http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p418

Tópicos Atuais em Matemática e Etnomatemática: pontos de convergência

Current Topics in Mathematics and Ethnomathematics: points of convergence

Sérgio Florentino da Silva[1]
sergio.florentino@ifsc.edu.br

Bárbara Cristina Pasa[2]
bapasa1@hotmail.com

Roberta Nara Sodré de Souza[3]
profrobertanss@gmail.com

Méricles Thadeu Moretti[4]
mthmoretti@gmail.com

Resumo

Em concordância ao entendimento de D'Ambrosio que concebe que a matemática dos profissionais também é uma forma de etnomatemática, este artigo tem como objetivo explicitar alguns elementos do discurso do Programa Etnomatemática e fomentar discussões sobre como estes elementos estão presentes também em tópicos atuais da matemática dos profissionais desta área. Para tanto, o artigo está organizado de forma que, inicialmente, aborda alguns elementos do discurso da Etnomatemática, os quais nos levam a entender a matemática como uma produção humana histórica e não como uma produção absoluta, infalível e fechada em si mesmo. Em um momento posterior, apresenta uma breve reflexão sobre as novas Lógicas, as Geometrias não Euclidianas e a Geometria dos Fractais, principalmente no que se refere ao contexto em que estas foram construídas. E por fim, algumas relações e aproximações entre elementos apresentados do discurso do Programa Etnomatemática na produção dos conhecimentos matemáticos os quais chamamos de *tópicos atuais*, são discutidas.

Palavras-chave: Filosofia da matemática; Epistemologia da matemática; Produção do conhecimento matemático.

Abstract

In accordance to the understanding of D'Ambrosio who conceives that the professional of mathematics is also a way to Ethnomathematics, this article aims to explain some speech elements of Ethnomatematics Program and to foment discussions on how these elements are also present in current topics of mathematics of professionals in this area. Thus, the article is organized in a way that initially covers some speech elements of Ethnomatematics, which lead us to understand mathematics as a historic human production and not as an absolute production, infallible and closed in itself. At a later time, presents a brief reflection on the new Logic, the geometries non Euclidian and the geometry of fractals, particularly with regard to the context in which they were built. Finally,

[1] Mestre em Educação Científica e Tecnológica no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Doutorando do PPGECT na UFSC. Docente do Departamento de Cultura Geral do Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC, campus São José, SC, Brasil. Endereço para correspondência: Rua José Lino Kretzer 608, São José, SC, CEP: 88103-310 Brasil.

[2] Mestre em Matemática Aplicada no Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada (PPGMAp) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Doutoranda do PPGECT na UFSC. Docente da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Erechim, RS, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Rui Barbosa, 92, apto 504. Bairro Centro, Erechim, RS, CEP: 99700-000, Brasil.

[3] Mestre em Educação no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI). Doutoranda do PPGECT na UFSC. Docente do Colégio de Aplicação da UFSC, SC, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Adolfo Cugnier 133, Ressacada Itajai-SC, CEP 88307360.

[4] Doutor em Didática da Matemática pela ULP/Estrasburgo – França. Docente do Departamento de Matemática e do PPGECT da UFSC, SC, Brasil. Endereço para correspondência: Campus Universitário Trindade – CFM/MTM. CEP 88.040-900 – Florianópolis-SC, Brasil.

they discuss some relations and similarities between elements made of the Ethnomatematics Program speech and production of mathematical knowledge which we call current topics.

Keywords: Philosophy of mathematics; Epistemology of mathematics; Production of mathematical knowledge.

1 Introdução

A base teórica do Programa Etnomatemática considera que a matemática é uma maneira ou uma técnica de explicar, entender e lidar com diferentes contextos naturais, sociais e econômicos da realidade. Não sendo, portanto, uma produção que é apenas motivada por aspectos intelectuais internos à própria matemática. Ainda no discurso do referido Programa de pesquisa[5], é recorrente a indicação de que a matemática é uma produção humana, assim, é histórica, não absoluta podendo ser modificada e falível.

Em síntese, os elementos que apresentamos no discurso do referencial teórico que citamos revelam que a matemática não é absoluta, infalível e necessariamente fechada em si mesmo. Ao invés disso, é uma produção humana histórica que permite entender diferentes problemas não apenas internos à própria matemática como os diferentes contextos de aplicações de grupos culturais. Nesse artigo temos como objetivo dar indicativos que alguns elementos do discurso da Etnomatemática[6] também estão presentes em *tópicos atuais* da matemática dos profissionais como as novas Lógicas, Geometrias não Euclidianas e Geometria dos Fractais. Logo, não se trata de um discurso que valha apenas para a matemática do cotidiano ou a matemática escolar.

2 Etnomatemática

Por volta dos anos 70 e 80 cresceu muito a aproximação entre a Educação Matemática e outras áreas do conhecimento, como a Antropologia e a Psicologia.

Nesse cenário, várias pesquisas em diferentes contextos mostram dados empíricos que acabam impulsionando um movimento que busca, entre outras coisas, repensar as relações entre matemática e cultura. Nesse sentido, D'Ambrosio (2014) entende que

[5] O termo Programa, usado por D'Ambrosio, tem o mesmo sentido do Programa de Pesquisa do epistemólogo Imre Lakatos. "Um programa de pesquisa lakatosiano é um estrutura que fornece orientação para a pesquisa futura de uma forma tanto negativa quanto positiva. A *heurística negativa* de um programa envolve a estipulação de que as suposições básicas subjacentes ao programa, seu núcleo irredutível, não devem ser rejeitadas ou modificadas. Ele está protegido da falsificação por um cinturão de hipóteses auxiliares, condições iniciais etc. A *heurística positiva* é composta de uma pauta geral que indica como pode ser desenvolvido o programa de pesquisa. Um tal desenvolvimento envolverá suplementar o núcleo irredutível com suposições adicionais numa tentativa de explicar fenômenos previamente conhecidos e prever fenômenos novos. Os programas de pesquisa serão *progressivos* ou *degenerescentes*, dependendo de sucesso ou fracasso persistente quando levam à descoberta de fenômenos novos." (CHALMERS, 1993, p.102, grifo do autor)

[6] Em nossos termos, quando for escrito Etnomatemática [letra maiúscula] estaremos nos referindo ao Programa Etnomatemática.

> [...] a Matemática como um produto cultural, e, então, cada cultura, e mesmo sub-cultura, produz sua matemática específica, que resulta das necessidades específicas do grupo social. Como produto cultural tem sua história, nasce sob determinadas condições econômicas, sociais e culturais e desenvolve-se em determinada direção; nascida em outras condições teria um desenvolvimento em outra direção. Pode-se então dizer que o desenvolvimento da matemática é não-linear, como querem alguns matemáticos. (p.06)

Na esteira deste movimento, é possível compreender as relações que se constituem durante a construção dos conhecimentos matemáticos.

O livro "Na vida dez, na escola zero" [7] (2001), de autoria de Teresinha Carraher, David Carraher e Analúcia Schliemann retrata, entre outras situações, trabalhadores lidando com situações reais no comércio. Neste contexto, dar o troco errado pode implicar perder o cliente e/ou perder dinheiro e, sabendo disso, os trabalhadores desenvolvem com sucesso e eficácia diversas estratégias matemáticas. De acordo com os pesquisadores, estas estratégias são manifestações culturais e, assim, são compartilhadas pelo grupo (SILVA, 2011). Por isso,

> quando uma solução matemática é negociada na rua – numa venda na feira, numa aposta no jogo do bixo – ela reflete os rituais da cultura para a situação, não apenas as estruturas matemáticas subjacentes. (CARRAHER, T.N.; CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A.D., 2001, p.20)

Desta forma, o interesse em pesquisar a matemática produzida fora da academia, motiva vários pesquisadores a criarem definições a partir de suas pesquisas teórico-empíricas. Além disso, possibilita o crescimento e a caracterização de um novo campo de pesquisa em Educação Matemática. Entre as definições criadas, conforme apresentados em sequência histórica por Gerdes (1991, p.29, grifo do autor), estão as seguintes:

> - *sociomatemática* de África (Zaslavsky, 1973): as aplicações da matemática na vida dos povos africanos e, inversamente, a influência que as instituições africanas exercem e ainda exercem sobre a evolução da matemática (Zaslavsky, 1973, p.7);
> - *matemática espontânea* (D'Ambrosio, 1982): para poder sobreviver, todo ser humano e cada grupo cultural desenvolve espontaneamente determinados métodos matemáticos;
> - *matemática informal* (Posner, 1982): matemática que se transmite e se aprende fora do sistema de educação formal;
> - *matemática oral* (Carraher E.O., 1982; Kane, 1987): todas as culturas humanas há conhecimentos matemáticos que oralmente são transmitidos de uma geração à seguinte;
> - *matemática oprimida* (Gerdes, 1982): nas sociedades de classe (por exemplo, nos países do "Terceiro Mundo" na época da ocupação colonial) existem elementos matemáticos na vida diária das massas populares, que não são reconhecidas como matemática pela ideologia dominante;
> - *matemática não-estandarlizada* (Carraher, 1982; Gerdes, 1985; Harris, 1987): além das formas estandarlizadas dominantes da matemática "acadêmica" e "escolar" desenvolve(ra)m-se em todo o mundo e em cada cultura formas matemáticas que se distanciam dos padrões estabelecidos;
> - *matemática escondida ou congelada* **(**Gerdes, 1982; 1985): embora, provavelmente, a maioria dos conhecimento matemáticos dos povos outrora

[7] Esse livro possui edições feitas na década de 80.

colonizados se tenham perdido, pode reconstruir ou "descongelar" o pensamento matemático, que se encontra "escondido" ou "congelado" em técnicas antigas, tais como, por exemplo, na cestaria;

- *matemática popular / do povo* (Mellin-Olsen, 1986): a matemática (embora muitas vezes não reconhecida como tal) desenvolvida na vida laboral de cada um dos povos pode servir como ponto de partida para o ensino de matemática.

Além das nomenclaturas apresentadas anteriormente, ainda destacamos a chamada matemática codificada no saber/fazer (1987) e matemática materna (1993), ambas de autoria de Sebastiani Ferreira, e matemática antropológica, dada por D'Ambrósio em 1998 (ESQUINCALHA, 2004).

Diante deste cenário, surge espaço para discutir a existência e a importância da matemática produzida em diferentes culturas, bem como seu valor social, histórico e cultural.

Usando um termo mais abrangente do que os até então sugeridos, D'Ambrosio[8] define essa nova tendência de pesquisa como Etnomatemática. Esta nova terminologia a priori é evitada por alguns autores, no entanto, com a criação do Grupo Internacional de Estudo da Etnomatemática (ISGEM), em 1985, o termo Etnomatemática passa a ser cada vez mais aceito e usado (GERDES, 1991)[9].

Nos termos de D'Ambrosio (2005, p.111): "[...] diferentemente do que sugere o nome, etnomatemática não é apenas o estudo de 'matemáticas das diversas culturas'." Para o melhor entendimento do termo etnomatemática, faz-se necessário especificar sua etimologia. Segundo D'Ambrosio (2006):

> Na pretensão de expressar essas idéias [sobre etnomatemática] em uma palavra, decidi arriscar um abuso etimológico, introduzindo o neologismo etno-matemá-tica. Recorrendo, obviamente com limitada competência, ao grego e, certamente, motivado pelas minhas preocupações históricas e filosóficas com a natureza e o significado da matemática, decidi usar, para 'artes e técnicas', a palavra *techné* e a grafia aproximada tica. Para 'entender, explicar, lidar com' utilizei, abusivamente, *mathema*, ou matema, o que provocou reações, esperadas, dos especialistas na língua grega. E para 'ambiente natural, social e cultural', usei o óbvio *ethno*, ou etno. O abuso foi além e ampliei o sentido de etno para incluir 'próximo ou distante'. E a menção, muito importante, à assunção, pela espécie humana, 'seu direito e capacidade' de modificar o ambiente natural, social e cultural, está implicito, com maior ou menor visibilidade e intensidade, em todos os mitos de criação. Daí surgiu etno-matema-tica. Uma parte da crítica focalizou o fato de matematica não reflete a etimologia de 'matemática', que, no sentido usado a partir da Baixa Idade Média e do Renascimento, é também um neologismo. Realmente, o matema, que é uma das raízes etimológicas da palavra etnomatemática, tem pouco a ver com 'matemática'. (p.286, grifo do autor)

[8] "Desde meadas da década de 70 tenho utilizado, em grande parte apoiando-me em Spengler, a palavra Etnomatemática, inicialmente em analogia com Etnopsiquiatria, Etnomusicologia, Etnobotânica e outras disciplinas que focalizam as raízes étnicas, para destacar a multiplicidade. Nunca havia visto a palavra Etnomatemática. Recentemente, soube que, em meadas de 70, um autor utilizou essa palavra num artigo de baixa circulação." (D'AMBROSIO. **O Programa Etnomatemática**. Disponível em: <http://www.fe.unb.br/etnomatematica>. Acesso em: 20 de mai 2009)

[9] O primeiro livro publicado na perspectiva da Etnomatemática foi "Africa Counts" (1976). No entanto, essa educadora utilizou a expressão Sociomatemática e não Etnomatemática.

Apesar de usar o termo etnomatemática, Vergani (2007) faz ressalvas ao prefixo *etno*. As ressalvas são feitas sustentadas nas seguintes palavras:

> Sinto-me pouco à vontade porque a etnologia "nasceu" com os colonialismos e, aos poucos nossos ouvidos europeus, a palavra "etno" ainda lembra (mais ou menos conscientemente) "'nativos" ou "indígenas". A distância que separa estes vocábulos do conceito de "indígenas" é, no contexto ocidental, bem reduzida [...] (p.24)

Vergani (2007) considera mais de um tipo de matemática e inclusive usa o termo matemáticas – no plural. Para essa pesquisadora:

> Há três tipos de 'matemáticas' a serem considerados:
> • a dos profissionais, detentores de uma especialidade acadêmica;
> • a das escolas, transmitida aos alunos com fins educacionais;
> • a do cotidiano, usada por cada um de nós nas práticas do dia-dia. (p.26)[10]

Para D'Ambrosio (2015), a matemática dos profissionais também é um tipo de etnomatemática. De acordo com ele:

> A disciplina denominada Matemática é, na verdade, uma Etnomatemática que se originou e se desenvolveu na Europa, tendo recebido importantes contribuições das civilizações do Oriente e da África, e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII.

As pesquisas em Etnomatemática "[...] buscam dar um sentido de construção humana, então, dependente temporalmente e culturalmente para a matemática" (D'AMBROSIO, 2014, p.10). Do ponto de vista escolar, nessa compreensão, a matemática não pode ser tratada apenas como uma ciência excessivamente rigorosa, precisa e linear. Ao invés disso, os alunos e docentes devem construir a ideia de que "a Matemática foi sendo inventada pelo homem porque a vida dele foi exigindo que resolvesse certos problemas para compreender a natureza, transformá-la e continuar se desenvolvendo" (SANTOS, 2006, p.12).

Sobre a influência da educação escolar na formação de opiniões, assim se refere Santos (2008):

> A organização dos conhecimentos apresentada na escola, bem como o conteúdo trabalhado em cada ano, faz dessa instituição o principal local de difusão de idéias e valores a respeito desses conhecimentos. Por isso, as atitudes e falas do professor contribuem muito com a formação de opiniões na escola básica, repercutindo e informando os significados dados pelos alunos. (p.28)

Os livros didáticos, mesmo que por vezes de forma inconsciente e despretensiosa, também contribuem para se formar a concepção do que é matemática. Para Ferreira (1998, p. 07), "raros são os livros didáticos preocupados com o fato de que a matemática é fruto do trabalho humano, do esforço de diferentes povos". Ainda nesse sentido, Sebastiani Ferreira, um dos primeiros matemáticos a se interessar pela matemática indígena no Brasil, comenta o

[10] Nesse artigo usaremos os termos matemática dos profissionais e matemática escolar com mesmo significado de Vergani (2007).

enfoque teórico da maioria dos livros didáticos da seguinte forma: “[...] poucos são as exceções que vêem a Matemática como uma criação humana, que não se desenvolve independente dos fatores socioculturais. A História da Matemática relatada é linear, internalista, evolucionista [...]” (1994, p. 91).

A Etnomatemática, na compreensão de Vergani (2007, p. 35) rejeita “não assumir nem a historicidade nem a culturalidade do homem”. Para a autora, essa recusa implica na concepção de que:

> Hoje a(s) matemática(s) deixaram de ser entendidas(s) como a(s) ciência(s) das “certezas” absolutas, da ‘não-contradição’ incontestável, ou da ‘exatidão’ objetivamente fundamentada. A epistemologia da(s) matemática(s) sofreu uma evolução significativa – paralela à evolução de uma ciência que se abriu às indeterminações, ao pensamento ‘*fuzzy*’, aos conflitos internos de sistemas axiomáticos solúveis a níveis de princípios lógicos cada vez mais vasto/flexíveis/integrativos. (VERGANI, grifo da autora, 2007, p. 28)

De maneira mais ampla, D’Ambrosio (2005) discute que:

> Todo indivíduo vivo desenvolve conhecimento e tem um comportamento que reflete esse conhecimento, que por sua vez vai-se modificando em função dos resultados do comportamento. Para cada indivíduo, comportamento e seu conhecimento estão em permanente transformação, e se relacionam numa relação que poderíamos dizer de verdadeira simbiose, em total interdependência. (p. 18)

Com essa base e entendendo que a matemática dos profissionais também é um tipo de etnomatemática, compreendemos que os elementos do discurso da Etnomatemática anteriormente explicitados e discutidos, especificamente que concebe a matemática como uma produção humana histórica e não como produção absoluta, infalível e fechada em si mesmo, também estão presentes na produção dos conhecimentos de tópicos atuais da matemática dos profissionais, como as novas Lógicas, a Geometria não Euclidana e a Geometria dos Fractais. Assim, a seguir, discutiremos brevemente alguns desses tópicos.

3 Tópicos atuais de matemática

Nessa seção apresentaremos alguns tópicos atuais da matemática dos profissionais com o objetivo de explicitar elementos básicos, motivações, breve contextualização, além de indicar algumas mudanças que a matemática sofreu com essas criações. Com isto pretendemos refletir sobre a proximidade entre os elementos da Etnomatemática pontuados anteriormente e as produções realizadas no campo da matemática profissional. Para tanto, os tópicos selecionados são as Novas Lógicas, a Geometria não Euclidiana e a Geometria dos Fractais.

3.1 Novas Lógicas

A produção do conhecimento dentro do campo da lógica evidencia uma série de mudanças históricas que vão desde a sua própria compreensão epistemológica a inclusão/exclusão de axiomas básicos.

Nesta história, destacam-se as consideráveis contribuições de Aristóteles. Para ele, "[...] o conhecimento é a *abstração*[11] da natureza dos objetos e dos seres; isso resultaria num conceito, num pensamento [...]" (CHALITA, grifo do autor, p. 57, 2009). Este filósofo foi o primeiro a inferir que a produção do conhecimento em todas as ciências possuem um pré-requisito ou um instrumento que estuda os princípios e formas de pensamento sem preocupação com o conteúdo: a Lógica[12]. Esta, neste contexto, não era considerada uma ciência (CHAUI, 2003). De acordo com Machado (2009):

> A grande importância de Aristóteles reside, então, *não só* na adaptação dos pontos de vista de Platão a uma metafísica que não descartasse o mundo empírico em favor da realidade das formas, mas sobretudo no fato de dar mais atenção à estrutura lógica dos sistemas de proposições matemáticas bem como das demonstrações. (grifo do autor, p.22)

Passados aproximadamente dois mil anos, Leibniz retoma e desenvolve os estudos de Aristóteles no que concerne à Lógica. A forma sujeito-predicado, proveniente da Lógica deste, é analisada por aquele que conclui que o predicado de uma proposição sempre está, em algum sentido, contido no sujeito. Neste sentido,

> por exemplo: dizer que um "o triângulo tem três lados" é uma proposição verdadeira, pois a noção de "três lados" (o predicado) está incluída no "triângulo" (sujeito). Se fosse dito "o triângulo tem quatro lados iguais", teríamos uma proposição falsa, pois a noção "quatro lados iguais" não está incluída na de "triângulo", isto é, ela identifica-se como outro sujeito. A frase verdadeira poderia ser representada, simbolicamente, por *A é A* (a identidade), e a frase falsa, por *A é não-A* (a contradição). Trata-se de uma retomada do *princípio da não-contradição*, presente na lógica de Aristóteles que diz que "é impossível ser e não ser ao mesmo tempo", ou seja, é impossível, retomando o exemplo, algo "ser um triângulo" e ao mesmo tempo "ser algo que não é um triângulo" (um quadrado, por exemplo). (CHALITA, 2009, p. 248)

Posteriormente, Leibniz estabeleceu as *verdades da razão*[13]. A análise destas verdades é regulada pelo princípio da não contradição, que engloba o da identidade e o do terceiro

[11] "*Abstração* provém do latim *abstrahere*, que significa 'tirar algo de um lugar ou de um objeto, separar, roubar'. Em filosofia, *abstrair* significa colocar à parte, mentalmente, as características e qualidades de um objeto de estudo, material ou não, para analisá-lo e conhecê-lo." (CHALITA, grifo do autor, p. 57, 2009)

[12] Não ousaremos definir Lógica. Para tanto, sugerimos a leitura de Chaui (2003) e Costa; Krause (2011).

[13] Além das *verdades da razão*, Leibniz ainda estabeleceu as *verdades de fato*. Essas, "[...] dependem da experiência, pois enunciam ideias que são obtidas por meio da sensação, da percepção e da memória." (CHAUI, p. 74, 2003).

excluído[14] (MACHADO, 2009). Estas verdades são inatas e nos dão "[...] a capacidade racional, puramente intelectual, para conhecer ideias que não dependem da experiência para serem formuladas e para serem verdadeiras." (CHAUI, p.74, 2003). Conforme esta autora, estas verdades também "[...] enunciam que uma coisa é o que ela é, necessariamente, universalmente, não podendo de modo algum ser diferente do que é e de como é. O exemplo mais evidente das verdades de razão são as ideias matemáticas." (CHAUI, p.74, 2003). Neste sentido, é impossível que a soma dos ângulos internos de um triângulo não seja igual a 180^0. Esta proposição, conforme sabemos, foi problematizada a partir da construção das chamadas geometrias não euclidianas que permitiram que essa soma não seja igual a 180^0.[15]

Na filosofia de Kant, a razão é inata sendo, por consequência, anterior e independente da experiência não sendo, portanto, adquirida pela experiência. A razão possui uma estrutura *a priori* vazia, pura e sem conteúdo. No entanto, a experiência fornece a matéria (conteúdo) do conhecimento para a razão que, por sua vez, fornece a forma *universal* e *necessária* do conhecimento. A matéria do conhecimento é *posteriori*. Contudo, os conteúdos conhecidos e pensados pela razão dependem da experiência. (CHAUI, 2003). Nesse entendimento, a validação das proposições da matemática não depende da percepção sensorial. (MACHADO, 2009).

Particularmente a partir do século XX surge uma pluralidade de Lógicas que contrariam certos princípios da "Lógica Clássica"[16]. Entre essas, por exemplo, estão a Lógica Intuicionista e a Lógica Multivalorada que, em geral, o princípio do terceiro excluído não se sustenta. Já para uma Lógica Paraconsistente[17], o princípio da não contradição não é necessariamente válido o que permite, dessa forma, que teorias tidas como inconsistentes do ponto de vista da "Lógica Clássica" possam ser reabilitadas. Destacamos ainda as Lógicas não Reflexivas em que o princípio da identidade não vale em geral. É importante destacar que essa última não é motivada apenas por aspectos internos dela própria, pois, conforme explica Costa e Bueno (2012):

[14] Os princípios da identidade, não contradição e do terceiro excluído podem ser, respectivamente, assim ditos: todo objeto é idêntico e si mesmo; dentre duas proposições contraditórias (uma sendo a negação da outra), uma delas é falsa; dentre duas proposições contraditórias (uma sendo a negação da outra), uma delas é verdadeira. Cabe destacar que existem outros princípios além desses. (COSTA; KRAUSE, 2011).
[15] Na seção a seguir trataremos mais detalhadamente dessa questão.
[16] Para conhecer mais detalhadamente essas Lógicas ler Costa; Krause (2011) e Costa; Bueno (2012). Aqueles autores, inclusive, problematizam o sentido do termo "Lógica Clássica".
[17] Trata-se de uma criação atual em que o brasileiro Newton Carneiro Affonso da Costa foi um dos criadores dessa Lógica. Esse pesquisador recentemente tem participação no Grupo de Estudos em Lógica e Fundamentos da Ciência do departamento de Filosofia da UFSC.

> uma das maiores motivações para a construção destas lógicas [não Reflexivas] surge dos fundamentos da física quântica, onde algumas interpretações sugerem que não faz sentido atribuir identidade a partículas quânticas. (p. 01)

Filosoficamente, contribuições como as de Newton Carneiro Affonso da Costa e Décio Krause são bastante significativas e, por vezes, assustam os matemáticos mais conservadores. Para Costa e Krause (2011, p. 04), "[...] este campo do conhecimento [a Lógica], como qualquer outro, está em constante alteração [...], o que atesta ser uma área viva e saudável de nossa atividade científica". Porém, Costa

> mostrou que os matemáticos não precisam recear as contradições, pois descobriu como estender a lógica clássica de modo a obter sistemas formais (ditos paraconsistentes) nos quais a existência de proposições contraditórias não conduz à trivialização do sistema. Com isso, não pretendeu destruir a lógica clássica, que chama de "mãe de todas as lógicas," e nem provar que está errada. Apenas mostra que ela se aplica a um domínio definido, limitado, da matemática. (DORIA; KRAUSE; SANT'ANA, 2003)

As referidas surpresas não são exclusividade da Lógica. Elas também estão presentes em outras partes da Matemática como, por exemplo, a geometria.

3.2 Geometrias não euclidianas

A palavra *geometria* deriva de *geo* (terra) e *metrein* (medida), ou seja, desde sua origem, ela esteve associada a medições realizadas sobre a superfície da Terra. Quatro mil anos antes de Cristo, os egípcios já desenvolviam um considerável conhecimento geométrico a partir das necessidades práticas de delimitação e medição de áreas cultiváveis, bem como fomentado pelos projetos de construções faraônicas (MACHADO, CUNHA, 2003).

A geometria está associada também a postulados, teoremas e demonstrações. Isso se deve ao fato de ser o primeiro tema a ser apresentado como um sistema formal. Segundo Machado e Cunha (2003), isso significa que a organização formal *do tema* se dá de modo que "toda a ideia apresentada seja ou um conceito primitivo, intuído diretamente a partir da experiência, ou então definido a partir de conceitos primitivos, ou de definições anteriormente formuladas" (2003, p.228).

Foi Euclides (300 a.C.) quem organizou a geometria como um sistema formal e, desta forma, ela recebeu o nome de Geometria Euclidiana. Para isso, reiterando o que foi explicado anteriormente, Euclides considerou afirmações, que por sua simplicidade, não precisavam ser demonstradas as quais chamou de postulados. Os postulados então seriam aceitos sem demonstração, ou seja, eram evidentes por si mesmos (CARMO, 1987). Euclides é considerado o precursor da Matemática como Ciência dedutiva, ou seja, da Matemática obtida logicamente a partir de afirmações simples.

Os cinco postulados de Euclides podem ser encontrados na literatura de diversas e distintas formulações/traduções. Os quatro primeiros satisfazem plenamente as condições de simplicidade e evidência (CARMO, 1987), contudo o quinto parecia destoar dos demais:

1. É possível traçar uma linha reta de qualquer ponto a qualquer ponto.
2. Qualquer segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente numa linha reta.
3. Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer, pode-se traçar um círculo de centro no ponto dado e de raio igual à distância dada.
4. Todos os ângulos retos são iguais entre si.
5. Se uma reta cortar duas outras de modo que os dois ângulos interiores de um mesmo lado tenham soma menor do que dois ângulos retos, então as duas outras retas se encontrarão se prolongadas indefinitamente, do lado da primeira reta em que se encontram os dois ângulos citados.

É a partir destes cinco postulados que todos os fatos geométricos e teoremas deveriam ser demonstrados. Existem diversas formas equivalentes dos postulados acima, contudo a análise da afirmação contida no postulado 5 perturbou muitos matemáticos desde o início, uma vez que ele parecia menos evidente que os demais (MACHADO, CUNHA, 2003). Segundo Carmo (1987), até mesmo Euclides deve ter considerado o último postulado como pouco evidente devido ao fato de Euclides ter retardado o quanto possível sua utilização. Em seu Livro I dos Elementos, Euclides demonstra as 26 primeiras proposições sem o recurso do postulado 5.

O postulado 5 inicialmente foi classificado como teorema e os geômetras tentaram, sem sucesso, demonstrá-lo a partir dos 4 postulados anteriores. Sendo essa demonstração impraticável, os esforços foram dirigidos para a substituição de tal postulado por um mais simples e realmente evidente. A proposição abaixo, conhecida como "Postulado das Paralelas" é um destes substitutos:

Por um ponto situado fora de uma reta só se pode traçar uma única paralela à reta dada.

O matemático Saccheri, no século XVIII, em vez de tentar demonstrar o postulado 5 ou então de substituí-lo, investigou a independência deste postulado em relação aos outros quatro. O objetivo era negar o quinto postulado, contudo, Saccheri não obteve o que esperava, ou seja, não encontrou uma contradição formal. Contudo, conseguiu obter resultados considerados "estranhos" e que mais tarde caracterizariam ideias de uma nova geometria (MACHADO, CUNHA, 2003).

Na geometria euclidiana, o fato de que por um ponto fora de uma reta é possível traçar uma única reta paralela à reta dada, pode demonstrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180º. Outros matemáticos, como Lobachevsky, considerando que por um ponto fora de uma reta é possível traçar infinitas retas paralelas à reta dada, demonstrou que a soma dos ângulos internos de um triângulo é menor que 180º. Riemann, por ouro lado, levando em conta o fato que por um ponto fora de uma reta não é possível traçar qualquer reta paralela à reta dada, provou que a soma dos ângulos internos é maior que 180º.

A maior parte das tentativas de demonstração do postulado 5 (Proclus (500 d.C.), Wallis (1616-1703), Legendre (1752-1833), Saccheri (1667-1733), Lambert (1728-1777)), usavam fatos equivalentes ao postulado ou que não podiam ser demonstrados pelos outros quatro postulados. O primeiro a perceber a natureza do problema, com base nas ideias de Lobachevsky e Riemann, em 1817, foi Gauss, quando menciona estar convencido que a Geometria Euclidiana jamais poderia ser demonstrada e que esta deveria se classificada junto com a Mecânica, como uma ciência experimental. Em 1984, em uma carta escrita por Gauss, fica evidente que este cientista estava de posse das ideias fundamentais das geometrias não euclidianas. Contudo, Gauss nada publicou a respeito destas conclusões e, em uma carta escrita a Bessel, em 1829, menciona que não tornará públicos seus resultados "por temer a gritaria dos beócios".

Neste sentido, a questão importante de se apontar aqui é: "qual dos sistemas descreve o que de fato ocorre na realidade? Seria o espaço descrito adequadamente pelo sistema euclidiano?... Qual o verdadeiro valor da soma dos ângulos internos de um triângulo?" (MACHADO, CUNHA, 2003, p. 232). Foi nesta perspectiva, conforme citado anteriormente, que vários geômetras de distintas origens, durante vários séculos, tentaram demonstrá-lo a partir dos outros postulados. Este problema teve implicações filosóficas e matemáticas de suprema relevância.

Em seus argumentos, Euclides utilizava, além dos postulados mencionados, fatos que na época eram considerados óbvios e, assim, não eram explicados. A não preocupação com explicações destes fatos se deve à concepção filosófica da época que, influenciada pelas ideias de Platão, "considerava as entidades matemáticas como possuindo uma existência "a priori" e fornecendo um modelo exato para o mundo real" (CARMO, 1987, p. 28). Segundo Carmo (1987), a Geometria era absoluta e baseada em fatos simples e intuitivos.

Uma compilação dos resultados obtidos por Saccheri, Lembert e Gauss e, consequentemente, a construção de uma geometria que rejeita o postulado 5 foi publicada de maneira independente por Lobachewski, em 1829 e por Bolyai, em 1932. Nesta geometria, hoje chamada de Geometria Hiperbólica, o postulado 5 é independente dos demais e contém uma certa constante *k* que se aproxima da geometria euclidiana quando $k \to 0$. Ou seja, a geometria euclidiana seria um tipo específico da geometria hiperbólica. Além disso, conforme Carmo (1987), "a determinação de qual geometria é a mais adequada para descrever o mundo real é, como havia previsto Gauss, um problema experimental" (p. 32).

Neste cenário de análise do postulado 5 e de fracasso de todas as tentativas de demonstrá-lo, a concepção de Matemática foi lentamente forçada a mudar no sentido que todos os elementos de uma teoria passaram a ter que ser cuidadosamente explicitados. Além disso, a aceitação das novas ideias sobre a geometria foi extremamente lenta e feita com grande relutância.

Em 1854, Riemann, em seu trabalho extraordinário sobre os fundamentos nos quais se assenta a geometria, afirma que o "objetivo da geometria é tratar de modelos gerais aos quais se podem adicionar hipóteses particulares (as de Euclides, por exemplo)" (CARMO, 1987, p. 32). Como exemplo de modelo geral, Riemann desenvolveu as ideias principais do que hoje chamamos de Geometria Riemanniana; com hipóteses adicionais, tal geometria reobtém a geometria euclidiana, a hiperbólica e a elíptica.

Conforme Carmo (1987), a aplicação mais importante das geometrias não euclidianas foi a influência na concepção matemática do século XX. Segundo este autor, "a existência de tais geometrias mostrou a necessidade de se raciocinar com rigor e manter a intuição sob controle" (p.33), o que provocou o desenvolvimento do método axiomático, o qual dominou boa parte da matemática no início deste século e permitiu a criação de teorias matemáticas com um alto nível de abstração (CARMO, 1987, p.34).

O método axiomático enquanto um método útil e não um guia à criação matemática mostrou que é possível certa liberdade na criação de entes matemáticos. Além disso, uma das consequências dessas descobertas da geometria foi que os matemáticos reconheceram que os conceitos primitivos numa formulação axiomática não tinham que ser concebidos necessariamente "a priori". Isso significa que esses conceitos podem ter diferentes interpretações, desde que tais interpretações fossem compatíveis com os postulados (ÁVILA, 2011). Os postulados, por sua vez, não precisam expressar verdades evidentes por si mesmas, guardando certo grau de arbitrariedade.

Além disso, a descoberta das geometrias não euclidianas proporcionou o exame minucioso do corpo dedutivo da Geometria Euclidiana, encontrando assim, algumas falhas e visualizações enganosas. Foi exatamente isto que os matemáticos fizeram no final do século XIX.

De forma mais ampla, a própria concepção epistemológica de matemática pode ser ressignificada. Além do que, as próprias noções de postulados e de conceitos primitivos, subjacentes a um sistema formal, também tomaram outros significados. Nesse contexto em que novas formas de pensar são possíveis, inclui-se um tipo particular de Geometria, a dos fractais.

3.3 Fractais: a geometria do irregular

"Que extensão tem o litoral da Grã-Bretanha?"

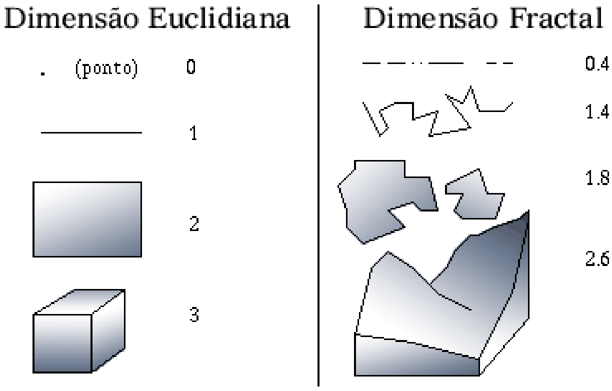
Foi com esta indagação que Benoit Mandelbrot (1924-2010) traz à tona uma geometria que modelou as formas reais. A extensão litorânea cheia de saliências apontava que esta medida dependia da escala a ser utilizada, já que alguns contornos só eram visíveis em ampliações maiores onde era notável uma característica que definiu como autossemelhança, base da geometria criada por ele.

Inicia-se aí o estudo da geometria do irregular, que permite modelar objetos anteriormente idealizados pela geometria euclidiana. Com uma vontade de explicar o mundo, Mandelbrot trouxe grandes contribuições para a geometria que foi evoluir os olhares da geometria euclidiana, mudando a forma de pensar sobre os objetos geométricos. O morro não é um cone, o sol não é uma esfera, os contornos dos objetos reais não seguem ao padrão regular e linear. Estava em questão o estudo da ordem na desordem, na descoberta de uma regularidade curiosa.

Mandelbrot, em 1975, percebeu que as irregularidades, as fragmentações, as reentrâncias das diferentes formas da realidade convergiam a um padrão. Trabalhou inicialmente com o problema de ruídos nas linhas telefônicas que eram temidos pelos engenheiros por não encontrarem soluções para esses (BARBOSA, 2005). Chamou de Fractal ao estudo dessas estruturas geométricas irregulares. A palavra *fractal* teve origem do adjetivo latim *fractus*, do verbo *frangere*, que significa quebrar, fraturar (SALLES, 2014). A definição formal de Fractal ainda é algo que está em construção e em ampla evolução (BARBOSA, 2005).

Na compreensão da geometria Fractal, o mundo em que vivemos possui um padrão geométrico, nas suas mais variadas dimensões. O espaço, na terceira dimensão, as áreas planas na segunda dimensão, os segmentos de reta na dimensão 1, os pontos na zero. O que muda com a geometria fractal é a percepção de que a dimensão geométrica pode não ser inteira, existindo o que se chamou de dimensão fractal, fracionada. A seguir, Siqueira (2005) apresenta um comparativo dessas duas diferentes dimensões e o que ocorre no ponto de vista da mudança na representação do padrão geométrico euclidiano:

Figura 1: Ilustração que mostra a diferença dos contornos geométricos nas dimensões Euclidiana e Fractal.

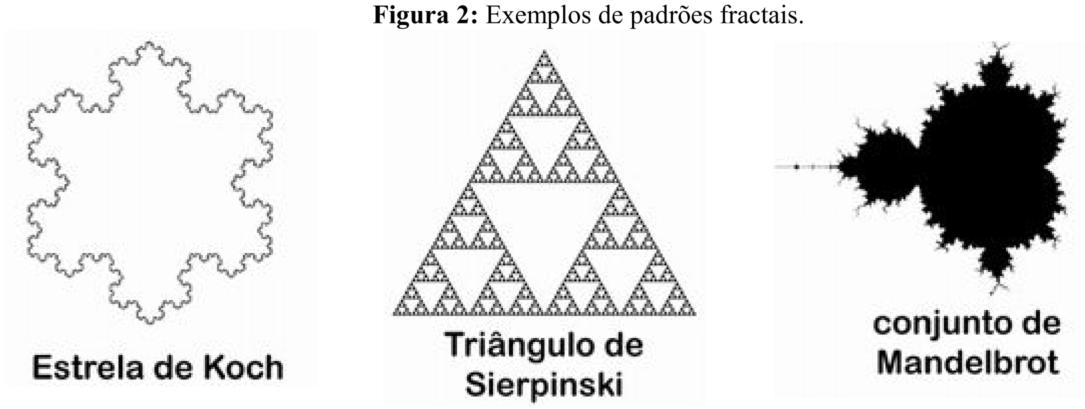


Fonte: Siqueira (2005)

As dimensões da Geometria Euclidiana permitia uma modelação linearizada, ideal das formas do mundo abstrato, como podemos ver na figura acima, o paralelepípedo, por exemplo, poderia representar o ideal de um bloco de rocha, mas não o real. A dimensão fracionada da Geometria Fractal permitiu se adequar as reentrâncias dos objetos do mundo real, dessa forma a modelização de fenômenos abrange uma possibilidade maior de acertos.

A dimensão fracionada permitiu a modelação das formas irregulares de nosso mundo, fato que era o fascínio de Mandelbrot. As figuras geométricas fractais não possuem um padrão único, existem algumas formas mais estudadas. Citamos a Fractais de Koch (Curvas, Floco de Neve), Fractais de Dürer, Triângulo de Sierpinska, Esponja de Menger, Árvores Pitagóricas, o Conjunto de Mandelbrot, dentre outros (BARBOSA, 2005). A seguir, exemplificamos nos desenhos geométricos alguns padrões fractais conhecidos.

Figura 2: Exemplos de padrões fractais.



Fonte: Hartung, Meirelles (2011)

Os objetos matemáticos que apresentavam um padrão aleatório até então, eram tidos como aberrações lógicas, deixados de lado nos estudos matemáticos. Revelaram-se posteriormente como estruturas imprescindíveis ao estudo de climas, de populações e do entendimento e modelação de formas geométricas que aparecem na natureza. No conjunto de Mandelbrot, um dos fractais mais conhecidos, através de uma função matemática dentro do conjunto dos números complexos, muito breve, contemplou as diferentes paisagens da natureza, do corpo humano, dentre outros aspectos que este estudo avançou.

O estudo dos fractais permitiu outras ampliações variadas e importantes, como as dos sistemas dinâmicos e os sistemas caóticos, os primeiros que modificam o padrão com o tempo e os segundos que são os que deixam de apresentar qualquer padrão. Dentro dessa temática, em 2014, o medalhista da Fields, brasileiro Artur Àvila, recebeu essa honraria que representa um Premio Nobel para a Matemática. Artur, estudante que aprofundou seus estudos no Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, especializou-se no estudo dos sistemas dinâmicos, uma área que estuda as leis de processos que se modificam com o tempo, como a evolução de epidemias, impactos demográficos e a previsão metereológica.

Os sistemas mesmo que aparentemente aleatórios evoluem com certa previsibilidade e às vezes tornam-se irregulares deixando de apresentar um padrão, é o que chamamos de Caos, que representa tudo que é imprevisível, ou seja, a ausência de certezas. Os estudos indicam até que ponto elas apresentam determinadas características ou não e de que forma os objetos se relacionam. O estudo do medalhista brasileiro permitiu solucionar, por meio dos sistemas dinâmicos, um problema originário da física: a equação dos operadores de Schrödinger quase-periódicos (SALLES, 2014).

A Geometria Euclidiana, aceita há 2000 anos como verdade em seus postulados, possibilitou outras maneiras de pensar as dimensões. Ela não caiu em desuso, foi acrescida de olhares distintos. No caso do olhar fractal, trouxe uma nova maneira de modelar os fenômenos naturais.

A história da Geometria Fractal contribui para entender a dinâmica da constituição de alguns conceitos matemáticos relacionados e da verdade no que tange essa área da ciência. Na Matemática não temos um coletivo pensante estagnado que produz seu conhecimento de maneira à sempre ignorar o mundo. Ao invés disso, este coletivo produz conceitos que, quando requisitados, permite modelar e sustentar muito das inovações científicas e tecnológicas atuais.

4 Considerações finais

Particularmente no cenário brasileiro, as pesquisas em Etnomatemática têm ocupado grande espaço. É significativo o número de pesquisas, publicações e eventos com este Programa. Do ponto de vista de evento, destaca-se o Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEM) que, atualmente, está em sua quarta edição e possui considerável número de trabalhos.

Diante deste cenário de vasta produção acadêmica, consideramos que as reflexões e possíveis contribuições provenientes desse Programa não precisam limitar-se à matemática do cotidiano e à matemática escolar. Propomos que se vá além e se inclua com boa ênfase no discurso da Etnomatemática, a matemática dos profissionais. Desta forma, as reflexões filosóficas, epistemológicas e até mesmo antropológicas da Etnomatemática também podem dizer respeito à matemática dos profissionais.

Dentro do referencial teórico da Etnomatemática, diversas questões, particularmente de caráter epistemológico e pedagógico são discutidas. Notadamente, se tratam de reflexões que vão à contramão de posturas que recorrentemente são consideradas como corretas. Entre elas, discutimos que a matemática é uma produção humana feita de maneira histórica, assim, o caráter de produção absoluta e perfeita é problematizado. Ao invés disso, a matemática, assim como em outras formas de conhecimento, é produzida para atender não apenas as demandas e necessidades internas a ela mesma, podendo ser motivada a partir de certas condições econômicas, sociais e culturais (SILVA, 2011).

Neste artigo, temos indicativos de que determinadas questões que discutimos relativas à Etnomatemática também podem relacionar-se com o movimento dos tópicos atuais da matemática dos profissionais como as Novas Lógicas, as Geometrias não Euclidianas e a Geometria dos Fractais.

Escolhemos para nossa análise três tópicos atuais da matemática dos profissionais ficando, desta forma, o convite para refletirmos se poderíamos discutir outros tópicos e chegar a conclusões semelhantes. O motivo da escolha por estes tópicos foi apenas pelo fato de que eles contemplavam nossos objetivos para o presente artigo. Os elementos do discurso da Etnomatemática que utilizamos nesse artigo foram o entendimento de que matemática é uma produção humana histórica e não uma produção absoluta, infalível e fechada em si mesmo. A escolha por estes, e não por outros elementos, deve-se ao fato de que sob o olhar de muitos docentes de Matemática que temos contato, o referido discurso é possível para a matemática do cotidiano ou no máximo para a matemática escolar, não estando reconhecidos na matemática dos profissionais. Esta compreensão de muitos docentes precisa ser mais bem pesquisada. Parece-nos, portanto, que há um espaço de pesquisa em aberto.

Com estes entendimentos, a necessidade em melhor entender ou lidar com problemas de várias naturezas assume explicitamente um lugar importante. Isto implica entender que a matemática dos profissionais não pode ser tratada apenas como ciência das verdades perfeitas e absolutas. A insegurança em encontrar problemas nos conhecimentos ditos como "postos", não pode ser mais importante do que a vontade e necessidade em melhor resolver problemas reais.

Entender a matemática como uma produção histórica permite criar espaço para aceitar contradições, angústias e, acima de tudo, ter clareza dos limites de uma teoria. Estamos diante, portanto, de um campo de conhecimento que se modifica constantemente. Esse olhar não deve ser negado pelos matemáticos, pois se trata de um elemento da produção do conhecimento matemático. A dúvida sobre as verdades já admitidas não deve ser suprimida em nome do medo de que a "minha" ciência não seja perfeita e não cometa falhas. Devemos desejar melhorar as formas de conhecer e, acima de tudo, buscar contribuições que melhor nos permitem entender o mundo em que estamos. Nesse sentido, para Caraça (1951),

> Ou se olha para ela [a matemática] tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições. (p. XIII)

Muitos talvez entendam que a Etnomatemática deva focar sua atenção apenas na matemática do cotidiano. Sugerimos, porém, que como a matemática dos profissionais também é um tipo de etnomatemática, o desenvolvimento do discurso da Etnomatemática também deve, ao menos minimamente, dar luz à matemática dos profissionais. Devemos lembrar que a matemática dos profissionais tem espaço considerável nos bancos escolares o que, entre outros aspectos, justifica que não se minimize as discussões a seu respeito. Almejamos, desta forma, ampliar as possibilidades.

Particularmente para os educadores, refletir a respeito de suas concepções epistemológicas têm implicações com a prática pedagógica. Neste sentido, de acordo com Fiorentini (1995), o conceito de qualidade no ensino de Matemática modifica-se historicamente. Neste processo, estão incluídas concepções epistemológicas, axiológico-teleológicas e didático-metodológicas. Assim, por exemplo, o professor que concebe a Matemática como uma ciência imutável, não histórica, pronta e acabada, possivelmente terá uma prática pedagógica diferente daquele que concebe a Matemática como uma construção humana dinâmica que se constitui atendendo a interesses e necessidades sociais. Fiorentini (1995), inclusive, descreve historicamente alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil chegando ao que ele definiu como seis tendências[18]: formalista clássica; empírico-ativista; formalista moderna; tecnicista e suas variações; construtivista e socioetnoculturalista.

Esperamos, com este artigo, despertar alguns questionamentos e reflexões a cerca do que foi abordado e criar espaço para novas pesquisas nesta área.

Referências

ÁVILA, G. S. S. **Várias faces da matemática**: tópicos para licenciatura e leitura geral. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2011.

BARBOSA, R. M. **Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula.** Belo Horizonte: Autentica, 2005.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Bertrand, 1951.

CARMO, M. P do. Geometrias Não-Euclidianas. **Matemática Universitária**, n.6, dezembro de 1987, p. 25-48.

CARRAHER, T.N.; CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A.D. **Na vida dez, na escola zero**. 12ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

CHALITA, G. **Vivendo a filosofia**. 3ª ed. São Paulo: Ática, 2006.

CHALMERS, A.F. **O que é ciência afinal**. Trad. Raul Filker. Brasiliense, 1993.
CHAUI, M. **Convite à Filosofia**. 13ª ed. São Paulo: Ática, 2003.

COSTA, N.C.A.; KRAUSE, D. **O que é uma Lógica**. Décio Krause's Homepage/CFH/UFSC. 2011. Disponível em: http://dkrause.cfh.ufsc.br/pg/textos/logica.pdf. Acesso em: 12 ago. 2014.

COSTA, N.C.A.; BUENO, O. Lógicas não-reflexivas. **Cosmos e Contexto**. Instituto de Cosmologia Relatividade e Astrofísica (ICRA/CBPF). n.7, jun. 2012. Disponível em: http://www.cosmosecontexto.org.br/?p=1474 . Acesso em: 12 ago. 2014.

DORIA, F.A; KRAUSE, D.; SANT'ANA, A.S. **Newton da Costa**: pensador da contradição. Décio Krause's Homepage/CFH/UFSC. 2003. Disponível em: http://www.cfh.ufsc.br/~dkrause/pg/papers/Cperfil.html. Acesso em: 20 de jul. 2014.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª ed., 2ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

[18] Em suas considerações, Fiorentini (1995) destaca que as referidas tendências explicitam e descrevem *alguns* modos, historicamente produzidos no Brasil, de ver e conceber a melhoria do ensino de Matemática. No entanto, não se pretendeu classificar, de maneira fechada e estática, cada professor numa tendência A ou B.

_______. **O que é Etnomatemática**. Disponível em: http://www.ufrrj.br/leptrans/textos.htm. Acesso em: 15 de dez. 2014.

_______. **O programa etnomatemática**: história, metodologia e pedagogia. Disponível em: https://sites.google.com/site/etnomath/6. Acesso em: 01 de fev. 2015.

________. Posfácio. In: RIBEIRO, J. P. M.; DOMITE, M.C.S; FERREIRA, R. **Etnomatemática**: papel, valor e significado. 2ª ed. Porto Alegre, RS: Zouk, 2006.

ESQUINCALHA, A.C. Etnomatemática: um estudo da evolução das idéias. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII, 2004, Recife, PE. **Anais do VIII ENEM –** Comunicação Científica GT 5 – História da Matemática e Cultura. Recife: ENEM, 2004, p.1-16.

FERREIRA, M.K.L. **Madikauku. Os dez dedos da mão. Matemática e povos indígenas no Brasil**. MEC/SEF, Brasília, 1998.

FIORENTINO, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké** (UNICAMP), Campinas, ano 3, n^0 4, p.01-37. São Paulo: FE UNICAMP, 1995.

GERDES, P. **Etnomatemática**: Cultura, Matemática, Educação. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991.

HARTUNG, G.E.; MEIRELLES, R. **Fractal e suas aplicações**. BRASIL. Ministério da Educação e Cultura (MEC). 2011. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28533 . Acesso em: 9 de fev. 2014.

MACHADO, N.J.; CUNHA, M.O. Geometrias não-euclidianas: uma abordagem ingênua. In: MACHADO, N.J.; CUNHA, M.O. (Orgs). **Linguagem, Conhecimento, Ação:** Ensaios de Epistemologia e Didática. Coleção Ensaios Transversais. Ed. Escrituras, São Paulo, 2003.

MACHADO, N.J. **Matemática e realidade**. 7ª ed. São Paulo: Cortez, 2009.

SALLES, J. M. Artur tem uma Medalha - A história da maior conquista da ciência brasileira. **Revista Piauí**. Edição Especial, 2014.

SILVA, S.F. da. **Sistema de numeração dos Guarani:** caminhos para a prática pedagógica. 2011. 252 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

SIQUEIRA, R. **Introdução aos fractais**. Disponível em: http://www.fractarte.com.br/artigos.php . Acesso em: 20 de jan. 2015.

VERGANI, T. **Educação Etnomatemática:** o que é? Natal: Flecha do Tempo, 2007.