

A transformabilidade dos registros de representação semiótica no ensino de equações de reta

The transformability of semiotic registers representation in the teaching of straight equations

Rogério Rodrigues de Faria

profrogeriomat@bol.com.br

Cintia Aparecida Bento dos Santos

cintia.santos@cruzeirosul.edu.br

Edda Curi

edda.curi@cruzeirosul.edu.br

Resumo

Este artigo visa apresentar dados coletados em uma pesquisa para elaboração de dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, que teve por objetivo verificar as facilidades ou dificuldades que os alunos encontram ao resolver tarefas de equações de reta que envolvem transformações entre diferentes representações semióticas. A fundamentação teórica envolveu a teoria de Duval sobre os registros de representação semiótica. Como metodologia de pesquisa, adotou-se o método qualitativo e os dados foram coletados por meio de uma pesquisa de campo realizada com uma turma de alunos do 3º ano do Ensino Médio. Ficou claro, por meio da análise realizada na pesquisa, que os alunos apresentam dificuldades em mobilizar conhecimentos matemáticos, no sentido de utilizar adequadamente as técnicas aprendidas no estudo de equações de reta, como fazer conexões entre conteúdos aprendidos.

Palavras-chave: Registros de representação semiótica. Equações de reta. Ensino Médio.

Abstract

This article aims to present collected data in a survey for a preparing master's thesis in Mathematics and Science Education, which wanted to verify the facilities or difficulties that students may find when solving tasks of straight equations that involve transformations between different semiotic representations. The theoretical basis involved the theory of Duval about the registers of semiotic representation. As a survey methodology, we adopted the qualitative method, and the data were collected through a field research conducted with a 3rd year group of students from high school. It became clear through the research's analysis that students have difficulties in mobilizing mathematical knowledge in order to properly utilize the techniques learned in the study of straight equations and how to make connections between the contents learned.

Keywords: Data of semiotic representation. Straight equations. High School.

Introdução

Este artigo tem por objetivo apresentar dados coletados em uma pesquisa de mestrado, no âmbito do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática de uma universidade privada da cidade de São Paulo.

Uma das questões que nossa pesquisa buscou evidenciar, foram as facilidades ou dificuldades que alunos encontram ao resolver tarefas que envolvem transformações entre diferentes representações semióticas presentes em tarefas de equações de reta, pertencentes ao campo de estudo da Geometria Analítica.

É importante considerar que os procedimentos de resolução de tarefas, envolvendo o estudo de equações de reta, buscam evidenciar que o campo de estudo da Geometria Analítica envolve pelo menos três representações distintas dos objetos matemáticos, são elas: numérica, gráfica e algébrica. Qualquer trabalho desenvolvido neste contexto exige do aluno o reconhecimento da equação de reta por meio de representações distintas.

Devido a estas constatações, esta pesquisa teve como fundamentação teórica os registros de representação semiótica com base nos estudos desenvolvidos pelo pesquisador francês Raymond Duval (2003, 2009), que em sua teoria explicita a importância de tais registros para aprendizagem em Matemática, por meio do trabalho com diferentes representações semióticas de um mesmo objeto matemático, considerando a transformabilidade dos registros de representação semiótica como ponto chave para aprendizagem em Matemática.

Um trabalho com a diversidade de registros de representação semiótica, no contexto de estudo de equações de reta, tem relevância por ser uma ferramenta de análise útil ao professor, porque evidencia as dificuldades de mobilizações de conteúdos por parte dos alunos.

Neste artigo, será apresentada uma análise parcial de um dos instrumentos de pesquisa intitulado “Tarefas de equações de reta no plano cartesiano”. Este instrumento foi elaborado com seis tarefas de equação de reta, à luz da fundamentação teórica de Duval (2003, 2009) sobre a transformabilidade dos registros de representação semiótica – transformação de tratamento e conversão. O objetivo foi verificar como os alunos se comportam diante de tarefas que apresentam o mesmo objeto matemático, porém em representações semióticas distintas. Este instrumento constava de duas tarefas correspondentes à transformação de tratamento e quatro tarefas que constavam de transformação de conversão. Este estudo conterà a análise de quatro tarefas pertencentes a este instrumento (uma referente a transformação de tratamento e três referentes a transformação de conversão).

A pesquisa de campo se deu com uma turma de 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de São Paulo. O efetivo de pesquisa foi de 35 alunos e o professor pesquisador era regente da sala e, anteriormente ao desenvolvimento da pesquisa, já havia realizado a introdução do estudo das equações de reta.

Na metodologia de pesquisa buscou-se atender ao método qualitativo, bem como fazer uso da técnica de análise documental.

Para esclarecer os objetivos e as análises realizadas, o próximo tópico passa a apresentar de forma sintética a fundamentação teórica sobre os registros de representação semiótica, de acordo com a abordagem de Raymond Duval (2003, 2009).

Sobre os registros de representação semiótica e sua transformabilidade

Para Duval (2003), os registros de representação semiótica são representações referentes a um sistema de significação, ou seja, uma forma de tornar algo acessível a alguém, comunicando uma ideia que parte de uma formulação mental.

Com base na classificação de Duval (2003), fica evidente a consideração do autor para a diversidade de registros de representação semiótica presentes na atividade Matemática. A importância de um trabalho que leve em conta os registros de representação semiótica, no estudo de uma determinada noção matemática, vem do fato de que um mesmo objeto matemático pode ser representado de diferentes formas. Isso implica aprendizagem matemática, o reconhecimento do aluno de um mesmo objeto matemático em suas distintas representações.

Duval (2003) considera que cada representação de um mesmo objeto não apresente o mesmo conteúdo matemático, salienta que muitas vezes um objeto matemático pode ser reconhecido em uma representação pelos alunos, mas não em outra. No caso desta pesquisa, o aluno poderá reconhecer uma equação de reta no registro algébrico, mas não reconhecê-la no registro gráfico, logo, cada registro de representação apresenta suas próprias dificuldades de leitura por parte dos educandos.

Para Duval (2003), o estudo das representações semióticas na Matemática vem do fato de “os objetos matemáticos não serem jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente. O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas” (DUVAL, 2003, p. 21). Assim, entende-se que na aprendizagem de Matemática, o acesso por

parte do aluno a um determinado conteúdo passa obrigatoriamente pelo reconhecimento de diferentes representações de um mesmo objeto, ou seja, os objetos matemáticos são inacessíveis quando não se consideram suas representações.

No primeiro argumento de sua teoria, Duval (2003) faz o seguinte esclarecimento:

Não pode haver compreensão matemática, sem se distinguir um objeto de sua representação, pois jamais se deve confundir objetos matemáticos (números, funções, retas) com suas representações (escritas decimais ou fracionárias, símbolos, gráficos, desenhos das figuras) que parecem apenas ser o meio, de que o indivíduo dispõe, para exteriorizar suas representações mentais, ou seja, para se tornarem visíveis ou acessíveis a outros, pois em matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática (DUVAL, 2003, p. 15).

De acordo com a citação de Duval (2003), fica evidente que a atividade matemática está intimamente ligada as representações semióticas que se tem de um objeto matemático, e que um mesmo objeto matemático pode ser representado de formas distintas. No caso das equações de reta, pode-se ter um par de coordenadas representadas de maneira numérica ou no plano cartesiano, ambos são representações distintas de um mesmo objeto matemático: o par de coordenadas. É preciso considerar, ainda, que o estudo das equações de reta se constitui em um domínio onde se faz necessário que se articulem conhecimentos de álgebra e geometria simultaneamente.

No estudo das equações de reta, é notório que uma mesma tarefa poderá ser representada de várias maneiras, por exemplo, na língua natural, na linguagem algébrica ou no registro gráfico cartesiano. Dessa forma, é importante que o aluno compreenda as diferentes representações que envolvem esta noção matemática e que, apesar de ter representações diferentes, o objeto matemático é o mesmo: equações de reta.

Duval (2003) considera que uma das características que torna um sistema semiótico registro de representação, está ligada à transformabilidade de uma representação em outra. O autor classifica estas transformações como tratamento e conversão. Ambos tipos distintos de transformação de uma representação semiótica e estão intimamente ligadas ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Em relação à transformação de tratamento, Duval (2009) define ser uma atividade cognitiva que visa à transformação de uma representação semiótica em outra, porém permanecendo no

mesmo registro de representação. Um tratamento é uma transformação que se efetua no mesmo registro, aquele em que as regras de funcionamento são utilizadas mobilizando apenas um registro de representação. Duval (2009) define da seguinte forma a transformação de tratamento:

Um tratamento é uma transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema. O cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismos e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura de números. (DUVAL, 2009, p. 57).

Diferentemente da transformação de tratamento, Duval (2003) considera que a conversão é uma transformação de representação que consiste na mudança entre o registro de partida e de chegada, porém conservando o mesmo objeto matemático. Assim, “a conversão é uma transformação que faz passar de um registro a outro. Ela requer então coordenação dos registros no sujeito que a efetua” (DUVAL, 2003, p. 39).

Vale lembrar que ambas transformações – tanto o tratamento quanto a conversão – são de extrema importância no processo de aprendizagem, pois exigem do aluno procedimentos diferentes, e que a confusão entre eles pode trazer dificuldades de aprendizagem para os alunos. A esse respeito, Duval (2003) considera que:

É necessário distinguir cuidadosamente o que sobressalta no tratamento em um registro e o que sobressalta em uma conversão, esta consiste em uma simples mudança de registro ou em uma mobilização em paralelo de dois registros diferentes. Essa distinção raramente é feita na análise das produções dos alunos, mesmo em problemas de geometria. (DUVAL, 2003, p. 24).

Um aluno pode resolver uma tarefa em que seja necessário passar do registro algébrico para o gráfico, mas pode ter maiores dificuldades em fazer o caminho inverso (passar do registro gráfico para algébrico). Isso ocorre, segundo Duval (2009), porque representações distintas de um mesmo objeto matemático apresentam assimilações diferentes, como o autor esclarece:

As unidades significantes do gráfico (reta, curva,...) não são, de modo algum determinadas em relação aos pontos encontrados, não importando qual fundo milimetrado. Elas são determinadas por certos valores visuais da reta ou curva assim como esta se destaca do fundo constituído pelos dois eixos orientados. As unidades significantes de um gráfico correspondem aos valores visuais. O aluno que não as

discrimina é como cego para a conversão inversa da que é classicamente ensinada. Isso quer dizer que ele tem poucas chances de fazer uma leitura correta dos gráficos. (DUVAL, 2009, p. 78-79).

Portanto, o reconhecimento e trabalho com diferentes representações semióticas é um ponto importante no estudo das equações de reta, o que poderia contribuir para uma melhor compreensão deste conteúdo por parte dos alunos. Sobre o trabalho com a diversidade de registros de representação semiótica, Duval (2003) considera que:

A diversificação dos registros de representação semiótica é a constante no desenvolvimento do conhecimento, tanto sobre o ponto de vista individual, quanto científico ou cultural. Sua importância para o funcionamento do pensamento é geralmente explicada pelas diferenças de custo ou de limitação para a função de tratamento, e por aquelas possibilidades de representação para a função de comunicação, que existem entre os registros. (DUVAL, 2003, p. 62).

Dessa forma, entende-se que o trabalho, associado à diversidade de registros de representação semiótica, não pode estar dissociado no ensino das noções matemáticas quando se deseja que alunos construam sua própria autonomia no processo de ensino e aprendizagem. Um trabalho que leve em consideração a diversidade dos registros de representação semiótica também pode ser uma ferramenta para que professores, por meio de registros diferentes, verifiquem as eventuais dificuldades de seus alunos.

Quando considerada a teoria de Duval (2003, 2009), é possível pensar que não cabe justificar a não aprendizagem de um aluno em um determinado conteúdo matemático, simplesmente porque a tarefa pode não estar disponível para realização, ou porque não consegue reconhecê-lo ou representá-lo em um registro semiótico diferente daquele que convencionalmente trabalhou em sala de aula.

Sobre a análise das tarefas e os resultados encontrados

Conforme mencionado anteriormente, estas tarefas foram desenvolvidas com alunos de um 3º ano do Ensino Médio e faziam parte de um dos instrumentos de pesquisa composto por seis tarefas que consideravam a transformabilidade dos registros de representação semiótica em tarefas que envolviam o estudo de equações de reta. Aqui será apresentada uma análise parcial deste instrumento, por meio da avaliação de quatro tarefas.

A tarefa 2 consta de uma transformação de conversão, e representa uma equação de reta já no registro algébrico, conforme observado na figura 1.

Figura 1 – Tarefa 2 do instrumento I – Transformação de conversão.

2)Qual é o gráfico cartesiano que melhor representa a equação de reta (r) $4x - 2y - 6 = 0$?

Fonte: FARIA, 2011, p. 63.

Esta tarefa solicitava que, dada uma equação de reta, os participantes construíssem um gráfico cartesiano. Nesse caso, o aluno necessita efetuar, segundo a teoria de Duval (2009), uma conversão, ou seja, ele parte do registro inicial na forma algébrica para o registro gráfico cartesiano.

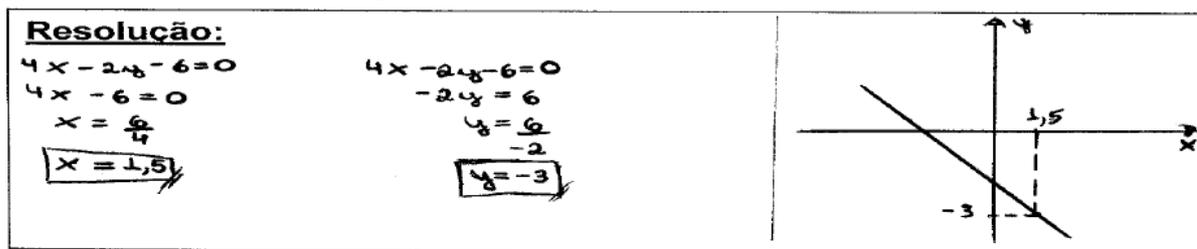
Para o aluno obter sucesso na tarefa, poderia reconhecer que, ao substituir os valores da abscissa e da ordenada, respectivamente, por zero, de forma alternada, encontrará os pares ordenados onde a reta interceptará os eixos cartesianos e, por consequência, encontrará valores para a construção do gráfico exigido nesta tarefa.

Nossa hipótese para a tarefa 2 é de que os alunos apresentassem uma resolução mais espontânea, uma vez que a passagem do registro algébrico para gráfico é bastante habitual nas aulas de Matemática.

Esta tarefa teve 34% de acerto por parte dos alunos, as dificuldades tornam-se menores diante de uma conversão onde se faz necessário ir do registro algébrico para o gráfico. Esta constatação leva a compreensão do motivo pelo qual Duval (2003) afirma que uma conversão depende do tipo de registro de partida e chegada e que, conforme o registro trabalhado, pode apresentar maior ou menor dificuldade para os alunos.

O protocolo do aluno 9, na figura 2, ilustra como se apresentaram as dificuldades dos alunos.

Figura 2 – Protocolo aluno 9 da tarefa 2



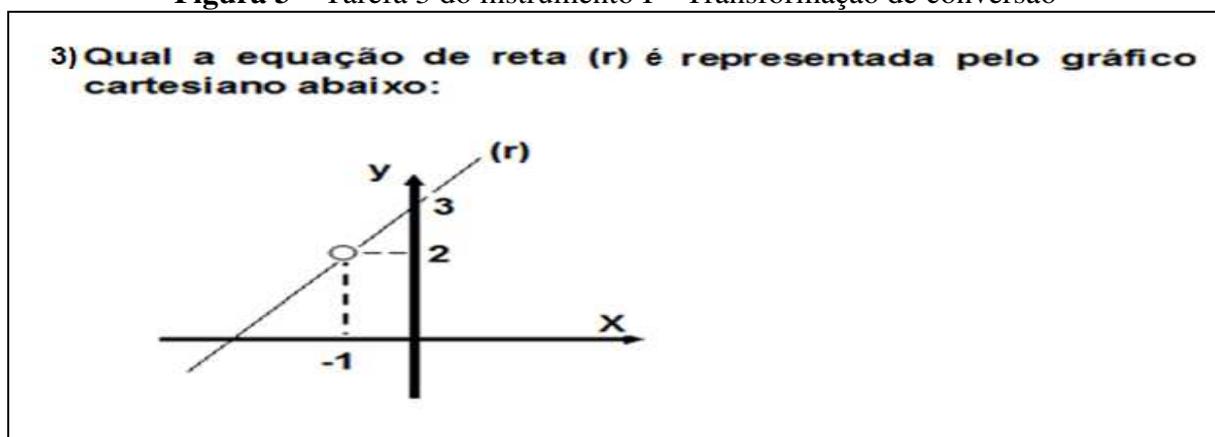
Fonte: FARIA, 2011, p. 79.

Observa-se que o aluno 9 realiza na equação a substituição pelo valor nulo, encontrando corretamente o valor em que a reta intercepta o eixo das abscissas, porém não consegue interpretar o resultado obtido, pois, para ele, o valor da abscissa igual a 1,5 e o valor da ordenada igual a -3 representam um par ordenado (1,5;-3). Nota-se, que para a resolução o aluno constrói uma reta de forma aleatória, constatando que o mesmo não se apropriou do conceito de que para se determinar uma reta num sistema de coordenadas cartesianas, seria necessário ao menos dois pares ordenados para a sua representação.

Muitas vezes, durante a resolução da tarefa, o aluno não consegue necessariamente estabelecer uma conexão entre esses registros - o inicial na linguagem algébrica e o final na linguagem gráfica cartesiana - talvez por não ter compreendido o conceito matemático que antecede a realização da mesma.

A tarefa 3 também consta de uma transformação de conversão, e fornece o registro gráfico cartesiano com uma reta que cruza os eixos coordenados, porém para a sua solução é necessário que o aluno passe do registro gráfico para o registro algébrico, como observado na figura 3.

Figura 3 – Tarefa 3 do instrumento I – Transformação de conversão



Fonte: FARIA, 2011, p. 64.

Conforme podemos observar na figura 3, esta tarefa solicitava que os participantes encontrassem uma equação de reta que representasse o gráfico. Havia a necessidade de os alunos, ao interpretarem os dados do gráfico sob a forma de pares ordenados, reconhecerem o método de resolução de uma equação de reta ao colocar tais pares ordenados num determinante de uma matriz de terceira ordem, caracterizando uma mudança de registro gráfico para o registro numérico - a matriz - e, por fim, apresentar o registro algébrico, o que

resulta, por consequência, em uma conversão que envolve na verdade a passagem por três registros de representação distintos.

A hipótese para esta tarefa é a de que os alunos apresentassem certa dificuldade para chegar ao registro final de representação – registro algébrico – devido à necessidade de passagem por um registro intermediário, no caso o registro numérico representado pela matriz de terceira ordem. Conforme salienta Duval (2009), a conversão pode envolver a passagem por dois ou mais registros de representação semiótica e cada representação apresenta conteúdos com grau de dificuldade distintos para sua resolução.

Nesta tarefa é preciso considerar, também, que os alunos poderiam resolvê-la utilizando os conhecimentos sobre função polinomial de 1º grau, embora este não seja o objetivo no momento do desenvolvimento desta tarefa, uma vez que o trabalho está voltado para o contexto da Geometria Analítica. Porém, ao abordar tarefas com esta, é sempre importante o trabalho do professor no sentido de fazer conexões entre os conteúdos matemáticos.

Nesta tarefa, apenas 31% dos alunos atingiram sucesso. As figuras 4 e 5 ilustram os procedimentos adotados pelos alunos.

Figura 4 – Protocolo aluno 16 da tarefa 3

Resolução: $(-1, 2)$ $(0, 3)$ (x, y)

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 2x + 0 - 3 = 0 - 3x + y = 0 \rightarrow$$

$$-x + y - 3 = 0$$

Fonte: FARIA, 2011, p. 80.

Figura 5 – Protocolo aluno 2 da tarefa 3

Resolução:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$6x + 2y(-2) - (6 + 2x + (-1y)) = 0$$

$$6x + 2y - 2 - 6 + 2x - 1y = 0$$

$$8x - 3y + 8 = 0$$

Fonte: FARIA, 2011, p. 81.

O aluno 16, ao desenvolver a atividade, realiza de forma correta a interpretação, aplicando o determinante de uma matriz de terceira ordem e, por consequência, encontrando a equação de reta de forma correta. Entretanto, os demais, como ilustra a figura 5, tiveram muitas

dificuldades em resolver a atividade, pois, pelo fato de não conseguirem ter uma interpretação dos dados do registro gráfico, realizaram a passagem para o registro algébrico de forma equivocada, além de não conseguirem, identificar as coordenadas corretas dos pares ordenados $(-1,2)$ e $(0,3)$ a partir do registro gráfico para, então, aplicar o determinante da matriz de forma adequada.

Porém, o aluno 2, ao desenvolver a mesma atividade, aplica o determinante de uma matriz de terceira ordem, entretanto equivoca-se no cálculo algébrico, cometendo erro de procedimento de resolução do determinante da matriz. As dificuldades apresentadas por este aluno vão além de não identificar e não aplicar de forma correta a ferramenta matemática. Este aluno apresenta, além de dificuldades em relação à técnica para solucionar determinantes de terceira ordem, domínio nas operações com polinômios. Apresenta dificuldades na soma de termos algébricos, bem como na propriedade distributiva da adição e subtração, em que emprega de forma incorreta os sinais positivos e negativos, não obtendo, assim, sucesso nesta tarefa.

A tarefa 4 consta de uma transformação de tratamento, pois fornece o registro algébrico cuja equação a ser encontrada é paralela à apresentada e, para a solução, o aluno parte de um registro algébrico e soluciona a tarefa neste mesmo registro.

Figura 6 – Tarefa 4 do instrumento I – Transformação de tratamento

4) Dada a equação de reta (s) $x - 2y + 6 = 0$, determine a equação de reta (r) que passa pelo par ordenado $P(-1,2)$ e é paralela à reta (s).

Fonte: FARIA, 2011, p. 60.

Conforme apresentada na figura 6, a tarefa 4 solicitava que os alunos encontrassem uma equação de reta (s) que fosse paralela à equação de reta (r). Neste caso, havia a necessidade dos alunos reconhecerem a igualdade entre seus coeficientes angulares, condição fundamental para que a reta (r) fosse paralela à reta (s) e, logo após, determinar a equação de reta (s) pela aplicação da equação fundamental de reta, dado um par ordenado e seu coeficiente angular. Isto é, bastava que os alunos realizassem a substituição do par ordenado na equação fornecida. Esta situação pode ser caracterizada, segundo a teoria de Duval (2003, 2009), como um tratamento, pois, conforme mencionado anteriormente, um tratamento é uma transformação que se efetua no mesmo registro, aquele em que as regras de funcionamento são utilizadas, mobilizando, então, apenas um registro de representação. Nesse caso, os alunos deveriam apenas trabalhar no próprio registro algébrico.

A hipótese para esta tarefa é de que a resolução dar-se-ia de forma espontânea pelos estudantes, uma vez que exige apenas a substituição de valores dos pares ordenados, sem alterar o registro de partida e chegada, ou seja, a resolução parte do registro algébrico e termina no mesmo registro.

Porém, nesta tarefa, apenas 7% dos alunos obtiveram êxito, como mostra a figura 7.

Figura 7 – Protocolo aluno 3 da tarefa 4

<p>Resolução:</p> $y - y_A = m(x - x_A)$ $y - 2 = \frac{1}{2}(x + 1)$ $y - 2 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ $2y - 4 = x + 1$ $2y - 4 - x - 1 = 0$ $-x + 2y - 5 = 0$

Fonte: FARIA, 2011, p. 83.

Nesta atividade, o aluno 3 realiza de forma correta a interpretação, aplicando a equação fundamental de reta, utilizando o par ordenado e o coeficiente angular, encontrando a equação de reta de forma correta. Apesar de se tratar de uma tarefa de transformação de tratamento, visto que o registro inicial (algébrico) permanece até o final, viu-se, por meio da análise, que, por se tratar de retas paralelas, os alunos apresentaram muita dificuldade em reconhecer a igualdade entre os coeficientes angulares.

Verifica-se, que um erro comum entre os alunos para esta tarefa foi aplicarem de forma correta a equação fundamental de reta, porém errarem ao efetuar o cálculo do coeficiente angular, cometendo, além de um erro no procedimento aritmético, um erro na operação com números inteiros e, por consequência, utilizando o coeficiente angular de forma equivocada, não encontrando a equação de reta de forma correta.

A tarefa 6 consta de uma transformação de conversão e representa um problema com quatro retas representadas no registro algébrico que se cruzam nos eixos coordenados, formando com os mesmos um quadrilátero, conforme verificado na figura 8.

Figura 8 – Tarefa 6 do instrumento I – Transformação de conversão

6)A foto de um satélite registrou na Amazônia uma área desmatada.Tal foto, representada sobre um sistema de coordenadas cartesianas, forma um polígono cujos lados são representados pelas equações de reta : $(r) -x + y - 4 = 0$; $(s)x + y - 4 = 0$; $(t)x -y - 4 = 0$ e $(u)x + y + 4 = 0$.Quantos hectares de mata foram desmatados ?

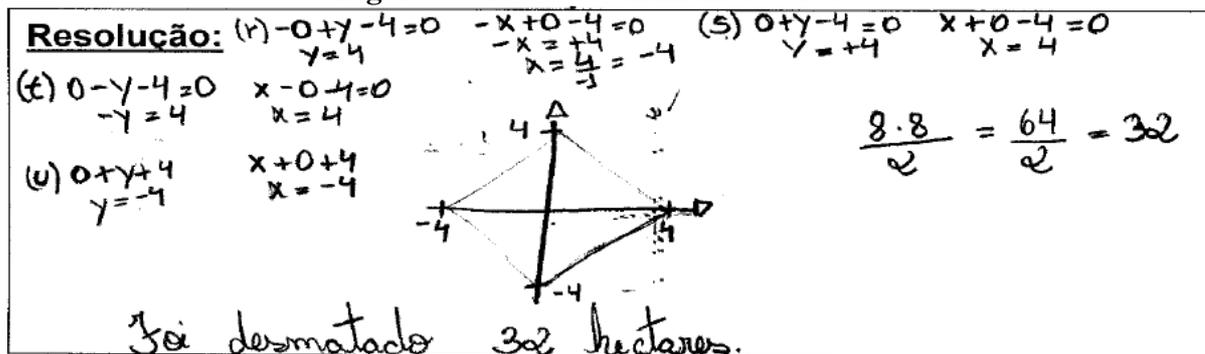
Fonte: FARIA, 2011, p. 65.

Esta tarefa, conforme apresentado na figura 8, solicitava que os participantes determinassem quantos hectares de mata foram devastados. Neste caso, o aluno necessitaria determinar os pontos de intersecções entre as respectivas retas (r), (s), (t), e (u) com as coordenadas cartesianas, formando, assim, um polígono, e deveria determinar sua área.

A hipótese para esta tarefa é de que sua resolução não se daria de forma espontânea pelos alunos, uma vez que exigiria, além da construção de sistemas de equações para a determinação dos vértices do polígono, as respectivas distâncias entre eles. Outra maneira que considerada, seria a hipótese dos mesmos realizarem uma substituição por um valor aleatório da abscissa em uma das retas paralelas, encontrando, assim, um valor correspondente à ordenada e, por consequência, um par ordenado. Ao aplicar esta distância entre este par e a outra reta paralela, pelo cálculo da distância entre um ponto e uma reta, o valor seria encontrado do lado deste polígono, determinando pelo produto entre eles o valor de sua área. Esta tarefa, além de exigir os conhecimentos sobre equações de reta, exigia que os alunos resgassem seus conhecimentos anteriores sobre a noção de área.

Apenas um aluno obteve êxito parcial nesta questão, encontrando os pares ordenados em que as retas interceptam os eixos coordenados, construindo um gráfico, e obtendo, assim, por meio da geometria plana, um registro de área. Na figura 9 pode-se verificar o procedimento de resolução.

Figura 9 – Protocolo aluno 25 da tarefa 6



Fonte: FARIA, 2011, p. 89.

É possível verificar que o aluno, ao desenvolver a tarefa, realiza de forma adequada a interpretação, substituindo de forma correta, tanto na abscissa quanto na ordenada, nas equações de reta apresentadas, o valor correspondente a zero, construindo, dessa forma, um polígono, como é mostrado no protocolo da figura 9. Entretanto, utiliza de forma equivocada os valores correspondentes aos lados deste polígono para encontrar o valor de sua respectiva área em hectares.

Os demais alunos que erraram a questão utilizaram equivocadamente os seguintes procedimentos: elaboraram um determinante de uma matriz, utilizando as próprias equações, formando uma expressão algébrica que não retrata a solução; substituíram os valores de zero nas equações apresentadas, construindo um gráfico cartesiano representando um polígono, porém também admitiram um valor equivocado para a medida de um de seus lados; elaboraram equivocadamente sistemas de equações com as equações de reta fornecidas, não visualizando a possibilidade de intersecções destas retas com os eixos coordenados.

Esta tarefa foi a que mais gerou dificuldades para os alunos, visto que, além de exigir as mobilizações de conhecimentos relativos ao estudo de equações de reta, seria necessário mobilizar conhecimentos pertinentes ao estudo de distância entre dois pares ordenados, e das grandezas e medidas, no caso a noção de área. Usar a noção de área que tinham, contribuiu com os alunos para a resolução de dificuldades, uma vez que nesse caso esta noção funciona como articuladora do conteúdo matemático solicitado. Isso também foi levado em consideração.

Algumas considerações

Com base na análise das tarefas propostas por meio deste instrumento durante a pesquisa de campo, ficou evidente que as dificuldades dos alunos concentram-se em tarefas que exigem uma transformação de conversão, quando esta exige que o aluno passe do registro gráfico para algébrico, considerando ainda que durante esta transformação ocorram registros intermediários.

Assim, foi possível verificar que a dificuldade encontrada pelos alunos no trabalho, com esta transformação de conversão entre estes dois registros – gráfico para algébrico – é proveniente da fragilidade que eles apresentam em ler as informações apresentadas em uma determinada representação semiótica, a fim de traduzir estas mesmas informações do objeto matemático para realizar sua elaboração em outro registro de representação semiótica, sem alterar seu estatuto de objeto matemático.

Esta constatação foi realizada a partir da verificação dos protocolos dos alunos, a forma como eles mobilizaram seus conhecimentos matemáticos, e a percepção de que, apesar de demonstrarem conhecer as ferramentas matemáticas a serem utilizadas no estudo de equações de reta, por exemplo, matriz de terceira ordem e coeficiente angular, eles não sabiam desenvolver as técnicas para aplicação de tais ferramentas.

Os alunos também apresentaram dificuldade na transformação de tratamento, e esta situação permitiu a verificação, por meio desta transformação, das fragilidades conceituais que os alunos podem ter no estudo de determinadas noções matemáticas, ou seja, as dificuldades em mobilizar conhecimentos matemáticos. Outro indicativo que esta tarefa pode dar é que nem sempre o trabalho com um conteúdo matemático é simples para os alunos, como pode parecer ser à vista de professores.

Também foi constatada a importância de se estudar equações de reta, de se trabalhar com situações em que os alunos possam utilizar o mesmo objeto matemático por meio de representações distintas, um passo importante na aprendizagem em Matemática e também um meio útil para que seja possível aos alunos a conexão entre conhecimentos matemáticos aprendidos anteriormente e os novos que são introduzidos.

Um trabalho desta forma pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos educandos, ou seja, um trabalho por meio de uma aprendizagem não fragmentada e que não privilegie apenas o reconhecimento de um objeto matemático por uma única representação semiótica que se faz dele.

Com base nos registros de representação semiótica, este trabalho foi levado em consideração não apenas como forma do professor verificar os problemas de aprendizagem de seus alunos, mas também como um caminho para os professores adaptarem suas práticas docentes e as perspectivas em relação ao trabalho em sala de aula, no sentido de compreender em que momento ocorrem os problemas no estudo de equações de reta, se são relacionados à introdução do novo conteúdo ou se são decorrentes da falta de articulação com o que já foi aprendido pelos alunos em séries anteriores.

O fato não é que os alunos desconhecem os procedimentos de resolução de tarefas que envolvem equação de reta, mas sim que eles apresentam dificuldades em utilizar adequadamente as ferramentas matemáticas aprendidas, por não saberem conceitualmente a hora certa de usar as técnicas que aprenderam.

Ficou claro, a partir desta pesquisa, que o estudo de equações de reta, quando ocorre de forma apenas procedimental, não possibilita ao aluno construir conhecimentos para que estejam disponíveis quando solicitados em uma situação em que não é explícito ou há indicações do que está sendo solicitado.

Um importante recurso para esta questão poderia ser trabalhar com os alunos evidenciando as conexões que o estudo de equações de reta pode ter com outros conteúdos matemáticos, visto que o estudo das equações de reta se constitui em um domínio onde é necessário que se articulem conhecimentos de álgebra e geometria simultaneamente. Esta combinação de diversos registros de representação semiótica é fundamental para a apropriação conceitual dos alunos no estudo de equações de reta.

Com base nas considerações realizadas até o momento, pode-se concluir que o eventual fracasso do aluno na resolução de determinados tipos de tarefas pode ser explicado pelo fato deste não reconhecer os diferentes registros de representação semiótica de um mesmo objeto matemático. Isso pode ocorrer porque a cultura escolar nas aulas de Matemática se fazer sempre centrada em determinados registros, não possibilitando aos alunos reconhecer as demais representações de um determinado objeto matemático.

Referências

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives**, v. 5, 1993, p. 37-65.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FARIA, R. R. **Uma abordagem didática em relação à aprendizagem das equações de reta no estudo de geometria analítica no ensino médio**. 2011. 122f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.