



REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MODELAGEM MATEMÁTICA DE TRANSFORMAÇÕES GASOSAS: UMA ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Modélisation Mathématique Des Transformations Gazeuses: Une Analyse Sous La Perspective Des Registres De Représentation Sémiotique

Bazilio Manoel de ANDRADE FILHO

Instituto Federal de Educação de Santa Catarina, Palhoça, Brasil

bazilio.andrade@ifsc.edu.br

 <https://orcid.org/0000-0002-1825-0097>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

RESUMO¹

Este estudo, amparado na teoria dos registros de representação semiótica, analisa as produções de estudantes do curso técnico integrado em química, em uma atividade de modelagem de transformações gasosas, buscando compreender como a mobilização e a conversão entre diferentes registros de representação semiótica emergem no processo de construção dos modelos matemáticos. Para sua concepção, mobilizamos de forma articulada noções próprias da teoria dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática. A sequência foi organizada em três contextos dedicados às transformações isovolumétricas, isobáricas e isotérmicas, cada qual com uma etapa de contextualização e uma etapa experimental, seguidas de questões que orientaram a ação dos estudantes nas diferentes fases da modelagem. O estudo foi realizado com vinte estudantes do segundo ano, divididos em quatro equipes. As evidências indicam que a mobilização de diferentes registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos favoreceu ações e retroações ao longo das etapas da modelagem.

Palavras-chave: Modelagem matemática, Registros de representação semiótica, Transformações gasosas

RESUMÉ

Cette étude, fondée sur la théorie des registres de représentation sémiotique, analyse les productions d'étudiants du cursus technique intégré en chimie, engagés dans une activité de modélisation de transformations gazeuses. Pour la concevoir, nous avons articulé des notions issues de la théorie des registres de représentation sémiotique et de la modélisation mathématique. La séquence a été structurée en trois contextes portant sur les transformations isovolumétriques, isobariques et isothermes, chacun comprenant une phase de contextualisation, une phase expérimentale et un ensemble de questions guidant l'action des étudiants aux différentes étapes de la modélisation. L'étude a été réalisée auprès de vingt étudiants de deuxième année, organisés en quatre équipes. Les résultats indiquent que la mobilisation de différents registres de représentation sémiotique dans le processus d'enseignement et d'apprentissage a favorisé des avancées, des révisions et des rétroactions tout au long des étapes de la modélisation mathématique.

Mots-clés : Modélisation mathématique, Registres de Représentation Sémiotique, Transformations gazeuses

¹ Este texto apresenta resultados de pesquisa oriundos da tese de doutorado autor, defendida em 2020, no Programa de Pós-graduação em Ciências da Linguagem, da Universidade do Sul de Santa Catarina.

1 INTRODUÇÃO

Historicamente, o ensino da Matemática tem priorizado a memorização de procedimentos, em detrimento da compreensão conceitual, o que reduz seu potencial explicativo sobre fenômenos do mundo real (Kline, 1976). Segundo Bicudo (2013), a formalização crescente da linguagem matemática distanciou o conhecimento escolar das experiências cotidianas, dificultando a articulação entre forma, significado e uso. Esse desafio torna-se particularmente relevante no âmbito da Educação Profissional e Tecnológica, na qual se espera que os estudantes mobilizem conhecimentos matemáticos para interpretar, representar e modelar fenômenos científicos e tecnológicos. Nesse cenário, torna-se necessário investigar abordagens didáticas que favoreçam a articulação entre conceitos matemáticos, diferentes formas de representação e situações experimentais. Nesse contexto, o Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC busca integrar formação científica e tecnológica à prática social, estimulando a aplicação da Matemática na interpretação de fenômenos físico-químicos e no desenvolvimento do raciocínio científico. Tal perspectiva é reforçada pela BNCC (Brasil, 2018), ao destacar competências que envolvem raciocinar, representar e argumentar matematicamente.

Alinhada a essas competências, a modelagem matemática surge como estratégia didática que possibilita investigar situações reais por meio da construção e validação de modelos (Almeida, Silva & Vertuan, 2016), promovendo pensamento crítico e colaboração.

Assim, este estudo tem como objetivo analisar as produções de estudantes do curso técnico integrado em química em uma atividade de modelagem de transformações gasosas, à luz da teoria dos registros de representação semiótica (Duval, 1993, 2009), buscando compreender como a mobilização e a conversão entre diferentes registros de representação semiótica emergem no processo de construção dos modelos matemáticos. O estudo insere-se no campo da Educação Matemática aplicada à Educação Profissional e Tecnológica e busca contribuir para a compreensão de como práticas de modelagem podem potencializar a aprendizagem de conceitos matemáticos em contextos interdisciplinares. Ao articular modelagem e registros de representação semiótica, pretende-se evidenciar caminhos possíveis para um ensino de Matemática mais significativo, investigativo e conectado à realidade dos estudantes.

2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Segundo Duval, a Matemática é uma ciência de representações. Seus objetos não são diretamente perceptíveis, sendo acessados apenas por meio de sistemas semióticos, como o algébrico, o gráfico ou o geométrico, que possibilitam expressar e manipular ideias matemáticas. Esses sistemas são denominados registros de representação semiótica, definidos como produções compostas por signos que possuem regras próprias de significação e funcionamento, possibilitando tanto a expressão do pensamento quanto o tratamento intencional da informação (Duval, 1993). Assim, uma fórmula algébrica, uma figura geométrica ou um enunciado em língua natural são exemplos de representações semióticas que viabilizam a comunicação e o raciocínio matemático.

Para Duval (1993, 1995), compreender um conceito matemático implica distinguir o objeto de sua representação e reconhecer esse objeto em diferentes registros. Em outras palavras, não há compreensão matemática sem o domínio de múltiplos sistemas semióticos e sem a coordenação entre eles. Quanto maior a mobilidade do estudante entre registros, maior sua possibilidade de apreensão dos objetos matemáticos (Damm, 2008).

A teoria de Duval identifica três atividades cognitivas fundamentais associadas à semiósis: formação de uma representação identificável, tratamento e conversão. A formação consiste em produzir uma representação reconhecível de um objeto dentro de um sistema específico de signos, respeitando suas regras de formação. O tratamento é a transformação interna de uma representação dentro do mesmo registro, como simplificar uma expressão algébrica ou transformar uma fração em número decimal. A conversão, por sua vez, é a transformação de uma representação de um registro para outro (por exemplo, de uma expressão algébrica para um gráfico) e constitui a operação mais complexa e essencial para a aprendizagem (Duval, 1995).

A conversão exige reconhecer a equivalência semântica entre diferentes representações de um mesmo objeto, o que não é um processo espontâneo. Ela demanda esforço cognitivo, inferências e conhecimento das regras de formação de cada sistema. Por isso, a conversão é considerada a atividade central para a compreensão conceitual. Quando o estudante consegue realizar conversões com autonomia, demonstra compreender o conceito subjacente, e não apenas manipular signos (Duval, 2008).

Entretanto, as conversões entre registros podem apresentar diferentes níveis de congruência. Duval (1995) define congruência como o grau de correspondência entre os elementos significativos de dois registros (por exemplo, entre uma equação e seu gráfico). Quando há correspondência direta entre unidades significantes, a conversão é congruente e tende a ser cognitivamente menos custosa. Já as conversões não congruentes exigem reorganizações e inferências adicionais, elevando o custo de processamento e tornando a compreensão mais difícil. Andrade Filho e Rauen (2018) observam que as conversões podem ser mais ou menos congruentes, dependendo dos registros envolvidos, da direção da conversão e do nível de formalização requerido.

Duval (1995) propõe três critérios para analisar a congruência entre registros de representação semiótica: a correspondência semântica entre as unidades significantes dos registros, a univocidade semântica terminal (quando cada unidade significativa do registro de partida corresponde a apenas uma unidade no registro de chegada) e a preservação da organização das unidades significantes nas duas representações. Quando esses critérios não são atendidos, a conversão tende a exigir inferências adicionais por parte do estudante.

Em situações de não congruência semântica, os elementos relevantes de uma representação não aparecem explicitamente no outro registro, exigindo reorganizações cognitivas para que o sujeito reconheça a equivalência entre as representações. Esse fenômeno pode gerar obstáculos à aprendizagem, pois aumenta o custo de processamento necessário para estabelecer relações entre os registros envolvidos.

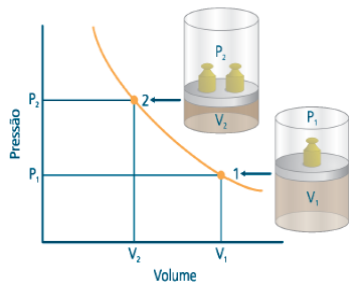
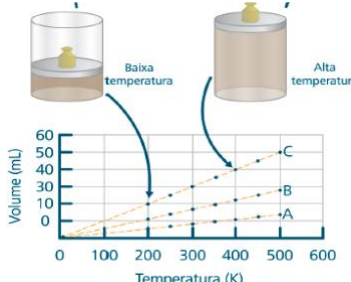
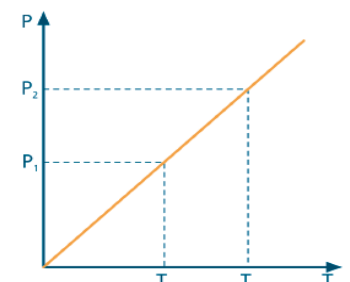
Essas ideias possuem implicações diretas para o ensino. A diversidade de registros utilizados em sala de aula permite ao estudante visualizar um mesmo conceito sob diferentes perspectivas, compreender suas propriedades e desenvolver flexibilidade cognitiva. Entretanto, essa multiplicidade também gera desafios, pois o domínio de um registro não garante a capacidade de converter para outro (Duval, 1995). Cabe ao professor planejar situações que promovam a mobilização coordenada de registros e a reflexão sobre os significados envolvidos em cada um deles.

No contexto da Educação Profissional e Tecnológica, a teoria dos RRS revela-se especialmente pertinente. Em atividades que articulam Matemática e áreas técnicas, como a Físico-Química, o estudante é convidado a transitar entre registros distintos (o algébrico, o gráfico e o verbal) para modelar e interpretar fenômenos. Por exemplo, nas transformações gasosas isotérmicas, isobáricas e isovolumétricas, compreender as relações entre pressão, volume e temperatura requer o domínio das convenções gráficas

e das expressões algébricas que descrevem tais variações (figura 1). Nesse processo, a conversão entre registros torna-se essencial para a construção de sentido e para a validação dos modelos elaborados.

Figura 1

Fases da modelagem matemática e ações cognitivas dos estudantes

Transformação isotérmica	Transformação isobárica	Transformação isovolumétrica
Registro algébrico: $p \times V = k \rightarrow p_1 \times V_1 = p_2 \times V_2$	Registro algébrico: $\frac{V}{T} = k \rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	Registro algébrico: $\frac{p}{T} = k \rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$
Registro gráfico: 	Registro gráfico: 	Registro gráfico: 

Fonte: O autor, fundamento em Souza (2016, p. 24).

Em síntese, a teoria dos registros de representação semiótica de Duval oferece um quadro teórico robusto para compreender como o conhecimento matemático é construído, expresso e compartilhado. Ao destacar o papel das representações externas e das conversões entre registros, essa teoria contribui para a elaboração de práticas pedagógicas que valorizem a diversidade de linguagens matemáticas e promovam a aprendizagem significativa. No presente estudo, ela constitui a base para analisar as produções dos estudantes em atividades de modelagem matemática, evidenciando como a mobilização e a conversão de registros favorecem a conceitualização dos fenômenos estudados.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática tem se consolidado como uma importante metodologia no ensino e aprendizagem da Matemática, permitindo que estudantes articulem conceitos, representações e procedimentos a partir de situações oriundas da realidade. Nessa perspectiva, a modelagem não se restringe à aplicação de conteúdos previamente aprendidos, mas envolve a formulação, exploração e validação de modelos que traduzem

fenômenos ou problemas da realidade para a linguagem matemática (Bassanezi, 2010; Biembengut & Hein, 2010). Logo, não se trata apenas de aplicar fórmulas ou reproduzir modelos prontos, mas de investigar, formular e interpretar problemas contextualizados por meio de representações matemáticas.

De acordo com Bassanezi (2010), a modelagem é um processo dinâmico que compreende etapas de experimentação, abstração, resolução, validação e modificação, por meio das quais se busca transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, interpretando as soluções obtidas. No campo educacional, autores como Almeida et al. (2016) compreendem a modelagem como uma abordagem pedagógica estruturada em fases interdependentes, nas quais emergem ações cognitivas fundamentais ao processo de aprendizagem matemática. Essas fases não ocorrem de modo linear, mas interligadas, em constante movimento de ida e volta, o que evidencia o caráter investigativo e reflexivo da modelagem. A figura 2 sintetiza essas fases e suas principais ações cognitivas.

Figura 2

Fases da modelagem matemática e ações cognitivas dos estudantes

Fase	Ações cognitivas principais
Inteiração	Reconhecimento da situação-problema; levantamento de hipóteses; definição de variáveis e metas.
Matematização	Conversão da linguagem natural para a matemática; formulação de expressões e relações; elaboração do modelo.
Resolução	Aplicação de conceitos e procedimentos matemáticos; análise de dados e obtenção de resultados.
Interpretação e validação	Comparação entre resultados e situação inicial; avaliação da adequação do modelo; ajustes e reformulações.

Fonte: Adaptado de Almeida et al. (2016).

A dimensão metodológica descrita por esses autores mostra que a modelagem envolve tratamentos e conversões entre diferentes registros de representação semiótica (Duval, 2003), uma vez que o estudante precisa transitar entre registros de representação semiótica para representar, resolver e validar o problema estudado. Essa transposição de registros é o que confere à modelagem seu potencial cognitivo, pois favorece a compreensão conceitual dos objetos matemáticos e o desenvolvimento de competências analíticas e argumentativas.

Assim, ao mesmo tempo em que promove a articulação entre teoria e prática, a modelagem matemática possibilita compreender como os estudantes produzem, convertem e coordenam registros no processo de construção de modelos matemáticos.

Portanto, nessa perspectiva, o estudante é levado a reconhecer o problema, formular hipóteses, selecionar variáveis, mobilizar conceitos e linguagens matemáticas e, por fim, interpretar e validar resultados. Tais ações implicam tratamentos e conversões entre diferentes registros de representação semiótica, conforme proposto por Duval (2003), evidenciando a importância da modelagem para o desenvolvimento de competências cognitivas superiores.

Dessa forma, a modelagem matemática, compreendida como processo de elaboração de modelos a partir de problemas da realidade, contribui para a formação investigativa e reflexiva dos alunos, ao mesmo tempo em que estimula a apropriação de representações matemáticas diversas. Essa característica reforça a pertinência de associá-la à teoria dos registros de representações semióticas, pois permite compreender como os estudantes produzem, convertem e coordenam registros durante a construção e validação de modelos matemáticos.

4 PROCEDIMENTOS METOLÓGICOS

Retomado o objetivo da pesquisa e considerando que o estudo não pretende realizar generalizações indutivas, após a etapa de revisão bibliográfica optou-se por um estudo de caso com desenho pré-experimental do tipo depois, sem grupo de controle, realizado no Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC.

Por estudo de caso, Rauen (2015, p. 559) define “uma análise profunda e exaustiva de um ou de poucos objetos, de modo a permitir seu amplo e detalhado conhecimento”. Já desenhos pré-experimentais, segundo o autor, correspondem a “estudos que, quando comparados com o desenho experimental clássico (medida antes/depois com grupo experimental e de controle aleatórios), apresentam, pelo menos, uma deficiência no que se refere à presença ou à aleatoriedade dos grupos experimental e de controle” (Rauen, 2015, p. 277). Em particular, desenhos do tipo depois sem grupo de controle, correspondem a estudos nos quais “o pesquisador mede o efeito da exposição de um único grupo à variável experimental” (Rauen, 2015, p. 278).

Nessa pesquisa foram selecionados como participantes estudantes matriculados no segundo ano do curso técnico em Química integrado ao ensino médio no ano de 2019. Foram convidados a participar todos os 39 estudantes regularmente matriculados na unidade curricular de Matemática da turma. Desses, 31 aceitaram participar voluntariamente da investigação no horário regular da unidade curricular. Entretanto, considerando a participação efetiva nas atividades desenvolvidas, o corpus de análise foi constituído pelas produções de 20 estudantes.

Para a coleta de dados, elaborou-se uma sequência didática envolvendo transformações gasosas isotérmicas, isobáricas e isovolumétricas. O planejamento dessa sequência contou com a colaboração de uma equipe composta pelo pesquisador, pelo professor de Matemática da turma, por um professor de Físico-Química e por um professor de Física.

5 ANÁLISE DAS EVIDÊNCIAS

A sequência didática *Transformações Gasosas*, considerando os conhecimentos de físico-química e de matemática dos estudantes, foi organizada em três contextos, cada qual dividido em duas etapas. A primeira etapa de cada contexto consistiu na apresentação de um pequeno texto introdutório seguido de duas questões. Essas questões questionavam o que se pode observar em relação às variáveis volume, pressão e temperatura e, ainda, como se dá essa relação (diretamente ou inversamente proporcional). A segunda etapa consistiu em um roteiro com orientações para utilização de um simulador e um conjunto de questões matemáticas.

As atividades foram organizadas para que os estudantes atuassem de forma investigativa, refletindo sobre evidências e desenvolvendo gradualmente sua autonomia. Buscou-se integrar conhecimentos de Matemática e Físico-Química por meio de diferentes estratégias e registros de representação semiótica. Cada atividade iniciava com um contexto problematizador e seguia com um roteiro experimental utilizando o simulador *Propriedades dos Gases*² do PhET Simulações. A sequência teve como foco o estudo do objeto matemático “função”, articulado às transformações gasosas, favorecendo a compreensão das relações entre pressão, temperatura e volume. Três contextos distintos permitiram reconhecer os tipos de transformações envolvidas e identificar as relações

² Recuperado de: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/gas-properties. Acesso em: 10 maio 2019.

matemáticas entre as variáveis, possibilitando a construção e interpretação de modelos representativos dos fenômenos.

A seguir, apresentam-se os contextos 1, 2 e 3:

Assumindo que um gás é caracterizado por três propriedades, denominadas variáveis de estado: pressão (P), volume (V) e temperatura (T), analise os seguintes três contextos.

CONTEXTO 1 – *Considere o vapor de água dentro de uma panela de pressão, que está em perfeito funcionamento. Uma panela de pressão não tem um êmbolo móvel, o que permitiria a variação de volume do gás. Dessa forma, à medida que o vapor dentro da panela aquece, a pressão interna aumenta e o volume atinge um valor máximo.*

CONTEXTO 2 – *Imagine um balão com baixa resistência em suas paredes contendo em seu interior oxigênio com $\frac{1}{4}$ da sua capacidade aproximadamente. Ao colocarmos o balão em um recipiente com água quente, sua temperatura aumentará e seu volume também (ele encherá); já ao colocarmos em um recipiente com água e gelo, sua temperatura baixará e seu volume também (ele murchará).*

CONTEXTO 3 – *Considere uma seringa cheia de ar. Você fecha a ponta da seringa com o dedo e começa a pressionar o êmbolo.*
(O autor, 2020).

No que concerne à experimentação, ela foi desenvolvida em dois encontros nas dependências do Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC, sendo quatro horas/aula no primeiro encontro em laboratório de informática com acesso à internet; e duas horas/aula no segundo em sala de aula com computador e projetor. Para esse estudo, iremos considerar os achados no primeiro encontro. Participaram das atividades vinte estudantes distribuídos em cinco grupos A-E.

No primeiro encontro, entregamos um Portfólio contendo orientações gerais e a sequência didática, explicamos os procedimentos aos estudantes e apresentamos o simulador. Na sequência, demos início à resolução das atividades.

A etapa 1 do contexto 1 foi resolvida coletivamente. Nós lemos o contexto e questionamos os estudantes sobre a relação entre volume, pressão e temperatura e, ainda, como se dá essa relação.

Em sala de aula, durante a discussão do contexto 1, os estudantes, orientados pelo professor, analisaram as relações entre pressão, temperatura e volume. Concluíram que o volume se mantém constante e que pressão e temperatura são diretamente proporcionais, compreendendo que o aumento de uma implica o aumento da outra. Assim, identificaram que a pressão pode ser expressa em função da temperatura. Verificou-se ainda o predomínio do uso da língua natural como forma de representação e argumentação nas discussões em grupo.

Na etapa 2 do contexto 1, os estudantes receberam as seguintes orientações para o uso do simulador *Propriedades dos Gases* (PhET Simulações): fixar o volume (V) como

constante e inserir 300 partículas do tipo “espécie pesada” no sistema; definir a temperatura inicial em aproximadamente 300 K (temperatura ambiente) e registrar a pressão correspondente, cuja unidade no simulador é atm; após cada modificação, aguardar cerca de um minuto e pausar a simulação; em seguida, alterar gradualmente a temperatura (aquecendo ou resfriando o sistema) e observar o comportamento da pressão, registrando os dados obtidos. Essa etapa buscou favorecer a observação empírica da relação entre temperatura e pressão em transformações isotérmicas, promovendo a coleta de evidências para a posterior formulação do modelo matemático. Com base nos dados obtidos, os estudantes foram orientados a modelar matematicamente a transformação, considerando o volume constante. Para isso, deveriam estabelecer a relação entre pressão e temperatura e utilizar o modelo obtido para calcular a pressão em diferentes temperaturas, validando os resultados no simulador. Em seguida, deveriam discutir a possibilidade de determinar o volume do recipiente a partir do modelo, identificando o procedimento necessário. Por fim, os estudantes analisaram em que temperatura ocorreria o rompimento do recipiente e o significado matemático desse evento.

Os estudantes não mostraram dificuldades para utilizar o simulador. Em relação às orientações, questionaram quantos pontos deveriam ser registrados. Respondemos que deveria ser considerada uma quantidade que garantisse uma boa análise matemática dos dados. Alguns grupos pesquisaram na internet sobre as características das transformações gasosas e sobre o que é um modelo matemático.

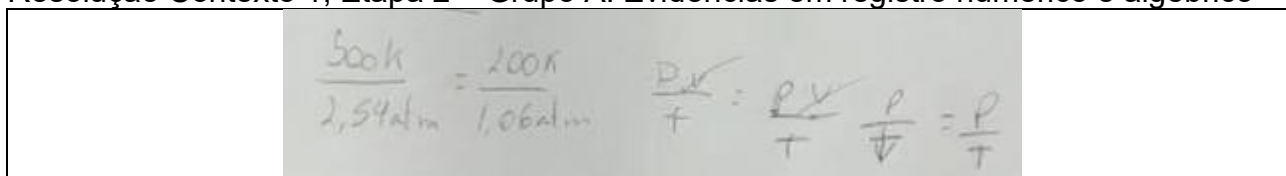
A seguir descrevem-se e analisam-se os procedimentos adotados pelos grupos na resolução das questões *a*, *b*, *c* e *d*.

Inicialmente, os estudantes registraram os dados obtidos no simulador, sem se preocuparem com regras de formação específica da linguagem matemática. Esse movimento pode ser compreendido como uma atividade de formação de representações identificáveis, no sentido proposto por Duval (1995), na qual os sujeitos produzem representações iniciais para dar sentido à situação investigada. Em seguida, com base nos dados coletados, os grupos A, C e D utilizaram representações em diferentes registros semióticos para analisar e validar os dados coletados.

O estudante B do grupo A, considerando que a razão entre as variáveis pressão e temperatura deveriam ser constantes, utilizou o registro numérico fracionário (RRNF) para representar a proporção e validar os dados (figura 3).

Figura 3

Resolução Contexto 1, Etapa 2 – Grupo A: Evidências em registro numérico e algébrico



Fonte: Grupo A, 2019.

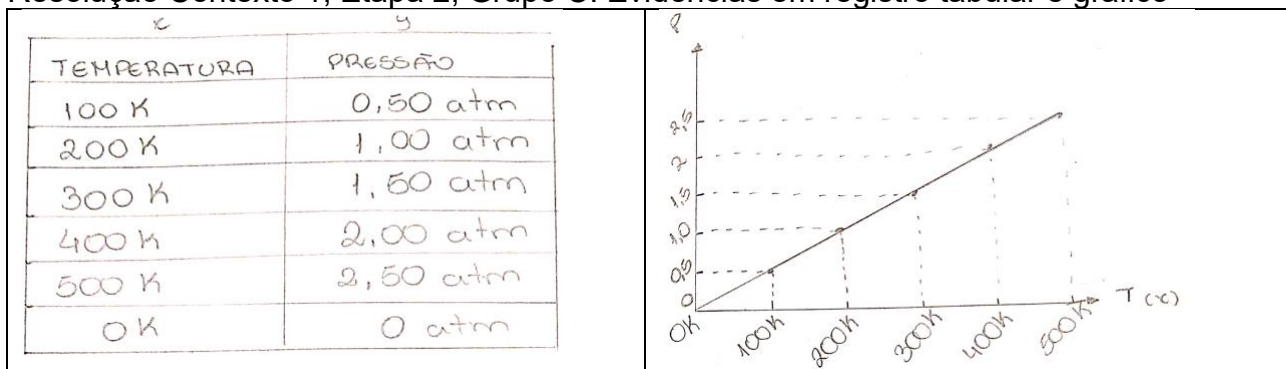
Ao ser questionado pelo estudante A sobre o motivo do uso de proporções, o estudante B apelou para a equação geral dos gases $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ – representação em registro algébrico (RRA) – e realizou os tratamentos necessários para simplificá-la e mostrar que em uma transformação isovolumétrica há proporção $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$.

Em seguida, para validar a proporção representada no RRNF, o grupo realiza a conversão para uma representação no registro numérico decimal RRND. Entretanto, com a conversão RRNF → RRND os estudantes do grupo perceberam que as razões eram diferentes ($196,85 \neq 188,68$), enfraquecendo a suposição de que as transformações isovolumétricas poderiam ser tratadas mediante o objeto matemático “proporção”. Ao se deparar com a diferença entre as razões, o grupo avaliou os procedimentos adotados. Os estudantes concluíram que a diferença decorria da oscilação do simulador.

O grupo C (figura 4), por sua vez, organizou os dados mediante representação em registro tabular (RRT) e gráfico (RRG), o que evidencia a atividade cognitiva de conversão entre registros de representação semiótica, considerada por Duval (1995) central para a compreensão conceitual, pois exige reconhecer a equivalência semântica entre diferentes representações de um mesmo objeto.

Figura 4

Resolução Contexto 1, Etapa 2, Grupo C: Evidências em registro tabular e gráfico

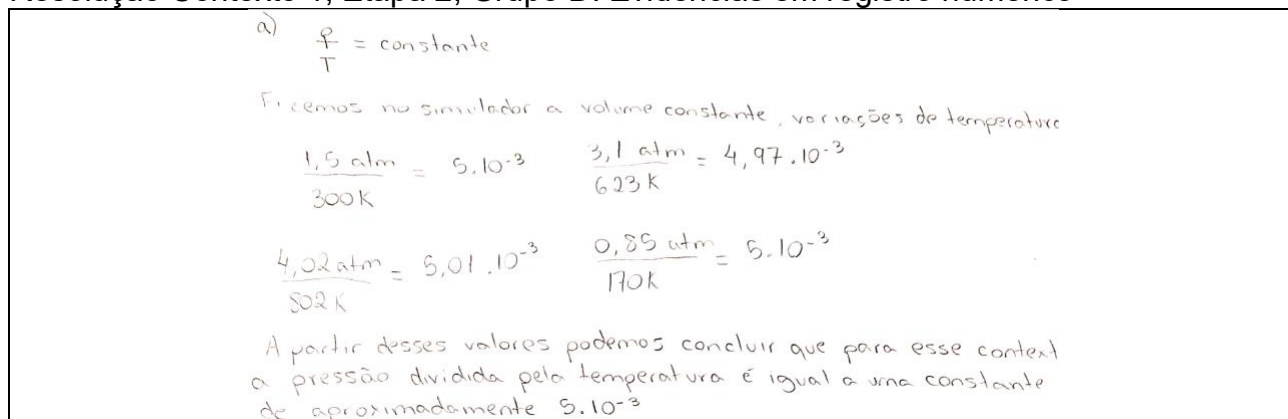


Fonte: Grupo C (2019).

O grupo D (Figura 5), por fim, utilizou uma representação no registro numérico (RRN) para a organização e validação dos dados.

Figura 5

Resolução Contexto 1, Etapa 2, Grupo D: Evidências em registro numérico



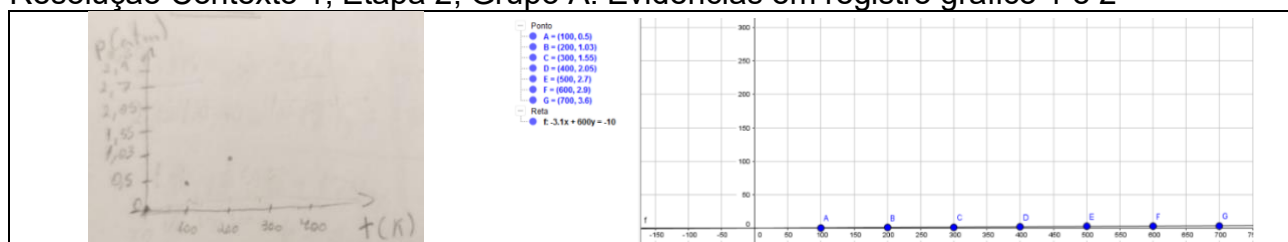
Fonte: Grupo D (2019).

Inicialmente os estudantes concluíram que a razão $\frac{P}{T}$ deveria ser constante para todos os pontos. Em seguida, representaram os dados por meio do RRNF, e com o auxílio de uma calculadora, o converteram para o registro numérico em notação científica (RRNNC).

Mais adiante, os grupos discutiram o procedimento que seria adotado para a obtenção do modelo matemático. No grupo A (figura 6), um dos integrantes sugeriu a hipótese “obter uma função para posteriormente construir um gráfico”, e outro estudante argumentou que seria necessário “construir um gráfico para obter uma função”. Esse diálogo sugere que os estudantes consideram que obter uma função significa representá-la por meio do registro algébrico, sendo o registro gráfico um facilitador nessa conversão. Em seguida, observou-se uma tentativa de elaboração manual de uma representação no registro gráfico para a compressão, estruturação e matematização da situação.

Figura 6

Resolução Contexto 1, Etapa 2, Grupo A: Evidências em registro gráfico 1 e 2



Fonte: Grupo A (2019).

O registro gráfico elaborado pelo Grupo A, presente na figura 5, nos permite concluir que os estudantes buscaram novos pares ordenados $((0; 0); (100; 0,5))$ e atualizaram os anteriores $((200; 1,03))$. Observa-se uma tentativa de utilizarem as regras de formação específicas do registro gráfico para uma melhor compreensão da situação e a utilização do par ordenado $(0; 0)$, o que mais uma vez caracteriza a utilização do repertório didático relativos à físico-química, já que teoricamente a pressão é igual a zero quando a temperatura é zero em uma transformação isovolumétrica.

Na sequência os estudantes do Grupo A optaram por utilizar recursos computacionais para a construção da representação no registro gráfico. Inicialmente eles utilizaram o *software LibreOffice Calc*³, mas migraram para o *software Geogebra*⁴. Observa-se que os estudantes passaram a representar a transformação dada no contexto 1 por meio de uma função de grau 1 e não mais como uma função de grau 2 (figura 5).

O gráfico 2, da figura 6, nos leva a concluir que os estudantes aumentaram a quantidade de pares ordenados para uma melhor aproximação da reta que expressa a relação entre pressão e temperatura e, conseqüente, reduzir os erros oriundos das oscilações do simulador. Desta maneira, mobilizaram simultaneamente representações dadas em registro numérico, pares ordenados, em registro gráfico e em registro algébrico, convertendo a representação no registro numérico para uma representação no registro gráfico e, finalmente, convertendo a representação no registro gráfico para o algébrico. Observa-se ainda uma dificuldade na utilização do *software* no que diz respeito às regras de formação específicas da matemática concernentes a escala utilizada. O uso de uma escala adequada poderia favorecer os estudantes na interpretação do modelo matemático obtido. Por fim, eles apresentam como resposta a função $y = 3,1x + 600y = -10$. Nesse ponto observamos a decisão do grupo por utilizar o objeto matemático ‘função’ para representar em registro algébrico a relação entre pressão e temperatura.

Na continuidade, para responder ao item *b* da etapa 2, os estudantes do grupo A realizaram tratamentos no modelo obtido em *a* para obter a pressão a partir de valores aleatórios de temperatura e, na sequência, compararam os resultados obtidos matematicamente com os obtidos no simulador (figura 7).

³ Recuperado de: <https://www.libreoffice.org>.

⁴ Recuperado de: <https://www.geogebra.org>.

Figura 7

Resolução Contexto 1, Etapa 2, item b, Grupo A

Handwritten mathematical work for item b, showing calculations for two temperatures and comparing results with a simulator.

Para $t = 397\text{K}$
 $-3 \cdot 1.397 + 600y = -10$
 $600y = -10 + 1.230,9$
 $y = 2,03 \text{ atm}$

Para $t = 39\text{K}$
 $-3 \cdot 1.39 + 600y = -10$
 $600y = 110,9$
 $y = 0,18 \text{ atm}$

Notes on the right side of the work:

- No simulador se obtém 1,9 atm
- No simulador se obtém 0,18 atm

Fonte: Grupo A (2019).

O grupo A observou que ocorreram variações entre os valores obtidos no simulador e os calculados com o modelo matemático. Contudo, atribuíram essa variação às oscilações do simulador. Nesse item, os estudantes puderam analisar o modelo obtido e interpretar e validar os resultados, bem como avaliar as hipóteses formuladas anteriormente.

No grupo B, um dos estudantes sugeriu a hipótese de modelar a transformação por meio de uma fórmula. Contudo, os demais integrantes questionaram qual seria essa fórmula, o que os levou a construir diferentes hipóteses. Tais hipóteses se relacionavam a diferentes fórmulas de seu repertório didático. Após uma pesquisa na internet o grupo concluiu que o modelo matemático que melhor representaria a transformação seria $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$. No entanto, um dos integrantes questionou: “O que a gente vai descobrir aqui sem botar nenhum valor?”. Uma outra integrante respondeu: “Mas não é para descobrir nada, é só para modelar matematicamente essa transformação”. O estudante replica: “Não sei ao que vai nos levar isso”. Tendo optado por modelar a transformação utilizando a proporção $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$, ao lerem o enunciado do item b, os estudantes perceberam a necessidade de fixar valores na razão $\frac{P_1}{T_1}$. Observamos que o grupo B sentiu a necessidade de reavaliar a estratégia adotada, já que a proporção $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$, por conter quatro variáveis, não viabilizava tratamentos matemáticos satisfatórios. Com isso, eles elaboraram a hipótese de “fixar valores para a razão $\frac{P_1}{T_1}$ ”, o que permitiu obter um modelo consistente que possibilitasse a realização de tratamentos. Para validar os dados, os estudantes do grupo B realizaram tratamentos na proporção $\frac{1,52}{300} = \frac{P_2}{T_2}$, atribuindo os

valores já coletados com simulador para a variável temperatura e verificando o valor obtido para a variável pressão. A análise dos diálogos nos permite inferir um processo diálogo entre os estudantes em busca de obter um modelo matemático para modelar a transformação do contexto 1. A figura 8 ilustra esse processo.

Figura 8

Resolução Contexto 1, Etapa 2, Resolução do exercício (a) e (b), Grupo B

Handwritten mathematical work for Group B. The work is divided into two columns. The left column shows the calculation for P_2 using the ratio $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$. It starts with $\frac{1,52}{300} = \frac{P_2}{540}$, then calculates $300P_2 = 820,8$, and finally $P_2 = 2,736 \text{ atm}$. The right column shows the calculation for P_3 using the ratio $\frac{1,52}{300} = \frac{P_3}{179}$, then calculates $300P_3 = 272,08$, and finally $P_3 = 0,907 \text{ atm}$.

Fonte: Grupo B (2019).

O grupo C, após representar os dados coletados por meio do registro tabular e gráfico, questionou-nos como ‘modelar matematicamente’ a transformação. Respondemos que a ideia era “usar algo da linguagem matemática” que permitisse “relacionar temperatura e pressão”. Nesse ponto, um dos estudantes do grupo elaborou a hipótese de utilizar regra de três, como podemos ver na figura 9.

Figura 9

Resolução Contexto 1, Etapa 2, Resolução do exercício (a), Grupo C

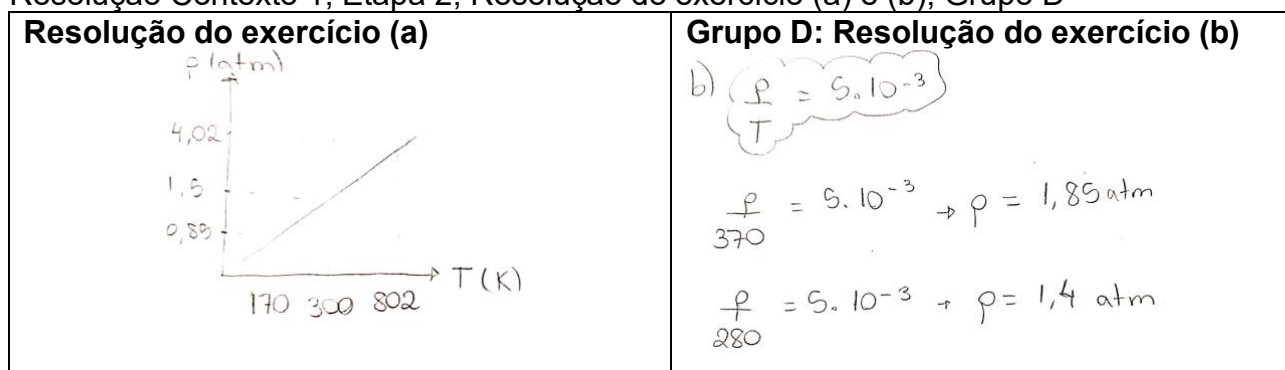
Handwritten mathematical work for Group C. It shows a proportionality relationship: $200 \text{ K} \rightarrow 1 \text{ atm}$ and $x \text{ K} \rightarrow y \text{ atm}$. To the right, the relationship is expressed as $y = \frac{x}{200}$.

Fonte: Grupo C (2019).

O grupo D, ao responder a atividade a, concluiu que um gráfico poderia modelar matematicamente a transformação, despreocupado com as regras de formação específicas do registro gráfico. No entanto, ao tentar responder a letra b, o grupo percebeu a necessidade de representar a questão algebricamente. Para isso, os estudantes elaboraram a hipótese de “que se a razão $\frac{P}{T}$ deve ser constante, e que se a constante é 5×10^{-3} , então um bom modelo seria $\frac{P}{T} = 5 \times 10^{-3}$ ”. Com isso, construíram um modelo mobilizando o registro algébrico e a partir dele calcularam diferentes valores para a pressão, caracterizando a atividade cognitiva de tratamento (Figura 10).

Figura 10

Resolução Contexto 1, Etapa 2, Resolução do exercício (a) e (b), Grupo D



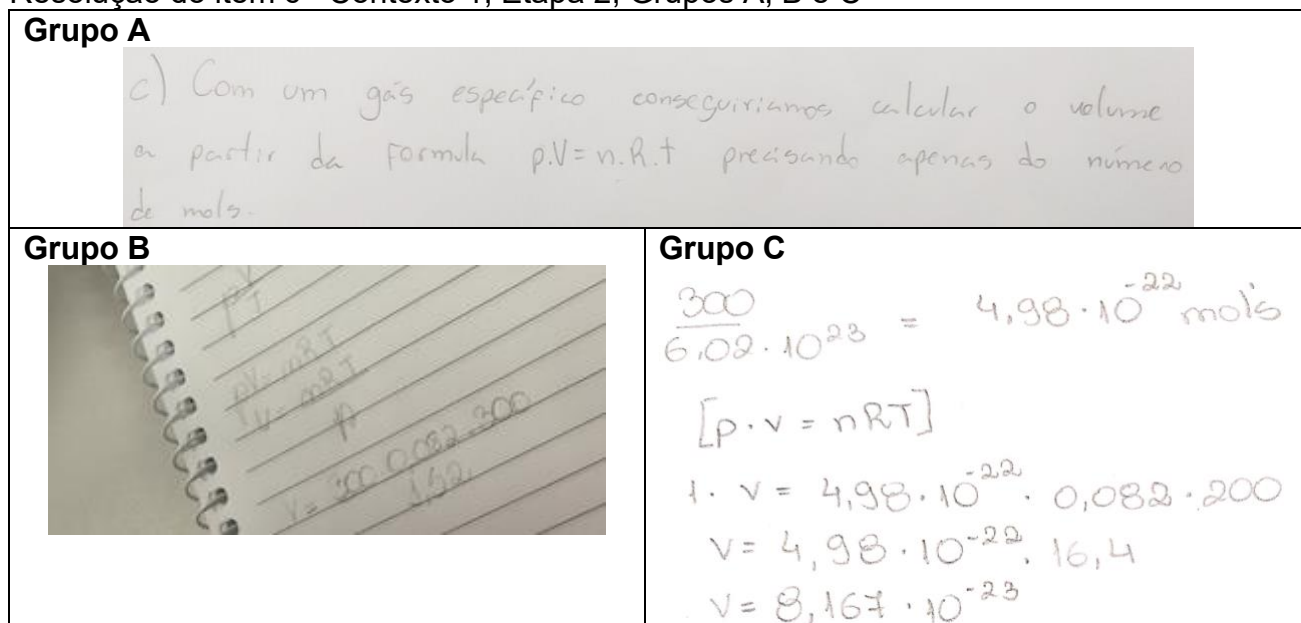
Fonte: Grupo D (2020).

Constatamos a mobilização de diferentes registros de representação semiótica e o uso das atividades cognitivas de formação de uma representação identificável, tratamento e conversão.

Para responder o item c (figura 11), os estudantes dos grupos A, B e C concluíram que seria possível obter o volume do recipiente utilizando a fórmula $pV = nRT$. Para isso, era necessário somente conhecer o número de mols. O grupo B, no entanto, ao registrar a resposta no Portifólio, respondeu que o modelo obtido em a não permitia determinar o volume do recipiente. O grupo D não respondeu a este item.

Figura 11

Resolução do item c - Contexto 1, Etapa 2, Grupos A, B e C



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Para finalizar o contexto 1, os estudantes concluíram que existe uma temperatura máxima suportada pelo sistema no item *d*. Contudo, não a relacionaram com o domínio e imagem de uma função (figura 12).

Figura 12

Resolução do exercício (d) - Contexto 1, Etapa 2, Grupos A, B, C e D

Grupo A: "em torno de 1200K e 1300K, vai alterar o volume, deixando de ser uma constante e mudando a função inicial."

Grupo B: " $T = 1633K$ e $P = 5,99atm$. Como nessa situação pressão e temperatura são diretamente proporcionais, quanto mais for aumentando a temperatura, a pressão consequentemente também aumentou até chegar no seu limite; fazendo com que a pressão no interior da panela tornasse maior que a pressão externa, levando ao rompimento.

Grupo C

d- Em 6 atm ele explodiu

$$\frac{200}{x} = \frac{1}{6} \quad x = 1200 K$$

L> Este sendo o fim do gráfico, como número máximo.

$D = 1200 K$
Imagem = 6 atm

Grupo D

d) A pressão máxima onde a panela explode é 6 atm desse modo a temperatura $\frac{6}{T} = 5 \cdot 10^{-3} \rightarrow T = 1200 K$

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

O grupo A concluiu que haveria um rompimento ou quebra do sistema, quando a temperatura estivesse entre 1200K e 1300K, e que o volume deixaria de ser constante e a função obtida (modelo) não seria mais válida. O grupo B determinou os valores máximos para as variáveis pressão e temperatura com o auxílio do simulador. Os grupos C e D determinaram o valor máximo para a pressão do recipiente com o auxílio do simulador e, a partir do modelo obtido em *b*, realizaram os tratamentos necessários e obtiveram o valor máximo para a temperatura. O grupo C, depois de nos questionar o que significavam esses valores compreendeu que estavam relacionados ao domínio e imagem da função.

A resolução do item *d* evidencia a não congruência entre as limitações da variação das grandezas com a manipulação do simulador e os conceitos matemáticos de domínio e imagem. Essa associação, especificamente a relacionada ao domínio de uma função, revela-se fundamental em atividades de modelagem matemática por possibilitar aos

estudantes a delimitação do intervalo em que o modelo construído é válido, cabendo ao professor realizar essa discussão posteriormente.

De um modo geral, durante a resolução do contexto 1, observou-se que os estudantes construíram diferentes hipóteses e buscaram um modelo matemático. Nos momentos em que os grupos não puderam validar suas hipóteses, ou tiveram dificuldades em compreender os dados, eles solicitaram auxílio ao professor, reformulando a estratégia adotada, quando necessário.

Finalizada a resolução do contexto 1, passemos ao contexto 2. Na etapa 1, do contexto 2, os estudantes foram convidados a observar o comportamento das variáveis volume (V), pressão (P) e temperatura (T) a partir do experimento proposto. Deveriam identificar como essas grandezas se relacionam entre si durante a transformação gasosa, analisando se o volume varia em função da pressão e da temperatura e caracterizando o tipo de transformação envolvida. O objetivo era favorecer a compreensão qualitativa das relações entre as variáveis e reconhecer padrões que posteriormente seriam modelados matematicamente.

A análise da produção dos grupos B, C e D nos permitiu inferir que os estudantes não se preocuparam com a interpretação de resultados e a validação do modelo. Uma hipótese para isso foi a utilização de procedimentos similares aos utilizados no contexto 1, o que fortaleceu as hipóteses construídas. Em relação à mobilização de registros de representação semiótica, observamos que os estudantes utilizaram atividades cognitivas similares às utilizadas no contexto 1 e, ainda, que não estavam preocupados com o uso de representações semióticas, mas com a obtenção de um modelo matemático adequado.

Na primeira etapa do contexto 2, os estudantes concluíram, majoritariamente, que a pressão se mantinha constante e que V e T eram diretamente proporcionais. O grupo D destacou-se ao formular e testar diferentes hipóteses, revisando-as conforme novas evidências surgiam, até consolidar a ideia de que a razão entre volume e temperatura era constante. O grupo C, por sua vez, relacionou as variáveis pela equação geral dos gases, destacando a validade do modelo somente quando a dilatação ou contração do balão ocorresse de maneira muito lenta.

Durante a etapa 2, do contexto 2, os grupos coletaram dados variando a temperatura sob pressão constante e modelaram a relação entre V e T . O grupo A construiu uma representação no registro gráfico (RRG), a partir de três pares ordenados, e a converteram para o registro algébrico (RRA). O grupo B representou

matematicamente a transformação utilizando o registro tabular e o converteu para o registro gráfico, utilizando o software *LibreOffice Calc*. Contudo, o grupo finalizou a atividade utilizando a proporção $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, utilizando, portanto, raciocínio similar ao utilizado no contexto 1. O grupo C novamente usou o objeto ‘regra de três’. Observamos que o grupo não levou em consideração o cálculo do volume do recipiente, mas apenas o seu comprimento nos tratamentos realizados. O grupo D, assim como os grupos B e C, seguiu procedimento similar ao utilizado no contexto 1. Para isso, usou a razão $\frac{V}{T}$ para modelar a transformação. Observa-se que o grupo calculou o volume do recipiente e organizou os pares ordenados (V, T) em uma representação no registro tabular. Na sequência, mobilizou uma representação no registro numérico fracionário para representar a razão para diferentes pares ordenados (V, T) e converteu essa representação para o registro numérico decimal para obter a constante $\frac{V}{T}$. Feito isso, o grupo questionou ao professor se a atividade estava finalizada. Questionamos se as diferentes razões representadas permitiriam obter o volume para cada temperatura. Considerando essa questão, os estudantes concluíram ser possível modelar a transformar utilizando o modelo $\frac{V}{T} = constante \rightarrow \frac{V}{T} = 0,198$.

De modo geral, no decorrer do contexto 2, observou-se que os estudantes priorizaram a obtenção de um modelo matemático adequado, com menor ênfase na interpretação e validação dos resultados, reproduzindo estratégias semelhantes às empregadas no contexto 1.

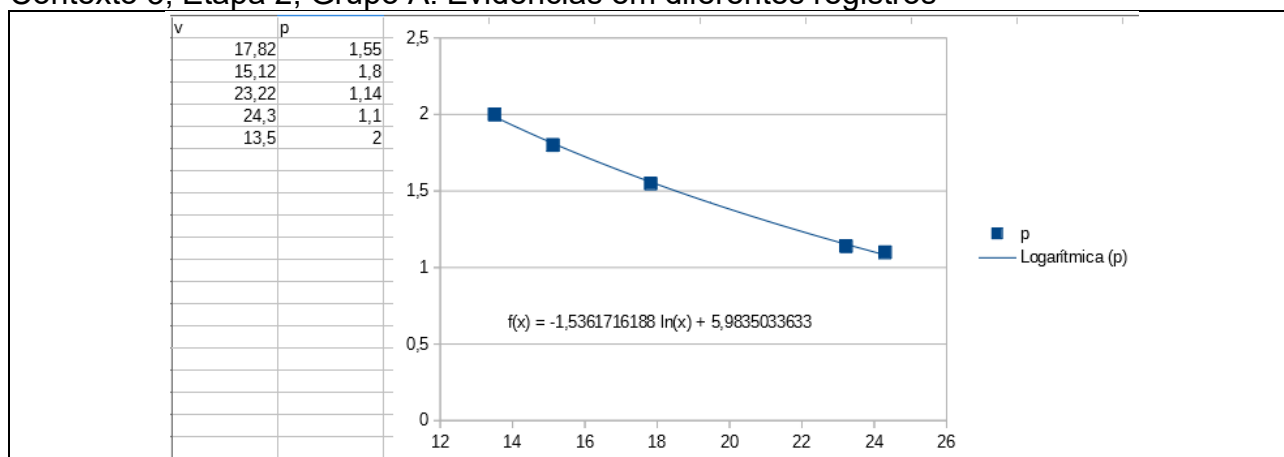
Passemos ao contexto 3. Na etapa 1, do contexto 3, seguimos a mesma estratégia utilizada no contexto anterior: leitura coletiva do texto introdutório do contexto, resolução pelos grupos dos itens a e b e discussão das respostas. Seguindo um raciocínio análogo aos contextos anteriores, os grupos A, B e D inferiram que a temperatura seria constante, e a pressão e o volume seriam variáveis inversamente proporcionais no contexto três.

Na etapa 2, do contexto 3, os estudantes do grupo A registraram os dados obtidos no simulador, realizaram os tratamentos no registro numérico para calcular o volume do recipiente visando compreender o comportamento das variáveis envolvidas. Em seguida, eles seguiram o mesmo procedimento do contexto anterior para obtenção do modelo matemático, ou seja, representar a situação no registro gráfico para posteriormente convertê-la para o registro algébrico. Entretanto, ao observar que os pontos eram decrescentes e não eram expressos por uma reta, os estudantes buscaram

primeiramente definir qual a melhor curva que representaria a função. Para isso, eles nos solicitaram ajuda. Nós os orientamos a utilizar o software *LibreOffice Calc* e determinar as equações dos gráficos e o coeficiente de correlação (R^2). Considerando que todos os modelos disponíveis no *LibreOffice Calc* ofereceram um valor aproximado para o coeficiente de correlação, os estudantes decidiram utilizar o modelo logarítmico, que mais se aproximou de 1 (0,9986). Assim, podemos observar que nesse terceiro contexto o fato de a conversão ser não congruente levou os estudantes a repensar as estratégias utilizadas anteriormente. Como nos outros contextos, o grupo A mobilizou simultaneamente representações em diferentes registros (figura 13), realizando as conversões necessárias com o auxílio do software. Para finalizar a resolução do contexto 3 e validar o modelo obtido, os estudantes seguiram o mesmo procedimento dos contextos anteriores.

Figura 13

Contexto 3, Etapa 2, Grupo A: Evidências em diferentes registros



Fonte: Grupo A (2019).

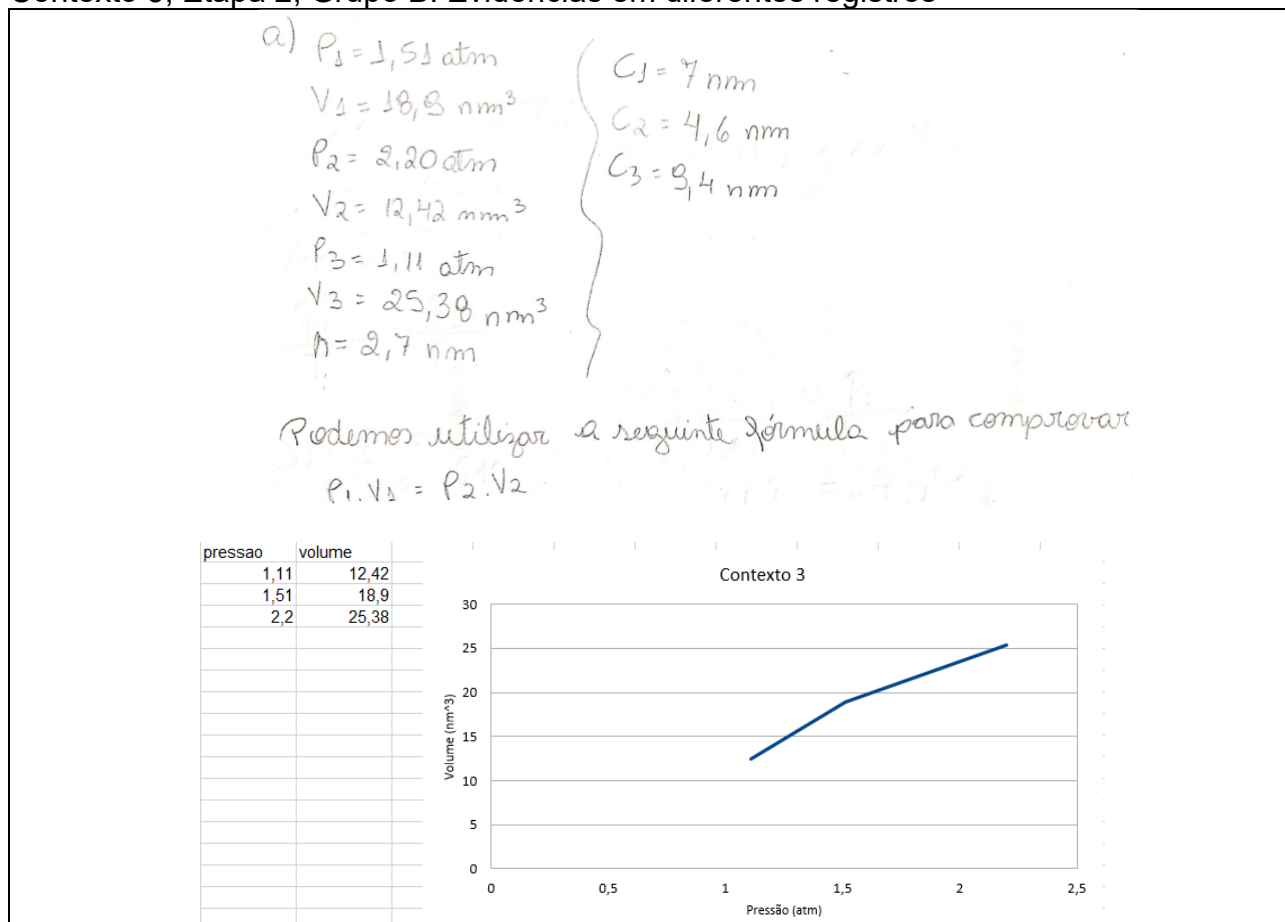
O grupo B registrou os dados utilizando uma representação no registro numérico, determinando o volume e a pressão correspondente. Para validar os dados, o grupo recorreu a fórmula $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$. Na sequência, o grupo utilizou o registro tabular para obter uma representação no registro gráfico. No entanto, observamos que os estudantes construíram o registro tabular com dados inconsistentes e, conseqüentemente, construíram uma representação no registro gráfico que não era compatível com uma transformação isotérmica. A análise do registro gráfico evidencia que os estudantes trataram a transformação como uma função definida por várias sentenças e, ainda, que os estudantes não utilizaram as conclusões da etapa 1 para validar os registros, porque

grandezas inversamente proporcionais não são representadas por uma curva crescente. Mais uma vez observamos a influência do fenômeno de não-congruência semântica na resolução da atividade, como descrito por Duval (1995).

A figura 14, a seguir, apresenta as representações construídas pelo grupo.

Figura 14

Contexto 3, Etapa 2, Grupo B: Evidências em diferentes registros



Fonte: Grupo B (2019).

O grupo C seguiu estratégia similar aos contextos anteriores, mobilizando o objeto matemático 'regra de três inversa'. No entanto, mais uma vez, observamos que o grupo não considerou o cálculo do volume para a construção do modelo (figura 15).

Figura 15

Contexto 3, Etapa 2, Grupo C: Evidências em registro numérico e algébrico

a) Modele matematicamente essa transformação, de maneira que seja possível obter a pressão em função do volume?

$$1,3 - 8$$

$$x - y - 4 \text{ nm}$$

$$y = \frac{10,4}{x}$$

$$4 \text{ nm} = \frac{10,4}{x} \quad \frac{10,4}{4} = x \quad x = 2,6 \text{ atm}$$

$$5 \text{ nm} = \frac{10,4}{x} \quad x = 2,08 \text{ atm}$$

$$1,5 \text{ atm} - 6,6 \text{ nm}$$

$$1,3 \text{ atm} - 8 \text{ nm}$$

Fonte: Grupo C (2019).

O grupo D também utilizou o mesmo raciocínio de contextos anteriores. Para tanto, o grupo recorreu a suposição que em transformação isotérmica o produto $P \cdot V$ é constante e, a partir disso, realizou tratamento no registro numérico para calcular esse produto em diferentes pares ordenados (V, P) . A análise dos dados nos permite verificar que o grupo organizou esses valores por meio de uma representação tabular e que o modelo matemático obtido foi representado algebricamente. Por fim, para determinar o valor da constante, o grupo calculou a média aritmética dos produtos $P \cdot V$, obtendo o modelo $P \cdot V = 55,12$ (figura 16).

Figura 16

Contexto 3, Etapa 2, Grupo D: Evidências em diferentes registros

a) Modele matematicamente essa transformação, de maneira que seja possível obter a pressão em função do volume?

$P \cdot V = \text{constante}$

V	P
42,4	1,3
31,8	1,75
26,5	2,05
47,7	1,15
21,2	2,6
15,9	3,5

$$1,3 \cdot 42,4 = 55,12$$

$$1,75 \cdot 31,8 = 55,65$$

$$2,05 \cdot 26,5 = 54,325$$

$$1,15 \cdot 47,7 = 54,855$$

$$2,6 \cdot 21,2 = 55,12$$

$$3,5 \cdot 15,9 = 55,65$$

$P \cdot V = 55,12 \text{ nm}^3 \cdot \text{atm}$

Os valores da constante variam pois pode ocorrer erro na leitura da pressão e do volume no simulador.

Fonte: Grupo D (2019).

Finalizada a análise da resolução dos três contextos, observamos a utilização de regras de formação específicas da matemática e a realização de tratamentos e conversões em cada um dos contextos. As evidências analisadas indicam que, ao longo da atividade de modelagem, os estudantes mobilizaram diferentes registros de representação semiótica (numérico, tabular, gráfico e algébrico), realizando as atividades cognitivas de formação de uma representação identificável, tratamento e conversão entre esses registros. Conforme argumenta Duval (1995), é justamente essa coordenação entre registros que possibilita a construção de significados matemáticos.

Nos dados analisados não há evidências de que os estudantes efetuaram conversões em diferentes sentidos, como propõe a teoria dos registros de representação semiótica; contudo, o equívoco cometido pelo grupo B no contexto 3 reforça a importância dessa prática. Por hipótese, se os estudantes tivessem feito uma análise da representação no registro gráfico, tabular e numérico teriam percebido que uma curva crescente não poderia representar uma transformação onde as grandezas são inversamente proporcionais.

Os registros apresentados ao longo desta análise reforçam nossa crença sobre a importância das atividades cognitivas de formação de representação identificável, tratamento e conversão no processo de ensino da matemática. Em relação às regras de formação, é preciso que o professor esteja atento às dificuldades dos estudantes, intervindo quando necessário. Essa intervenção pontual poderia possibilitar aperfeiçoamentos do modelo matemático e/ou melhor interpretação dos resultados apresentados por esse modelo. Isso ficou evidenciado pelo uso, algumas vezes incorretos, da noção de escala na elaboração de representações no registro gráfico.

No que tange à conversão de registros, constatamos que alguns grupos sentiram necessidade de converter, por exemplo, uma representação dada no registro numérico fracionário para uma representação no registro numérico decimal, buscando comparar as constantes e validar os dados coletados. Isso reforça a importância de se mobilizarem diferentes registros de representação, dado que cada um deles apresenta potencialidades particulares e recorta o objeto sob determinado aspecto.

Analisados e descritos os procedimentos adotados pelos grupos, buscamos, na sequência, identificar as ações dos estudantes ao longo da atividade em termos das diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática.

As evidências apresentadas ao longo das seções anteriores nos permitem inferir que a etapa 1 favoreceu a interação com a situação, possibilitando a identificação do

problema e uma representação mental inicial da situação, caracterizando a fase de interação e a ação cognitiva de compreensão da situação. Nessa etapa, observamos um raciocínio que permitiu concluir o tipo de transformação gasosa associada a cada contexto. O grupo D no contexto 2, por exemplo, construiu diferentes hipóteses relacionadas ao comportamento da pressão, da temperatura e do volume, permitindo classificá-los como constantes ou variáveis e a relação estabelecida entre elas, a partir do repertório didático da classe. Foi justamente essa etapa inicial que possibilitou aos estudantes aprofundar a fase de interação, dar início às fases de matematização e de resolução e aprofundar suas hipóteses ao concluírem a relação entre as grandezas em cada um dos contextos.

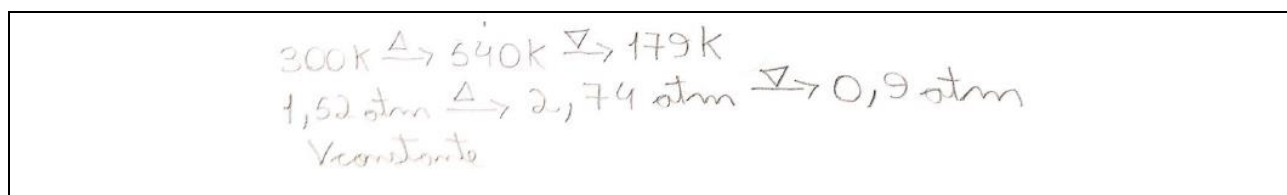
Nos contextos 2 e 3, para compreender o comportamento das grandezas envolvidas, os alunos recorreram ao seu repertório didático, que, nesse momento, incluía os procedimentos adotados no contexto 1, reforçando a necessidade de familiarização dos estudantes com uma atividade de modelagem matemática. No diálogo estabelecido pelo grupo D, por exemplo, um dos estudantes usou o enunciado “é parecido com o outro, não é?”, reforçando nossa asserção.

Observamos que a situação inicial proposta provocou nos estudantes ações e retroações, possibilitando aos estudantes o estabelecimento de hipóteses e conjecturas acerca do contexto proposto.

A utilização de recursos tecnológicos – simulador e *softwares* – possibilitou aos estudantes o engajamento nas fases de matematização e resolução. Para tanto, a segunda etapa de cada um dos contextos orientava os estudantes sobre os procedimentos a serem adotados durante o uso do simulador, o que possibilitou o registro dos dados necessários para a consecução da atividade. Essa fase inicial, onde os estudantes registraram os dados obtidos, caracterizou a fase de interação, e as ações cognitivas de compreensão da situação e de estruturação da situação, já iniciadas na etapa anterior de cada um dos contextos, quando os estudantes identificaram o tipo de transformação gasosa envolvida e a relação entre as variáveis. Verificamos que durante a manipulação do simulador os estudantes foram construindo intuições sobre o comportamento das variáveis e confirmando as conclusões da etapa anterior. Na etapa 2, do contexto 1, o registro dos dados realizados pelo grupo B, por exemplo, sugere que os estudantes buscaram validar no simulador as conclusões obtidas na etapa 1 - os “triângulos” presentes na figura 17, corroboram com essa asserção.

Figura 17

Dados registrados pelo grupo B na etapa 2 do contexto 1



Fonte: Grupo B (2019).

O planejamento da atividade previa a retomada de conceitos relativos ao estudo das funções, habilitando os estudantes a atuar nas diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática, desde a interação até a validação. Para tanto, em cada um dos contextos, solicitamos que os estudantes modelassem matematicamente a situação proposta. As evidências sugerem a mobilização de diferentes objetos matemáticos, como função e proporção. Tratando-se de uma atividade de modelagem matemática, isso é considerado normal e desejável, já que os estudantes, em tese, não possuem esquemas de resolução *a priori*. Em linhas gerais, o procedimento adotado pelos estudantes para organização e validação dos dados, a partir dos comandos de cada um dos contextos, caracterizou aprofundamento das ações cognitivas de compreensão e de representação mental da situação, a continuidade das fases de matematização e de resolução, e a continuidade da ação cognitiva de matematização.

Constatamos que durante as fases de matematização e de resolução, alguns grupos aumentaram a quantidade de pares ordenados para uma melhor aproximação dos dados e redução dos erros decorrentes das oscilações do simulador. Esse fato pode ser percebido na etapa 2 do contexto 1 quando os estudantes do grupo A utilizam o par ordenado (0,0) para uma melhor aproximação dos dados. Nesse ponto, observamos a decisão dos grupos em utilizar determinados objetos matemáticos para representar a relação entre as grandezas de cada um dos contextos.

O enunciado *b* da etapa 2 do contexto 1 (*usando o modelo obtido, calcule a pressão para diferentes temperaturas e, em seguida, valide seu resultado com o simulador*) pretendia conduzir os estudantes às fases de interpretação de resultados e de validação e às ações cognitivas de síntese e de interpretação e validação. As evidências sugerem que essa ação garantiu que os estudantes pudessem interpretar e validar o modelo obtido. O grupo A, para dar conta dessa demanda, atribuiu valores aleatórios para a temperatura, realizaram os tratamentos necessários para obter a pressão

correspondente e, por fim, validaram esses valores no simulador. No entanto, observamos que não houve uma preocupação em delimitar as condições de validade do modelo.

Nos contextos 2 e 3, observamos a utilização de estratégias similares àquelas utilizadas no contexto 1. Assim, constatamos que tais estratégias passaram a compor o repertório didático, permitindo ações e retroações nas diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática. Constatamos ainda que, nos contextos 2 e 3, com exceção de um grupo, não houve preocupação com a fase de interpretação de resultados e validação. Argumentamos que isso se deu justamente porque os estudantes consideraram fortes as hipóteses que já haviam sido avaliadas e validadas anteriormente.

Consideramos também essencial a realização das atividades em grupos possibilitando o desenvolvimento de habilidades relativas à argumentação. Conforme expusemos, a organização da atividade em grupos favoreceu a argumentação em relação às estratégias e aos conhecimentos mobilizados. A análise dos dados evidencia que os estudantes, ao longo das diferentes fases da modelagem matemática, debateram e refletiram colaborativamente hipóteses, tratamentos e conversões que seriam necessários, formulando modelos e avaliando-os.

Por fim, a sequência didática elaborada buscava estimular o estabelecimento de hipóteses pelos estudantes, favorecendo aos estudantes a construção de argumentos que permitam a interpretação e validação do modelo construído. Constatamos que a sequência didática organizada, com o auxílio do simulador favoreceu que os estudantes refletissem sobre as variáveis envolvidas, bem como sobre os conceitos matemáticos e de físico-química envolvidas. No entanto, ressaltamos que não houve uma grande preocupação dos grupos em refletir as limitações dos modelos construídos.

Ao longo da descrição e da análise, evidenciamos a utilização de diferentes estratégias no processo de modelagem matemática, sendo estas definidas a partir das discussões dos grupos ou, em alguns casos, com orientação do professor. O grupo B, por exemplo, inicialmente optou por modelar a transformação utilizando a proporção $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$, porém, após análise e discussão da atividade, perceberam a necessidade de fixar valores na razão $\frac{P_1}{T_1}$.

De modo geral, as evidências indicam que os objetivos da sequência didática foram alcançados. Os contextos organizados favoreceram ações e retroações dos estudantes e possibilitaram ao docente retomar os conceitos relativos às funções e discutir o objeto matemático função racional do tipo $f(x) = C \cdot \frac{1}{x^n}$, com $x \neq 0$.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo analisou as produções de estudantes no desenvolvimento de uma sequência didática voltada à modelagem matemática de transformações gasosas, fundamentada na teoria dos registros de representação semiótica (RRS), de Duval (1993, 1995, 2008, 2009). A modelagem foi concebida como uma alternativa pedagógica relevante para articular o ensino de Matemática e de Físico-Química na Educação Profissional e Tecnológica, favorecendo a compreensão das relações entre variáveis (pressão, volume e temperatura) e o desenvolvimento do pensamento científico. Nessa perspectiva, o processo de modelar matematicamente implicou a formulação, análise e validação de modelos a partir de situações reais, aproximando o conhecimento escolar de contextos experimentais e interdisciplinares.

A teoria dos registros de representação semiótica orientou a análise dos processos cognitivos envolvidos na construção do conhecimento matemático, destacando as atividades de formação, tratamento e conversão de representações. A aprendizagem de conceitos matemáticos, segundo Duval, requer a coordenação de ao menos dois registros distintos (como o algébrico, o gráfico, o tabular ou o verbal), pois é nessa coordenação que se dá a conceitualização. Assim, ao propor situações de modelagem, buscou-se favorecer a mobilização de diferentes registros e a passagem entre eles, compreendendo que tais conversões são essenciais para a compreensão dos objetos matemáticos.

No desenvolvimento da sequência didática, os estudantes foram desafiados a representar as transformações gasosas por meio de dados empíricos coletados com o uso do simulador *Propriedades dos Gases* (PhET Simulações). As atividades promoveram a exploração dos registros gráfico e algébrico na identificação de padrões e na formulação de modelos, além da utilização de registros tabulares e verbais para justificar relações e validar resultados. Observou-se que a modelagem matemática estimulou os estudantes a elaborar hipóteses, testar relações e refletir sobre a adequação dos modelos construídos, configurando-se como um espaço fértil para a articulação entre raciocínio matemático e compreensão de fenômenos físico-químicos.

A análise das produções revelou, contudo, desafios na coordenação entre registros de representação, especialmente nas conversões não congruentes, que exigem maior esforço cognitivo. Alguns estudantes limitaram-se ao tratamento algébrico, sem

reconhecer a equivalência semântica entre os registros, evidenciando a necessidade de mediação docente para explicitar as funções e limitações de cada forma de representação. Ainda assim, constatou-se que o uso de múltiplos registros favoreceu o raciocínio relacional, a construção de significados e o entendimento de propriedades das funções matemáticas associadas às leis dos gases.

De modo geral, a integração entre modelagem matemática e teoria dos registros de representação semiótica mostrou-se um caminho promissor para o ensino de Matemática em contextos interdisciplinares. Essa articulação não apenas possibilitou compreender os conceitos matemáticos envolvidos nas transformações gasosas, mas também estimulou a reflexão sobre os processos cognitivos de representação e sobre a importância da conversão de registros na aprendizagem. Assim, o estudo evidencia que a modelagem, aliada à RRS, contribui significativamente para tornar o ensino mais investigativo, significativo e conectado à realidade dos estudantes.

REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W. de, Silva, K. A. P. da, & Vertuan, R. E. (2016). *Modelagem matemática na educação básica*. Contexto.
- Andrade Filho, B. M. de, & Rauen, F. J. (2018). Congruência em conversões de registros de representação semiótica: análise orientada pela noção de relevância. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 20(1), 518–538. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p518-538>.
- Andrade Filho, B. M. de. (2020). *Sequência didática envolvendo modelagem matemática de transformações gasosas: Concepção, execução e análise de resultados orientada pela noção de conciliação de metas* [Tese de doutorado, Universidade do Sul de Santa Catarina].
- Bassanezi, R. C. (2010). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia* (3. ed.). Contexto.
- Bicudo, M. A. V. (2013). Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento (da Educação Matemática). In C. R. Flores & S. Cassiani (Orgs.), *Tendências contemporâneas nas pesquisas em educação matemática e científica: Sobre linguagens e práticas culturais* (pp. 17–40). Mercado das Letras.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2010). *Modelagem matemática no ensino* (5. ed.). Contexto.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf

- Damm, R. F. (2008). Registros de representação. In S. D. A. Machado (Org.), *Educação matemática: uma (nova) introdução* (3. ed., pp. 167–188). Educ.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37–65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotique et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.
- Duval, R. (2008). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In S. D. A. Machado (Org.), *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica* (pp. 11–34). Papirus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais* (L. F. Levy & M. R. A. da Silveira, Trad.). Livraria da Física. (Obra original publicada em 1995)
- Kline, M. (1976). *O fracasso da matemática moderna* (L. G. Carvalho, Trad.). Ibrasa. (Obra original publicada em 1973)
- PhET Interactive Simulations. (s.d.). *Properties of Gases* [Simulador]. University of Colorado Boulder. <https://phet.colorado.edu>
- Rauen, F. J. (2015). *Roteiros de iniciação científica: os primeiros passos da pesquisa científica, desde a concepção, até a produção e a apresentação*. Ed. da Unisul.
- Sousa, E. V. (2016). *Fundamentos de Físico-Química Aplicados*. Ifpe. Recuperado de <https://bit.ly/2U9x8bW>.

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA

Modelagem matemática de transformações gasosas: uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica.

Bazilicio Manoel de Andrade Filho

Doutor

Instituto Federal de Educação de Santa Catarina, Departamento de Ensino Pesquisa e Extensão, Palhoça, Brasil

Bazilicio.andrade@ifsc.br

 <https://orcid.org/0000-0002-1825-0097>

Endereço de correspondência do principal autor

Rua das Orquídeas, 203, apto 303, bairro Pedra Branca, Palhoça, SC, Brasil.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: B. M. Andrade Filho.

Coleta de dados: B. M. Andrade Filho.

Análise de dados: B. M. Andrade Filho.

Discussão dos resultados: B. M. Andrade Filho.

Revisão e aprovação: B. M. Andrade Filho.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES - bolsa modalidade Programa Nacional de Doutorado Sanduíche no Exterior – PNDE
Governo do Estado de Santa Catarina, bolsa de estudo de pós-graduação UNIEDU/FUMDES.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Aprovado pelo Comitê de ética em pesquisa da UNISUL em 02 de outubro de 2018. Processo 96739618.3.0000.5369. Número do Parecer: 2.931.686.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EQUIPE EDITORIAL – uso exclusivo da revista

Dr. Mércles Thadeu Moretti
Dra. Rosilene Beatriz Machado
Dra. Débora Regina Wagner
Dr. Eduardo Sabel
Dra. Karina Zolia Jacomelli Alves
Dra. Barbara Cristina Pasa

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 13-11-2025 – Aprovado em: 09-06-2026