

Educación Matemática, Pedagogía y Didáctica

Luis Carlos Arboleda Aparicio
Gloria Castrillón Castro

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA.
UNIVERSIDAD DEL VALLE

Resumen

En este documento se presentan algunas reflexiones sobre la relación entre educación matemática, pedagogía y didáctica de las matemáticas, a partir de la consideración de la Educación Matemática como un campo de investigación de naturaleza interdisciplinaria o incluso transdisciplinaria. Se ha llegado a esta conceptualización tratando de explicar ciertos problemas y prácticas educativas y pedagógicas en estrecha conexión con los programas de formación de docentes y los proyectos de investigación en los que trabaja el Grupo de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle. Más allá de limitarnos a una discusión general sobre lo educativo, lo pedagógico o lo didáctico, el interés de este trabajo es analizar ciertas características centrales de tales conceptos, desde el punto de vista de la fenomenología de formación de pensamiento matemático en el contexto escolar. Con este propósito hemos retomado el enfoque de la Estructura Didáctica de Johsua y Dupin, con sus correlatos de alumno, saber y profesor.

Palabras claves

Educación Matemática, Didáctica de las Matemáticas, Formación Docente, Transdisciplinariedad.

Abstract

In this article some reflections will be exposed on the relationship between mathematics education, pedagogy and didactics of mathematics, considering mathematics education as a field of interdisciplinary or even transdisciplinary research. These ideas has been elaborated treating to explain certain problems and educative and pedagogical practices in narrow connection with our group educational programs and research projects on mathematics education. Beyond limiting us to a general discussion on the conceptual framework of these notions, we intend to analyze certain categories allowing to identify the mathematics education, pedagogy and didactics, from the point of view of the phenomenology of formation of mathematical thought in scholar context. With this purpose the model of Didactic Structure de Johsua et Dupin is resumed, with its correlative notions of student, mathematic subject and teacher.

Key words

Mathematics Education, Mathematics Teaching, Teachers Education, Transdisciplinarity.

Introducción

Teniendo en cuenta que la educación matemática se considera un nuevo campo teórico con identidad propia, nos pareció pertinente comenzar precisando el sentido de la enseñanza de las matemáticas en aquellos momentos históricos en que se establecieron las primeras instituciones educativas, dando lugar en forma sistemática a prácticas docentes dentro de programas de estudio, a actividades de elaboración de textos, a distintas modalidades de formación de docentes, etc. También nos ha parecido indispensable preguntarnos por el estatus de la educación y la didáctica con respecto a las matemáticas, diferenciando las funciones que cumple el saber matemático cuando circula en la actividad del matemático investigador y en el quehacer del profesor de matemáticas. En función de nuestro interés por entender la episteme del campo conceptual llamado educación matemática y los procedimientos explicativos de la realidad a la cual se refiere, hemos creído conveniente retomar algunas ideas básicas sobre lo disciplinar, lo pluridisciplinar, lo interdisciplinar y lo transdisciplinar como modalidades complementarias para comprender situaciones en acto de carácter complejo. Esto nos ha permitido sugerir ciertos criterios para diseñar y poner en ejecución estrategias didácticas con las cuales abordar los problemas que plantea la enseñanza y aprendizaje de saberes matemáticos en el contexto escolar.

Educación Matemática y Pedagogía

El gran reto social de las reformas educativas es fundamentalmente alcanzar las metas y propósitos que ellas se formulan. Es decir, hacer viables las políticas de mejoramiento de la enseñanza. Sin embargo, no puede decirse que ésta haya sido propiamente la característica en el caso de las reformas educativas en Colombia en los últimos decenios. La educación matemática en particular se ha constituido en un factor crítico de dichas reformas. Tal vez ello se deba a que a pesar de los esfuerzos adelantados en ese sentido en la última década, no ha sido posible reorientar los enfoques pedagógicos, extremadamente generales, a la comprensión de la complejidad inherente a los procesos de construcción de saberes matemáticos en las instituciones escolares.

Es decir, por razones de orden teórico y práctico que habrá que precisar, las reformas no han podido ser ni efectivas ni realistas. Al contrario, han generado falsas expectativas acumulando un malestar generalizado y un sentimiento de fracaso entre los educadores sobre las posibilidades de convertir en realidad los buenos propósitos pedagógicos. En medio de esta falta de credibilidad en las reformas educativas, poco a poco emergió el campo de estudios que hoy conocemos como educación matemática, por la acción de distintos colectivos de docentes y matemáticos a nivel internacional. Lo interesante de este movimiento de ideas es que sus promotores buscaron en otros horizontes conceptuales distintos a las clásicas reflexiones sobre las prácticas pedagógicas, las fuentes para conceptualizar y encarar con sentido práctico el mejoramiento de las prácticas educativas y de formación científica en las instituciones.

Hoy por hoy, el panorama educativo ha cambiado con respecto a épocas anteriores en las cuales la educación matemática en lo fundamental tenía un estatuto empírico. Este se caracterizaba por el desarrollo y aplicación de técnicas de enseñanza a partir de experiencias personales. Lo que entonces podría haberse denominado “campo de lo educativo”, pudo estar conformado además por representaciones abstractas que los docentes se formaban sobre la función de las matemáticas en las políticas de educación pública, sobre los lineamientos pedagógicos de los establecimientos educativos instaurados

por los regímenes republicanos y, probablemente sólo de manera excepcional, sobre la conveniencia de encuadrar dentro de tal o cual tratamiento didáctico sistemático los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula.

A todo lo largo del siglo XIX y aún a comienzos del siglo XX, el modelo de la enseñanza de las matemáticas a nivel superior en las repúblicas de la democracia burguesa, era el que se profesaba en la École Polytechnique de París y en el sistema francés de las grandes escuelas de minas, puentes y caminos y artes y oficios, de acuerdo con el ideario de la enseñanza pública y la formación científica del ciudadano de la Revolución Francesa. Recordemos que dentro de este modelo, la condición anterior de enseñanza privada ejercida por el erudito (*savant*) vinculado a las academias, observatorios o gabinetes de los monarcas ilustrados, se transforma en enseñanza pública profesada por un funcionario con una relación contractual con el Estado. Este le garantizaba un estatus intelectual nuevo al ciudadano (*géometra*) y las condiciones básicas de ascenso social, tiempo libre, relaciones especializadas y recursos para investigar en las instituciones educativas, a cambio de cumplir con el compromiso de la formación científica representado en docencia y escritura de tratados de enseñanza.

Este paso fue decisivo para la constitución del rol del moderno investigador y para la creación de las masas críticas de profesores, ingenieros, arquitectos y militares profesionales requeridos para los planes republicanos de desarrollo económico y social. En adelante, el *géometra* (llamado luego *matemático*) ejercería su función de desarrollo del conocimiento estrechamente asociada con la enseñanza, disponiendo para ello de la autonomía necesaria para adelantar sus estrategias investigativas sin sumisión a ningún poder distinto al que emana de las reglas concertadas con la comunidad de pares. Sin embargo, la condición profesional de *géometra* o *matemático* se imponía con respecto a la función docente; la relación que por su intermedio se establecía con el saber matemático era determinante con respecto al saber enseñado en el espacio de la institución escolar. Basta tomar el caso de los tratados de análisis o los cursos de cálculo diferencial e integral, que eran la base para la enseñanza a lo largo del siglo XIX y comienzos del XX en la escuela politécnica, en las facultades de ciencias o en las escuelas de ingeniería. Si se le aplica a la producción de estos tratados entre 1870 y 1914 la rejilla analítica propuesta por Zerner (1994), se encontrará que salvo algunos grupos considerados como arcaicos con respecto a los estándares ya dominantes, estos cursos y tratados no se diferencian sustancialmente de institución a institución; tampoco puede reconocerse un esfuerzo sistemático por parte de los matemáticos que los profesaron a establecer lo que hoy llamaríamos *transposiciones didácticas* (La célebre obra de Chevallard ha sido y continua siendo objeto de interesantes investigaciones didácticas. En la web se pueden encontrar numerosos trabajos sobre las implicaciones didácticas y pedagógicas de esta teoría. Una explicación concisa y general es presentada en el siguiente material elaborado por una profesora uruguaya: http://www.capacyt.rffdc.edu.ar/modulos%20pdf/m2_2001/lic_silviahurrell_m2_u4.pdf Los profesores interesados en la apropiación social del conocimiento científico y tecnológico en el aula y en otros espacios de la vida social, encontrarán excelentes ejemplos consultando el siguiente documento pdf con un artículo reciente: www.bib.uab.es/pub/ensenanzadelasciencias/02124521v19n2p243.pdf Existe una traducción al castellano de la obra de Chevallard; ver por ejemplo <http://www.losa.com.uy/html/aiq/380-6.htm>) entre el saber matemático y el saber

enseñado¹. Se puede intentar hacer algunas consideraciones sobre las actividades de enseñanza en las escuelas y facultades francesas a partir de la información histórica obtenida de los tratados. En tanto que producción científica de los matemáticos que ejercían su profesión dentro de instituciones educativas, la principal finalidad de estos cursos era investigativa: introducir, socializar y legitimar nuevos tratamientos epistemológicos sobre los fundamentos del análisis de variable real y compleja. Por otra parte, si en los tratados no se evidencia un esfuerzo significativo de transposición de los contenidos matemáticos, no parece pues que su enseñanza en el aula haya sido intervenida por cualquier tipo de conceptualización sobre las funciones educativas de los manuales o del matemático-profesor. Probablemente se imponía la creencia en una “pedagogía natural” de las matemáticas, según la cual existe una simetría esencial entre la lógica del aprendizaje y la lógica de la exposición de los saberes en la teoría, entre la economía de pensamiento y el rigor de la exposición formal de la teoría, de tal manera que el alumno debe hacer un empeño personal en aprender el compendio de saberes representado en el manual siguiendo paso a paso la exposición del profesor.

El caso alemán no es muy diferente a la situación de la enseñanza de las matemáticas en Francia. En el marco de la reforma de la educación superior, se introduce, primero en Prusia y luego en otras regiones, la formación en educación en las universidades protestantes. Esta reforma igualmente tuvo como propósito central proporcionar el contexto institucional educativo de las tendencias de diferenciación y profesionalización de las disciplinas científicas modernas, con el criterio de que las facultades universitarias debían no solamente enseñar sino también hacer investigación. Durante todo el siglo XIX las universidades graduaron a profesores de matemáticas para la educación secundaria, pero la formación sobre la enseñanza de las matemáticas fue, en el mejor de los casos, una parte separada y minoritaria de la formación del profesorado (Kilpatrick, 1992). Los esfuerzos más notorios para desarrollar una didáctica especial de las matemáticas en las facultades de ciencias de la educación y la pedagogía, desde el inicio tuvieron un carácter fundamentalmente empírico orientado a desarrollar técnicas para enseñar las matemáticas a partir de experiencias personales y reproducir teorías pedagógicas generales, sin que en ello existiese el menor compromiso de asumir la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como un problema de investigación. Tanto en las escuelas de pedagogía de Alemania en donde se formaban los profesores de las escuelas básicas y medias técnicas, como en las universidades en donde se formaban los profesores de los bachilleratos académicos o "Gimnasios", las actividades de los docentes fueron subsidiarias de la concepción según la cual, “entre más matemáticas se sabe se es mejor profesor”. Dentro de estas circunstancias

¹ Zerner ha realizado un completo estudio histórico-epistemológico de toda la producción relevante de estos textos “escolares”. Ha diferenciado tres generaciones y dos grupos intermedios entre ellas, dentro de un corpus de unos treinta tratados y cursos. Su rejilla tiene en cuenta ante todo las diferencias de contenidos y los tipos de tratamientos conceptuales que recibieron en estas obras ciertos problemas de los fundamentos del análisis. Zerner concluye que en las obras de la tercera generación (1886-1912), en donde se estabiliza el tratamiento de los fundamentos del análisis como hoy lo conocemos, no existe transposición entre saber matemático y saber enseñado. Algunas modalidades de transposición se expresan en los tratados de la segunda generación (1856-1887) y a aquellos considerados como arcaicos entre la segunda y la tercera.

se entiende que las prácticas relativas al campo de la educación matemática en Alemania no fueran permeadas sino hasta los años 1970 y 1980 por una reflexión sistemática sobre las experiencias de los profesores en el fenómeno específico de la enseñanza de las matemáticas, sus relaciones con la matemática y con los modelos pedagógicos clásicos. Este cambio prácticamente puede asociarse con el establecimiento del Instituto de Historia y Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Bielefeld, en el cual se han liderado a nivel internacional investigaciones seminales sobre la relación entre historia, epistemología, psicología y didáctica de las matemáticas (Vasco, 1990).

Como bien lo afirma Jeremy Kilpatrick (1994), la historia de las tendencias investigativas en la enseñanza de las matemáticas en el presente siglo, es parte constitutiva del propio campo de la educación matemática. Reconocer los procesos de instauración del interés de los matemáticos, pedagogos y docentes por las matemáticas que se enseñan y se aprenden en la escuela, el interés en el qué y en el cómo de las matemáticas que deberían aprenderse y enseñarse en ésta, ha favorecido indudablemente el mayor desarrollo que este campo ha manifestado en los últimos decenios. Las tradiciones investigativas marcadas por concepciones educativas y pedagógicas sin ninguna (o casi ninguna) relación con la constitución, desarrollo y apropiación del saber objeto de la enseñanza, han sido abandonadas poco a poco en beneficio de enfoques científicos que tienen en cuenta la naturaleza de los saberes matemáticos y su estatus de objetos culturales. No obstante, en la formación de los profesores de matemáticas se reconoce la importancia de las distintas teorías pedagógicas y de las denominadas ciencias de la educación, sin que se aclaren de manera satisfactoria numerosas ambigüedades que resultan al hacer intervenir en una misma problemática distintos referentes disciplinares. Estas ambigüedades han dado lugar a posturas que para nada favorecen la reflexión pedagógica en disciplinas como las matemáticas y las ciencias naturales. Es el caso, por ejemplo, de la pedagogía centrada solamente en la enseñanza, en cuya perspectiva se delega exclusivamente a la psicología la compleja relación profesor - alumno y la reflexión sobre el aprendizaje, dejando de lado la importancia de otras ciencias como la antropología y la fisiología (Vasco, 1990).

No se trata entonces de plantear un antagonismo con la pedagogía, sino de analizar su verdadero papel en la formación de pensamiento matemático en contextos escolares y extraescolares. Ello impone la exigencia de hacer elaboraciones teóricas más satisfactorias sobre la naturaleza y función de las prácticas pedagógicas, en las cuales se tengan en cuenta nuevas formas de responder a viejos problemas pedagógicos que no obstante su importancia, a menudo se soslayan o se dan como obvios. Por ejemplo, la cuestión de que la enseñanza y el aprendizaje de los saberes matemáticos no puede entenderse al margen de la transmisión de valores de una cultura matemática. Este es el contexto teórico en el cual la educación matemática ha venido defendiendo el derecho a mantener su identidad. Con la formulación de criterios propios para constituir su problemática educativa, pedagógica y didáctica, y sus propios protocolos para tratarla, ha intentado definirse a sí misma como campo de investigación e intervención, y conformar una comunidad de expertos de distintas procedencias disciplinares que se reconocen en las prácticas de apropiación de tales criterios y protocolos, en el estudio objetos de interés común.

Las ilusiones pedagógicas y la didáctica de las matemáticas.

El examen conceptual que antes hemos sugerido de las características y desarrollo del campo de la educación matemática, nos conduce inmediatamente a pensar en las razones del fracaso de las reformas educativas. En nuestra opinión, en la base de este fracaso siempre es posible encontrar la ausencia de realismo de las políticas educativas. Esta ausencia ha estado reforzada en la mayoría de los casos por ideologías pedagógicas que no han contribuido sensiblemente a crear en nuestras sociedades una capacidad teórica y práctica para enfrentar en serio el reto social de producir y reproducir en nuestras instituciones una educación matemática de calidad. Hemos sugerido que esta situación es el producto de una construcción histórica y como tal, no podría simplemente imputarse a la ingenuidad o inconciencia de los inspiradores y promotores de tales reformas; el peso hegemónico de tales ideologías se origina en la manera como se estructuró la relación entre investigación y enseñanza en las modernas instituciones de educación superior y entre la formación en matemáticas y la formación en pedagogía de los docentes. Estas ideologías así constituidas han ejercido una influencia determinante en el desarrollo de la educación a nivel mundial.

Cabe destacar por ejemplo, la ilusión del optimismo reformista de los años 1960 y 1970 como producto de las políticas de "modernización" de las matemáticas y la influencia, mal comprendida y peor aplicada a los procesos de aprendizaje, de las etapas de desarrollo del niño de la psicología piagetiana. En este contexto esta psicología terminó por imponerse artificialmente como una nueva pedagogía de las matemáticas, no obstante que, como es bien conocido, Piaget no tuvo la intención de abordar la complejidad de los problemas de la enseñanza a través de sus trabajos de investigación sobre epistemología genética. Esta concepción reformista ha sido objeto de críticas de diverso orden dada su desafortunada repercusión en los procesos de enseñanza y aprendizaje en muchos países. Johsua y Dupin (1993) llaman la atención sobre dos de estas críticas a las cuales pasamos a referirnos.

En primer lugar se encuentra la crítica al "lirismo" reformista. Apoyada en una elocuente retórica sobre la unidad y la espléndida arquitectura de la matemática, esta concepción pretendía que la función principal del docente era desvelar en la enseñanza la potencia de las estructuras matemáticas mediante una "buena" pedagogía. Esto era suficiente para que los alumnos se apropiaran adecuadamente de estos saberes. Cuando ello no ocurría, era porque se había empleado una mala pedagogía, es decir, una pedagogía que no hacía transparente el poder cognitivo intrínseco de la estructura matemática. Luego se encuentra la crítica al "romanticismo" reformista: esa creencia de que en un ambiente propicio, es decir si la enseñanza se adecua a las etapas del desarrollo cognitivo, los alumnos terminan por aprender por sí mismos. Al contrario, el hecho de que el formalismo y el dogmatismo generen malas pedagogías es porque no tienen en cuenta este poder cognitivo intrínseco que posee el alumno en tal o cual etapa de su desarrollo intelectual.

La fortaleza de estas ideologías entre docentes y "policy makers" se constata aún hoy en día, pues a pesar de todos los fracasos que han motivado no se sacan las consecuencias pertinentes. Al contrario, la desilusión motivada por las reformas frustradas ha conducido a algunos a una actitud fatalista con respecto a todo proyecto sistemático en educación matemática. Por ejemplo, el retorno a los viejos esquemas efectistas (el movimiento del "back to the basics" en Estados Unidos). Pero, por otra parte, se ha dado un avance importante en la constitución de una opinión internacional sensible al desarrollo de programas de educación matemática en los países, como resultado de la conformación de grupos y comunidades especializadas que han analizado las razones de fondo del fracaso de

las reformas y sus implicaciones socioculturales, y se han propuesto actividades y proyectos de investigación en línea directa con los resultados de estos análisis. Lo que antes constituía un problema pedagógico general que concernía a una comunidad pedagógica sin identidad precisa, ha evolucionado en problemas específicos que atañen a grupos profesionales que interactúan a su vez con comunidades provenientes de las ciencias básicas, las ciencias sociales y humanidades, entre otras.

Los criterios profesionales y procedimientos institucionales que se han venido introduciendo en las nuevas prácticas de la didáctica de las matemáticas, están desde luego en correspondencia con la manera de entender su naturaleza y su función como campo teórico. Parece imponerse un enfoque “científico” entre quienes lideran las reflexiones en esta área de estudios, al menos en los autores franceses más conocidos. Por ejemplo, Johsua y Dupin (1993, p.2) proponen una formulación aproximada de la didáctica de una disciplina en los siguientes términos:

“La didáctica de una disciplina es la ciencia que estudia, para un dominio particular (en nuestro caso las ciencias y las matemáticas), los fenómenos de las enseñanzas, las condiciones de la transmisión de la “cultura” propia a una institución (específicamente, las instituciones científicas) y las condiciones de la adquisición de conocimientos por parte de un aprendiz.”

Esta definición merece algunos comentarios. La noción de didáctica aquí expuesta no se reduce al ámbito de la escuela. Obviamente la didáctica tiene un propósito pragmático; su preocupación central es elaborar estrategias de intervención adecuadas y efectivas, y para ello debe situarse en la realidad del aula. Pero al abordar su objeto de estudio, el análisis de las actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la didáctica necesariamente trasciende el ámbito del aula. Y esto por dos consideraciones. De una parte porque los fenómenos de las enseñanzas no se presentan a nuestro entendimiento como datos inmediatos de la conciencia; en tanto fenómenos, las actividades de aula deben pensarse desde un aparato analítico.

En la filosofía racionalista y crítica: “(el fenómeno) no se aplica a los datos inmediatos de la conciencia en tanto que vividos y concretos, sino exclusivamente al hecho conciente depurado de elementos *sensibles* de la reacción individual y transpuesto en *concepto* gracias al sistema lógico de categorías o formas de orden del entendimiento.” (Ver la definición de “*phénomène*” en el *Vocabulario filosófico* de Lalande, 1972). Un ejemplo de esta posición es el esquema lógico de *Estructura Didáctica* con el cual Johsua y Dupin proponen explicar los fenómenos de las enseñanzas, el cual será presentado en otra parte de este trabajo.

Otra razón por la cual la didáctica trasciende el ámbito de lo escolar es porque los fenómenos son, por así decirlo, *accidentes de formas* más generales². Estas formas son las prácticas matemáticas, entendidas como maneras de explicar algo por medio de un razonamiento de cierto tipo, de acuerdo con ciertas condiciones de contexto. Entonces, al hablar de la didáctica de las matemáticas estamos necesariamente obligados a exhibir una explicación sobre el razonamiento matemático como actividad humana. En un aparte posterior, presentamos la posición que nos parece más satisfactoria para conectar el accidente con su forma general; la didáctica con las prácticas matemáticas que le dan sentido. Por ahora retornemos a la definición que, en nuestra opinión, mejor conviene a esta manera de pensar la naturaleza y la función de la didáctica. Bosch y Chevallard (1999; p. 79) afirman a este respecto:

“(...) nosotros creemos que aquello que funda y caracteriza la didáctica como ciencia, no es el hecho de proponer un proyecto de estudio científico sobre los problemas de la enseñanza de las matemáticas. Su especificidad original consiste en *tomar como primer objeto de estudio* (y en consecuencia, a cuestionar, modelar y problematizar de acuerdo con las reglas de la actividad científica), no al sujeto que aprende o al sujeto que enseña, sino *al saber matemático que uno y otro han acordado estudiar conjuntamente*, así como a la actividad matemática que tendrán que realizar a partir de su proyecto común de estudio.”

Estos autores se ponen de acuerdo con quienes, a partir de esta consideración de orden general, afirman que “el objeto de estudio de la didáctica no se puede encontrar encerrado en las instituciones de enseñanza y que ha sido necesario situarlo en un marco más amplio de las prácticas matemáticas en el conjunto de las instituciones de la sociedad”. (Gascón, 1998; citado en Bosch y Chevallard, 1999). Esto quiere decir que, por donde quiera que se aborde su estudio (el alumno, el profesor o los saberes), los fenómenos de la enseñanza no pueden caracterizarse únicamente por sus expresiones en prácticas escolares. Nuestra comprensión de los procesos de estudio de las matemáticas en el aula tiene entonces que apelar a explicaciones mucho más amplias, de carácter histórico, filosófico, cognoscitivo, social y cultural, sobre lo que significa estudiar las matemáticas.

En resumen, la didáctica de las matemáticas necesariamente tiene que ver con dos cuestiones centrales que legitiman las prácticas matemáticas en nuestras sociedades: Primero, la función que cumplen las matemáticas en la explicación de la realidad, por la cual la humanidad las convirtió en objeto de apropiación social y de reproducción cultural en el marco de instituciones especializadas y, segundo, la naturaleza específica del estudio,

² Esta es la posición de René Thom en su obra *Parábolas y Catástrofes* (1983). “Toda ciencia es ante todo el estudio de una fenomenología. Me explico: los fenómenos que son objeto de una disciplina científica dada aparecen como accidentes de formas definidas en un espacio dado que podría llamarse *espacio sustrato* de la morfología estudiada...” (p.5). “(...)Desde tal óptica, el primer objetivo consiste en caracterizar un fenómeno en tanto forma, forma “espacial”. Comprender significa entonces ante todo geometrizar. Pero apelar a la geometría es igualmente apelar a cierta forma de abstracción, de idealización...”. (p.6). “(...) se debe enfatizar en las exigencias de comprensión del fenómeno, *sin imponer la traba de la acción eficaz*. Y para comprender los fenómenos, es necesario sustituir los procedimientos experimentales ciegos –típicos de una gran parte de la ciencia actual- por un procedimiento que requiere un poco más de inteligencia y de reflexión. ¡Me parece que allí las matemáticas pueden jugar un papel importante!”. (p. 55)

transformación, aplicación y difusión de las matemáticas como actividad humana de razonamiento.

En este orden de ideas ya no es posible mantener posturas de legitimación de la didáctica como un un *método*. La investigación sobre procedimientos y técnicas de enseñanza no constituye ninguna garantía de éxito de los procesos de enseñanza y aprendizaje, si no se fundamenta en reflexiones generales sobre las prácticas involucradas en estos procesos y los medios puestos en operación, obviamente en correspondencia con saberes específicos. Precisamente esta concepción instrumentalista de la didáctica impide pensar las condiciones de posibilidad de estas técnicas en relación con la naturaleza de los objetos matemáticos en juego, las características de las estructuras cognitivas que movilizan los alumnos en su comprensión, y las interrelaciones que establecen los profesores y los alumnos en términos de los saberes enseñados. Refiriéndose a esta manera de reducir la didáctica a "el Método", Vasco (1994) la condena enérgicamente por considerarla "un monstruo repugnante que amenaza devorar toda la actividad del verdadero profesor". Debe revisarse la lectura de Comenio con la cual se respaldan argumentaciones en favor de la didáctica como método -tal como se ha hecho tradicionalmente en las escuelas normales y en las facultades de educación-, pues no solamente ha sido exagerada sino que ha dado lugar a experiencias pedagógicas perniciosas.

El quehacer docente ha demostrado la nula efectividad de la retórica sobre el método cuando se trata de encarar los problemas de la formación de pensamiento matemático (o de cualquier otra clase). Lo que sí puede ser útil en determinada estrategia didáctica es la consideración de *experiencias de enseñanza* sobre una misma situación; a condición de que los procedimientos hayan sido suficientemente explicitados y sancionados. Las experiencias serán tanto más significativas para los procesos subsiguientes, en cuanto sean más específicas desde el punto de vista de los saberes y las condiciones de su enseñanza y aprendizaje en el aula. Como es usual, los criterios y procedimientos puestos en juego en determinada práctica de enseñanza se van repitiendo, extendiendo y perfeccionando; solamente cuando se constata que son "exitosos" (sostenibles y reproducibles en sus alcances y condiciones de posibilidad), es posible intentar su sistematización como método.

Para Vasco (1994), "un *meth-odos* es pues, un camino sistematizado propuesto para ser seguido por otros". "Lo repugnante y amenazante" no es que alguien proponga un camino para que otros lo sigan, más aún si este es atractivo y prometedor, sino tomar a ciegas esas indicaciones; asumirlas como soluciones a los problemas que plantea la construcción de conocimientos en el aula, sin que se tengan en cuenta los actores y los otros aspectos que hacen parte de la situación didáctica concreta. A este asunto vamos a dedicarle la mayor atención posible en el aparte sobre la estructura didáctica. Pero es preciso establecer antes algunos criterios que permitan distinguir las características de intervención de la didáctica con respecto al saber pedagógico en la enseñanza y el aprendizaje.

Intervención de la didáctica y la pedagogía en las prácticas educativas

En una primera aproximación se considera que la didáctica asegura el empleo de técnicas, criterios y procedimientos para garantizar la eficacia, eficiencia o simplemente la viabilidad de los procesos educativos. Pero parece aceptarse igualmente que esta garantía se "fundamenta" en una garantía previa con carácter teórico y conceptual, sobre el sentido y

las condiciones de existencia, los fines y medios, de la actividad educativa.

En los últimos quince años se ha desarrollado en el país una rica reflexión sobre esta problemática cuyo aporte más significativo consistió, en nuestra opinión, en replantear los términos de la discusión, imponiendo la referencia a estándares internacionales los cuales debían aclimatarse a las condiciones socio-culturales de nuestras prácticas educativas. En una de las publicaciones representativas de este movimiento de ideas, se hace una diferenciación de tres concepciones sobre pedagogía que vamos a tener en cuenta en lo que sigue de esta reflexión (Mockus, Hernández, Granés y otros, 1995):

La pedagogía como el discurso explícito que se preocupa primordialmente de orientar y otorgarle su sentido a las prácticas educativas especializadas (concepción predominante en el debate pedagógico nacional y presente, en particular, en los trabajos de Aracely de Tezanos);

La pedagogía como el sistema de mensajes «implícito», que se encarga de regular las relaciones entre quienes participan en esas prácticas (Basil Bernstein);

Y la pedagogía como el intento de reconstruir las «competencias» de los educadores y de los alumnos en cuanto tales - primordialmente en sus aspectos no especializados- (punto de vista inspirado en los trabajos de Habermas sobre la competencia comunicativa y las disciplinas reconstructivas, que plantearía la existencia de un «saber-cómo» pedagógico, de parte del maestro y también de parte del discípulo, que podría ser objeto de una reconstrucción, es decir, de una transformación en un «saber-qué»).

No es posible, ni es nuestro interés recordar aquí el ambiente de discusiones en medio del cual se formularon las anteriores distinciones. Simplemente recordamos que ellas hacían parte de un propósito práctico, consistente en identificar un campo de conceptualización que permitiera pensar un nuevo modelo de formación inicial y permanente de los docentes, incluyendo los docentes de matemáticas. A nuestro entender estas ideas sobre lo pedagógico se referían a unos principios "lógicos" generales, ciertas "formas puras", que modelarían las prácticas educativas en una clase. Estos principios operan como reglas del aprendizaje y de la educación, y se expresan sea a través de discursos "explícitos", de sistema de mensajes "implícitos", o a través de "competencias" de los educadores y de los alumnos. En cierta medida son independientes de los saberes específicos enseñados y de los propios contenidos disciplinares. En consecuencia, la pedagogía se plantearía como un discurso orientador que dota de significado a las prácticas educativas, entendidas como códigos para la comunicación entre los actores y para la reconstrucción de competencias generales de éstos (el saber cómo y el saber qué). La pedagogía constituiría la esencia del saber o conjunto de saberes que definen la naturaleza del oficio del educador, así como los enunciados filosóficos que orientan ese oficio y la delimitación de las formas legítimas de ejercerlo. (Mockus, Hernández, Granés y otros, 1995).

Si bien es posible ponerse de acuerdo en que las anteriores concepciones sobre la pedagogía permiten comprender lo característico de las prácticas educativas en tanto actividades con medios y fines, no es tan evidente –y por tanto es inquietante– que en este ámbito de "pedagogía general" en el cual se hace abstracción de todo contenido, se encuentre la garantía de viabilidad para el funcionamiento de cualquier práctica educativa concreta. Al menos para disciplinas complejas y altamente estructuradas como las matemáticas y las ciencias naturales, es poco probable que un conocimiento particular pueda ser (re) construido a partir de un conocimiento general de los fenómenos de enseñanza y las reglas del aprendizaje. (Johsua y Dupin, 1993). Se plantea aquí al menos un gran interrogante sobre el proceso a través del cual se construye este conocimiento general a partir de las prácticas de enseñanzas específicas pero prescindiendo en alguna forma de su contenido. Dependiendo de la respuesta que se le dé a tal interrogante, nos entenderemos sobre tal o cual manera de intervención de la pedagogía y la didáctica, y las formas de asociación entre ellas para el mejoramiento de las prácticas educativas y pedagógicas en las instituciones educativas.

Algunos autores aceptan en principio que la pedagogía estudia la complejidad del fenómeno de la enseñanza y del aprendizaje en el ambiente concreto de una clase, sin apelar a la especificidad de los saberes en juego. En el campo de lo pedagógico se trataría más bien de verificar si los procesos educativos operan de acuerdo con unas reglas y códigos generales, a partir de lo cual se determinaría el estado de "normalidad" de la clase. Pero éste no sería el propósito de la didáctica. Según Johsua y Dupin (1993), el objeto de la didáctica:

[...] es, fundamentalmente, estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje en situación, tomando en cuenta desde su propio punto de vista (es decir, en conexión con la evolución de las relaciones con los saberes) los aspectos sociales, del lenguaje y aspectos relacionales que estructuran este proceso. Si en este marco las elaboraciones de los pedagogos de principios de siglo, aquellos de la "nueva pedagogía" o "pedagogía activa" pueden ser útilmente retomados, esto se dará en todo caso, a costa de una reformulación teórica mayor.

De acuerdo con lo anterior, la didáctica de las matemáticas privilegiaría el estudio de los actos de razonamiento matemático en ambiente de clase. Entonces se podría hablar de una teoría de lo didáctico que soportaría las reflexiones de la didáctica sobre la construcción o reconstrucción de los saberes como actividad humana. Es decir, una antropología de los saberes cuya función es reconocer la dinámica socio-histórica y la variación de los estados del saber matemático con el fin de aclarar el acto didáctico de intervención con el saber enseñado en clase. De otra parte, un problema como el éxito o el fracaso escolar involucra otras dimensiones de lo educativo además de los aspectos didácticos propiamente dichos: lo sociopolítico, lo histórico y lo económico como condiciones del contexto externo. Cabe preguntarse entonces, ¿cómo estas condiciones del contexto institucional interactúan con los procesos didácticos situacionales en un proceso de doble vía? En la respuesta a este tipo de preguntas aparece precisamente el juego de asociaciones entre lo didáctico y lo pedagógico, con el fin de producir explicaciones de mayor grado de complejidad al fenómeno de la enseñanza y el aprendizaje en el ambiente concreto de una clase.

La estructura didáctica en acto³

Tres actores relativamente autónomos intervienen condicionando los actos didácticos en la educación escolar: el alumno, el saber y el profesor.

El alumno

En el aparte siguiente las matemáticas como actividad centrada en un sujeto cognitivo, examinaremos el rol central del alumno en la estructura didáctica. Por ahora nos limitaremos a formular las consideraciones centrales. Los actos de razonamiento matemáticos se erigen como tales a través de estructuras cognitivas particulares, en un proceso en el que se da una articulación específica de saberes y conocimientos matemáticos y no matemáticos. Antes de llegar a ser matemáticos estos actos de razonamiento deben negociar su autonomía (aprovechar ciertos saberes, y desechar otros) con el mundo previo de conocimientos y saberes. La didáctica debe estar en posibilidades de reconocer las expresiones cognitivas de esta negociación. Si como es natural el alumno desarrolla sus actos de razonamiento a través de distintas fases de procesos de pensamiento, reviste la mayor importancia para la didáctica reconocer *a posteriori*, o incluso anticipar, tales fases, sus modalidades y condiciones de posibilidad, para poder identificar esquemas y representaciones plausibles del razonamiento matemático sobre tal o cual cuestión.

El saber enseñado

El alumno no se relaciona directamente con el saber matemático sino con un referente suyo, el saber enseñado. Esta distinción será analizada un poco más adelante. Anotemos solamente que el saber enseñado está interrelacionado con el exterior de la clase por lazos culturales y sociales. Su historia condiciona simultáneamente el contenido a enseñar, su lugar en el currículo y la forma didáctica de su presentación. El saber matemático inscrito en el texto escolar⁴ es susceptible de una valoración sociocultural que *grosso modo* depende de la valoración que la época hace de las matemáticas como discurso con determinada estructura interna, su función social, sus capacidades explicativas, sus aplicaciones, etc. Estas valoraciones influyen en el saber enseñado. Tan solo con el marco socioepistemológico, deben tenerse en cuenta las concepciones y valores de las comunidades científicas, las relaciones de éstas con diferentes públicos (la noosfera del sistema educativo⁵, docentes, padres de familia, empresarios, entre otros), y el proyecto

³ Se toma como base la caracterización de estructura didáctica propuesta por Joshua y Dupin (1993).

⁴ En esta perspectiva, el texto escolar no podría ser una traducción (simplificación/ reducción/ núcleo esencial) de una teoría ni necesariamente se podría llegar a ésta a través de aproximaciones sucesivas en distintas gradaciones escolares.

⁵ Chevallard, al hablar de la periferia del sistema de enseñanza – sistema de enseñanza en strictu sensu, señala la existencia de una instancia esencial para el funcionamiento didáctico - la Noosfera - por donde se opera la interacción entre este sistema y el entorno social. La Noosfera es el lugar donde se encuentran todos aquellos que, en tanto ocupan los puestos principales del funcionamiento didáctico, se enfrentan con los problemas que surgen del encuentro con la sociedad y sus exigencias; allí se desarrollan los conflictos, allí se llevan a cabo las negociaciones; allí maduran las soluciones. Toda una actividad ordinaria se despliega allí, fuera de los periodos de crisis (en la que

social y político que representa la enseñanza de las matemáticas. El contrato que permite el equilibrio entre los actores que condicionan los actos didácticos debería tener en cuenta que el entendimiento del saber matemático en su proceso de recontextualización en la institución escolar considere sus relaciones con la realidad: los propósitos educativos y sociales. Todos estos factores constituyen un sistema articulado de determinación del saber enseñado.

El profesor.

Este desarrolla su actividad a partir de concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza, sobre los procesos de pensamiento y los actos de razonamiento del alumno, sobre los propósitos (cognitivos, educativos, sociales) de su enseñanza y sobre los fundamentos epistemológicos de las ciencias. Dichas concepciones constituyen lo esencial de la ideología privada que interviene en las prácticas educativas y pedagógicas del profesor.

La estructura didáctica filtra el efecto combinado de los tres actores en la estrategia del acto didáctico, integrando o descartando determinado aspecto referido a su historia particular. También interviene, modifica e involucra los aspectos seleccionados en función de la estrategia didáctica. La estructura didáctica en acto implica, por otra parte, restricciones con respecto a algunas características fundamentales de las prácticas educativas:

- La escuela no puede incorporar toda la dimensión compleja de la vida real de un niño. Solamente lo considera en su estatuto "ficticio" de alumno, determinado éste por las restricciones propias de la institución escolar, por sus relaciones con los saberes, la clase y su profesor.
- La escuela gestiona los saberes culturalmente definidos fuera de ella y, en esta medida contribuye (con otras instituciones) en la socialización del niño. Esta gestión se vuelve más específica (el estatuto del alumno más denso de características) en la medida en que los saberes (matemáticos) se delimiten en su ámbito sociocultural pasando a la instancia cognitiva. Así, ésta se expresa en la dinámica sociocultural y cognitiva de los saberes en su relación con los actores.
- La función de la Didáctica se define a partir del alumno concreto y no del niño en general. Ésta es la posibilidad efectiva de intervenir, favoreciendo actos de razonamiento con los fines educativos, predeterminados a partir de los saberes.
- Por su parte, el profesor interviene como gestor de la función anterior.

esta se acentúa), bajo la forma de doctrinas propuestas, defendidas y discutidas, de producción y de debate de ideas – sobre lo que podría modificarse y sobre lo que conviene hacer. En resumen, estamos aquí en la esfera donde se piensa – según modalidades tal vez muy diferentes – el funcionamiento didáctico. En la Noosfera, los representantes del sistema de enseñanza, con o sin mandato se encuentran, directa o indirectamente con los representantes de la sociedad (los padres de los alumnos, los especialistas de la disciplina los que orientan su enseñanza, y los emisarios de los organismos políticos.

Se trata pues, de un reduccionismo esencial sobre la naturaleza y función de los actores sin el cual es imposible que opere eficientemente la estructura didáctica como una estructura artificial.

El saber matemático y el saber enseñado

El saber matemático es transpuesto en saber enseñado por la estructura didáctica: el objeto matemático al cual se refieren las cadenas de enunciados predicativos de una teoría no es el objeto de la enseñanza (aunque éste no puede más que referirse a aquél). Las especificidades de dichos objetos matemáticos en tanto teorías, se pueden caracterizar a partir del oficio del matemático como investigador. Es en la actividad investigativa en donde se determinan aquellos razonamientos sobre los objetos que son susceptibles de convertirse en saber nuevo e interesante para los pares. Las demostraciones obtenidas pocas veces coinciden con las conjeturas previas. Cuando los resultados se incorporan al corpus teórico, se opera toda una economía discursiva en la cual se suprimen las reflexiones inútiles y desaparecen las huellas de los errores y los caminos erráticos. Pero también se ocultan las trazas de las heurísticas que produjeron tales resultados sancionados como pertinentes, claros y sencillos. Los mismos parámetros universales que regulan la exposición formal del conocimiento científico, intervienen para opacar las razones de ser de la teoría así construida, y no permiten reconocer que todo formalismo se construye a partir de una argumentación no formal que tiene como propósito explicar determinada tipo de problemas.

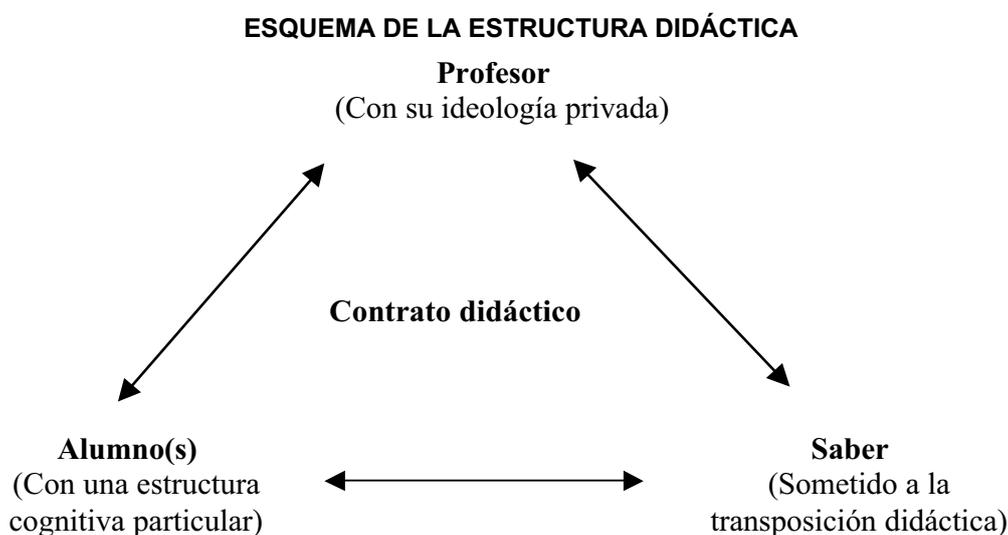
En la búsqueda de marcos teóricos cada vez más generales para la investigación, el saber matemático se despersonaliza, se descontextualiza y se destemporaliza lo máximo posible. Sin embargo, no es así como funciona el saber matemático en el sistema escolar. El trabajo del profesor opera naturalmente en sujeción al estado epistemológico de la teoría, pero en una dirección inversa a la búsqueda creciente de formalismo del investigador matemático. El profesor debe estar en condiciones de poder reconocer las razones de ser de las teorías formales, así como familiarizarse con las otras lógicas de los mundos argumentativos en que ella se apoyan. Este conocimiento adicional le ayudará a elaborar las estrategias didácticas que le darán sentido en la clase al objeto matemático seleccionado para su enseñanza. A través de una serie de actividades de recontextualización y de repersonalización, los saberes matemáticos se actualizarán en la clase y terminarán por convertirse en conocimientos del alumno. En una construcción natural de este tipo (aunque artificial según la lógica deductiva), los procesos inductivos, los errores y las conjeturas (exitosas o no) se revalorizan pues contribuyen a que el objeto de aprendizaje tenga un sentido para el alumno. (Brousseau, 1986). La transposición didáctica⁶ no constituye

⁶ La noción de Transposición Didáctica introducida por Chevallard da cuenta de la necesaria transformación sobre los saberes seleccionados para ser enseñados antes que éstos efectivamente puedan serlo. De una parte se tiene que los matemáticos aseguran la creación matemática según una génesis que depende esencialmente (pero no únicamente) de los problemas a resolver. La escuela por su parte, desarrolla una génesis artificial diferente habida cuenta de las restricciones a las cuales ella esta sometida, por ejemplo, la limitación de tiempo, la complejidad del campo científico y de los problemas que están en el origen de la noción escogida para ser enseñada. En este sentido, Chevallard observa un fenómeno de enseñanza: la renovación regular de los saberes enseñados, tanto por su formulación como por su contenido.

entonces, una simplificación: es el resultado de una re-creación epistemológica particular, que exige la recontextualización y repersonalización de los saberes científicos.

De acuerdo con Chevallard (1991) las limitaciones que pesan sobre una transposición didáctica no se reducen a la delimitación de los objetos de enseñanza, se debe también hacer "vivir" de una manera durable esa transposición en un sistema de enseñanza concreto. Es decir, hay que articular lo recién conocido con el saber acumulado. El profesor debe reconocer las maneras de integración de los saberes nuevos con aquellos saberes antiguos que no han sido modificados. El estudio de la transposición didáctica exige el análisis de las condiciones de viabilidad de tal o cual objeto de enseñanza y aprendizaje. Una verdadera ecología de los saberes se torna por lo tanto indispensable.

Por otra parte, en tanto el profesor y alumno se relacionan con respecto a un saber transpuesto según representaciones y valoraciones distintas, la estabilidad del acto didáctico (su funcionalidad) depende de unos acuerdos implícitos. Entre las acciones del profesor y las del alumno se establece entonces un contrato didáctico, el cual regula los roles, lugares y funciones que cada cual desempeña frente al saber en el aula. Cabe aclarar que el contrato no se establece entre un alumno-individuo (en tanto entidad psicológica) y el profesor. El alumno al cual se hace referencia es al alumno-clase, es decir, la clase de individuos de la clase que actúan en tanto que "pares" frente al saber y frente al profesor. Así mismo, el contrato se explicita cuando es transgredido por uno de ellos. En fin, es precisamente este contrato el que asegura la estabilidad y la circularidad de la relación ternaria y de las interrelaciones binarias.



El anterior esquema propuesto por Joshua y Dupin (1993) para caracterizar la estructura didáctica es obviamente de naturaleza restringida. Su manera de operar se realiza en un sistema de condicionamientos y restricciones provenientes de la institución escolar, del sistema educativo y de los públicos relacionados con este sistema escolar. La estructura didáctica es pues una manera de esquematizar la realidad con el fin de poder pensar y hacer intervenir el acto didáctico en el aula. También proceden de acuerdo con esta modalidad de esquematizaciones frente a la realidad previa, los actos de razonamiento. Tanto en la fase de determinación de un objeto matemático, como en la fase de construcción de sistemas de enunciaciones sobre conceptos y propiedades matemáticas de

tal objeto, e incluso en la fase en la cual tales sistemas se traducen en discursos formalizados por la intervención de un razonamiento según ciertas operaciones lógicas. (Si a la estructura se le quita su carácter dinámico se reduce a un modelo convencional centrado en cualquiera de los tres vértices del triángulo. Un esquema didáctico de lo anterior basado en la misma terminología utilizada por nosotros pero con diferentes maneras de entender el fondo de los conceptos, se encuentra en el siguiente sitio: <http://www.dfpd.edu.uy/G/MT/did/III/III.htm> Invitamos al lector a revisar críticamente este documento. **Atención:** Ciertas políticas educativas pueden descontextualizar y desvirtuar la filosofía de las concepciones aquí expuestas. En una circular para docentes de la Dirección general de cultura de la Provincia de Buenos Aires se utilizan los conceptos de “estrategia didáctica” y “situación didáctica” como parte de ciertos *Diez mandamientos para aprendices y maestros*: <http://www.dfpd.edu.uy/G/MT/did/III/III.htm>).

Matemáticas como actividad

Este tipo de examen sobre la dinámica de la estructura didáctica en acto no es pues ajeno a una explicación filosófica sobre el razonamiento matemático como actividad humana. Es posible entender los saberes enseñados como objetos matemáticos que pone en juego el profesor en el aula, y explicarse las condiciones de su constitución y elaboración conceptual por parte del alumno en tanto sujeto cognitivo. Sin pretender aquí ahondar en una problemática a la cual le hemos venido consagrando una reflexión específica en nuestro grupo de investigación, quisiéramos por lo menos mencionar algunos de los argumentos filosóficos que podrían contribuir a mejorar nuestra elaboración conceptual sobre la actividad de razonamiento matemático del alumno en el marco del sistema articulado de determinaciones que constituye la estructura didáctica. Nos apoyaremos con este fin en algunos de los trabajos de Michael Otte y Marco Panza (1997).

Desde el punto de vista de la relación sujeto cognitivo/objeto de conocimiento, las matemáticas deben entenderse como una actividad humana; la actividad específica de producción de teorías o sistemas conformados por clases de proposiciones.

Puesto que para los fines de la estructura didáctica en acto es más interesante la actividad que los productos, conviene no limitarse a considerar las matemáticas tan solo como clases de teorías o sistemas proposicionales.

La lógica no interesa en su sentido usual de indagación sobre los aspectos formales del conocimiento o como estudio de la estructura interna de las teorías, sino más bien desde el punto de vista de los tipos de razonamiento involucrados en la actividad humana que produce tales teorías.

La lógica no podría confundirse con la psicología. Para ésta lo importante es la actividad del sujeto individual que razona y conoce y, a partir de allí, deduce ciertas constantes (patrones de conducta, modos de actividad cognitiva, etc.). Por su parte, la lógica utiliza categorías generales para describir la actividad cognitiva; en particular dos aspectos fundamentales sobre los modos de razonamiento:

La manera en que se realiza la intersubjetividad, y los procedimientos de fundamentación del mundo externo en cada sujeto.

El estudio sobre las formas de intervención del sujeto cognitivo en la actividad de razonamiento o de producción de teorías, es verdaderamente importante para la educación y la didáctica a condición que se abandonen posturas filosóficas clásicas de normal recibo entre docentes e investigadores como el solipsismo. Y esto al menos por tres

consideraciones:

El sujeto cognitivo no existe al margen del objeto de conocimiento,

El sujeto está inmerso en todo momento en una actividad constructiva, y

La noción de existencia o realidad no es una noción primitiva, lo cual impone un esfuerzo analítico (mayor al de las posiciones empiristas) para caracterizar las distintas modalidades de la actividad del sujeto que conoce, particularmente en situación educativa.

Como toda actividad, la actividad cognitiva únicamente puede entenderse como un sistema medio/objetos. Esto por las siguientes razones:

Las condiciones externas de la actividad del sujeto constituyen el mundo previo sobre el cual se forma la conciencia; ellas deben entenderse como contenidos de los actos intencionales que se expresan a su vez en predicaciones sobre el objeto de conocimiento.

El sujeto tiene una capacidad de conectar evidencias en clase de equivalencias e inducir actos intencionales en objetos similares. Esta capacidad sería la dimensión conceptual del acto a priori de construcción subjetiva de los objetos (Panza, 1997).

Mediante esta capacidad el sujeto le da forma a los actos cognitivos convirtiéndolos en actos objetivos; es decir, asumiéndolos de manera indiferenciada en los distintos procesos de comunicación a lo largo de su vida.

En una palabra, la ciencia no es más que una manera específica de producir objetividad. El problema de la filosofía de la ciencia es esencialmente el problema de explicar esta objetividad como producto de la actividad humana, y la teoría científica es precisamente la manera de expresar tal objetividad.

Transdisciplinariedad y educación matemática

Los argumentos que antes hemos expuesto de manera sumaria para caracterizar las matemáticas como actividad, permiten explicarse mejor el sentido de la estructura didáctica; particularmente en los aspectos que se refieren a la relación sujeto cognitivo/objeto de conocimiento cuya comprensión aparece ahora fundamental para asignarle una función concreta a las interrelaciones entre alumno, profesor y saberes dentro de una estrategia didáctica. Esto naturalmente conlleva la introducción de nuevos puntos de vista conceptuales en el campo de la educación matemática, y exige que se replanteen y enriquezcan los referentes teóricos desde los cuales se han venido abordando las propuestas didácticas en dicho campo.

La enseñanza de las matemáticas, al menos desde principios del siglo XX, fue considerada sistemáticamente como un binomio conceptual "educación-matemática", en el cual se operaba una especie de yuxtaposición de la matemática como disciplina científica y de las ciencias de la educación, con el fin último de revisar y actualizar los contenidos matemáticos para adaptarlos al currículo escolar. En las últimas décadas este enfoque fue rápidamente superado y se ha venido constituyendo un nuevo campo del saber con el aporte de distintas disciplinas interesadas en la construcción de conocimiento matemático en el contexto escolar: la psicología cognitiva con una larga trayectoria en el estudio de los problemas relativos al aprendizaje de las matemáticas, la filosofía, la historia, la lingüística,

La epistemología, la sociología, entre otras.

Los numerosos trabajos que se han desarrollado en este periodo han conllevado una revisión cada vez más elaborada de la relación matemáticas/educación matemática y tienen en común todos ellos que han desbordado el "marco disciplinar". Mencionemos por ejemplo la contribución que ha hecho Guy Brousseau (1981) al mejor entendimiento de la distinción educación matemática / investigación matemática a la cual nos hemos referido anteriormente. Esta sola consideración ha abierto sin duda nuevos horizontes a la investigación en didáctica de las matemáticas, favoreciendo importantes innovaciones en la enseñanza de las matemáticas. En efecto, al desbordar su tradicional (y único) marco disciplinar de referencia, la educación matemática acogió como necesaria la reflexión no solo sobre los saberes científicos, sino sobre las modalidades y procedimientos a través de los cuales es posible el razonamiento matemático en los alumnos. Así mismo sobre las formas de enseñanza y los procesos de transmisión de cultura matemática a través de las instituciones.

Poco a poco la educación matemática fue desbordando igualmente el marco pluridisciplinar. La toma de conciencia sobre las condiciones de fracaso de los "movimientos de reforma" en las décadas de los años 1960 y 1970, mostró hasta qué punto eran precarias las explicaciones de la fenomenología educativa en el aula, basadas en los enfoques estructuralistas de las matemáticas modernas, en la "pedagogía intrínseca de las matemáticas", y en la psicología del desarrollo cognitivo. No podemos ahondar aquí en esta cuestión, pero es fácil constatar que una de las condiciones de la dinámica de las investigaciones de los últimos decenios en la educación matemática, ha sido precisamente la toma de conciencia sobre el fracaso de las reformas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas promovida con tanto ardor en aquellos tiempos por los promotores de la alianza disciplinar estructuralista.

Ahora bien, es pertinente preguntarse, como lo sugieren los Lineamientos Curriculares del MEN (1998, p. 124) en lo relativo a la política de formación de maestros, si la educación matemática vive en un mundo interdisciplinario. De acuerdo con dicha propuesta, la profesionalización:

[...] debe ser orientada desde líneas de investigación que conceptualicen la naturaleza interdisciplinaria del campo de la educación matemática, fundamentalmente desde la perspectiva de la matemática escolar [...] el futuro maestro debe recibir una formación intrínsecamente interdisciplinaria distinta a la que se ha venido realizando: Una sumatoria de cursos que el alumno debe sumar por su propia cuenta y riesgo. Así por ejemplo, un curso de cálculo debe incluir su historia, su epistemología, su didáctica en el sentido moderno del deber ser, del resultado de la indagación-investigación de un equipo de trabajo interdisciplinario, y por qué no interinstitucional. De la misma manera la articulación entre las universidades, institutos de educación y las normales deberá hacerse desde el punto de vista interdisciplinario, y por ende a partir de líneas de investigación.

Estos planteamientos de la política oficial sobre la enseñanza de las matemáticas, si

bien están aún en proceso de ajuste, apuntan más o menos en la dirección de aquellos grupos que están más comprometidos en el país con los nuevos desarrollos de la educación matemática y la formación de maestros en este campo. Sin embargo, estos grupos conocen por su propia experiencia o porque lo han analizado en las relaciones de actividades y proyectos de otros grupos internacionales, que el principal obstáculo para darle sostenibilidad a los equipos interdisciplinarios (aún si no son interinstitucionales) es cómo trascender el nivel de sumatoria de competencias y construir un común denominador de competencias que permita proporcionar una explicación de x o y problema educativo de una manera radicalmente distinta a la que cada cual le daría desde su campo particular de formación y experiencia profesional. El gran desafío de estos equipos consiste en ir más allá de lo interdisciplinario como deber ser pedagógico; es decir, ejercitar lo interdisciplinario mediante maneras conceptuales compartidas de definir una situación-problema y de aproximarle una solución plausible. Este es precisamente el momento en cual no se siente defraudada la justa aspiración de cada uno de sus componentes, y los equipos sobreviven. Por ejemplo, cuando se encuentra una explicación satisfactoria sobre las razones de ser (históricas, epistemológicas y filosóficas) de tal o cual construcción histórica (digamos, los razonamientos sobre el continuo en el cálculo infinitesimal). Pero aún entonces se le presenta al equipo el reto de elaborar la estrategia didáctica para desarrollar una intervención en el aula con base en la explicación obtenida. Es decir, queda todavía por resolver la tarea de cómo apropiarse de la información que el docente ha adquirido sobre las razones de ser del continuo como teoría, para fomentar en clase un pensamiento autónomo de los alumnos sobre tal o cual concepto del cálculo en cuya explicación interviene el continuo. Los docentes con experiencia en los usos didácticos de la historia saben que esta tarea no es de ninguna manera trivial.

En consecuencia lo interdisciplinario como deber ser pedagógico requiere poder concretarse y actualizarse en actos didácticos en el aula. Le cabe a las instituciones educativas adelantar esfuerzos importantes para incorporar este tipo de experiencias en la formación de profesores, mediante el diseño y ejecución de actividades y proyectos con *metodologías no convencionales*. Al respecto cabe mencionar el trabajo de Carlos Eduardo Vasco (1994) sobre el octógono de la Educación Matemática, en el cual a partir de los trabajos de Howard Gardner se propone una conceptualización del campo de la educación matemática con el aporte de por lo menos ocho disciplinas. De todas formas queda aún por definir si ese nivel de convergencia interdisciplinaria es el característico de campos conceptuales como la educación matemática.

El por qué y el para qué de lo transdisciplinar

La especialización a ultranza debida a la imposición a escala planetaria del paradigma consistente en fragmentar al extremo la realidad para proceder a su explicación científica, ha dado lugar en los últimos cincuenta años al llamado "big-bang disciplinario". Los mundos de los saberes especializados se vuelven cada vez más herméticos acrecentándose los niveles de incompetencia de quienes están conminados a habitar en ellos. En virtud de este fenómeno, -a pesar de las innovaciones en programas y metodologías de formación permanente-, masas enormes de poblaciones "iletradas" se ven arrojadas cada día a la marginalización de los beneficios de la cultura científica y de la sociedad del conocimiento.

Particularmente en la década pasada esta problemática fue considerada en numerosos foros culturales, educativos y empresariales. Al punto que hoy disponemos de una importante masa de literatura “especializada” sobre esta materia. Podemos mencionar tres documentos de amplia circulación internacional que han tenido cierta recepción en los medios de la educación superior en el país :

- 1) El Congreso de Locarno de 1997 en el marco del Proyecto Ciret / Unesco, "Evolución, Transdisciplinariedad, Universidad";
- 2) La Conferencia Mundial sobre Enseñanza Superior de 1998, organizada igualmente por la Unesco; y entre otras publicaciones en las cuales se definen el concepto de transdisciplinariedad,
- 3) La recopilación de artículos que Ubiratan D'Ambrosio le ha consagrado a este tema en su libro de 1997. Esta obra merece un señalamiento especial por ser su autor uno de los más activos investigadores a nivel internacional en educación matemática y uno de los fundadores de la Etnomatemática, nuevo campo del conocimiento en el cual se ponen en juego enfoques transdisciplinarios. Con base en estos documentos se puede establecer una distinción entre las modalidades de combinación de lo disciplinario que nos permita precisar más adelante el carácter tendencialmente transdisciplinario de la educación matemática.

Lo pluridisciplinario, lo interdisciplinario, lo transdisciplinario

Lo *pluridisciplinario* es el estudio de un objeto de una misma disciplina a través de una simultaneidad de enfoques disciplinarios. Por ejemplo, tiene un carácter interdisciplinario la explicación (histórica, epistemológica, filosófica, sociológica, psicológica) que los docentes tratan de darse sobre el proceso de constitución en objeto matemático de una noción tan fundamental como el continuo matemático. La integración de este conjunto de explicaciones fragmentadas sobre una misma cuestión, les permitirá entender mejor las razones por las cuales las propiedades de este objeto son presentadas formalmente en uno o varios corpus teóricos (el cálculo infinitesimal o la teoría de funciones). Pero, insistimos, si la motivación de los docentes al proponerse tal ejercicio de reconstrucción apunta al aprovechamiento de la historia (en sentido amplio) en la didáctica del cálculo, tendrán que trascender el nivel pluridisciplinario de explicación. Habrá entonces que ubicarse en un espacio en donde además de la dimensión histórica, se tendrán en cuenta las componentes de la estructura didáctica en acto. La explicación histórica tendrá que ser “adaptada” a un mundo de intereses cognitivos, transposiciones, intersubjetividades, normatividades institucionales, etc., en el cual el orden de la combinatoria no es *a priori* pluridisciplinario.

Lo *interdisciplinario* corresponde a una manera de estudiar un objeto o problema mediante la transferencia de métodos de una disciplina a otra. Esta aplicación de métodos de una teoría en la solución de problemas de la otra, podría corresponder a las formas de intervención de la explicación histórica y de los métodos epistemológicos en los esquemas didácticos de formación de pensamiento matemático. Se actuaría análogamente a la manera en que los métodos de la física de partículas intervienen en el tratamiento de imágenes en

las ciencias médicas; o al uso de los sistemas de información geográfica en el monitoreo de ecosistemas. En uno y otro caso pueden generarse nuevos marcos disciplinarios como resultado de los diálogos cruzados de carácter interdisciplinario. Esta característica a menudo escapa a actores y a los usuarios de experiencias interdisciplinarias, más interesados unos y otros en el fin último de la apropiación de competencias complejas, que el capturar y preservar la heurística de los procesos que las hicieron posibles. Tal opacidad de la heurística de lo interdisciplinario se mantiene hasta que no se invente una nomenclatura para designar a esa realidad epistemológica nueva. Hasta entonces seguiremos hablando de métodos de la física en medicina, o métodos estadísticos en biología, o métodos de la historia en la educación matemática.

Lo *transdisciplinario* correspondería a un género de estudios *entre* disciplinas o de explicación *a través* de disciplinas, en el cual la consideración de un objeto o problema va *más allá* del dominio disciplinar. El imperativo de lo transdisciplinario es comprender situaciones de la realidad en acto, como una totalidad. El mundo de lo transdisciplinario se construye a partir de conceptualizaciones provenientes de los mundos disciplinarios previamente construidos, y de las pasarelas que se establecen entre los mundos pluri e interdisciplinarios. Pero en su explicación de la realidad, el mundo de lo transdisciplinario parte de esquematizaciones que trascienden el orden de las disciplinas. Ello es así porque en el estudio de la realidad como un todo lo transdisciplinario se ubica en el centro de las dinámicas en las que intervienen diferentes niveles. Si bien no existe contradicción sino más bien complementariedad, entre las modalidades pluri, inter y transdisciplinarias, estas últimas se caracterizan por el rol preponderante que cumple la función de síntesis de razonamiento con respecto al estado previo de los conocimientos disponibles sobre una situación-problema.

Temáticas educativas transdisciplinarias

En general, la formación de pensamiento matemático en ambiente escolar es un caso típico de problemáticas en cuya investigación se movilizan enfoques transdisciplinarios. Para constatarlo bastaría extender al “octógono de la educación matemática” la explicación interdisciplinaria a la cual nos hemos venido refiriendo de la constitución y desarrollo de pensamiento matemático de conceptos fundamentales del cálculo. Lo transdisciplinario resultaría de la necesidad de introducir en el análisis la dimensión dinámica de la situación-problema; es decir, la búsqueda de una explicación integral sobre los modos de razonamiento matemático que los alumnos despliegan en el aula sobre tales conceptos fundamentales. Ya sabemos que si bien las actividades de razonamiento giran alrededor del “saber enseñado” (en contraste con el “saber sabio”), también incorporan el marco institucional, el exterior de la clase, las valoraciones socio-culturales sobre el conocimiento, sobre las matemáticas, los criterios culturales de su pertinencia y utilidad social, etc.

En este sentido podríamos mencionar a título indicativo algunos de los imperativos educativos que muestran la presencia de lo transdisciplinario en este tipo de investigaciones sobre la formación de pensamiento matemático en los alumnos:

Aprender a conocer

Promover un pensamiento científico centrado en la abstracción y la formalización, sin por ello caer en los excesos del formalismo y del dogmatismo cientifista. Evadir así

mismo todo tipo de relativismo epistemológico, el lirismo de cierta retórica que afirma la predominancia de una explicación “natural” de las cosas.

Fomentar la capacidad personal de los alumnos para expresar pensamiento autónomo en las diferentes categorías de saberes y hacer traducciones pertinentes de esos saberes en la vida cotidiana.

Aprender a hacer

Ejercitar oficios y profesiones de manera creativa y realizando metas personales. Atender a las realidades cambiantes del mercado laboral de profesiones, a los acuciantes problemas del desempleo, a la búsqueda creativa de nuevas oportunidades para ejercer los oficios y transformarse como individuos en tal ejercicio.

Fomentar la creatividad mediante tres propósitos: competencia - realización personal - cooperación

Aprender a ser (no solo a existir)

Formar en el espíritu científico no solo con el propósito de saber hacer, sino para reconocer nuestras certezas, creencias, nuestros condicionamientos en tanto alumnos, profesores y ciudadanos.

Formar no solo en el saber eficaz sino en la inteligencia integral: analítica, sensibilidad, corporal.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Bosch, M., Y. Chevallard (1999): La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 19, pp. 77-123. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

Brousseau, G. (1986): Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, pp.33-115. Grenoble: La Pensée Sauvage éditions

Chevallard, Y. (1991): *La transposition Didactique. Du savoir savant au savoir enseigne*. Paris: La Pensée Sauvage éditions.

D'Ambrosio, U. (1997): Transdisciplinaridade. Sao Paulo: Editora Palas Athena.

Gascón, J. (1998): Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 18, pp. 7-34. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

Joshua, S. & Dupin, J.J. (1993): *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris: Presses Universitaires de France.

Kilpatrick, J. (1994): *Investigación en Educación Matemática: su historia y algunos temas de actualidad*. En: Rico J. L, Gómez P., (Eds.) (1994): *Educación Matemática*. Bogotá: "una empresa docente" - Grupo Editorial Iberoamérica; pp. 1 – 18.

Ministerio de Educación nacional (1998): Matemáticas. Lineamientos Curriculares. Bogotá: MEN.

- Lalande, A. (1972): *Vocabulaire technique et critique de la Philosophie*. Paris : PUF.
- Mockus, A. , Hernández, C.A., Granés, J., Charum, J. & Castro M.C. (1995): Las fronteras de la Escuela. Articulaciones entre conocimiento escolar y conocimiento extraescolar. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Nicolescu, B. (1998): *La transdisciplinarité - Manifeste*. Centre d'études transdisciplinaires. Paris: Éditions du Rocher.
- Otte, M., & Panza, M. (1997): *Mathematics as an Activity and the Analytic-Synthetic Distinction* En: M. Otte & M. Panza (Eds.) (1997): *Analysis and Synthesis in Mathematics. History and Philosophy*). Dordrecht: Kluwer; pp. 269 – 271.
- Thom, R. (1983) : *Paraboles et Catastrophes. Entretiens sur les mathématiques, la science et la philosophie*. Flammarion : Paris.
- Vasco, C. E. (1990): *Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. Pedagogía, Discurso y Poder* ; pp. 107-122. Bogotá: CORPRODIC.
- Vasco, C. E. (1998): *Visión de conjunto de la pedagogía de las Matemáticas. Matemáticas: Enseñanza Universitaria*. 7(1), pp.75-78. Cali: Universidad del Valle.
- Vasco, C. E. (1994): *La Educación Matemática: una disciplina en formación. Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 3(2), pp.59-75. Cali: Universidad del Valle.
- Vergnaud, G. (1996): *La théorie des champs conceptuels. Didactique des Mathématiques*, pp. 197-242. Paris : Delachaux et Niestlé.
- Zerner, M. (1994): *La transformation des traités français d'analyse (1870-1914)*. Prépublication, No. 389, Université de Nice