http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p82

Um olhar investigativo sobre as interpretações gráficas dos protagonistas de uma sala de aula de Geometria Analítica

An investigative look on the protagonists graphic interpretations of a classroom Analytic Geometry

Jany Santos Souza Goulart

janymsdesenho@yahoo.com.br

André Luis Mattedi Dias

andre.luis.mattedi.dias@gmail.com

Resumo

Esta investigação é parte de uma pesquisa mais ampla onde analisamos a forma como alunos e professor, que respectivamente cursam e ministram aulas de geometria analítica, em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana/BA, concebem aspectos relativos à aquisição, construção e interpretação dos sentidos ou significados, produzidos ou expostos em sala. Para tanto, se empreende uma pesquisa com suporte na prática etnográfica, partindo-se da proposta e argumentação de que tal ambiente se constitui em um universo cognitivo multicultural ou ainda em uma micro-sociedade, rica em produção de significados. Utiliza-se, deste modo, de observações, em que o pesquisador coloca-se em uma posição de estranhamento e de busca pela imparcialidade. As experiências são trazidas, por meio do destaque ou seleção de episódios característicos do modo de significação dos atores envolvidos (professor-alunos). A combinação entre a linguagem algébrica e gráfica e estudos semióticos se mostram presentes em toda a construção do estudo, como meio para a obtenção de soluções válidas e descrição dos processos de significação.

Palavras-chave: Geometria Analítica. Desenho. Semiótica. Produção de significados. Etnografia prática.

Abstract

This investigation is part of a larger study where we analyzed the way how students and professor, who study and teachers classes of analytic geometry, respectively, in a group of Mathematics Undergraduate students at the State University of Feira de Santana/BA, conceive aspects related acquisition, construction and interpretation of senses or meanings, produced or exposed in the classroom. To this, a research is carried out supported on the ethnographical practice from the proposal and argument that an environment is constituted in a multicultural cognitive universe or even in a micro-society, rich in production of meanings. This way, it is used observations in which the researcher places herself in a strangement position and quest for impartiality. The experiences are brought, through the emphasis or selection of characteristic episodes of involved performers' (professor-students) way of meaning. The combination between algebraic and graphic language and semiotic studies are presented in all study construction as a method to obtain valid solutions and description of meaning processes.

Keywords: Analytical Geometry. Drawings. Semiotics. Production of meanings. Ethnographic practice.

Introdução

O intuito principal, nas observações e contatos com os protagonistas desta história, foi estranhar, penetrar, desconfiar do que aparentemente parecia óbvio, evidente (uma sala de aula com alunos e professor). Desta forma, seguiu-se nesta tentativa de compreender como os nativos desta ilha (sala de aula) significam e o que eles fazem, numa busca interpretativa das situações que ocorreram neste ambiente.

Neste contexto, busca-se obter resposta aos seguintes questionamentos: Como professor e os alunos dão significado(s) a um objeto matemático, em um determinado ambiente, cercado por inúmeras influências e concepções? O que acontece numa sala de aula onde o foco de estudo é a Geometria Analítica? Que papel cumpre as imagens – desenhos, gráficos, figuras nestas inter-relações significativas construídas neste ambiente? Como as representações gráficas, nas aulas de Geometria Analítica, servem de espaço de mediação entre a comunicação e o processo de interpretações, ou seja, como e quais associações são feitas ao observar e inter-relacionar determinada imagem, e de que forma ocorrem os processos de comunicações, significações e interações nas aulas de Geometria?

A proposta deste trabalho é justamente buscar respostas para as perguntas acima, seja por meio do estudo teórico das obras dos especialistas que se têm dedicado à questão nos últimos anos, seja por meio de uma investigação empírica conduzida num ambiente de sala de aula. Em tal ambiência faz-se possível verificar os processos comunicativos e interativos presentes, para posterior análise interpretativa.

Para desenvolvimento desta atividade investigativa, toma-se como suporte a prática etnográfica, não no sentido específico desenvolvido pelos antropólogos, mas em uma adaptação desta prática à educação, visto que o principal foco de pesquisa centra-se na análise da produção de significados pelos protagonistas de uma sala de aula de Geometria Analítica.

A escolha pela abordagem etnográfica deve-se também à possibilidade de suspeitar sobre a multiplicidade de significados envolvidos numa dada situação e esse diálogo que se estabelece entre a fundamentação teórica e os dados obtidos. Culmina-se num movimento envolvendo arranjos, rearranjos na tentativa de uma nova estruturação do real.

Assim, acolhem-se recortes específicos da etnografia para montar as estratégias e perfis da pesquisa, mediante o uso de técnicas associadas, o mapeamento das informações coletadas, percebidas e interpretadas pelos alunos e pelo professor.

Em suma, a investigação é caracterizada como uma pesquisa qualitativa com enfoque etnográfico. A relevância deste aspecto é ressaltada por Marli André (1995), ao recorrer à etimologia da palavra etnografia que significa "descrição cultural", ao relatar também que: "O que se tem feito, pois, é uma adaptação da etnografia à educação, o que me leva a concluir que fazemos estudos do tipo etnográfico e não etnografia no seu sentido estrito." (ANDRÉ, 1995, p. 28).

Ressalte-se, por oportuno, que no transcorrer do texto é predominante a linguagem pessoal visto que a presença do observador no ambiente gera influências em sua formação pessoal/ profissional, da sua localização espacial no ambiente físico e suas visões de mundo. Tem-se que os acontecimentos ocorridos, as informações abordadas em sala de aula são relatados, interpretados ou percebidos do ponto de vista do pesquisador.

Sobre as dimensões culturais, simbólicas e representativas apresentadas numa sala de aula de Geometria Analítica

Considero a sala de aula como um espaço onde se processa uma dinâmica comunicativa entre um emissor (professor), que envia mensagens para um receptor (aluno), ou vice-versa, entre um emissor (aluno) que envia mensagens para um receptor (professor), ou ainda entre um emissor (aluno) a enviar mensagens para um receptor (aluno). Conforme salienta Peruzzolo (2004):

> A comunicação é uma relação de ser a ser que quer passar uma mensagem a outro. Logo, veja bem, a relação é estabelecida por um meio-mensagem que se torna, então, o meio de entrar em relação (...). Esse meio é aquilo que organizamos para nos relacionarmos com o outro e significa-lhe algo, sem o que ele não se exporá a nós (...) (PERUZZOLO, 2004, p. 21-22).

Portanto, lidaremos com o processo comunicativo na sala de aula de geometria analítica, com as interações entre os seus atores, que envolvem representações, interpretações e significações. O signo é o conceito teórico que utilizaremos para designar o elemento mediador no processo de interpretação / significação, ou seja, ele pode representar um objeto para um intérprete refletindo na sua mente algo que está relacionado com este objeto representado.

Tal assertiva pode ser esclarecida ao pensarmos que o signo e o processo de significação desencadeiam uma movimentação, um elo de interpretação circunstanciado, aberto, dinâmico e ilimitado, denominado por Charles S. Peirce como semiose ilimitada. Ele explicita também o caráter social do símbolo através da sua máxima pragmática, formulada em 1878 e reformulada em 1905, adquirindo a seguinte forma: "Todo propósito intelectual de qualquer símbolo consiste na totalidade dos modos gerais de conduta racional que, na dependência de todas as possíveis e diversas circunstâncias e desejos asseguram a aceitação do símbolo." (PEIRCE,1972, p. 18).

Interpretaremos então que o termo conduta racional assimila-se ao aspecto social do significado do símbolo. Pois para ele, "o significado não é uma 'ideia' que o símbolo evoca na mente, mas consequência da conduta que gera nos homens (racionas)." (*Ibid*., p. 18). Em resumo, o significado do símbolo está vinculado às concepções culturais e sociais do indivíduo interpretante.

Pensar o signo ou símbolo como elemento social e em constante transformação a cada nova interpretação permite-nos admitir que este elemento, dependendo do contexto, adquire inúmeras concepções e formas, tendo como âncora as estreitas relações entre objeto e seu intérprete. Tal afirmação é ratificada pela declaração de Souza: "(...) o signo é uma coisa que representa outra coisa, seu objeto. Ele representa seu objeto para um intérprete, e produz na mente deste intérprete alguma outra coisa que está relacionada ao objeto, mas pela mediação do signo" (SOUZA, 2006, p. 160).

Sob outro ângulo, o Linguista Suíço Ferdinand de Saussure caracteriza o signo como um elemento bifacial, mesmo sendo constituído por três termos (signo, significante e significado), pois, neste caso, o objeto de referência é excluído. Assim, nesta abordagem, o signo é o todo, sendo constituído pela união do significante (imagem acústica) e o significado (conceito).

O signo saussureano é comparado às duas faces de um papel onde: "O pensamento é o anverso e o som o verso; não se pode cortar um sem cortar, ao mesmo tempo, o outro; assim tampouco, na língua, se poderia isolar o som do pensamento, ou pensamento do som; (...)." (SAUSSURE, 2006, p. 131).

Se para Saussure tanto o significado como o significante são entidades mentais inseparáveis, então interpretando um signo estamos projetando sobre ele nossas impressões e concepções. Assim, depreende-se que as influências sócio-culturais são propagadas no objeto sígnico. Então se nos indagarmos: Quando ouvirmos as palavras "reta" ou "plano", o que surge imediatamente em sua mente? Bem, como os protagonistas da nossa investigação são alunos e professor de matemática; possivelmente, variadas retas e diversos planos aparecem em suas mentes como significantes do que eles conceituam como reta e plano. Desta forma, desejamos fomentar alguns aspectos comparativos na tentativa de estabelecer analogias e destacar pontos de contatos entre a linguagem matemática e a teoria semiótica, visto que na composição da linguagem matemática estão os signos ou símbolos. Do perfil dos signos como imitação do real à sua relação binária entre o abstrato e o real. Nesta perspectiva Cláudia Flores (2006) parafraseando Foucault destaca:

> Nessa concepção epistemológica, as coisas trazem consigo sua própria marca e, além disso, cada uma se aparelha com a outra na medida em que se relacionam. Daí, o número, por exemplo, pode ser uma grandeza quadrada, ou um segmento de reta, ou ainda, uma grandeza não conhecida, cada qual trazendo consigo sua própria marca, em analogia ao mundo natural – as formas geométricas estão na natureza assim como os números. Tudo tem sua finalidade na natureza. Logo tudo se aproxima e si enrola sobre si mesmo. (FLORES, 2006, p. 82-83).

> (...) Enfim, a invenção do simbolismo matemático de Viète, e mais particularmente de Descartes, uma primeira versão de escritura simbólica em matemática é apresentada, dando ordem à matemática e ao pensamento matemático. Daí o surgimento da duplicação dos objetos matemáticos enquanto objetos do pensamento e objetos representados. (*Ibid*. p. 86).

A estreita relação que se estabelece entre representação, pensamento e o mundo real integram o processo sígnico; o qual é propagado em variadas áreas de conhecimento, dentre elas a matemática, caracterizada pela formalização da linguagem algébrica imbricada ao aspecto visual da linguagem geométrica constituindo uma significação; como assevera Jean Ladrière (1977):

> A significação é uma relação entre o signo e uma entidade pertencente ao mundo real ou ao mundo ideal (indivíduo, classe, propriedade ou relação). (O mundo ideal é aquele das entidades não empiricamente captáveis, tais como os objetos matemáticos ou as realidades lógicas). (LADRIÈRE, 1977, p. 20)

O elo que se estabelece entre o que é real e o que é representação do real alarga-se na afirmação de Peirce (1972) ao definir representação como:

> Estar no lugar de, ou seja, estar em relação tal com outro que, para certos propósitos, algum espírito o trará como se fosse aquele outro. Assim, um porta-voz, um deputado, advogado, agente, um diagrama, um sintoma, uma descrição, um conceito, uma premissa, um testemunho, todos representam algo diverso, sob variadas formas, para espíritos que os considerem sob esse prisma. (PEIRCE, 1972, p. 114).

O termo "espírito" na visão peirceana é equivalente ao intérprete, indivíduo que ao observar ou estabelecer algum tipo de relação com o objeto, situação ou imagem atribui significados, gerando interpretações circunstanciadas, dinâmicas, promovendo um movimento intersubjetivo, consubstanciado num processo em que um termo, expressão ou situação é sempre explicado a partir da recorrência a outros termos, expressões ou situações, alimentando e delineando o movimento no processo comunicativo.

Perceber que o interpretante traz intrinsecamente em suas variadas formas de interpretação, indicadores que são contextualizados culturalmente, mostra-nos que a comunicação através das contínuas permutações de signo para signo e no nosso caso específico, transitando entre representações algébricas e geométricas permite comparativos entre o vasto sistema comunicacional na produção de significados na sala de aula de Geometria Analítica.

Também considero que a produção de significado é também produção de cultura. Deste modo, admitimos que o aporte cultural está entrelaçado, mesmo que sutilmente, nesta troca mútua processada na sala de aula, sendo mais um dos fios condutores a se conectar com as diferentes visões desta pesquisa. Portanto, o cenário da pesquisa, a sala de aula, é considerado por nós como uma micro-sociedade privilegiando sua diversidade cultural. Assim, destacamos a opinião de Geertz (1989), ao defender que o conceito de cultura é essencialmente semiótico compactuando também com Max Weber ao declarar que:

> O homem é um animal amarrado a teias de significados que ele mesmo teceu, assumo a cultura como sendo essas teias e a sua análise; portanto, não como uma ciência experimental em busca de leis, mas como uma ciência interpretativa, à procura do significado. (GEERTZ, 1989, p.15).

Os estudos de Luis Radford nos fornecem subsídios que contribuíram para esclarecermos nossas indagações pois apresenta certos elementos de uma teoria cultural, consubstanciados numa semiótica cultural dos aprendizados matemáticos, inspirados em escolas antropológicas e histórico-culturais do conhecimento, dando espaço para uma concepção essencialmente social do aprendizado. Neste sentido, a semiótica cultural parte do ponto de vista em que cada indivíduo é visto como um sujeito que vive, pensa e atua culturalmente, tendo como premissa que a base da cognição se encontra na prática cultural. Em complementação a esta abordagem propõe a questão cognitiva como reflexo de uma prática social. É nesse estágio que a dimensão semiótica adquire sua relevância, visto que:

> (...) signos y artefatos cobram vigência como mediatizadores de la actividad y elementos claves de los procesos de reflexión. En este contexto, la actividad cognitiva es considerada como uma actividad social, mediatizada, de interiorización reflexiva de prácticas sociales historicamente constituídas. (RADFORD, 2004, p. 1)[1]

Portanto, vale a reiteração, o signo é o elemento que media os processos de significação na sala de aula, que é transformado, remanejado e ampliado no processo de comunicação que ocorre entre alunos e professor.

Enfim, o que queremos trazer à reflexão é a participação construtiva ou não - construtiva, essencial ou dispensável das imagens matemáticas (desenhos e gráficos) nos processos comunicativos e interpretativos que envolvem uma produção de conhecimento matemático em um ambiente de ensino-aprendizagem.

Tal consideração é discutida na seguinte afirmação:

> "Mathematicians have been aware of the value of diagrams and other visual tools both for teaching and as heuristics for mathematical Discovery. … But despite the obvious importance of visual images in human cognitive activities, visual representation remains a second-class citizen in both the theory and practice of mathematics. In particular, we are all taught to look askance at proofs that make crucial use of diagrams, graphs, or other non-linguistic forms of representation, and we pass on this disdain to students." However, "visual forms of representation can be important … as legitimate elements of mathematical proofs." (BARWISE; ETCHEMENDY, 1991 *apud* ARCAVI, 2003, p.226).[2]

[1] (...) signos e artefatos adquirem vigência como mediadores da atividade e são elementos chaves do processo de reflexão. É neste contexto, que a atividade cognitiva é considerada como uma atividade social, mediadora, de interiorização de práticas sociais historicamente construídas.

[2] **"**Os Matemáticos têm sido conscientes do valor de diagramas e outras ferramentas visuais para ensinar e como hipóteses para a descoberta matemática... Mas apesar da óbvia importância das imagens visuais nas atividades cognitivas humanas, a representação visual ganha um *status* de segunda classe, em ambas, a teoria e a prática da matemática. Em particular, nós somos todos ensinados a ter um olhar questionante a ensinamentos que fazem um uso crucial de diagramas, gráficos, ou outras formas não linguísticas de representação, e nós examinamos este desdém nos estudantes. "Entretanto, formas visuais de representação podem ser importantes.... como elementos legítimos de provas matemática."

Na concepção de Raymond Duval (1995) os registros figurais são elementos que possibilitam uma antecipação na interpretação e resolução de problemas, pois:

> Il est couramment admis les figures forment un support intuitif important dans lês démarches en géométrie: elles donnent à voir beaucoup plus que ce les énoncés ne dissent, ells permettent d'explorer, d'anticiper…elles permettent, dans la resolution d'un problème ou dans la recherche d'une demonstration (…).[3] (DUVAL, 1995, p.181)

O elemento figural adquire o status de um ente que elucida, esclarece questões tidas como complicadas ou obscuras, revelando que os desenhos e gráficos são uma espécie de sustentáculo para o entendimento das abstratas demonstrações[4] matemáticas.

O nosso olhar: relato / narrativa / descrição da observação participante.

Destacamos, inicialmente, que os nomes dos personagens que compuseram nossa história terão um caráter meramente fictício tendo como intuito a garantia de maior privacidade e menor constrangimento aos reais autores destes episódios. Sempre que possível estaremos caracterizando estes personagens, partindo de traços particulares e específicos de cada sujeito.

O meu ponto de partida se configura em retratar, de forma sucinta, o nosso primeiro contato com a composição do espaço físico de uma sala de aula de geometria analítica, caracterizada pelos objetos comumente encontrados em salas de aula: carteiras, quadro, giz, mesa e cadeira, estes últimos destinados à utilização pelo professor, geralmente posicionados em frente ao quadro. Esta disposição inicial dos objetos sofre pequenas modificações a cada aula, desenhando um novo cenário. Transformações passíveis de fundamentação por alguns condicionantes, caracterizando uma aproximação ou

[3] É frequentemente admitido que as figuras formam um suporte intuitivo importante nas operações geométricas: elas mostram muito mais que esses enunciados que nada dizem, elas permitem explorar, antecipar... Elas permitem a resolução de um problema ou a busca de uma demonstração (...)

[4] Trata-se de uma organização lógica algébrica, ou seja, a sistematização (ordenação de vários resultados num sistema dedutivo de axioma, conceitos e teorema) envolvendo hipóteses (suposição de que determinada afirmação é verdadeira), tese (onde se deseja chegar, objetivo a ser alcançado), artifícios e propriedades supostamente já conhecidas com intuito de verificar que o resultado apresentado é verdadeiro. Tendo como função esclarecer, explicar e eliminar as dúvidas dos matemáticos provando aquilo que não é óbvio acerca de determinadas afirmações. No entanto em sala de aula pode ser um elemento gerador de dúvidas, constituindo num desafio intelectual para os alunos que têm que abstrair e seguir a argumentação lógica do professor.

distanciamento entre os elementos envolvidos no processo (alunos, professor e a geometria analítica) alguns deles são: - visibilidade (melhor ângulo para visualizar as informações anotadas no quadro); - identificação (com a disciplina, com um grupo de colegas, com o professor); não identificação (com a disciplina, com alguns colegas ou com o professor).

Ressalto então o meu primeiro encontro, uma das minhas primeiras observações e talvez uma das mais significativas, por vislumbrar a sala de aula sem a presença do professor, ou seja, este ambiente adquire características próprias dos alunos, como por exemplo: a mesa do professor se transforma, em outras palavras, adquire a função de assento, uma espécie de "banco", deixando transparecer as descontraídas interlocuções entre os alunos.

O professor adentra a sala de aula, apressadamente, e fala: "*Bom dia pessoal! Porque vocês estão tão distantes assim?*" Neste momento um grupo de alunos se aproxima e se rearrumam próximo ao professor e ao quadro, no entanto, dois alunos permanecem no fundo da sala, numa atitude demonstrativa de negação à solicitação feita pelo mestre. Deixam transparecer uma espécie de vontade própria, o que poderíamos supor especulativamente: se o lugar onde eles estavam era confortável, garantia uma boa visibilidade e eles estavam se sentindo bem, não seria a interferência verbal de alguém apta a mudar a tal concepção. Ficando implícito também que nem sempre o que o mestre solicita, diz ou afirma é tido como verdade universal, pois neste ambiente, dependendo do momento, tudo pode ser questionado. Um dos alunos não persuadidos pela interferência verbal do professor foi Elton, um sujeito questionador, aparentemente tímido e com participação de destaque nos encontros.

É inquestionável, contudo, a existência de relações hierárquicas em sala, evidenciadas pela forma como estão arrumados e agrupados os elementos físicos que compõem a sala de aula, como por exemplo, a forma com que são dispostos mesa, cadeiras e quadro, tendo na figura do professor uma posição de destaque, de centro das atenções e de protagonista do espetáculo. No entanto, o que ocorre efetivamente é uma transição entre os papéis principais, pois em alguns momentos, principalmente quando o professor vira-se para o quadro. Observa-se uma atitude de isolamento e concentração ao transcrever suas notas de aula em silêncio. Então a mistura de várias falas emanam de vários pontos da sala, num burburinho desordenado, mostra-nos que mesmo diante do silêncio do professor, as interações continuam, os intercâmbios acontecem, mesmo sem vínculo direto com os aspectos matemáticos ou geométricos.

Os alunos conversam em voz baixa entre si, sempre com um colega próximo, enquanto reproduzem em seus cadernos suas primeiras interpretações das visualizações do quadro.

O professor distribui em seguida uma lista de exercício, e na sequência escolhe a seguinte questão como exemplo da Desigualdade de Cauchy-Schwarz: Mostre que $\left(a\cos\theta + b\text{sen}\theta\right)^2 \leq a^2 + b^2$. Fala: "*A questão é como vou traduzir o que está aqui dentro do parêntese em linguagem de vetores*." Prosseguindo a explicação, ele apresenta o seguinte:

$$u = (a,b) \text{ e } v = (\cos\theta, \text{sen}\theta)$$

$$\langle u, v\rangle = a\cos\theta + b\text{sen }\theta$$

$$\left|\langle x, y\rangle\right| = | a\cos\theta + b\text{sen}\theta|^2 \leq \left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta}\right)^2 = \left(a^2+b^2\right)\cdot 1.$$

Logo, $| a\cos\theta + b\text{sen}\theta|^2 \leq \left(a^2+b^2\right)$.

Esta foi a suposta tradução apresentada pelo professor, diante do comportamento dos alunos, em que uns se preocupavam em copiar os conteúdos instantaneamente, em silêncio, outros copiam e conversam em voz baixa com o colega ao lado, enquanto outros preferem prestar atenção à exposição do assunto, para em seguida copiar e em um caso particular um aluno assiste a aula e nada anota. Este aluno recebeu o nome de João, é um sujeito que se destaca dentre os outros, principalmente pelo seu estilo.

Ele entra na sala, com trinta minutos de atraso, pronuncia um 'Bom dia' bem expressivo. João particularmente adota um estilo diferente do restante do grupo. Não utiliza caderno, sua atitude é sempre de assistir parte da aula, ou de não comparecer a elas, e numa atitude contrária à da sua chegada, saiu em surdina, aproveitando para se retirar no momento em que o professor virou-se para escrever novamente no quadro, transcorrido apenas trinta e cinco minutos de permanência em sala de aula. Fatos como estes fortificam a ideia de que nas palavras de Geertz (1989) existe "uma multiplicidade de estruturas (...) sobrepostas ou amarradas uma às outras, que são simultaneamente estranhas, irregulares e inexplícitas (...)" (GEERTZ, op. cit., p. 20).

O professor questiona: "*Entenderam?*" Uma aluna responde: "*Alguma coisa eu entendi*". O professor contrapõe: "*E as coisas que você não entendeu? Você entendeu 02 ou 08?*". Então ela responde, com uma expressão facial duvidosa: "*08*".

Paira no ar um clima de distanciamento entre alunos e professor, no entanto, percebe-se que o professor tenta tal aproximação como relatado inicialmente, mas existe uma espécie de bloqueio, inibição por parte dos alunos.

O professor continua suas explicações, agora o assunto abordado é Produto Interno. A cada parte concluída ele pergunta: Correto? E os alunos respondem: "Correto" de forma meio involuntária. Então como exemplo ilustrativo do conteúdo ministrado, ele resolve a seguinte questão de uma lista de exercícios, distribuída anteriormente: Mostre que: $\| x+\alpha y \| \geq \| x \|$ sse $\langle x, y \rangle = 0$.

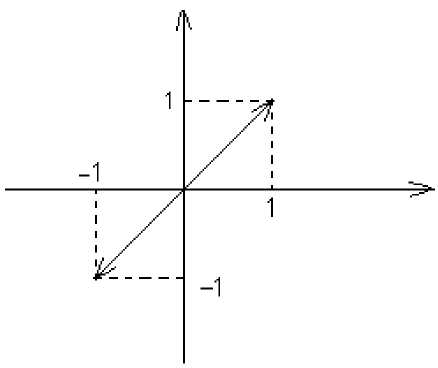
O professor expõe a resolução da questão:

$$\| x+\alpha y \|^2 = \langle x+\alpha\, y, x+\alpha\, y \rangle = \langle x,x \rangle + \langle x,\alpha\, y \rangle + \langle \alpha\, y, x \rangle + \langle \alpha\, y, \alpha\, y \rangle =$$

$$= \| x \|^2 + \alpha \langle x, y \rangle + \alpha \langle y, x \rangle + \alpha^2 \langle y, y \rangle = \| x \|^2 + 2\alpha \langle x, y \rangle + \alpha^2 \| y \|^2 .$$

Se $\langle x, y \rangle = 0$ então $\| x+\alpha\, y \|^2 = \| x \|^2 + \alpha^2 \| y \|^2 \geq \| x \|^2$.

Porém, neste momento, Elton não concorda com o que foi exposto e questiona a respeito do valor de α; se realmente $\alpha \in R$ ou $\alpha \neq 0$. O mesmo aluno resolve o impasse: "*Professor, considere* $x=(1,1)$, $y=(-1,-1)$ *e* $\alpha=-1$." O professor segue tal sugestão e representa esta situação graficamente, numa tentativa de melhor visualização da questão.



Então o mestre fala: “Estou tentando perceber onde está o “furinho” (falha). Só então que algebricamente, ele substitui estes valores na questão e conclui que somente uma das implicações é válida.

A atitude do professor é resumir geometricamente o que será posteriormente transcrito algebricamente, ou seja, ele apresenta panoramicamente a demonstração por meio do desenho, talvez com o intuito de sintetizar e antecipar a abordagem posterior. Ou será que a sua intenção foi a recorrer ao elemento figural com o objetivo de simplificar e auxiliar a demonstração, na tentativa de reduzir o impacto provocado pelo excessivo simbolismo?

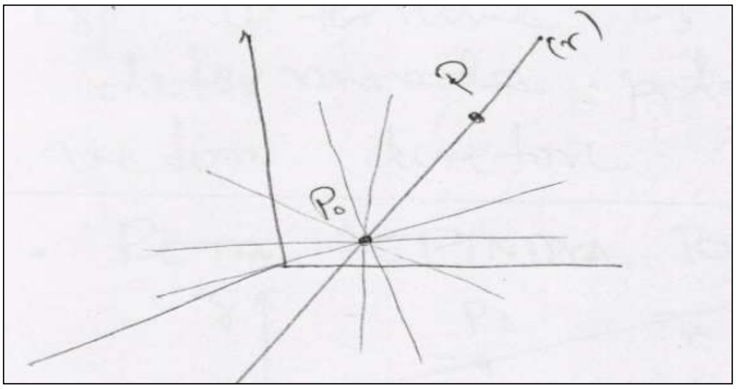
Em entrevista com o professor a sua declaração foi: “*Considero o aspecto gráfico ou geométrico imprescindível para uma aquisição mais significativa do saber matemático*”. Pergunto então: O que é mais relevante? As demonstrações ou os desenhos? “*Desenhos ilustram ajudam, no entanto muitas demonstrações podem ser feitas sem auxílio algum de desenhos. Os desenhos são parte integrante do ensino(em sala), mas em muitas situações não é tão relevante*”. Então questiono: Por que em suas aulas você sempre recorre aos desenhos e gráficos? Com qual objetivo? “*Recorro para dar suporte geométrico às considerações analíticas com o objetivo de vincular os aspectos geométricos com os oriundos das equações, relações e funções abordadas na aula.*” Então imagine que nas aulas de matemática fosse proibido a utilização do desenho. Que situação você visualiza? “*Existem ramos da matemática (como a álgebra) que prescinde de aulas com recorrência gráfica. Já no cálculo seria extremamente improvável darmos aulas sem a visualização de figuras / desenhos na pratica do ensino. Eu me visualizaria como tendo que atravessar um rio longo sem barco*”.

Numa análise às respostas do professor percebem-se trechos contraditórios, pois ao mesmo tempo em que é imprescindível, é auxiliar, sendo um suporte e nem sempre é tão relevante, deixando transparecer o aspecto gráfico geométrico enquanto um instrumento comparado a um barco com a função estrita de transporte, um objeto destinado a interligar distancia, sendo deixado de lado, até o momento de ressurgimento de uma nova travessia. Interpretamos então, que o aspecto gráfico para o professor é um elemento recorrente, sintetizador, uma espécie de coadjuvante da matemática, porém quando supomos sua extinção, num ato extremo, percebe-se sua aparente importância, vinculando apenas ao fator instrumental do desenho.

Numa outra análise, indagamos: Por que ele não falou: cálculo sem figuras é como se fosse um barco sem rio. De que adianta ter um barco se não há um rio para navegar? O rio é muito mais essencial do que o barco. No rio você pode nadar, pescar, o rio fornece água, é fonte de vida, etc. O barco é um instrumento! Então, quando ele diz que o desenho está para o barco como o rio para o cálculo, interpreto que para ele o barco é um instrumento, não essencial.

Inicia-se a abordagem sobre retas.A minha descrição terá como base a filmagem destas aulas que versaram sobre retas e planos e notas de aula do professor, destacando a definição de equação de uma reta em R^3, na sua forma vetorial: $P = P_0 + m \cdot \vec{v}; \quad m \in R$, na qual P_0 é um ponto fixo da reta e $\vec{v}$ é um vetor não nulo paralelo à reta (dito vetor diretor da reta), relacionado à Figura 1.

Figura 1 – Reprodução do professor para a representação gráfica da reta (r) em R^3



Neste momento, tentando perceber se seu raciocínio está correto. Arnaldo fala: *"Então Professor. Aí é ponto mais um múltiplo de um vetor?"* Apontando para o quadro. E o professor responde: *"É isto mesmo."*

Em algum momento da aula, Tatiana prefere conversar paralelamente com sua colega Cléa, sobre alguns assuntos que não o abordado na aula. Num gesto de cansaço se debruça sobre o braço da carteira; demonstrando estar totalmente desatenta à aula. O professor parece não perceber esta situação e a aula prossegue num ritmo acelerado.

Destaco também o meu nível de envolvimento com os alunos. Percebia que em alguns momentos é como se eles esquecessem que existia alguém estranho, talvez pelo meu posicionamento em sala, por estar sempre próxima deles, ao lado, registrando, observando, porém tentando deixá-los à vontade a fim de "pescar" as sutilezas, os indícios e os traços de cultura aflorados mesmo que involuntariamente.

No prosseguimento da aula, posições relativas entre duas retas no espaço. É o momento no qual os desenhos aparecem com status de destaque, como um elemento em confusão com o ente matemático, chegando ao nível em que as retas representadas no quadro passam a ser retas efetivamente, isto é ratificado quando o professor particulariza estes elementos com frase como: "Essa reta aqui", desenhando simultaneamente e atribuindo suas características, ou quando a explicação é sempre direcionada ao desenho, os elementos são todos mostrados, apresentados a partir da sua representação gráfica. Assim inferimos que nesta sala de aula e neste momento do curso, os gráficos, as figuras e os desenhos são o centro das explicações do professor e ele os indica e estabelece relações diretas com os conceitos, definições e demonstrações algébricas e nunca o contrário. O esquema seguido é primeiro o desenho, composto por todos os elementos característicos de uma reta ou de um plano, com vetores diretores, vetores normais, pontos, dentre outros e depois, a parte algébrica como equações das retas ou planos. Sendo que todo tipo de informação é retirada do desenho.

Considero que o desenho é um elemento que se materializa, dá forma ao algébrico dito, desenhado e escrito no quadro. Observo que em nenhum momento o mestre fala da representação da reta ou do plano, mas sim, expressões como: *"aqui eu tenho uma reta"* ou "*como a reta é paralela ao plano*", desenhando, simultaneamente, cada situação.

Num ato contraditório, o professor deixa transparecer sua preferência à álgebra linear em detrimento da geometria analítica. Observe o seguinte trecho: *"Vocês estão conseguindo livros que têm esse assunto de planos? Já pegaram na biblioteca? Tem os livros de Paulo Boulos e Armando Righetto. Tem também os livros de cálculo que trazem esse assunto, não trazem tão recheado como o de geometria analítica."* Retornando, em seguida, ao quadro.

Percebo também que ocorreu uma aceleração nas aulas, os alunos copiavam apressadamente diante da meta do professor em cumprir o conteúdo programático. Talvez tentando justificar este fato, o professor faz o seguinte comentário: *"Retas e planos não é o coração do curso. A parte mais importante é álgebra linear. O importante é: reconhecer a equação de um plano, determinar o vetor normal* *(caracterizar o vetor) (...). Então o que eu faço é pegar o melhor do livro e colocar nas notas de aula."*

Neste instante, percebo um certo descaso para com a geometria comparada à álgebra linear, a junção entre álgebra linear e geometria analítica (mudança curricular, mantendo a mesma carga horária de 90h)[5], dá a possibilidade de se enfatizar uma das componentes em detrimento da outra, o que efetivamente ocorreu neste curso, evidenciando as afinidades do professor em relação à disciplina.

Após este diálogo entre o professor e os alunos, percebo a distinção que existe entre álgebra linear e geometria analítica sob o ângulo de visão empreendido pelo professor, demonstrando suas afinidades e preferências algébricas em desfavor das geométricas. No entanto, nas aulas, os desenhos são solicitados com frequência e serve como um elemento a materializar o abstrato, visto que os desenhos expostos no quadro foram representações de planos, que no contexto da sala de aula e na fala do mestre se configura como retas e planos.

Considerações finais

Em nossa caminhada investigativa, apresentamos variadas concepções, pontos de vistas, enfoques e abordagens, nos quais os aspectos comunicacionais, imagéticos, culturais, matemáticos e representativos geométricos constituíram e compuseram fontes das nossas averiguações, na condição de parte constituinte de um contexto de produção de significados pelos participantes de um curso de geometria analítica. Tal caminho foi permeado por anotações, observações do perfil desta sala de aula, com foco na obtenção de respostas ao nosso questionamento central: Como professor e alunos atribuem significados aos desenhos e gráficos nas aulas de geometria analítica?

Neste contexto, apresentaremos de forma sumária, nessas considerações finais, as respostas parciais que obtivemos ao final do nosso trabalho de pesquisa.

---

[5] Foi realizada uma reformulação curricular no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana, cuja implementação se iniciou no semestre 2004.1. A mudança mais significativa para a nossa pesquisa foi a extinção das disciplinas Álgebra Linear I-A (60 horas), Álgebra Linear II (60 horas) e Geometria Analítica (90 horas) do currículo 314 (currículo antigo) e, em substituição a elas, foram criadas as disciplinas Geometria Analítica e Álgebra Linear I (90 horas) e Geometria Analítica e Álgebra Linear II (90 horas) no currículo 318 (currículo novo).

A composição deste ambiente constituído pelos atores (professor e alunos) incorporando, representando seus personagens, cada um com suas características, seus perfis e comportamentos imersos neste cenário (sala de aula), ou seja, a estrutura que se desenhou diante de nós foi constituída por diversas ramificações do nosso foco de pesquisa. Isto nos colocou diante de um complexo campo investigativo, nos permitindo constatar que a produção de significados não ocorre em situações isoladas, mas sim por meio de um processo dinâmico de interligação de diferentes dimensões - psicológicas, sociológicas, culturais, comunicacionais, matemáticas, semióticas, dentre outras – numa sequência de situações variadas. O que para Geertz (1989), seria denominado como uma multiplicidade de estruturas sobrepostas.

Desta forma alcançamos a compreensão da sala de aula enquanto palco, onde os atores interagem entre si, tendo como consequência a negociação de significados e constituição de um sistema comunicacional formado por uma rede de emissores, receptores e canais onde fluem uma diversidade de informações.

Nesta perspectiva, um gráfico, uma figura ou um desenho podem apresentar diferentes significados, dependendo do código e do contexto estabelecido. Neste enfoque, a representação gráfica intervém de modo a assumir o lugar do próprio elemento representado; um substituto com sua aparência concreta e funcional; permitindo explorar, antecipar e constituir um suporte intuitivo nas operações geométricas.

O processo interpretativo foi concebido por nós como algo dinâmico, multidirecional, visto que quando empreendemos uma interpretação, ou tentamos transmitir ou explicar alguma coisa, recorremos mentalmente a analogias ou comparações, extrapolando, expandindo do particular para o geral, ou no processo inverso, do geral para o particular (contraindo).

Todavia, sob outro ângulo de observação percebe-se um distanciamento entre o professor e os alunos, evidenciado não só pela hierarquia pré-estabelecida, mas por distanciamentos físicos geográfico, repercutindo talvez num afastamento epistemológico, comunicativo ou simbólico. Sendo destacado nesta sequência de episódios: 1) “Por que vocês estão distante de mim?”; 2) “O professor escreve em silêncio, ...”

Isto demonstra a existência de um ciclo comunicativo não explicitamente declarado, porém eivado de significados, uma espécie de ritual ou modelo simbólico desenvolvido neste ambiente.

Desta forma, destacamos a determinação de traços inerentes à geometria como a parte da matemática mais intuitiva ligada à realidade, como um veículo representativo, uma espécie de solidificação na compreensão de alguns conceitos matemáticos. No entanto, não queremos dizer com isto que a geometria tenha a característica rígida, mas a de que as imagens, figuras ou desenhos empreendem um contorno concreto, uma espécie de materialização do fator abstrato distintivo das demonstrações matemáticas. Esta é uma das causas que nos permite inferir a impossibilidade de redução dos elementos gráficos a um patamar meramente auxiliar, como suporte ou ferramenta, que só lembramos quando necessitamos efetivamente de suas funções. Seguindo este raciocínio, o fator abstrato, característico ao mundo hipotético matemático adquire um contorno concreto quando representados por desenho, sendo uma base, sustentáculo do ato imaginativo (suposições), ou seja, como uma corporificação dos elementos abstratos. (FAINGUELERNT, 1999, p.53).

Tal constatação mostra perspectivas e possibilidades de prosseguimento nesta caminhada, já que é necessário uma análise mais minuciosa, explorando ponto a ponto as origens, causas e consequências, esclarecendo o porquê de reduzir a representação gráfica a uma classe de menor valoração. Em outras palavras, é relevante, mas, permanece como pano de fundo nas demonstrações e argumentações matemáticas.

A formação de uma rede de intercâmbios que se estrutura e se estruturou diante de nós, nesta amostra social (sala de aula), permite o cruzamento de vários olhares, tomados como parâmetros elucidativos para compreensão, mesmo parcial desta diversidade, rica, ampla e complexa que se configura e se revela neste ambiente.

O nosso intuito principal, em nossas observações e contatos com os protagonistas desta história, foi estranhar, penetrar, desconfiar do que aparentemente parecia óbvio, evidente (uma sala de aula com alunos e professor). No entanto, tal mergulho possibilitou perceber que aquilo aparentemente reputado claro torna-se mais complexo para análise e estudo. Desta forma, seguimos um percurso na tentativa de compreendermos como os “nativos desta ilha” significam e o que eles fazem, numa busca interpretativa das situações que ocorreram neste ambiente, evidenciando assim, a função da descrição etnográfica.

Referencias

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. *Etnografia da Prática Escolar*. Campinas, SP: Papirus, 1995.

ARCAVI, Abraham. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. v. 52 – n. 3, p. 215-241. 2003.

DUVAL, Raymond. *Sémiosis et Penseé Humanine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectels*. Berna. Peter Lang, p. 173-207, 1995.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. *Educação Matemática*: representação e Construção em Geometria**.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul,1999.

FLORES, Cláudia Regina. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. *BOLEMA*. Rio Claro. São Paulo. Ano 19 – Número 26, 2006,

GEERTZ, Cliford. *A Interpretação das Culturas*. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

LADRIÈRE, Jean. *A articulação do sentido*. São Paulo: E.P.U, EDUSP, 1977.

PERUZOLLO, Adair C. *Elementos de Semiótica da Comunicação*: quando aprender é fazer. Bauru, SP: EDUSC, 2004.

PEIRCE, Charles Sanders. *Semiótica e Filosofia*. São Paulo: Cultrix: USP, 1972.

RADFORD, Luis. *Semiótica Cultural y Cognición***.** In: Conferência Plenária dada en la Decimoctva Reunión Latinoamericana de Matemática, 2004, México. Disponível em: <http://oldwebsite.laurentian.ca/educ/lradford/Tuxtla3.pdf > Acesso: 04 de fev 2008.

SAUSSURE, Ferdinand de. *Curso de Linguística Geral*. Tradução de Antônio Chelini, José Paulo Paes e Izidoro Blikstein. 27 ed. São Paulo: Cultrix, 2006.

SOUZA, Lícia Soares de. *Introdução às Teorias Semióticas*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.