registro algébrico para o gráfico é visível na plataforma, mas o inverso, do registro gráfico para o algébrico, necessita da intervenção do professor que, com o objetivo de evidenciar a importância do trânsito entre os registros, precisará de atividades adicionais ou de questões para além das atividades propostas. Nos limites deste artigo, apresentam-se a análise de uma atividade da plataforma e de outra que foi construída, utilizando a translação como recurso de interpretação global.

A Figura 1 e a Tabela 1 apresentam o trabalho desenvolvido no GeoGebra⁵ em uma atividade.

Figura 1

Atividade do GeoGebra



Fonte: GeoGebra – disponível em: <https://www.geogebra.org/m/qktubcya#material/ekrvrrgr>

Esta atividade permite inúmeras compreensões de aspectos que identificam a função quadrática além de desenvolver os aspectos conceituais da função quadrática, como a concavidade, onde intercepta o eixo y , onde intercepta eixo x – zeros, abertura da

⁵ Link da atividade original <https://www.geogebra.org/m/VbXTYUPl>

parábola, vértice e coeficientes da expressão algébrica. Na Tabela 1 consta a análise sobre os aspectos teóricos mobilizados na atividade.

Tabela 1

Análise de atividade da Figura 1 postada no GeoGebra

Aspectos da TRRS	Potencialidade
Representação algébrica	$f(x) = ax^2 + bx + c$.
Representação gráfica	Apresenta a figura geométrica e seu comportamento no plano cartesiano a depender dos coeficientes a , b e c .
Tratamentos	Os tratamentos podem ser trabalhados a partir da criação de questões/atividades para encontrar as raízes, o vértice (valores máximo e mínimo) e o estudo do sinal da função.
Conversões	Com os coeficientes a , b e c dispostos em controles deslizantes que possibilita o movimento é possível visualizar no registro gráfico as alterações. Neste caso fica evidente a passagem do registro algébrico para o gráfico, o inverso ocorrerá a partir da mediação do professor com questionamentos e outras atividades extras.
Unidades significativas Algébricas	Sinal e valor dos coeficientes a , b e c .
Unidades significativas Gráficas	Concavidade da parábola, abertura da parábola, raízes, vértice e onde intercepta o eixo y , eixo de simetria à direita ou à esquerda do eixo y .
Recurso de interpretação global	Coefficientes a , b e c da expressão $f(x) = ax^2 + bx + c$.

A atividade da Figura 1 permite movimentar o controle deslizante a e, com isso, visualizar a parábola aumentando e diminuindo a abertura com outro vértice, voltada para cima quando o valor de a for positivo, voltada para baixo quando o valor de a for negativo ou uma reta quando $a = 0$. Ao mesmo tempo a equação surge com os valores atualizados. O estudante pode identificar as unidades significativas dos dois registros sem obrigatoriamente usar fórmulas e marcação ponto a ponto.

Na representação algébrica $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que os valores dos coeficientes b e c também estão presentes com valores diferentes de zero, a visualização simultânea favorece a conversão, ou seja, a identificação de unidades básicas gráficas e simbólicas e coordenação entre elas, a qual exigirá uma intencionalidade do professor com outras atividades. Tal trabalho proporciona o entendimento dos diferentes aspectos peculiares constantes no objeto e de tratamentos.

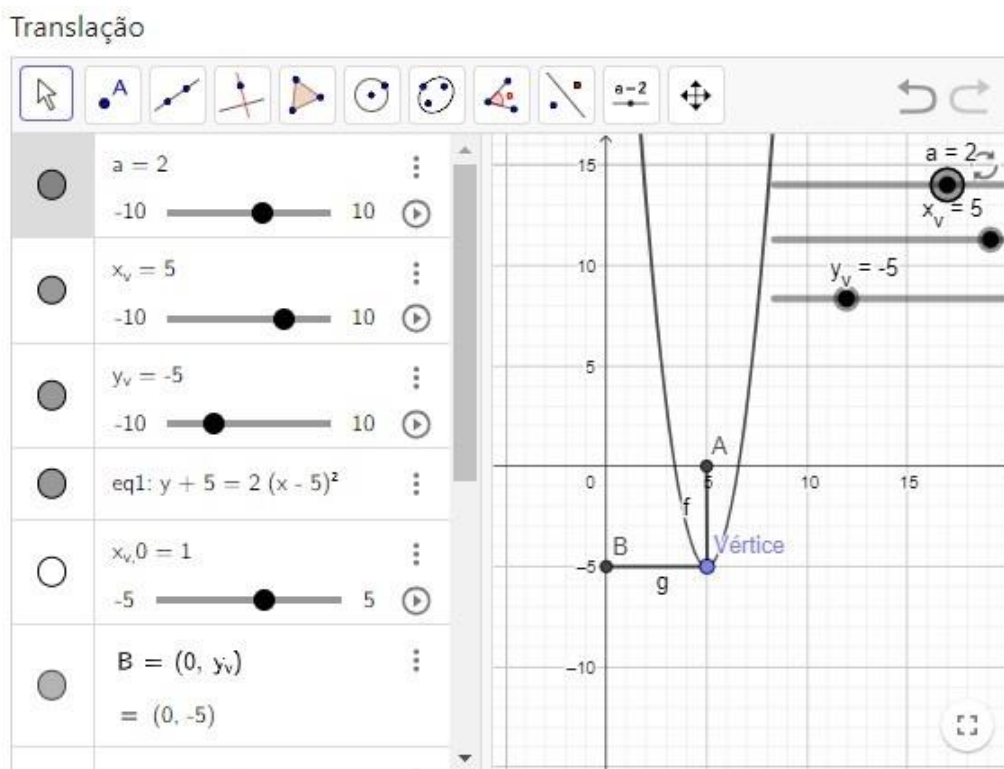
Ao propor uma atividade no GeoGebra, por exemplo, como aquela que foi visualizada na Figura 1 e demonstrar possibilidades na Tabela 1, o estudante pode acompanhar visualmente as características na representação gráfica e associar com a representação algébrica. A observação e compreensão destas informações sem a visualização acontecem de forma trabalhosa, estática e, muitas vezes, sem sentido.

Na busca por atividades prontas na plataforma, observa-se a falta de atividades que desenvolvem a parábola na perspectiva de Moretti (2003). Assim, apresenta-se um exemplo de atividade elaborada pelas autoras e que pode ser desenvolvida como forma de estudar a função quadrática utilizando como recurso de interpretação global a translação associada ao vértice da parábola, explorando os coeficientes da função real quadrática do tipo $(y - (\pm y_v)) = a(x - (\pm x_v))^2$. A conversão entre a representação gráfica e algébrica está evidenciada na Figura 2⁶. É possível visualizar o vértice nessa forma de equação $(y - (\pm y_v)) = a(x - (\pm x_v))^2$ e, assim, os controles deslizantes de x_v e de y_v estariam associados com a visualização na equação $(y - (-5)) = 2(x - (+5))^2$ e o par ordenado $(5, -5)$, por exemplo. A atividade da Figura 2 apresenta, desta forma, uma possibilidade de desenvolver o estudo da função quadrática a partir da translação como recurso de interpretação global. É possível, a partir de tal atividade, a associação da representação gráfica com a algébrica a partir do vértice perceptível no plano cartesiano com o par ordenado (x_v, y_v) e a equação reescrita com a realização de tratamento $(y - (\pm y_v)) = a(x - (\pm x_v))^2$.

Figura 2

Atividade desenvolvida pelas autoras

⁶ Link da atividade original <https://www.geogebra.org/m/bftaeuyk>



Fonte: Dados da pesquisa (2024), acesso em <https://www.geogebra.org/m/bftaeuyk>

Esta atividade tem o objetivo de, a partir da representação gráfica, identificar o vértice com a equação reescrita a partir de tratamentos, $(y - (\pm y_v)) = a(x - (\pm x_v))^2$, além de possibilitar a visualização da concavidade da função. Isso pode ser feito sem apoio da plataforma, contudo, oportunizar que os estudantes visualizem os conceitos matemáticos utilizando o GeoGebra e relacionando com as questões que envolvem a exploração interativa, além de incentivar a aprendizagem a partir da descoberta por eles mesmos, proporciona a articulação entre as unidades básicas simbólicas (da expressão algébrica) e unidades básicas gráficas (visualizadas no gráfico), o que, para Duval (1988), é o que permite a aprendizagem da função. Esse transitar e explorar utilizando as possibilidades que o GeoGebra exhibe e permite, contribui para a compreensão de conceitos matemáticos.

As conversões estão na atividade como *automáticas*, por isso é importante que, em desenvolvendo tal atividade em sala de aula, sejam evidenciadas pelo professor. A conversão entre a representação gráfica e algébrica é possibilitada pelo vértice nessa forma de equação $(y - (\pm y_v)) = a(x - (\pm x_v))^2$. Os controles deslizantes são os valores do coeficiente a , do x_v e do y_v . Por exemplo, a expressão algébrica $(y + 5) = 2(x - 5)^2$ é a translação de $y = 2x^2$, cujo vértice é $(0, 0)$, em 5 unidades para baixo (eixo y) e 5 unidades à direita (eixo x) e podemos escrever $(y - (-5)) = 2(x - (+5))^2$, sendo o par ordenado

$(5, -5)$, o novo vértice da parábola, apresentado na Figura 2. Na Tabela 2 consta a análise da atividade.

Tabela 2

Análise de atividade da Figura 2

Aspectos da TRRS	Potencialidade
Representação algébrica	$y - y_v = a(x - x_v)^2$.
Representação gráfica	Apresenta a figura geométrica e seu comportamento no plano cartesiano, sendo possível identificar o vértice.
Tratamentos	Tratamentos realizados na expressão algébrica $y = ax^2 + bx + c$ possibilitam visualizar variáveis no gráfico como: encontrar o ponto onde corta o eixo y e encontrar o vértice, a partir da escrita $(y - (\pm y_v)) = a(x - (\pm x_v))^2$. Outros tratamentos podem ser trabalhados para encontrar as raízes.
Conversões	Com o coeficiente a , o x_v e o y_v dispostos em controles deslizantes que possibilita o movimento é possível visualizar as alterações nas representações. O GeoGebra oportuniza a passagem do registro algébrico para o gráfico, ou seja, alterando os controles deslizantes que representam as coordenadas do vértice e o coeficiente a é possível visualizar variáveis visuais gráficas. A partir dessa compreensão, o inverso, ou seja, a passagem do registro gráfico para o algébrico pode ser oportunizada em uma sequência didática que leva em conta essas questões.
Unidades significativas Algébricas	Sinal e valor do coeficiente a e do par ordenado do vértice (x_v, y_v) .
Unidades significativas Gráficas	Concavidade e abertura da parábola, estimativa das raízes e o vértice.
Recurso de interpretação global	Coeficiente a , x_v e y_v . Translação associada ao vértice.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresenta-se as análises resultantes de uma investigação dos aspectos cognitivos em atividades de função quadrática no GeoGebra na perspectiva da elaboração de uma proposta de ensino. Assim, por meio de pesquisa qualitativa exploratória e levando em conta as atividades cognitivas requeridas na aprendizagem matemática, foi possível discutir atividades que estão postadas na plataforma GeoGebra, elaborar outras que possibilitam diferentes olhares para o recurso de interpretação global e, por fim, elaborar um PE, exigência do Mestrado Profissional. A dissertação vinculada ao PE aborda discussões

sobre o estudo da função quadrática na perspectiva de um ensino com TDIC e baseado na teoria semiocognitiva de Duval.

A constituição do PE exigiu um profundo mergulho na TRRS e em autores que apontam para a importância do trabalho com TDIC na Educação Matemática. A TRRS contribuiu com as atividades cognitivas essenciais para a aprendizagem e com a abordagem de interpretação global de propriedades figurais, a qual não é considerada nos livros didáticos e no planejamento do ensino nas escolas. Abordar e evidenciar no ensino aspectos da teoria de aprendizagem especificamente da Matemática possibilita olhares importantes aos objetos matemáticos, cujo acesso não ocorre como os objetos de outras áreas do conhecimento. A utilização da plataforma GeoGebra foi embasada em resultados que indicam para o reconhecimento das potencialidades da plataforma no ensino permitindo de forma dinâmica o trânsito imediato entre os diferentes registros de representações semióticas. As TDIC com mediação pedagógica utilizadas como potencializadoras da aprendizagem podem contribuir para a compreensão de conceitos relacionados ao conteúdo de funções quadráticas. A escolha da plataforma GeoGebra que combina geometria e álgebra numa mesma interface é útil e fomenta reflexões sobre as atividades cognitivas.

Dessa forma, paralelamente e por meio da investigação e estudo de atividades compartilhadas no GeoGebra que abordam função quadrática, elencou-se subsídios da TRRS para a seleção de atividades que fazem parte de livros postados na plataforma GeoGebra, convergindo à elaboração do PE *Caderno de Atividades de Função Quadrática à luz da TRRS*. Assim, desenvolveu-se uma proposta de ensino planejada que pode vir a ser um recurso importante com a intenção de auxiliar nos objetivos do ensino que buscam estimular a autonomia propiciando, de fato, a aprendizagem.

As atividades cognitivas apresentadas na TRRS envolvendo identificação coordenação de unidades significativas simbólicas (da expressão algébrica) e gráficas, associadas à exploração e mediação intencionada do professor tornando as conversões explícitas colaboram com a aprendizagem matemática. Além disso, a utilização do GeoGebra possibilita as conversões, corroborando Andrade, Brandão e Santos (2022) ao destacarem que a plataforma GeoGebra, quando utilizada adequadamente como instrumento de mediação, contribui para a compreensão de conceitos relacionados ao conteúdo de funções quadráticas, principalmente no que se refere ao estudo das suas representações gráficas.

O estudo da função quadrática por meio do Caderno de Atividades proposto muda o foco em aplicação de fórmulas, permitindo investir em uma interpretação global, tornando o ensino de funções menos estático e mecânico, valorizando as características inerentes às funções como movimento e transformação. As atividades cognitivas do registro (formação, tratamento e conversão) que embasam a aprendizagem matemática, segundo Raymond Duval podem estar mais presentes em sala de aula. Tornar explícitas essas atividades semiocognitivas, como alertado por Raymond Duval (2003), não é fácil, porém necessário.

O PE elaborado intitulado *Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS* é a contribuição da pesquisa para que professores de Matemática utilizem a TRRS e o GeoGebra em suas aulas. Destaca-se o PE com potencial para fomentar outras pesquisas, envolvendo o estudo da função quadrática ou outros objetos matemáticos e/ou outras perspectivas. O PE é flexível, editável e possui acesso gratuito na plataforma GeoGebra e no repositório da UFFS. O professor pode utilizá-lo juntamente com outros recursos para a elaboração de planos de aula envolvendo atividades cognitivas para o ensino e a aprendizagem da função quadrática.

REFERÊNCIAS

- Andrade, M. A., Brandão, J. C., & Santos, M. J. C. (2022, janeiro/março). O sociointeracionismo de Vygotsky na aprendizagem das funções quadráticas: um estudo com a mediação do software GeoGebra. *Revista Tangram de Educação Matemática*, v. 05 (n. 01) 60–86. Recuperado de <https://doi.org/10.30612/tangram.v5i1.11435>
- Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Almedina.
- Bagnara, I. C., & Ody, L.C. (2023). Profissionais da Educação: reflexões sobre o exercício docente. In: I. C. Bagnara, & L. C. Ody. (org.). *Formação e trabalho docente: ensaios reflexivos*. (pp. 21-38). Curitiba: CRV.
- Borba, M. C. (2022). *Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais*/Marcelo de Carvalho Borba, Daise Lago Pereira Souto, Neil da Rocha Canedo Junior. Belo Horizonte: Autentica. (Tendências em Educação Matemática)
- Brandt, C. F., & Búrigo, R. (2022). O ensino das funções a partir de uma análise semiocognitiva. In: M. T. Moretti, & E. Sabel. (org.). *Gráficos e equações: abordagem global qualitativa segundo Raymond Duval*. (pp. 6-48). Florianópolis: GPEEM/UFSC.

- Duval, R. (1988). *Gráficos e equações: a articulação de dois registros*, 1988. Trad. Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT, eISSN 1981-1322, Florianópolis (SC), v. 6, (n. 2), p. 96-112. 2011.
- Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In S. D. A. Machado. (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. (pp. 11-33). Campinas, SP: Papirus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Trad. Levy, L. F.; Silveira, M. R. A. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. T. M. M. Campos. (Org.). Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM.
- Duval, R. (2012). *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento*, 1993. Trad. de Méricles Thadeu Moretti. Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 7, (n. 2) p. 266–297. Recuperado de DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>.
- Duval, R. (2020). Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. Trad. Méricles Thadeu Moretti. In *Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval* [Recurso Eletrônico] / M. T. Moretti, & C. F. Brandt, (org.). Florianópolis : Ed. REVEMAT/UFSC. 485 p.
- Fialho, N. H., & Hetkowski, T. M. (2017). Mestrados Profissionais em Educação: novas perspectivas da pós-graduação no cenário brasileiro. *Educar em Revista*, Curitiba, (n. 63) Recuperado de <https://www.scielo.br/j/er/a/7Fw3HtVgNXg5TZcGgYzGfPH/?lang=pt>
- Freitas, R. (2021). Artigo Produtos Educacionais na Área de Ensino da CAPES: o que há além da forma? *Educação Profissional e Tecnológica em Revista*, v. 5, nº 2, 2021 – Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica. Recuperado de <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/ept/article/view/1229/805>
- GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/u/adilsonvb> Autor: Adilson A. Vilas Boas. Acesso em: 31 mai. 2025.
- GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/bftaeuyk> Autor: Lucinéia Giacomelli Koraleski, Bárbara Cristina Pasa & Nilce Fátima Scheffer. Acesso em: 31 mai. 2025.
- Koraleski, L. G., Pasa, B. C., & Scheffer, N. F. (2024). *Caderno de atividades de função quadrática à luz da TRRS*. [livro eletrônico]/ Erechim, RS: Ed. dos autores, 2024. Recuperado de <https://rd.uffs.edu.br/handle/prefix/8224>
- Koraleski, L. G. (2024). *O estudo da função quadrática com o geogebra à luz da teoria dos registros de representação semiótica*. (Dissertação de Mestrado). Recuperado de <https://rd.uffs.edu.br/handle/prefix/8245>

- Koraleski, L. G., Pasa, B. C., & Scheffer, N. F. (2024, setembro). Aspectos Metodológicos de uma Pesquisa sobre o Estudo da Função Quadrática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. V. 6, (n.1): *Anais do IV Seminário Nacional de Pesquisa em Educação (SENPE)*. Recuperado de <https://portaleventos.uffs.edu.br/index.php/SENPE/article/view/22165>
- Moretti, M. T. (2003). A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In S. D. A. Machado (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus.
- Moretti, M. T. (2024, janeiro/julho). A noção de conjunto de representação semiótica sistemático e assistemático: perspectivas didáticas. *Revista Educação Matemática Sem Fronteiras - EMSF – UFFS – Chapecó/SC - Vol.6, (n.1)*, p. 36-56. Recuperado de <https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/EMSF/article/view/14348/9286>
- Pasa, B. C., Miecoanski, B., Koraleski, L. G., & Scheffer, N. F. (2024). Produtos Educacionais e as tecnologias digitais: um percurso na pesquisa do PPGPE. In I.C. Bagnara, & T. I. Pereira (org.). *Produtos no Mestrado Profissional em Educação: concepções e experiências*. Curitiba, PR: CRV.

NOTAS DA OBRA

Título Da Obra

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica em atividades do GeoGebra: um estudo com a função quadrática

Lucinéia Giacomelli Koraleski

Mestra em Educação pelo Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS

Erechim/RS, Brasil

lucikora@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7044-9626>

Bárbara Cristina Pasa

Doutora em Educação Científica e Tecnológica (UFSC)

Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS – Erechim/RS, Brasil

barbara.pasa@uffs.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-5439-2060>

Nilce Fátima Scheffer

Doutora em Educação Matemática (UNESP)

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS – Chapecó/SC, Brasil

nilce.scheffer@uffs.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-9199-9750>

ENDEREÇO DE CORRESPONDÊNCIA DO PRINCIPAL AUTOR

Rua Capitão Araújo, 20, 99010-200, Passo Fundo, RS, Brasil.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: L. G. Koraleski, B. C. Pasa, N. F. Scheffer

Coleta de dados: L. G. Koraleski, B. C. Pasa, N. F. Scheffer

Análise de dados: L. G. Koraleski, B. C. Pasa, N. F. Scheffer

Discussão dos resultados: L. G. Koraleski, B. C. Pasa, N. F. Scheffer

Revisão e aprovação: L. G. Koraleski, B. C. Pasa, N. F. Scheffer

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.



FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista Os autores cedem à Revemat os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a Licença Creative Commons Attribution (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que terceiros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EQUIPE EDITORIAL – uso exclusivo da revista

Mérciles Thadeu Moretti
Rosilene Beatriz Machado
Débora Regina Wagner

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 27-11-2024 Aprovado em: 03-06-2025

