

## **Modelagem e competências matemáticas: uma investigação com professores em formação continuada**

### **Modeling and mathematics competences: a research with teachers in continuing education**

Eleni Bisognin  
[eleni@unifra.br](mailto:eleni@unifra.br)

Vanilde Bisognin  
[vanildebisognin@gmail.com](mailto:vanildebisognin@gmail.com)

#### **Resumo**

Neste trabalho são apresentados resultados parciais de um projeto de pesquisa que tem como propósito analisar que competências os estudantes desenvolvem ao trabalharem com atividades de Modelagem Matemática. A investigação foi desenvolvida em sala de aula com alunos de um curso de mestrado em Ensino de Matemática. Os dados foram coletados a partir da observação e análise do material produzido pelos alunos durante o desenvolvimento das atividades e dos registros dos questionamentos e discussões realizadas em sala de aula pelos alunos. Os resultados mostraram que os alunos apresentam dificuldades em analisar informações e criar esquemas gráficos representativos das situações propostas, mas mostraram também que diferentes competências matemáticas foram evidenciadas enquanto desenvolviam atividades de modelagem.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Ensino e Aprendizagem de Matemática; Competências Matemáticas.

#### **Abstract**

In this work are presented partial results of a research project that aims to analyze the competences that students develop when working with Mathematical Modeling activities. The research was developed in the classroom with students of a Master's degree in Mathematics Teaching. Data were collected through observation and analysis of the material produced by the students during the development of the activities and records of questions and discussions in the classroom by students. The results showed that students have difficulties in analyzing data and creating representative graphics schemes of the situations proposed, but also showed that different mathematical competences were developed while doing modeling activities.

**Keywords:** Mathematical Modeling; Mathematics Teaching and Learning; Mathematical Competences.

#### **Introdução**

Os resultados de diferentes avaliações do ensino da Matemática realizados nos últimos anos em nível nacional, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e em nível internacional, como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), têm mostrado poucos avanços do desempenho dos alunos no que se refere a competências matemáticas mínimas quando comparados com alunos de outros países. Esta problemática está intimamente relacionada à formação dos professores que trabalham em diferentes níveis

de ensino. Pesquisas da área de Educação Matemática, como os resultados dos trabalhos de Silver (2006), têm mostrado que a comunidade científica, em geral, entende que o professor é um elemento essencial e imprescindível no trabalho relacionado com a educação e que um professor competente é aquele que possui conhecimento matemático e conhecimento de estratégias adequadas para ensinar. De acordo com estas ideias, entende-se que o professor deve possuir competências mínimas para bem conduzir o trabalho de sala de aula e isto inclui, entre outras, conhecimento matemático proposto na disciplina e conhecimento pedagógico que o instrumentalize nas questões relacionadas à utilização de metodologias adequadas para conduzir e compreender os processos de ensinar e aprender.

Para Niss (2006, apud CONTRERA et al., 2012), um professor competente é aquele que de uma maneira efetiva e eficiente é capaz de ajudar seus alunos a construir e desenvolver competências matemáticas. Segundo o autor, os próprios professores devem dominar as competências matemáticas que pretendem desenvolver nos alunos e possuir as correspondentes competências didáticas pedagógicas na perspectiva da Educação Matemática.

Por outro lado, pesquisas encontradas em Cury e Viana (2012) e Frota et.al (2013) têm mostrado que os estudantes, especialmente dos cursos de formação de professores, têm chegado até a universidade com inúmeras e graves lacunas em conhecimentos puramente matemáticos, que os limitam na busca de conhecimentos didáticos e pedagógicos para trabalhar determinados conteúdos. Entende-se que não deve ser pretensão dos cursos de formação de professores fazer com que os estudantes superem todas as deficiências advindas dos anos de formação, mas, que estes cursos formem estudantes com competências mínimas relativas ao ensino e aprendizagem da Matemática especialmente no que se refere a conteúdos da Educação Básica.

Nos últimos tempos, as autoras deste artigo têm focado seus trabalhos de pesquisa nas questões relacionadas com a análise de competências e aprendizagem de conceitos matemáticos a partir do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos de cursos de formação inicial e continuada de professores.

Neste trabalho, descrevem-se resultados parciais de um projeto de pesquisa, com apoio do CNPq<sup>1</sup>, em que as questões norteadoras, entre outras, são: que competências os estudantes desenvolvem ao trabalharem com atividades de Modelagem Matemática? Como o trabalho com Modelagem Matemática pode auxiliar no desenvolvimento das competências sugeridas

---

<sup>1</sup> Processo CNPq Nº 405635/2012-5

nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio? Para responder a essas questões analisamos o desempenho de 12 alunos de um curso de mestrado em Ensino de Matemática, durante o processo de desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em que o foco foi o desenvolvimento de competências na modelagem de uma situação real relacionada com a minimização do desperdício de material e a maximização da quantidade de tampas na confecção de embalagens para a indústria.

### **Competências e Modelagem Matemática**

De acordo com Lesh (2010), aprender Matemática não é um processo linear e repetitivo mas a aprendizagem da Matemática é entendida como um processo de desenvolvimento de um conjunto de conceitos que mudam com o passar do tempo, na medida que os alunos vão ganhando experiências. Segundo o autor, o processo de aprendizagem envolve uma série de ciclos de compreensão de conceitos que mudam a partir de modelos mal estruturados para modelos mais refinados e é, portanto, um processo gradual.

Para Lesh e Yoon (2002, apud ALEJO; ESCALANTE, 2012), aprender Matemática não significa compreender uma ideia, um conceito de cada vez, uma sequência encadeada de conceitos, mas esses componentes relacionados à aprendizagem da Matemática tais como conceitos, competências, habilidades e hábitos são desenvolvidos à medida que os alunos resolvem situações problema.

Ao tratarmos de competências, existem na literatura diferentes concepções e definições relativas ao termo, dependendo do contexto em que é utilizado. Ou seja, competências gerais no âmbito do trabalho e competências no âmbito educacional que são, geralmente complementares, mas com diferenças substanciais em alguns casos. A atuação profissional no trabalho, segundo a Organização Internacional do Trabalho-OIT, (ZABALA; ARNAU, 2011, p.33), é definida como “capacidade efetiva para levar a cabo de forma exitosa uma atividade laboral plenamente identificada” e, segundo McClelland (apud ZABALA; ARNAU, 2011, p.32), como “aquilo que realmente causa rendimento superior no trabalho”, ou seja, o autor relaciona competência à qualidade dos resultados do trabalho.

No contexto educacional, o termo competência faz uso das ideias formuladas no mundo do trabalho, porém, com maior profundidade e extensão. Godino et.al.(2012) destacam as competências no campo educacional como aquelas relacionadas ao trabalho docente e as relacionadas à noção de conhecimento. Para os autores, o termo competência é “a capacidade de lidar com um problema complexo ou de resolver uma atividade complexa” (p.2).

O projeto PISA também define e seleciona competências consideradas essenciais para a vida das pessoas e o bom funcionamento da sociedade e, entre elas, destaca a competência matemática. De acordo com o projeto PISA e as ideias de Zabala e Arnau (2011), a competência matemática enfatiza o uso do conhecimento matemático em situações diversas e uma inter-relação entre conhecimento matemático e competência. Segundo os autores uma pessoa não é competente somente por saber algo ou por saber fazer alguma coisa, mas por saber fazer a partir de um conhecimento, compreendendo o que está fazendo, como se faz e porque se faz. Os mesmos autores destacam que a teoria e a prática não podem estar dissociadas e por isso a importância do ensino por competências.

As competências matemáticas destacadas pelo projeto PISA são: pensar e raciocinar; argumentar; comunicar; construir modelos; formular e resolver problemas; representar; utilizar linguagem simbólica, formal e técnica e utilizar ferramentas de apoio como, por exemplo, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). De acordo com Martínez Recio (2008), cada competência preconizada pelo projeto PISA admite três níveis de complexidade. Primeiro nível: reprodução e procedimentos rotineiros; segundo nível: conexões e integração para resolver problemas; terceiro nível: raciocínio, argumentação, intuição e generalização para resolver problemas originais.

Para Kilpatrick (2002, apud ALEJO; ESCALANTE, 2012, p.51), competência matemática significa que os alunos têm a capacidade de transferir um conhecimento adquirido para uma nova situação. Estas competências incluem, entre outras, a capacidade de resolver problemas e isto implica na capacidade de identificar as variáveis envolvidas e seus significados; fazer perguntas e conjecturas; procurar respostas; analisar e interpretar as soluções.

De acordo com De Corte (2007), a aquisição de competências matemáticas implica que os alunos necessitam compreender conceitos matemáticos, operações e relações; pensar de forma flexível, precisa e adequada; refletir, explicar e justificar logicamente.

Uma afirmação que é recorrente e adotada pela maioria do corpo docente, quando se refere ao desempenho dos alunos, é que os professores distinguem aqueles que são matematicamente competentes e, de acordo com Morais (2004,p.199), “ matematicamente competente está vinculado ao desenvolvimento da compreensão do conteúdo matemático”. O autor acrescenta ainda que um aluno competente matematicamente é o que compreende as noções e os procedimentos matemáticos e os utiliza, de maneira flexível, adaptando-os a novas situações, permitindo estabelecer relações entre eles para aprender novos conteúdos matemáticos.

Como pode ser observado por meio das diversas ideias apresentadas, o conceito de competência tanto é considerado estático, relacionado ao conhecimento aprofundado, quanto dinâmico, relacionado à capacidade de mobilização. Entende-se que é nesta perspectiva dinâmica que é possível dar sentido à aprendizagem escolar e à construção do conhecimento, tão importantes para a formação de cidadãos competentes. Nesse sentido o ambiente social e o papel do professor são elementos essenciais. A obtenção de competências matemáticas, segundo De Corte (2007), implica que o aluno deve ter disposição para aprender Matemática. A modelagem matemática insere-se nesta perspectiva dinâmica, de possibilitar um trabalho de sala de aula que permite a construção do conhecimento e de competências matemáticas.

Tendo em vista as concepções de competências matemáticas descritas acima, é importante destacar o que se entende por competência em modelagem matemática. Aqui, buscou-se o apoio nas ideias de Blomhøj & Jensen (2003), que destacam competência em Modelagem Matemática como sendo, de acordo com a definição geral de competência, a disposição de alguém para conduzir-se, de forma eficiente, em todas as etapas do processo de Modelagem Matemática em uma determinada situação. Neste trabalho, o processo de modelagem que adotamos seguem os passos descritos por Burak (1992) e nesse processo o aluno, ao imergir ativamente nas diversas etapas da modelagem, constrói novos conhecimentos e desenvolve diferentes competências.

O crescimento do número de pesquisas em nível nacional e internacional que tratam da investigação sobre modelagem matemática mostra que esta metodologia vem se consolidando, cada vez mais, junto aos docentes dos diferentes níveis de ensino. Uma das principais razões do crescente interesse pela área, especialmente na formação de professores, é que, por meio da modelagem, é possível o desenvolvimento do pensamento matemático e de competências matemáticas dos alunos e esse desenvolvimento depende, essencialmente, dos conhecimentos, habilidades e competências dos professores. (De CORTE, 2007; BISOGNIN; BISOGNIN, 2013).

A Modelagem Matemática possibilita encontrar modelos matemáticos que permitem analisar situações do mundo real e desenvolver diferentes competências, além de construir novos conhecimentos. Ou seja, a partir da proposição de problemas oriundos do contexto social é possível desenvolver competências relacionadas com o processo de modelagem e, conseqüentemente, o desenvolvimento de competências matemáticas. Pesquisas e experiências descritas em Bassanezi, 2002; Barbosa; Caldeira e Araujo, 2007; Brandt; Burak e Klüber, 2010; Almeida; Araújo e Bisognin, 2011; Meyer; Caldeira e Malheiros, 2011, entre

outros, mostram que por meio da modelagem é possível o desenvolvimento de competências matemáticas.

Os resultados de pesquisas de Chaves e Bisognin (2006), Santos e Bisognin (2007), Stieler e Bisognin (2011), Bisognin e Bisognin (2011; 2012), têm mostrado que, como metodologia de sala de aula, a Modelagem Matemática pode proporcionar um ambiente favorável à aquisição de competências matemáticas como aquelas descritas acima.

No processo da Modelagem Matemática, em suas diferentes etapas de execução, os alunos necessitam analisar informações, usar diferentes modos de representação, sejam elas algébricas, gráficas, geométricas ou numéricas, formular problemas, desenvolver modelos e procurar soluções, formular e justificar conjecturas, analisar e interpretar os resultados. Durante o processo de desenvolvimento de atividades de modelagem, seja individualmente ou em grupo, os alunos constroem novos conhecimentos e diferentes competências. No primeiro estágio, os alunos devem adquirir a competência de, a partir de um problema do mundo real, formular um problema matemático. Portanto, por meio da modelagem os alunos podem adquirir a competência de formulação de problemas que, em geral, é uma etapa difícil do processo. Na passagem da segunda para a terceira etapa, os alunos adquirem a competência de definir um modelo para descrever a situação inicialmente proposta. Aqui os alunos têm a oportunidade de desenvolver diferentes competências, entre as quais, buscar e analisar informações e dados, usar diferentes representações, formular e justificar conjecturas.

Estabelecido o modelo, no passo seguinte os alunos necessitam solucioná-lo. Nesta etapa as competências estão relacionadas com os conteúdos matemáticos, tais como, a compreensão de conceitos, operações, propriedades e suas relações, o uso de linguagem matemática adequada e métodos de resolução. Na passagem para a última etapa do processo, os alunos podem desenvolver competências relacionadas com a análise, interpretação crítica do resultado obtido, comparando-o com o problema do mundo real inicialmente proposto.

## **Metodologia**

O problema descrito neste artigo faz parte de uma série de problemas desenvolvidos num projeto de pesquisa, voltado para o desenvolvimento de competências matemáticas por meio da Modelagem Matemática. Os 12 alunos participantes são professores da Educação Básica, matriculados na disciplina de Modelagem Matemática de um curso de mestrado em Ensino de Matemática.

Os alunos trabalharam em equipes para responder aos questionamentos formulados pelas pesquisadoras sobre uma situação real, com o propósito de orientá-los na busca de solução. A atividade foi desenvolvida em quatro horas e, nesse período, os grupos formados por três alunos cada, propuseram uma situação problema. Ao final da aula foi feita uma explanação geral por cada um dos grupos sobre as situações-problema propostas e os resultados obtidos.

Neste trabalho, descreve-se a situação proposta pelo grupo A. A metodologia utilizada para analisar os dados foi qualitativa e os mesmos foram coletados a partir das observações feitas pelas pesquisadoras e dos relatórios dos grupos. Para análise dos resultados, foram utilizadas as categorias descritas no Projeto PISA e seus níveis de complexidade para identificar as competências desenvolvidas.

### **Análise dos Resultados**

O tema escolhido pelo grupo A foi “embalagens de produtos de supermercado”. Escolhido o tema, o grupo foi instigado a propor uma situação-problema. Entre as diferentes situações colocadas pelo grupo, escolheu-se a seguinte:

*Para fabricar embalagens em forma cilíndrica, as indústrias recortam placas de metal que, em geral possuem 2 m de comprimento e 1 m de largura, e separadamente, recortam as tampas superior e inferior e a parte lateral das latas. Nas indústrias pesquisadas, a maioria delas fabrica latas em forma cilíndrica cujas tampas superior e inferior têm 10cm de raio. Pergunta-se:*

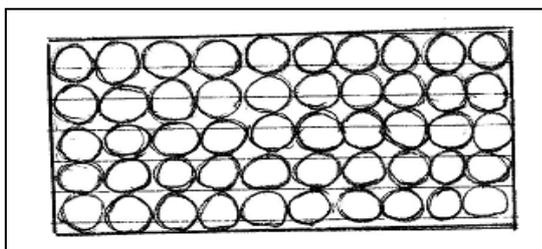
- a) *Que configuração permite um maior número de círculos para confeccionar a parte superior das latas?*
- b) *Existe uma configuração mais efetiva de modo que se obtenha o maior número de círculos e o menor desperdício de material?*

As professoras questionaram sobre qual o propósito dessas perguntas e os alunos responderam que queriam buscar qual a forma mais eficaz de recortar uma placa de material de modo a obter o maior número possível de tampas circulares e ter o menor desperdício de material.

A partir dessas perguntas, percebeu-se que os alunos foram capazes de formular um problema e esta é uma competência que é preconizada pelo PISA. Neste caso, a competência de formular um problema, a partir de um tema proposto pelos alunos, foi potencializada pela metodologia da Modelagem Matemática.

Proposto o problema e estando claros os objetivos do mesmo, o grupo tentou buscar as possíveis configurações para recortar os círculos. Um dos esquemas propostos está apresentado na Figura 1, a seguir.

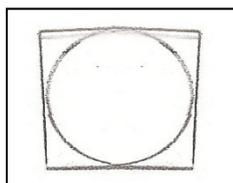
**Figura 1:** Esquema representativo da disposição dos círculos



Ao analisar o desenho dos alunos as professoras indagaram: considerando essa configuração, é possível determinar quanto foi o desperdício de material?

O Grupo A considerou a configuração acima e fez um recorte do desenho como mostrado na Figura 2.

**Figura 2:** recorte de uma das tampas circulares.



Estabelecer uma estratégia para a busca de solução de um problema, partindo-se de um caso particular para, a seguir, estender para o caso geral é também uma das competências indicadas pelo PISA.

Como a placa mede 2m de comprimento e 1m de largura, cada círculo está inserido num quadrado de 20 cm de lado, uma vez que o raio do círculo mede 10cm. Para o cálculo do desperdício, o grupo considerou a área do quadrado e subtraiu a área do círculo, ou seja, os alunos obtiveram que a área desperdiçada é de  $400 - 100\pi$ . Para o cálculo da porcentagem de material desperdiçado, o grupo usou a regra de três e obteve que o percentual de desperdício de material é de:  $((400-100\pi) / 400) \cdot 100 = 21,5$ . O grupo concluiu que, com um recorte da configuração apresentada, há um desperdício de 21,5% de material.

Foi mantido, então, o seguinte diálogo:

*Professoras: considerando o recorte feito, vocês verificaram que há um desperdício de 21,5 % de material; quanto isso representa da placa inteira?*

*Grupo A: da placa inteira podem ser recortados 50 círculos e, portanto, o desperdício total é  $50 \cdot (400 - 100\pi) = 50 \cdot 86 = 4300 \text{cm}^2$ , o que também corresponde a 21,5% de desperdício da área total do material da placa.*

*Professoras: supondo que o material possa ser reciclado e considerando o desperdício, quantas tampas a mais poderiam ser recortadas?*

*Grupo A: basta dividir o total de material desperdiçado que é  $4300 \text{cm}^2$ , pela área de um círculo. Isto dá aproximadamente 13 tampas.*

*Professoras: vocês estão considerando que no recorte não há desperdício de material?*

*Grupo A: tem razão, não consideramos que ao recortarmos há um desperdício de 21,5% de material.*

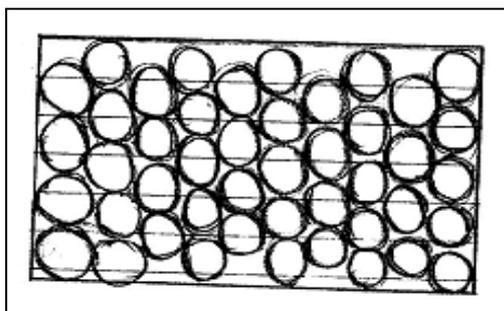
Após discussões, os alunos concluíram que, ao reciclar o material desperdiçado, é possível recortar mais 10 tampas.

*Grupo A: os resultados obtidos valem para essa configuração mas nós obtivemos outras distintas dessa que talvez sejam mais vantajosas e se desperdice menos material.*

A observação do grupo revela uma competência matemática que é preconizada pelo PISA, fazer conjecturas. Aqui os alunos, a partir de uma situação problema, elaboraram outro problema, o que está de acordo com as ideias de De Corte (2007), que afirma que para aprender Matemática é preciso ter disposição e participar ativamente de todo o processo de desenvolvimento do trabalho em sala de aula.

A partir dessa observação, as discussões no grupo se intensificaram e os alunos concluíram que uma outra configuração poderia ser essa mostrada na Figura 3, a seguir.

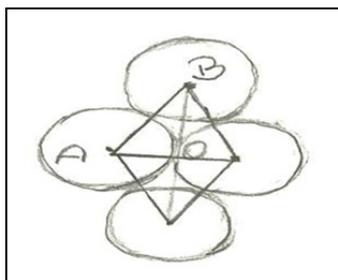
**Figura 3:** disposição dos círculos sobre a placa



*Professoras: com essa configuração se desperdiça mais ou menos material comparando com a anterior?*

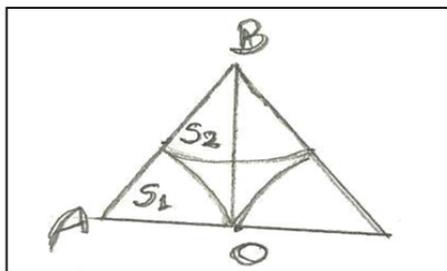
A partir do questionamento das professoras, o grupo, raciocinando como na situação-problema anterior, destacou um pequeno recorte como mostra a Figura 4.

**Figura 4:** esquema inicial para o cálculo da área entre os quatro círculos



Para o cálculo do desperdício de material entre os círculos, o grupo apontou os seguintes passos: primeiramente, os alunos consideraram o triângulo OAB, conforme a Figura 5, e calcularam o ângulo  $\widehat{OAB}$  da seguinte forma:  $\cos(\widehat{OAB}) = AO/AB = 10/20 = 1/2$ , portanto  $\widehat{OAB} = 60^\circ$ . Usando o Teorema de Pitágoras, calcularam a medida do segmento OB, ou seja,  $OB^2 = AB^2 - OA^2 = 400 - 300$ , logo  $OB = 10\sqrt{3}$ .

**Figura 5:** esquema para o cálculo do desperdício entre os círculos



*Grupo A: necessitamos da fórmula do cálculo da área de um setor circular.*

*Professoras: é preciso pesquisar.*

Após consultar em sites, o grupo lembrou a fórmula da área de um setor circular, como sendo  $S = \pi R^2 \theta / 360$ , e, a seguir, os alunos calcularam  $S_1$  e  $S_2$ , obtendo  $S_1 = \pi \cdot 10^2 \cdot 60 / 360 = 50\pi/3$  e  $S_2 = \pi \cdot 10^2 \cdot 30 / 360 = 25\pi/3$ .

*Grupo A: o desperdício é, portanto,  $D = \text{área do triângulo OAB} - (S_1 + S_2) = 50\sqrt{3} - 25\pi$ . Usando regra de três, o percentual de desperdício é,  $(50\sqrt{3} - 25\pi) / 50\sqrt{3} \cdot 100 = (1 - \pi/2\sqrt{3}) \cdot 100 = 9,31\%$ .*

*Grupo A: obtivemos um desperdício de material bem menor que o obtido com a configuração anterior.*

*Professoras: se considerarmos o percentual de desperdício de material, esta segunda opção é a melhor escolha, porém, é preciso pensar em otimizar o número de tampas. Quantas tampas podem ser recortadas considerando-se a segunda configuração?*

*Grupo A: 45 tampas e, comparando-se com a anterior, tem-se um maior desperdício de material, mas a configuração favorece o recorte de um maior número de tampas.*

*Professoras: existem outras configurações possíveis para recortar as tampas. Investiguem.*

Raciocinar, argumentar e buscar novos conhecimentos a partir de conhecimentos já adquiridos, esquematizar possíveis soluções como preconizado pelo Projeto PISA, foram competências observadas enquanto os alunos desenvolviam as atividades e buscavam solução para o problema.

As professoras indagaram se os alunos sabiam qual das duas configurações é utilizada pela indústria. Dois alunos comentaram que havia uma indústria, próximo a cidade onde habitavam, e que eles poderiam visitá-la para indagar como era o método de fabricação das tampas das embalagens. Na semana seguinte, eles retornaram e disseram que visitaram a indústria e verificaram que a primeira configuração é mais utilizada na prática. Ao exporem para o grupo o resultado da visita, a turma indagou: por que a indústria não utiliza a segunda configuração se o desperdício é menor? Os alunos não souberam responder a essa questão, mas, colocaram que possivelmente era porque no primeiro caso obtinha-se um maior número de tampas.

As professoras questionaram: e se a indústria recicla o material desperdiçado, a primeira configuração é ainda mais vantajosa?

Observou-se que, à medida que os alunos avançavam nas etapas para resolver o problema e responder aos questionamentos das professoras, estavam também desenvolvendo as competências preconizadas pelo PISA isto é, elaborando e resolvendo novos problemas. Eles pensaram e raciocinaram para esquematizar as configurações das tampas, argumentaram sobre o melhor modo de recortar, representaram o modelo que neste caso não é expresso por uma função ou uma equação, mas uma representação geométrica. Os alunos resolveram o problema utilizando uma linguagem formal e utilizaram conhecimentos prévios para alicerçar os novos conhecimentos.

## **Conclusão**

A formação continuada deve necessariamente propiciar aos professores oportunidades de desenvolver competências para que os mesmos possam incluí-las em suas práticas e qualificar o processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o propósito desse trabalho foi de analisar as competências que podem ser adquiridas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Observou-se que em cada etapa foi possível identificar diferentes competências que foram exigidas no processo de resolução das atividades. Na fase inicial do processo de modelagem, os alunos tiveram uma base de conhecimento que lhes permitiu responder às perguntas formuladas, mas apresentaram dificuldades na formulação dos problemas. Dessa forma, trabalhar com uma metodologia flexível, que proporciona a participação dos alunos, favorece esse tipo de competência. Os relatórios elaborados pelos grupos apresentaram dificuldades, especialmente no uso da linguagem matemática adequada, no entanto, houve avanços em relação à compreensão do problema e o uso de uma linguagem formal. Observou-se que formular perguntas não faz parte do cotidiano da sala de aula desse grupo de alunos analisados e isso explica, em parte, as dificuldades encontradas.

Os cálculos efetuados para resolver o problema requereram dos alunos competências aritméticas e geométricas. Aqui a capacidade de visualização foi fundamental para que o grupo conseguisse esquematizar um roteiro para a busca de uma possível solução. Nessa etapa, o papel das professoras foi importante para estimular a discussão e reflexão, a fim de que os alunos fossem capazes de responder à pergunta inicialmente proposta. Por exemplo, as perguntas feitas pelas professoras ajudaram aos alunos a refletirem sobre a solução encontrada e sua interpretação, além dos procedimentos geométricos e aritméticos utilizados. A integração das professoras com os alunos foi importante, pois, foi possível identificar que conhecimentos matemáticos os alunos possuíam e que novos conhecimentos deveriam ser construídos. Isto permitiu, por meio de perguntas pertinentes, a compreensão do problema e sua solução.

A aplicação dessa atividade trouxe um impacto sobre a aceitação da metodologia da Modelagem Matemática, pois a maioria dos participantes afirmou que, inicialmente, sentiam-se inseguros para trabalhar na sala de aula com seus alunos. Eles envolveram-se totalmente na busca de situações-problema e de suas soluções, integrando-se e responsabilizando-se pelo trabalho realizado e isto está de acordo com De Corte (2007), quando afirma que o aluno deve ter disposição para estudar Matemática. A aplicação dessas

atividades trouxe também um impacto sobre a prática docente dos participantes, pois os problemas propostos por eles favoreceram a expressão escrita e oral. O fato das professoras terem questionados os alunos com perguntas desafiadoras permitiu-lhes falar, argumentar, discutir e escrever os resultados encontrados, tornando-os, cada vez mais, alunos autônomos. Estas são competências que, em geral, não são desenvolvidas em muitas disciplinas dos cursos de formação inicial de professores e que, neste caso, foram potencializadas pela metodologia da Modelagem Matemática.

A atividade aqui descrita representa um exemplo de como uma situação do cotidiano pode converter-se em um problema interessante e suscitar discussões matemáticas de qualidade, tanto do ponto de vista da aplicabilidade da Matemática quanto do ponto de vista da formação de cidadãos conscientes de seu papel social. A resolução de problemas práticos, possibilitados pela modelagem matemática, permite que os alunos se mobilizem, se engajem no trabalho de sala de aula e se tornem sujeitos ativos e comprometidos e, dessa forma, desenvolvem competências não apenas matemáticas mas competências gerais para a vida em sociedade.

## Referências

ALEJO, V.V.; ESCALANTE, C.C. **Developing Mathematical Competences, Learning Linear Equations, Functions and the relation among these Concepts**. Journal of Mathematical Modelling and Application, Blumenau, SC, v.1, n.7, p.50-57, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de Modelagem na Educação Matemática**. Londrina, EDUEL, 2011.

ALMEIDA, L. M. W.; FIDELIS, R. **Mathematical modeling and reflective thought in mathematics teacher education**. Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, v. 11, p. 117-132, 2012.

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira; pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) -Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. **Desenvolvimento de Competências por Meio da Modelagem Matemática com Alunos em Formação Inicial**. In: ENCONTRO NACIONAL

DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 11., 2013, Curitiba. Anais... Curitiba, 2013. p. 1-14. 1 CD-ROM.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. **Percepções de professores sobre o uso da modelagem matemática em sala de aula.** BOLEMA, Rio Claro, v. 26, n. 43, p.1049-1079, 2012.

BISOGNIN, V.; BISOGNIN, E. **Explorando o conceito de proporcionalidade por meio da modelagem matemática.** In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. Anais... Recife, 2011. p. 1-10. 1 CD-ROM.

BLOMHOJ, M.; JENSEN, T. H. **Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning.** Teaching Mathematics and its Application, n.22, p. 123-138, 2003.

BRANDT, C. F; BURAK, D; KLÜBER, T. E. (Org.) **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica.** Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** Brasília, 2001a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em 10 jun. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. PISA 2000: relatório nacional. 2001b. Disponível em: <<http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/PISA2000.pdf>>. Acesso em 30 maio 2012

CHAVES, C. M. S.; BISOGNIN, E. **Modelagem matemática e investigação no ensino da função exponencial.** Educação Matemática em Revista-RS, v.7, n. 7, p. 53-60, 2006.

CONTRERAS, L.C. et al. **Um Estudio Exploratorio sobre las Competencias Numéricas de los Estudiantes para Maestro.** BOLEMA, Rio Claro, v.26, n.42 B, p.433-457, 2012.

CURY, H. N.; VIANNA, C. R.(Org.) **Formação do Professor de Matemática: reflexões e propostas.** Santa Cruz do Sul, Ed.IPR, 2012.

DE CORTE, E. **Learning from instruction: the case of mathematics.** Learning Inquiry, v.1, n.1, p.19-30, 2007.

FROTA, M. C.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. T.(Org.). **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior.** São Paulo: Ed.Papirus, 2013.

GODINO, J. D. et al. **Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas.** REVEMAT, Florianópolis, SC, v. 7, n. 2, p.1-21, 2012.

GREER, B.; VERSCHAFFEL, L. **Modelling Competencies Overview.** In: BLUM, W.; GALBRAITH, P. L.; HENN, H-W.; NISS, M. (Ed.). Modelling and Applications in Mathematics Education. New York: Springer, 2007. p.219-224.

HAINES, C; CROUCH, R; DAVIS, J.; **Understanding Students' Modelling Skills**. In: MATOS, J. F.; BLUM,W.; HOUSTON, S.; CARREIRA, p. (EdS.). *Modelling and Mathematics Education. ICTMA 9:Applications in Science and Technology*. Cambridge: Horwood Publishing, 2003. p.366-380.

LESH, R. **What it Means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully**. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Blumenau, SC, v. 1, n. 2, p.16-48, 2010.

MARTÍNEZ RECIO,A. **Aprendizage de Competencias Matemáticas**. *Avances em Supervisión Educativa*, n.8, 2008. Disponível em [http://www.adide.org/revista/index.php?option=com\\_content&task=view&id=248&Itemid=64](http://www.adide.org/revista/index.php?option=com_content&task=view&id=248&Itemid=64) >. Acesso em 15 ago. 2013.

MEYER, J. F. C.; CALDEIRA,A . D.; MALHEIROS, A. P. S.(Org.). **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.Coleção Tendências em Educação Matemática.

MORAIS,C. **Competências Matemáticas: interpretação por professores do Ensino Básico**. In BORRALHO, A.;MONTEIRO, C.;ESPADEIRO, R.(Org.). *A Matemática na Formação de Professores*. Lisboa. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2004. p.197-212.

SANTOS, L. M.; BISOGNIN, V. **Experiências de ensino por meio da modelagem matemática na educação fundamental**. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. ; ARAUJO, J. L. (Orgs.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007. p.99-114.

SILVER, E. A. **Formação de Professores de Matemática: desafios e direções**. *Bolema*, Río Claro, SP, v.19, n. 26, p.125-152, 2006.

SOSTISSO, A. F.; BIEMBENGUT, M. S.; **Modelagem Matemática na Formação de professores e o Desenvolvimento de Competências**. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas. *Anais... Canoas*, ULBRA: 2013. p. 1-10. 1 CD-ROM.

STIELER, M. C.; BISOGNIN, V; **Modelagem Matemática: experiência com alunos de cursos de formação de professores**. *Unión*, San Cristobal de La Laguna, v. 28, p. 129-142, 2011.

ZABALA, A.;ARNAU, L. **Cómo Aprender y Enseñar Competencias**. Barcelona: Ed. Graó, 2011.