

## **A construção de conceitos da geometria plana com o uso de materiais concretos e digitais: uma experiência com Tangram**

### **The construction of plane geometry concepts using concrete materials and digital: an experience with Tangram**

Rodrigo Sychocki da Silva<sup>1</sup>

[rodrigo.silva@caxias.ifrs.edu.br](mailto:rodrigo.silva@caxias.ifrs.edu.br)

Daniela Cristina Vargas Lopes<sup>2</sup>

[daniela.lopes@caxias.ifrs.edu.br](mailto:daniela.lopes@caxias.ifrs.edu.br)

#### **Resumo**

A proposta do artigo é apresentar uma pesquisa feita na escola básica com alunos das séries iniciais no ano de 2012. Através de uma sequência de atividades elaboradas com material concreto e digital envolvendo o jogo Tangram, propomos uma possibilidade de abordagem dos conceitos de perímetro e área de figuras planas no ensino fundamental. A pesquisa de caráter qualitativo se fundamenta na teoria dos níveis de Van Hiele para justificar os progressos na construção do conhecimento pelos alunos. Ao final da pesquisa, como forma de um produto, disponibilizamos na internet uma versão de acesso livre do jogo Tangram construído com o auxílio do software Geogebra<sup>3</sup>.

**Palavras-chave:** Área. Educação Matemática. Perímetro. Tangram. Van Hiele.

#### **Abstract**

The purpose of this article is to present a survey on elementary school students with the initial series in 2012. Through a sequence of activities designed with concrete material and digital involving the game Tangram, we propose a possible approach of the concepts of perimeter and area of plane figures in elementary school. A qualitative research study is based on the theory of Van Hiele levels to justify the progress in the construction of knowledge by students. At the end of the research, as a form of a product, we provide a version of the Internet access free of Tangram game built with the support of software Geogebra.

**Keywords:** Area. Mathematics Education. Perimeter. Tangram. Van Hiele.

---

<sup>1</sup> Mestre em Ensino de Matemática (UFRGS) e doutorando em Informática na Educação (UFRGS). Professor do IFRS – Caxias do Sul.

<sup>2</sup> Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática no IFRS – Caxias do Sul.

<sup>3</sup> Software de geometria dinâmica, gratuito e disponível em <http://www.geogebra.org/> (acesso em 03/05/2012).

## 1. Introdução

Esse artigo consiste em apresentar o desenvolvimento de uma pesquisa que ocorreu desde a elaboração do material didático, acompanhado de experimentação e análise dos dados obtidos com estudantes do 4º ano do ensino fundamental da Escola Ivanyr Euclínia Marchioro, na cidade de Caxias do Sul (RS), durante o ano de 2012.

Inicialmente na investigação, decidimos contextualizar qual o problema da nossa pesquisa, na qual chegamos à seguinte questão: *Como é possível envolver os alunos das séries iniciais em atividades que auxiliem na construção dos conceitos de perímetro e área de figuras planas?* Nossa hipótese para a pesquisa é que somente com a apresentação do assunto pelo professor, sem a participação efetiva e construção ativa do conhecimento pelos alunos, a aprendizagem desses conceitos da geometria ficam comprometidos para o futuro dos estudantes.

Destacamos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) ressaltam a importância da participação do aluno no seu processo de aprendizagem e construção dos conceitos matemáticos. Isso significa que a aprendizagem se torna qualitativamente melhor quando o professor estabelece relações e faz com que o aluno pense, reflita e atue sobre os elementos matemáticos envolvidos nas atividades.

A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos. (PCN+, 1997, p. 19)

Com isso, destacamos a importância da ação dos professores das séries iniciais em propor alternativas metodológicas para obter resultados mais eficientes no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos pelos seus alunos. As noções de geometria plana apresentadas nas séries iniciais muitas vezes de forma não eficiente, fazem com que os alunos construam os conceitos de maneira equivocada ou deficiente, comprometendo os conceitos que serão futuramente tratados na escola.

Neste artigo apresentamos uma sequência de atividades envolvendo o uso do Tangram, onde os alunos foram colocados diante de diversas situações didáticas que consideramos serem importantes para a construção dos conceitos envolvidos. Durante a nossa proposta didática, foram usados materiais concretos e também digitais, possibilitando que os alunos participassem de uma variedade de situações que consideramos propícias para a aprendizagem.

Destacamos que a matemática abordada através das atividades desenvolvidas no Tangram, produzidas juntamente com os alunos e pelos alunos é uma grande fonte de conhecimento na sala de aula, uma vez que nessa pesquisa foi possível analisar diversas maneiras de argumentação e formas de desenvolver os raciocínios durante a execução das atividades pelos alunos, e consideramos que isso seja um fator que produza alguma reflexão sobre a prática docente no ensino básico.

A fundamentação teórica utilizada nessa pesquisa para argumentar sobre a construção dos conceitos de perímetro e área de figuras planas pelos alunos, é a teoria dos níveis de Van Hiele, a qual afirma que o desenvolvimento de um conteúdo matemático atravessa por níveis ou estágios. São eles: visualização ou reconhecimento, análise, ordenação e classificação, dedução formal e rigor.

A metodologia de pesquisa utilizada nesta proposta foi a qualitativa, onde o professor através de uma sequência de experimentos realizados com a turma inteira procura repensar a sua prática docente com a finalidade de contribuir no processo de aprendizagem dos seus alunos. Para que ocorresse a pesquisa foi estabelecido um plano de ação, caracterizando assim um desenho de pesquisa qualitativa, proposto por Flick (2009). Esse desenho de pesquisa consistiu em estabelecer as metas e objetivos que deveriam ser alcançados durante a aplicação da sequência de atividades.

## **2. A teoria de Van Hiele**

Segundo Rodrigues (2007), o modelo da teoria de Van Hiele proposto por Dina Van Hiele Geldof e seu marido Pierre Marie Van Hiele, teve seu início nas observações feitas sobre as dificuldades apresentadas por seus alunos em aulas de geometria. Pode-se dizer que o estudo de modelos geométricos pode ser usado para orientar durante o processo de formação e também para avaliar as habilidades dos alunos. A principal característica do modelo proposto

pelos Van Hiele é que os alunos avancem de acordo com uma sequência de etapas através da compreensão dos conceitos, onde ao mesmo tempo aprendem geometria.

Em Lorenzato (1995), encontramos os aspectos que caracterizam o modelo proposto pela teoria de Van Hiele, que admite a existência de níveis de aprendizagem geométrica, ou também níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, com as seguintes características: em um nível inicial de visualização, as figuras são avaliadas somente pela sua aparência. Neste nível podem ser encontrados os alunos que apenas conseguem reconhecer ou reproduzir figuras através das formas e não pelas suas propriedades.

No nível seguinte, que consiste em realizar análises, os alunos percebem as características das figuras e descrevem algumas propriedades delas; no próximo nível, caracterizado pela ordenação, as propriedades das figuras são organizadas logicamente e a construção das definições se baseia na percepção do aluno pelo necessário e suficiente. Nesta etapa, as demonstrações podem ser acompanhadas, mas dificilmente são elaboradas pelos alunos. Nos dois níveis seguintes estão os alunos que constroem argumentações e comparam sistemas de representações, sendo capazes de organizar a sua aprendizagem.

Rodrigues (2007), ainda destaca as seguintes características da teoria de Van Hiele que são pertinentes nesta pesquisa, tais como:

- A memorização não é considerada ao caracterizar os níveis;
- Os níveis são sequenciais, isto é, a criança avança de um nível para outro sem saltar etapas;
- Os níveis podem ser considerados discretos e globais, ou seja, uma criança pode estar no mesmo nível em diferentes contextos;
- As crianças que estão em um determinado nível não podem interagir ou compreender o ensino em níveis mais elevados;
- desenvolvimento do pensamento da criança de um nível para outro é consequência do ensino e das suas experiências de aprendizagem, e não possuem relação com os aspectos de maturidade.

Através dos níveis propostos pela teoria de Van Hiele juntamente com a realidade escolar baseada muitas vezes nas dificuldades na aprendizagem de matemática pelos alunos, encontramos os subsídios teóricos necessários para elaborar, aplicar e analisar uma sequência

de atividades destinadas aos alunos do ensino fundamental e que abordem área e perímetro das figuras planas.

### **3. Alguns estudos já realizados**

Em uma das etapas da pesquisa foi proposto aos alunos a utilização de um Tangram virtual. Atualmente, o software Geogebra ocupa lugar de destaque na abordagem de assuntos envolvendo geometria, pois ao possibilitar o trabalho da geometria de forma dinâmica, torna a participação do aluno um fator importante no processo de sua aprendizagem.

Nessa etapa da pesquisa, foram estudados alguns trabalhos envolvendo o uso desse software em aulas de matemática e em cursos de formação para professores. Foi observado nas pesquisas já realizadas que apenas a inserção da tecnologia sem a prévia preparação metodológica por parte do professor não é suficiente para a execução de um bom trabalho. Trata-se de ganho qualitativo para os alunos quando o professor tem preparo e a organização metodológica para propor e acompanhar atividades com o uso da tecnologia. Neste caso, o Geogebra surge como uma possibilidade de complementar o trabalho desenvolvido e que pode enriquecer a prática docente.

Nesse aspecto, Lins & Reis (2010) apontam a necessidade de iniciativas diferenciadas para tornar a aprendizagem de conceitos geométricos melhores para os alunos. Eles também destacam que a introdução de novas ferramentas como a tecnologia, modifica o ensino da geometria e torna a aprendizagem mais significativa. Para os autores, o professor além de ser questionado, questiona-se sobre seu papel de educador na era da informação, já que a escola não é detentora do saber, não sendo o professor o único agente da aprendizagem. O professor que é desafiado a utilizar o computador como ferramenta da aprendizagem sente a necessidade de buscar conhecimento, tornando-se necessário concentrar-se em ações que façam com que o aprendizado seja desafiador.

Venturini (2010) destaca em sua pesquisa que o uso de softwares para trabalhar geometria dinâmica, é mais um recurso didático que pode ser utilizado pelo professor, mas não o substitui. O uso destes, quando feito adequadamente, ajuda a motivar os alunos auxiliando na exploração do conteúdo, propiciando o aprendizado. Neste caso, percebemos que a geometria dinâmica permite construir o conhecimento, já que o aluno na maioria dos casos quando

somente ouve, pode vir a esquecer o assunto, então destacamos que a compreensão acontece realmente quando os alunos têm a oportunidade de agir nas mais diversas situações.

A sequência de atividades propostas com o uso do Tangram evidencia na nossa pesquisa que o uso de diferentes recursos pelo professor no momento de aula gera contribuições cognitivas para todos os envolvidos, inclusive para o professor. Venturini (2010) aponta que além do ganho cognitivo, o uso de um software na sala de aula também possibilita: trabalhar a diversidade do pensamento lógico matemático, dedutivo e abstrato; aumento da capacidade criativa de resolver problemas, cabendo, portanto aos educadores propor as estratégias adequadas para dinamizar suas aulas, estimulando a atenção, concentração, autoconfiança, raciocínio lógico dedutivo e senso cooperativo.

#### **4. Metodologia**

A metodologia de pesquisa aqui presente se caracteriza por ser de cunho qualitativo, uma vez que o acompanhamento da evolução dos alunos no decorrer da sequência de atividades propostas se identificou conforme afirma Flick (2006):

A pesquisa qualitativa é uma atividade situada que posiciona o observador no mundo. Ela consiste em um conjunto de práticas interpretativas e materiais que tornam o mundo visível. Essas práticas transformam o mundo, fazendo dele uma série de representações, incluindo notas de campo, entrevistas, conversas, fotografias, gravações e anotações pessoais. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve a postura interpretativa e naturalística do mundo. Isso significa que os pesquisadores desse campo estudam as coisas em seus contextos naturais, tentando entender ou interpretar os fenômenos em termos dos sentidos que as pessoas lhes atribuem. (FLICK, 2006, p. 16)

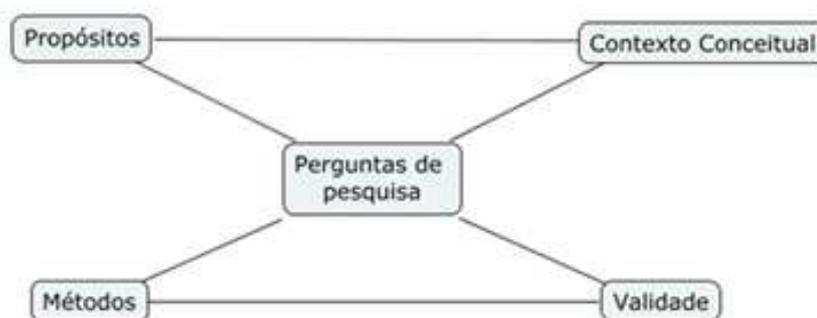
A elaboração de um “desenho de pesquisa” que seja adequado ao tema e à proposta metodológica é importante para garantir a qualidade do estudo e dos resultados obtidos para análise futura. Para o encaminhamento da nossa proposta envolvendo o Tangram e o ensino de conceitos da geometria, fizemos a elaboração do “desenho de pesquisa”, termo que Ragin (1994) define da seguinte forma:

O desenho de pesquisa é um plano para coletar e analisar as evidências que possibilitarão ao investigador responder a quaisquer perguntas que tenha feito. O desenho de uma investigação toca em quase todos os aspectos de uma pesquisa,

desde os detalhes minuciosos da coleta de dados até a seleção de técnicas de análise de dados. (RAGIN, 1994, p. 191)

Durante a execução dessa pesquisa, percebemos que o uso do termo trazido por Ragin (1994) ocorreu durante todas as etapas da investigação. Maxwell (2005) apresenta através de um esquema, conforme mostra a figura 1, os componentes envolvidos na execução de uma pesquisa qualitativa, além disso, propõe que o conceito de desenho da pesquisa utilizado pelo pesquisador considere diferentes abordagens, evitando-se a rigidez no entendimento do que vem a ser uma pesquisa qualitativa durante as etapas envolvidas.

**Figura 1** – Modelo interativo de desenho da pesquisa proposto por Maxwell (2005, p. 5).



Na presente pesquisa, observamos a importância do esquema mostrado anteriormente no que diz respeito à construção e elaboração das atividades para ser utilizadas com os alunos. A interatividade proposta por Maxwell (2005) aponta que o professor em suas atividades na sala de aula deve estar constantemente desenvolvendo métodos para validar os seus questionamentos, que surgem durante o momento de aprendizagem dos seus alunos.

A proposta de ensino envolvendo conceitos de geometria e o uso do Tangram ocorreu nas seguintes etapas:

1º) Apresentação e discussão da lenda<sup>4</sup> envolvendo o Tangram.

---

<sup>4</sup> Disponível em:  
<[http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/e\\_fund\\_a/mat\\_didat/tangram/tangram.html](http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/e_fund_a/mat_didat/tangram/tangram.html)>. Acesso em 05 mar. 2012.

2º) Atividade de reconhecimento das formas geométricas na exploração do Tangram feito de EVA<sup>5</sup> seguido da construção das primeiras figuras.

3º) Construção e exposição de um mural com as figuras construídas no Tangram. Cada aluno utilizando o seu próprio Tangram como molde, recortou e montou em papel colorido uma imagem que foi colocada em um mural exposto na escola.

4º) Atividade de manipulação e exploração do Tangram virtual<sup>6</sup> construído no Geogebra. Nesse momento foi realizada a discussão sobre perímetro e área de figuras planas.

5º) Atividade de manipulação e exploração do Tangram virtual disponibilizado no sistema Linux Educacional.

6º) Aplicação de um questionário investigativo, envolvendo os assuntos abordados no decorrer das aulas anteriores.

No que segue, vamos apresentar a sequência de atividades aplicadas, onde através do referencial teórico escolhido foi possível analisar e explorar a produção dos alunos. Após a análise dos dados coletados durante a execução das atividades, retomamos o questionamento apresentado na introdução desse artigo, a fim de tentar respondê-lo ou verificar se a nossa sequência de atividades aponta algum caminho para a construção dos conceitos de área e perímetro de figuras planas nas séries iniciais.

## **5. O encaminhamento da proposta**

Na atividade inicial envolvendo a lenda sobre o Tangram, notamos o considerável interesse dos alunos pelo assunto. Ao abordar aos assuntos envolvendo a história da matemática, o professor torna a abordagem inicial para os conteúdos algo interessante e ao mesmo tempo curioso para os alunos, que se dão conta que a matemática não é uma ciência pronta e acabada. Trata-se de uma ciência onde os conceitos são construídos e aperfeiçoados ao longo do tempo.

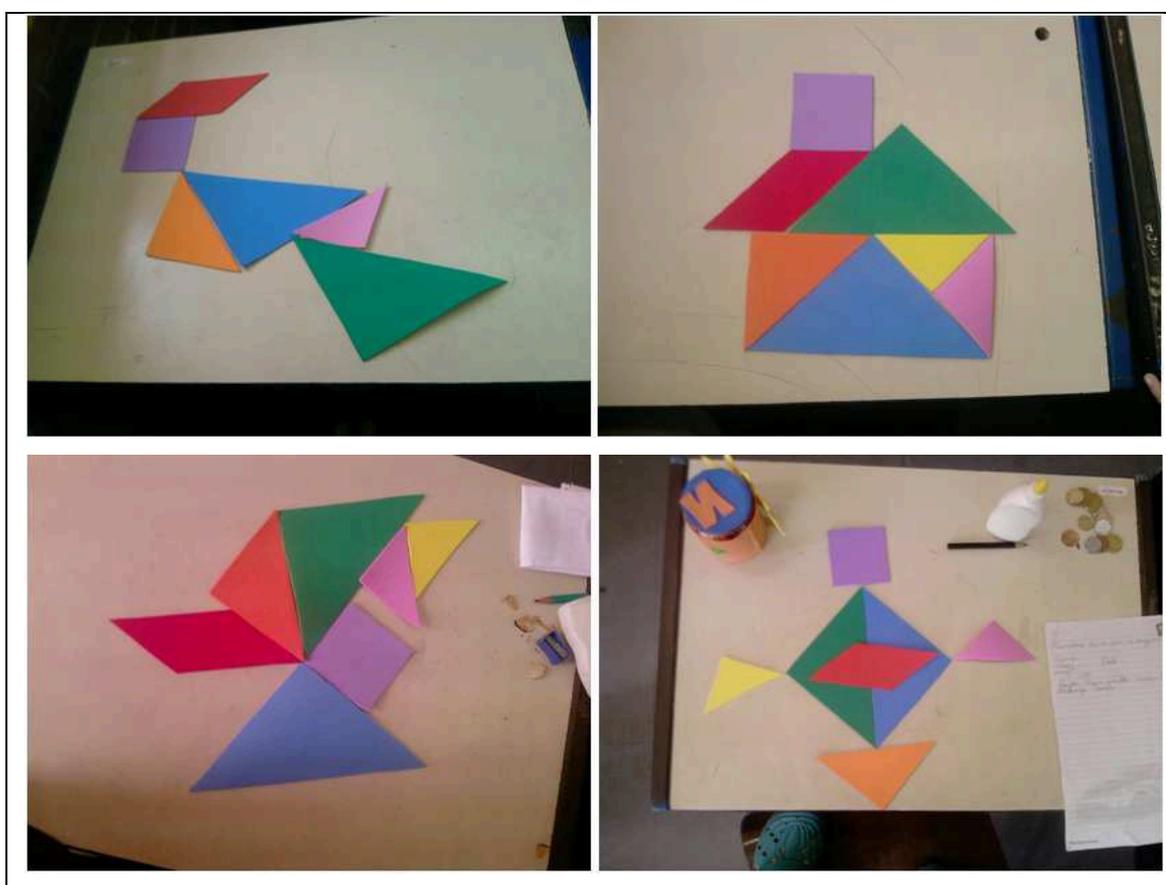
---

<sup>5</sup> Sigla de “Espuma Vinílica Acetinada”. É um tipo de espuma sintética muito usada para produtos infantis e material escolar.

<sup>6</sup> Disponível em : < <http://www.geogebraTube.org/student/m23020>>. Acesso em 01 dez. 2012.

Durante a exploração realizada com o Tangram feito de EVA, notamos que a manipulação do material concreto permitiu os alunos identificar as diferentes formas geométricas (quadrado, triângulo e paralelogramo) e também serviu para que eles enumerassem as várias possibilidades de montagens com a utilização das peças do jogo. Foi observado também que alguns alunos identificaram propriedades presentes nas figuras tais como a congruência dos lados e a presença da simetria. Observamos ainda que nessa atividade, alguns alunos destacaram que o paralelogramo era a única figura que precisava ser girada de uma forma diferente para ser encaixada na construção e isto está relacionado ao fato da figura não possuir simetria axial<sup>7</sup>. Na Figura 2 abaixo, podemos ver alguns exemplos das produções dos alunos.

**Figura 2** – Construções dos alunos usando o Tangram de EVA.



Durante essa atividade envolvendo a manipulação do Tangram feito de EVA foi proposto aos alunos alguns questionamentos envolvendo a construção realizada por eles. As perguntas apresentadas foram: (1) Quais as figuras utilizadas em sua montagem? (2) Houve

<sup>7</sup> É quando uma reta divide a figura em duas partes na qual uma delas pode ser obtida pela reflexão da outra em torno dessa reta.

sobreposição de figuras? (3) Qual nome você deu para sua criação? Percebemos que a identificação das figuras pelos nomes (triângulo, quadrado e paralelogramo) através observação das suas características foi alcançada por todos os alunos envolvidos nessa atividade. Notamos também que a figura chamada de “triângulo” por eles, continuava sempre sendo chamada de “triângulo” apesar das modificações ocorridas no seu tamanho.

A construção de um mural para ser exposto na escola envolveu todos os alunos em uma tarefa coletiva e colaborativa. Com o objetivo de expor a construção feita em sala de aula, notamos o desejo coletivo de fazer um mural que chamasse a atenção das pessoas que fossem vê-lo ao passar no corredor. Do ponto de vista pedagógico, acreditamos que essa é uma tarefa que deve ser proposta pelos professores, pois ao valorizar a construção e participação do aluno na construção de materiais influencia-se qualitativamente na aprendizagem dos estudantes.

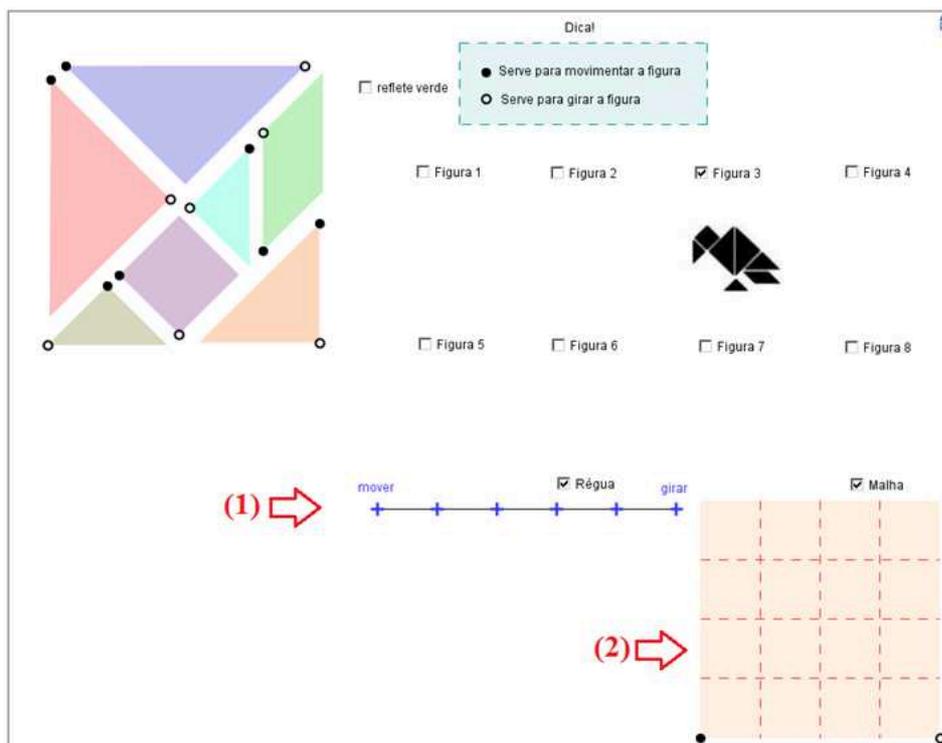
A próxima etapa da sequência de atividades consistiu em utilizar o Tangram virtual construído com o software Geogebra. Em um momento inicial, os alunos manipularam o jogo livremente, a fim de conhecer as ferramentas disponíveis e o modo de movimentar as figuras. Após esse reconhecimento a familiarização com o software, foi proposto aos alunos que eles dividissem as peças do Tangram em grupos, onde cada grupo possuísse uma característica que o identificasse. Prontamente, alguns alunos formaram três grupos, um de triângulos, outro com o quadrado e outro com o paralelogramo. Outros alunos dividiram as peças em dois grupos: triângulos e quadriláteros, sendo o número de lados o critério escolhido para a divisão.

Perante o fato de ter ocorrido dois critérios para a classificação, os alunos foram questionados se existia alguma semelhança ou diferença entre a figura ser um quadrado e ser um paralelogramo. Os alunos argumentaram então que as duas figuras possuem o mesmo número de lados, mas um critério que servia para diferenciá-los era que o quadrado possuía uma “simetria perfeita” e o paralelogramo não. A expressão “simetria perfeita” diz respeito à simetria axial que o quadrado possui e o por sua vez o paralelogramo não.

Na figura 3 podemos visualizar o jogo do Tangram virtual, onde as ferramentas de “régua” (1) e “malha” (2) foram construídas com o objetivo de explorar com os alunos os conceitos de perímetro e área das figuras planas. No início da discussão, foi perguntado para os alunos que tipo de uso poderia ter essas ferramentas dentro do jogo. Mesmo a régua apresentada no objeto virtual não possuir graduação, os alunos responderam que ela servia para calcular o

comprimento de um lugar até o outro. Para poder usar essa ferramenta, eles definiram que a distância entre duas marcas consecutivas da régua determinava a unidade.

**Figura 3** – Tangram virtual<sup>8</sup>.



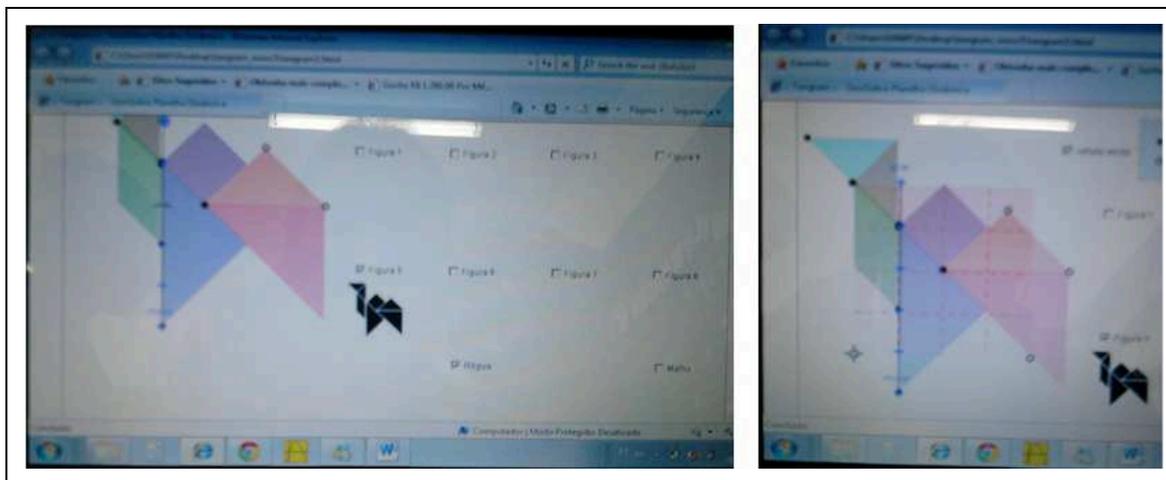
No caso da ferramenta “malha”, a função dela não foi percebida de início pelos alunos. Acreditamos que a não percepção está relacionada com o fato de primeiro ser construído o conceito de perímetro de uma figura plana, já que o trabalho com o instrumento para medir tamanhos e comprimentos (régua) é iniciado desde cedo nas séries iniciais.

Ao arrastar e girar a malha sobre as figuras montadas no Tangram, a sobreposição da malha sobre a imagem formada transmitia a ideia da mensuração da cobertura daquela figura. Neste momento, os alunos testaram com a régua a medida da malha e verificaram que a distância horizontal ou vertical entre duas linhas tracejadas da malha era igual a unidade anteriormente definida para o cálculo do comprimento. Percebendo isso, a professora que conduzia as atividades, questionou se poderiam chamar “um” dos “quadrados” da malha de unidade. Os alunos afirmaram que sim e juntamente com a professora classificaram esse pequeno quadrado na malha de unidade de área. Verificaram em seguida que a “malha” visualizada no Tangram virtual possuía 16 unidades de área. Na figura 4 visualizamos um aluno utilizando as

<sup>8</sup> Disponível em: < <http://www.geogebraTube.org/student/m23020>>. Acesso em 01 dez. 2012.

ferramentas de régua e malha no Tangram virtual após construir uma das imagens propostas pelo jogo.

**Figura 4** – Aluno X usando a régua e a malha no Tangram Virtual.



Nesse momento a sequência de atividades chegou ao seu ponto mais importante, pois estava iniciada a discussão envolvendo o perímetro e área das figuras planas. Ao discutir com os alunos sobre o perímetro das figuras, não houve dificuldade deles perceberem que a régua poderia ser usada para fazer essa medição. Caracterizou-se então o perímetro como o tamanho da cerca que envolve uma figura plana. Logo, na realização das medições dos contornos das figuras criadas por eles, ficou claro para os alunos que eles estavam fazendo a medição do perímetro das figuras através do uso da ferramenta régua.

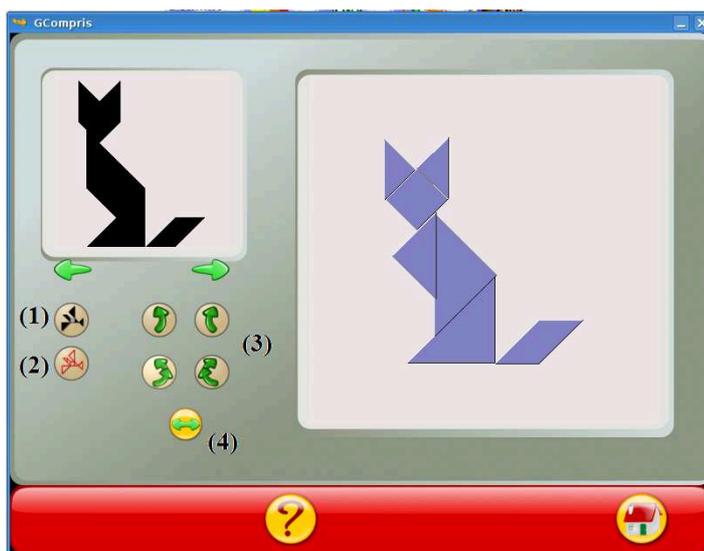
Na sequência, a contagem das unidades de área foi feita através do uso da malha quadriculada. Os alunos realizaram a contagem dos quadrados que cabiam na imagem e através disso sabiam afirmar qual o valor aproximado da área formada pela imagem. Usaram amplamente o recurso de girar e mover a malha por cima da figura montada, a fim de ajustar conforme ficava melhor de fazer a contagem. No decorrer dessa etapa da atividade, alguns alunos se deram conta que as figuras formadas pelas peças do Tangram constituíam uma peça única maior. Com base nesse argumento, eles deduziram que todas as oito figuras propostas no jogo possuíam a mesma área de valor 16.

A hipótese de que o perímetro possuía essa mesma relação foi colocada em teste já com as primeiras medições usando a ferramenta régua, onde os alunos verificaram rapidamente que o perímetro não preservava essa mesma propriedade da área. É interessante destacar que os alunos ao mesmo tempo em que formulavam as hipóteses, o jogo do Tangram virtual permitia

que eles testassem a validade delas. A tecnologia contribui positivamente nesse sentido para o ensino de matemática, uma vez que os estudantes são capazes de construir e discutir ideias matemáticas através de argumentos, conforme apresentamos na seção (3) desse texto.

Com o Tangram virtual construído no Geogebra foi possível abordar com os alunos diversos assuntos da geometria plana: classificação de figuras, perímetro e área. A próxima etapa da sequência de atividades consistiu em apresentar aos alunos outra versão de Tangram, também virtual, que já estava instalada nos computadores da escola. Trata-se de uma versão disponibilizada no sistema Linux Educacional<sup>9</sup>, conforme mostra a figura 5. Nesse Tangram há ferramentas que possibilitam ao estudante construir uma figura através de sua área (1) ou perímetro (2). A ferramenta de giro oferece duas possibilidades (3) e ainda há a possibilidade de obter a figura simétrica usando a opção (4).

**Figura 5** – Jogo Tangram no Linux Educacional.



O uso desse outro Tangram virtual fez com que os alunos relatassem que a atividade envolvendo o Tangram no software Geogebra foi melhor para a abordagem dos conceitos, pois apresentava uma quantidade maior de desafios e também mais possibilidades de exploração do ambiente na tela do computador. Ainda destacaram que a atividade de medir o perímetro de cada figura montada e determinar as suas áreas foi o que mais prendeu a atenção deles, ainda mais no momento que chegaram à conclusão que as áreas de todas as figuras

<sup>9</sup> Sistema operacional muito usado nos computadores das escolas públicas pelo fato de ser um software livre de custo. Disponível em: <<http://linuxeducacional.com/>>. Acesso em 10 jan. 2013.

eram iguais. Na figura 6 abaixo, vemos os alunos trabalhando com o software no laboratório de informática da escola.

**Figura 6** – Alunos explorando o Tangram disponibilizado no Linux Educacional.



A última etapa da sequência de atividades consistiu na aplicação de um questionário, onde o objetivo era possibilitar aos alunos um momento de reflexão e organização dos conceitos envolvidos nas atividades. Os questionamentos propostos para a turma foram:

- 1) *O que você aprendeu brincando com o Tangram?*
- 2) *Nós já conversamos sobre o que é a área de uma figura. Lembra? Pensando em todas as figuras que você montou, você notou alguma semelhança ou diferença entre as áreas delas?*
- 3) *Nós também já falamos sobre o perímetro de uma figura. Lembra? O que acontece com o contorno de cada figura que você montou?*
- 4) *Você acha que existe alguma relação entre a área de cada figura montada e seu contorno? Por quê?*
- 5) *Quando jogamos o Tangram virtual, apenas uma das peças podia ser “virada”, o paralelogramo. Você consegue imaginar por que isto só acontece com ele?*
- 6) *Agora, com suas palavras, descreva como foi brincar com os dois tipos de Tangram: em sala de aula e no laboratório de informática.*

Com o questionário proposto aos alunos encerramos a aplicação da sequência de atividades que envolveram conceitos de geometria. A organização de um desenho de pesquisa adequado

para esse trabalho permitiu que a sequência fosse analisada pelos pesquisadores durante e após a aplicação das atividades. A análise dos resultados obtidos revela informações importantes sobre a aprendizagem dos alunos durante a execução das atividades e isso será mostrado na próxima seção.

## **6. Análise dos resultados obtidos**

Nesta seção vamos apresentar uma reflexão feita sobre a produção dos alunos envolvidos na sequência de atividades. Com base no referencial teórico utilizado, através dos níveis de Van Hiele procuraremos fazer uma análise sobre a aprendizagem dos conceitos de geometria envolvidos nas atividades.

A atividade envolvendo a manipulação do Tangram feito de EVA permitiu observar que os alunos conseguiram classificar as figuras utilizadas em suas construções. Observamos que a figura triângulo é sempre classificada como triângulo pelos alunos; eles apenas fizeram variar a percepção do tamanho da figura: pequeno, médio e grande.

Durante a manipulação das peças em EVA também foi possível notar que alguns alunos perceberam relações entre os tamanhos das peças, conforme ressalta a seguinte fala de um aluno: *“Aqui precisa de dois triângulos pequenos para preencher o triângulo médio (...) precisa de dois triângulos médios para preencher o triângulo grande (...) então precisa de quatro (triângulos) pequenos para encher o (triângulo) grande!”*.

A noção de transitividade e comparações envolvendo áreas de figuras planas é desenvolvida em séries mais adiante na escola, porém foi possível verificar que na atividade com o Tangram de EVA, a manipulação do material tornou possível algumas percepções e formulações elaboradas pelos próprios alunos. Isso mostra que alguns alunos da turma estavam em um nível mais avançado segundo a teoria de Van Hiele, pois foram capazes de formular hipóteses e argumentar sobre suas ideias quando foram questionados. Na figura 7, observamos a organização de uma aluna ao relatar quais peças havia usado na construção de suas figuras.



conceitos é essencial e importante para os alunos quando feita nas séries iniciais com o auxílio do professor.

Quanto ao uso dos diferentes tipos de Tangram, feito de EVA e o virtual, alguns alunos colocaram em suas respostas ter gostado mais de manipular um ou outro, inclusive ambos. Acreditamos que as escolhas ocorreram devido a possibilidade de abordagem nas diferentes formas que envolviam os conceitos matemáticos presentes nas duas formas do jogo. No uso do Tangram virtual foi possível reforçar as relações matemáticas previamente construídas no Tangram de EVA e a partir dessas, construir outras novas relações. Na Figura 8, apresentamos um exemplo de questionário respondido por uma aluna Y (as perguntas estão no final da seção 5 desse artigo).

**Figura 8** – Questionário final respondido pela aluna Y.

1- Eu aprendi montar várias figuras.

2- Sim, não importa a figura montada a área é sempre a mesma.

3- Não, porque dependendo da figura o contorno tem medida diferente.

4- Não, porque o contorno é diferente em cada figura, mas a área é sempre igual.

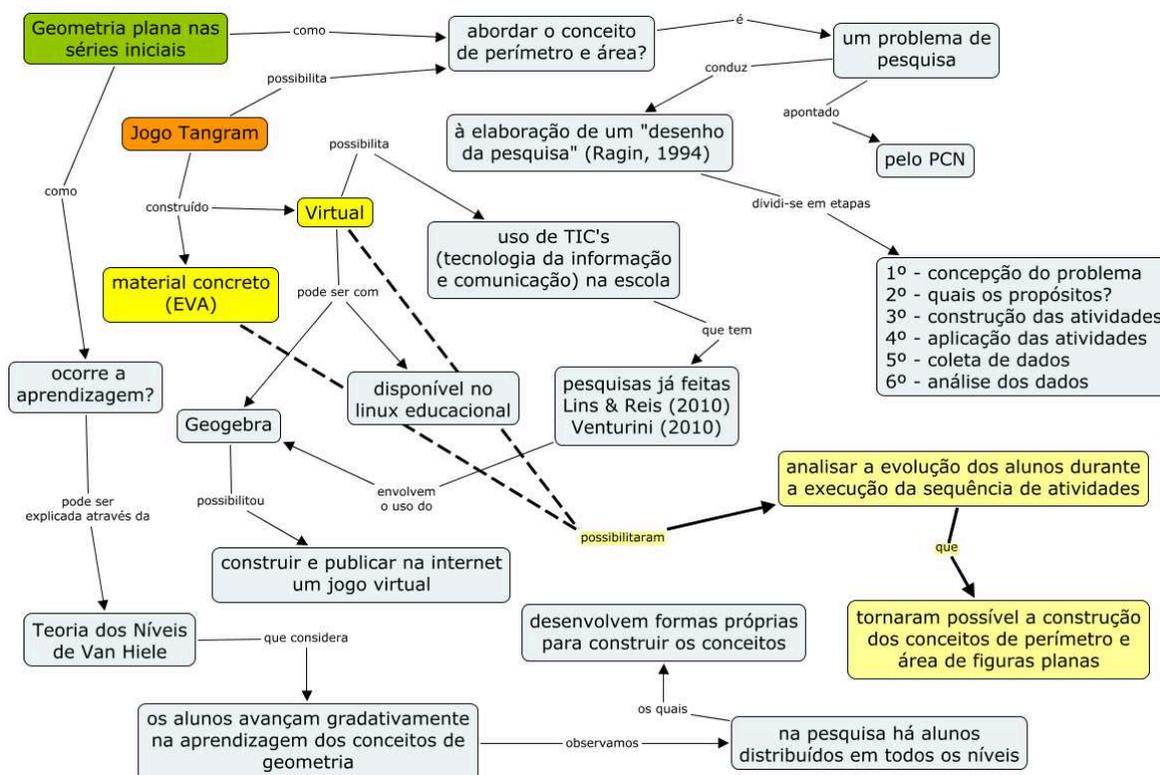
5- Porque ele não é uma figura simétrica.

6- Na sala de aula é melhor de montar o Tangram porque é mais fácil e no laboratório de informática é mais difícil de montar, mas todas são boas de montar.

Ao final da análise dos dados, retomamos a questão norteadora apresentada na introdução desse artigo. A questão proposta no início da investigação foi: “Como é possível envolver os alunos das séries iniciais em atividades que auxiliem na construção dos conceitos de perímetro e área de figuras planas?”. Acreditamos que a sequência de atividades elaboradas e aplicadas utilizando o jogo Tangram respondeu satisfatoriamente a questão colocada, pois levou os alunos a vivenciar diversas situações onde se verificou a ocorrência da aprendizagem matemática em todos os momentos das atividades. O mapa conceitual apresentado na figura 9

mostra a organização da pesquisa relatada nesse artigo, destacando os principais elementos envolvidos desde a concepção e o estudo do problema de pesquisa proposto.

**Figura 9** – Mapa conceitual apresentando o desenho da pesquisa realizada.



## 7. Conclusões parciais

O relato de pesquisa apresentado nesse artigo não pode ser considerado pronto ou acabado. Trata-se de um processo de reflexão contínua sobre a prática docente no ensino da matemática. Ressaltamos que são inúmeras as contribuições dessa pesquisa para o campo da educação matemática, e esperamos que o desenvolvimento dela motivasse cada vez mais um olhar atento dos professores para a matemática desenvolvida nas séries iniciais. Nesse nível de ensino, acreditamos que a construção adequada dos conceitos contribui para que a criança desenvolva o restante da matemática escolar de modo sequencial e lógico.

Cada vez mais é necessário o professor observe os aspectos cognitivos envolvidos na aprendizagem dos conceitos de matemática pelos seus alunos. Acreditamos que através da teoria dos níveis de Van Hiele foi possível explicar as barreiras e progressos por parte dos

alunos envolvidos durante a execução desse trabalho. Além disso, disponibilizamos<sup>10</sup> na internet o jogo do Tangram construído no software Geogebra para que os demais professores-pesquisadores conheçam esse objeto usado em uma parte do nosso trabalho e assim possam elaborar suas próprias estratégias para o uso dele em sala de aula.

## 8. Referências

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*, Brasília, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em 10 set. 2012.

FLICK, U. *Desenho da pesquisa qualitativa*. 1º Ed. Porto Alegre, Artmed, 2009.

FREUDENTHAL, H. Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel, 1973, p.407 In: FONSECA, M. C. F. R. et al. *O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte, Autêntica, 2001.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria?*. A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Disponível em: <[www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes\\_Orais%5Cco0109.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0109.doc)>. Acesso em 10 set. 2012.

MAXWELL, J. A. *Qualitative Research Design. An Interactive Approach*. 2. ed. Thousand Oaks, CA: Pine Forge Press, 2005.

RAGIN, C. *Constructing Social Research: The Unit and Diversity of Method*. Thousand Oaks, CA: Pine Forge Press, 1994.

REIS, H. G. P.; LINS, A. F. *O Uso do Geogebra no Auxílio à Aprendizagem dos Conceitos de Grandezas e Medidas Geométricas*. In: Anais do VI Encontro Paraibano de Educação Matemática. Paraíba, 2010. Disponível em: <<http://www.sbempb.com.br/anais/arquivos/trabalhos/CC-15761409.pdf>>. Acesso em 10 abr. 2012.

RODRIGUES, A. C. *O Modelo de Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico*. Trabalho de Conclusão de curso. Universidade Católica de Brasília, 2007. Disponível em: <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/AlessandraCoelhoRodrigues.pdf>>. Acesso em 10 set. 2012.

---

<sup>10</sup> Disponível em: <<http://www.geogebraTube.org/student/m23020>>. Acesso em 01 dez. 2012.

VENTURINI, D. M. *Geometria Analítica e GeoGebra: Uma combinação perfeita na exploração de conceitos e propriedades*. Centro Universitário Franciscano, UNIFRA, 2010. Disponível em: <[http://www.unifra.br/cursos/matematica/downloads/TFG%20-%20Daniel\[1\]\[1\].pdf](http://www.unifra.br/cursos/matematica/downloads/TFG%20-%20Daniel[1][1].pdf)>. Acesso em 10 maio 2012.