

A concepção ontológica dos objetos matemáticos na teoria da objetificação

Ontological Conception of mathematical objects in the Theory of Objectification

Severino Carlos Gomes
severocarlosgomes@gmail.com

Bernadete Morey
bernadetemorey@gmail.com

Resumo

O presente artigo tem como objetivo destacar o fato de que nem todas as teorias contemporâneas de aprendizagem em Educação Matemática discutem a concepção ontológica de seu objeto do conhecimento, em particular, a ontologia dos entes matemáticos (números, conjuntos, funções, matrizes, vetores...). O processo de investigação se deu através da metodologia de pesquisa bibliográfica utilizando como parâmetro a emergente teoria sociocultural denominada por *The Theory of Knowledge Objectification* – TKO (Teoria da Objetificação do Conhecimento ou, simplesmente, Teoria da Objetificação) idealizada por Luis Radford.

Palavras-chave: Teoria da Objetificação; Objetos Matemáticos; Teoria de Aprendizagem.

Abstract

This article aims to highlight the fact that not all contemporary learning theories in mathematics education discuss the ontological conception of its object of knowledge, in particular, the ontology of mathematical entities (numbers, sets, functions, matrices, vectors...). The investigation process was through the literature search methodology using as parameter the Theory of Knowledge Objectification (TKO) an emerging sociocultural theory designed by Luis Radford.

Keywords: The Theory of Objectification; Mathematical Objects; Learning Theory.

Introdução

Nas últimas décadas, cada vez mais atenção tem sido dada às pesquisas sobre diferentes abordagens teóricas na área da Educação Matemática. O cenário de investigação sobre teorias de aprendizagem movimentou muitos pesquisadores em diversos países. O fruto desse trabalho investigativo reflete-se na diversidade de abordagens teóricas em discussão nos eventos da comunidade internacional de educadores matemáticos (KIDRON *et al.*, 2011, 2013; BIKNER-AHSBAHS *et al.*, 2010; RADFORD, 2008a) e na publicação em periódicos especializados como a *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* – ZDM (*The International Journal on Mathematics Education*) com edições exclusivas em 2006 e 2008 sobre teorias de aprendizagem.

No sentido de conhecer e apropriar-se de aspectos fundamentais sobre teorias de aprendizagem, este artigo se constitui em um recorte de uma pesquisa maior cujo objetivo é

comparar os conceitos-chave¹ em diferentes teorias usualmente em voga na Educação Matemática utilizando como parâmetro a emergente Teoria da Objetificação do Conhecimento.

Na busca por elementos de comparação entre algumas dessas teorias nos deparamos com um problema: como as diferentes teorias concebem a ontologia dos objetos matemáticos (números, conjuntos, funções, matrizes, vetores...). Este trabalho, particularmente, foca sua atenção em duas teorias de aprendizagem, a Teoria da Objetificação de Luis Radford e o Construtivismo Radical de Ernest von Glasersfeld e suas abordagens quanto a concepção ontológica do seu objeto de aprendizagem.

Devido à quantidade de artigos e livros disponibilizados diretamente pelo idealizador da Teoria da Objetificação, utilizada como parâmetro, optamos por desenvolver o estudo através da pesquisa bibliográfica, pois tal metodologia

é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, livros, artigos, teses, etc. Utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes do texto (SEVERINO, 2007, p. 122).

Ou seja, a metodologia de pesquisa bibliográfica tem como principal característica o fato de que a coleta de dados é realizada na própria bibliografia sobre o tema a ser investigado. Ainda, vale ressaltar que na metodologia citada “a leitura, para análise e interpretação dos dados, é a atividade específica em todo o processo” (TOZONI-REIS, 2009, p. 26).

Por fim, este trabalho compõe-se primeiramente através da caracterização de teoria na concepção de Radford (2008d) seguida de uma síntese da Teoria da Objetificação e seus princípios, com destaque para o princípio ontológico, sua metodologia e algumas questões de pesquisa. A continuidade da exposição ocorre através de uma síntese do Construtivismo Radical enquanto teoria de aprendizagem e sobre sua posição ontológica. Por fim, apresentamos uma comparação entre as duas teorias citadas e algumas considerações sobre a ontologia dos objetos matemáticos enquanto princípio fundamental a ser considerado (ou não) por teorias contemporâneas de aprendizagem em Educação Matemática.

¹ Alguns conceitos-chave das teorias de aprendizagem são os conceitos de saber, conhecimento, ensino, aprendizagem, além de aspectos como os papéis do aluno, do professor e como tal teoria se aplica em sala de aula.

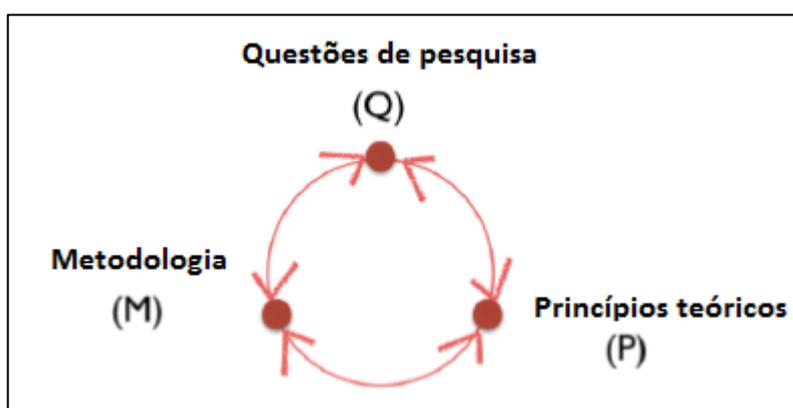
Características gerais de uma teoria

Em geral, teorias são essenciais em qualquer área da ciência moderna na geração de novos conhecimentos, no questionamento e na verificação de conhecimentos existentes. É comum se utilizar teorias para fundamentar pesquisas (principalmente, com relação aos métodos de coleta e análise de dados e na verificação dos resultados), assim como, pode-se ter as próprias teorias como objetos de investigação. Não é diferente no campo educativo. Em toda ação educacional, em toda ação de pesquisa, há uma teoria, ainda que implícita (CHALMERS, 1993). Existe teoria em todo o processo educacional mesmo que ela não apareça explicitamente.

Mesmo conscientes da importância das teorias para a geração e a consolidação de conhecimentos, não há consenso sobre o seu conceito. Aparentemente, atribuir um único significado para o termo teoria não é uma tarefa fácil. Este significado assume várias conotações que podem ser interpretadas como *sistemas de conhecimentos abstratos, base para determinada práticas particulares, explicações para determinados fenômenos, pode-se até compreender como uma construção baseada e conectada de conceitos formais*.

Para este estudo, deter-nos-emos na concepção de Radford (2008d) ilustrada na Figura 1. Para ele, teorias são maneiras de se produzir explicações sobre fenômenos e modos de agir baseados em três componentes: (1) um sistema de princípios básicos; (2) uma metodologia que inclui técnicas de coleta e análise de dados; e (3) um conjunto de questões (ou problemas) de pesquisa.

Figura 1: Estrutura básica de uma teoria



Fonte: Luis Radford (2015a, p. 549)

Os componentes da teoria não atuam isoladamente, mas sim, em uma inter-relação dialética na qual a simples alteração no sistema de princípios, na metodologia ou nas questões

que a teoria visa responder ocasiona mudanças no todo, na teoria em si. Vejamos alguns pontos importantes sobre cada um dos componentes de uma teoria.

Primeiramente, o sistema de princípios básicos ou, simplesmente, os princípios de uma teoria são variados e podem incluir concepções filosóficas, epistemológicas e ontológicas, bem como, elementos de natureza psicológica. Por exemplo, com relação aos princípios psicológicos, poder-se-ia analisar a concepção de sujeito cognoscente e como este sujeito adquire (ou constrói) o conhecimento, além de como compreender o papel dos outros sujeitos nesse processo.

Os princípios epistemológicos estão ligados intrinsecamente a como a teoria concebe a aprendizagem, o papel desempenhado pelas instituições culturais e sociais, bem como, as formas de compreensão e interpretação do ensino e da aprendizagem. Os princípios ontológicos têm a ver com o status que a teoria atribui aos objetos conhecimento (conceituais) e a realidade (ou realidades) considerada. Ambos, princípios epistemológicos e ontológicos estão relacionados com as concepções filosóficas dos idealizadores de teorias.

Por outro lado, a metodologia de uma teoria não se resume a especificar um método: os procedimentos ou as técnicas a seguir na coleta e análise de dados, na verificação dos resultados da investigação. Logicamente, além de um método de investigação, a metodologia requer suporte conceitual em conhecimentos válidos, fundamentados no sistema de princípios da teoria.

Em geral, “uma metodologia apenas faz sentido por meio de sua inter-relação com um conjunto de princípios teóricos e com as questões de pesquisa que [a teoria] procura responder.” (RADFORD, 2015a, p. 548-549, tradução nossa). A intrínseca relação entre a metodologia e o sistema de princípios de uma teoria é fundamental para se diferenciar os dados relevantes dos irrelevantes na investigação e para formular questões de pesquisas coerentes, com bases sólidas.

Com relação às questões de pesquisa não é absurdo afirmar que teorias surgem a partir de problemas simples ou complexos, de perguntas iniciais, mas ainda sem explicações ou, pelo menos, sem respostas satisfatórias. Mesmo uma única pergunta pode originar diversas teorias, cada uma destas empregando determinada maneira de tentar respondê-la.

À medida que a teoria vai tentando solucionar os problemas ou perguntas iniciais, dar-se, paralelamente, a constituição do sistema de princípios, da metodologia e, conseqüentemente, soluções surgem e novas questões emergem movimentando, em um processo cíclico, todos os componentes estruturais da teoria. Portanto, as questões de pesquisa somente são relevantes quando coerentes em relação aos princípios teóricos consistentes da

teoria. São as questões que alimentam e realimentam todo o processo investigativo dentro da teoria.

Uma síntese da Teoria da Objetificação

A diversidade de teorias (ou concepções teóricas) de aprendizagem é uma realidade na comunidade de pesquisadores em Educação Matemática. Alguns exemplos são: a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, o Construtivismo Radical de Ernest von Glasersfeld, o Construtivismo Social de Paul Ernest, o Enfoque Onto-semiótico do Conhecimento de Juan Godino e os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Dentre essas concepções teóricas emergentes encontra-se a Teoria da Objetificação decorrente das pesquisas de Luis Radford. Uma das características principais desta teoria reside em se tratar o ensino-aprendizagem como um processo sociocultural no qual toda atividade humana é mediada por instrumentos, signos e práticas culturais.

Além disso, a Teoria da Objetificação propõe uma redefinição dos objetos da Educação Matemática (saber, conhecimento, aprendizagem, aluno, professor...) e trata não somente dos saberes que permeiam a sala de aula, mas, também da formação de subjetividades de estudantes e professores, pois esta teoria entende

o objetivo da Educação Matemática como um esforço político, social, histórico e cultural cuja finalidade é a criação de indivíduos éticos e reflexivos que se posicionam de maneira crítica em práticas matemáticas constituídas histórica e culturalmente (RADFORD, 2014, p. 135-136, tradução nossa).

Procurando enquadrar-se nos moldes desse objetivo, a Teoria da Objetificação, enquanto teoria de aprendizagem, constitui-se de cinco princípios teóricos organizados estruturalmente. A saber, o conceito psicológico de pensamento, o conceito sociocultural de aprendizagem, o conceito semiótico-cognitivo de objetificação e seu par: a subjetivação; um novo conceito, elaborado pelo autor, o conceito epistemológico de sistemas semióticos de significação cultural; e o conceito ontológico de objetos matemáticos (RADFORD, 2006, 2008b).

Em linhas gerais, na Teoria da Objetificação “o pensamento é considerado uma reflexão mediatizada do mundo de acordo com a forma ou modo da atividade dos indivíduos” (RADFORD, 2008b, p. 218, tradução nossa). Ou seja, esta teoria considera o pensamento como um processo dialético de reflexão entre a realidade cultural constituída historicamente e o indivíduo que absorve e modifica esta realidade segundo suas interpretações e subjetividades.

Neste processo dialético, os signos e os artefatos culturais destacam-se não como simples auxiliares do pensamento, mas como partes constituintes e consubstanciais do ato de pensar (RADFORD, 2006). Portanto, na Teoria da Objetificação, o pensamento de modo geral, e o pensamento matemático em particular, “não ocorre exclusivamente na mente, mas também em e através de uma coordenação semiótica sofisticada de fala, corpo, gestos, símbolos e ferramentas” (RADFORD, 2009, p. 111, tradução nossa).

Com relação ao segundo princípio, a Teoria da Objetificação concebe aprendizagem como a “conscientização dos objetos e dos sistemas de pensamento sintetizados historicamente a partir da prática social.” (informação verbal)². Em outras palavras, nesta teoria a aprendizagem é atribuir significado aos objetos conceituais que o indivíduo encontra em sua cultura.

A aprendizagem na Teoria da Objetificação está intrinsecamente relacionada com a sua compreensão do que seja objetificação. Para esta teoria, objetificar é um fenômeno no sentido hegeliano de se perceber “algo que está ali e que aparece em frente ao sujeito” (RADFORD, 2014, p. 141, tradução nossa). Com base nessa ideia, a teoria em foco entende a objetificação como um processo social ativo e criativo de construção de significados dos padrões culturais, inclusive os matemáticos, de ação e reflexão no decurso do qual os indivíduos atingem níveis mais profundos de subjetividade e de consciência (RADFORD, 2008c).

Para a Teoria da Objetificação os conceitos de objetificação e de subjetificação estão intrinsecamente ligados. Enquanto a objetificação é o processo social de tomada de consciência de algo que não era notado, a subjetificação é o processo de criação do ser social. Nas palavras do próprio autor da teoria, “a subjetivação consiste naqueles processos mediante os quais os sujeitos tomam posição nas práticas culturais e se formam enquanto sujeitos culturais únicos. A subjetificação é o processo histórico de criação do eu” (RADFORD, 2014, p. 142, tradução nossa).

Outro princípio da Teoria da Objetificação é o conceito, influenciado pela Teoria da Atividade de Leontiev, de sistemas semióticos de significação cultural. Estes sistemas abrangem

as concepções culturais que se relacionam com noções de verdade e da forma como o mundo é, a natureza dos objetos matemáticos e sua relação com o mundo material, a maneira pela qual os objetos matemáticos e outros de conhecimento são considerados cognoscíveis, os métodos matemáticos de investigação [permitidos ou aceitáveis] (...), bem como a maneira em que o conhecimento matemático pode ser representado (LACROIX, 2010, p. 30-31, tradução nossa).

² Informação fornecida por Luis Radford em seminário sobre a Teoria da Objetificação realizado em Natal, em 2015.

É através dos sistemas semióticos de significação cultural que os indivíduos reconhecem os valores dos padrões culturais da sociedade em que ele está inserido. Em particular, estes sistemas também se referem à natureza da matemática e como os entes matemáticos são conhecidos.

Características inerentes ao último princípio da Teoria da Objetificação, a concepção ontológica dos objetos matemáticos, serão tratados detalhadamente a seguir.

A concepção ontológica da Teoria da Objetificação

As diferentes concepções sobre a natureza dos objetos do conhecimento, além de mobilizar os processos de ensino e de aprendizagem, de modo geral³, também movimentam diversas pesquisas sobre teorias de aprendizagem. Diferentes teorias apresentam posicionamentos distintos sobre seus objetos do conhecimento dependendo do seu ponto de vista filosófico.

Há pesquisadores, ancorados na filosofia platônica, defensores da ideia de que os objetos matemáticos possuem existência própria, independente dos seres humanos. Assim, o conhecimento matemático consiste em descobrir relações pré-existentes entre esses objetos.

Para outros pesquisadores, como os adeptos da filosofia racionalista, por exemplo, os entes matemáticos são criações da mente humana. Nessa linha de pensamento, “os objetos matemáticos são criações mentais que devem satisfazer ao que o intelecto deles exige e espera” (DEL VECCHIO JUNIOR, 2010, p. 70). Aqui a razão é uma ferramenta essencial, pois, através dela a mente humana atua antes de qualquer influência dos sentidos ou de qualquer elemento exterior ao próprio intelecto.

Com uma abordagem distinta das citadas, a ontologia dos entes matemáticos na Teoria da Objetificação parte da concepção materialista-dialética de Hegel. A concepção hegeliana de conhecimento é baseada na distinção entre duas categorias ontológicas aristotélicas relacionadas embora diferentes: potência e ato. De modo geral, os objetos do conhecimento são entes sócio-histórico-culturais produzidos através do trabalho social (atividade) e pertencentes precisamente à categoria de potencialidades, e como tal, são abstratos ou gerais (RADFORD, 2015b).

Embora abstratos, a Teoria da Objetificação concebe os objetos matemáticos como padrões fixados gerados no decorrer do desenvolvimento histórico-cultural através do

³ Com relação ao processo de ensino-aprendizagem da matemática “muitas crenças e concepções tanto de estudantes quanto de professores estão enraizadas em uma posição ontológica, muitas vezes implícita e inconsciente a respeito dos objetos matemáticos.” (SANTI, 2010, p. 12, tradução nossa).

processo de ação-reflexão motivado pela prática social. Em termos mais sucintos, os objetos matemáticos são a evolução de uma síntese codificada culturalmente e historicamente de fazer, pensar, e relacionar-se com os outros e com o mundo. (RADFORD, 2006, 2015b). Em outras palavras,

A teoria de objetificação do conhecimento sugere que os objetos matemáticos são gerados historicamente durante o curso da atividade matemática dos indivíduos. Mais precisamente, os objetos matemáticos são padrões fixos da atividade reflexiva incrustados no mundo sempre em mudança da prática social mediada por artefatos (RADFORD, 2008b, p. 221-222, tradução nossa).

Isto é, apesar da intrínseca mutabilidade da prática social ao longo dos tempos, os objetos matemáticos exercem o papel de modelos, padrões, matrizes imprescindíveis para o desenvolvimento de qualquer atividade humana que necessite dos saberes matemáticos. Esses objetos são símbolos de unidades culturais que emergem a partir do trabalho coletivo e que sofrem contínuas alterações com o tempo, de acordo com as necessidades.

Essa opinião sobre os objetos matemáticos não é exclusiva da Teoria da Objetificação. Tanto ela quanto sua contemporânea a Teoria Onto-semiótica de Godino convergem, pois a criação ou a invenção dos objetos matemáticos “depende dos problemas que são enfrentados em matemática e por seus processos de resolução. Em suma, eles dependem da práxis humana” (D’AMORE; GODINO, 2006, p. 6, tradução nossa).

Portanto, para a Teoria da Objetificação, os objetos matemáticos não são entidades criadas exclusivamente pela mente, nem tampouco, existem independentes do ser humano. Para esta teoria, os objetos matemáticos são frutos da prática social.

A metodologia e as questões de pesquisa da Teoria da Objetificação

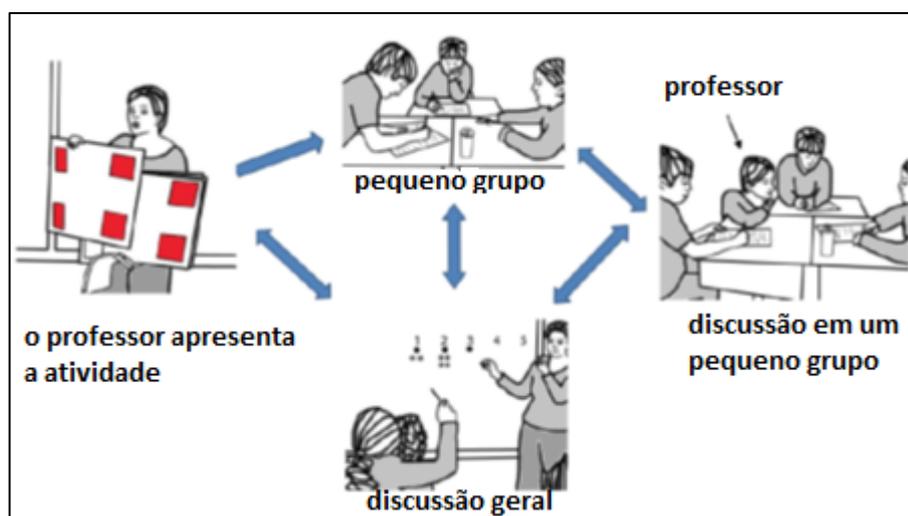
Como mencionado, a metodologia de uma teoria está intrinsecamente relacionada como os princípios e as questões de pesquisa da teoria. Neste sentido, os métodos e técnicas para coleta e análise de dados da investigação devem estar coerentes com o processo cíclico ilustrado na Figura 1.

Enquanto abordagem sociocultural, a Teoria da Objetificação utiliza a atividade (no sentido do materialismo dialético) como unidade de análise. No caso particular, a atividade de sala de aula vai além de uma simples tarefa apresentada pelo professor para os alunos resolverem. Esta atividade envolve todo um sistema imerso nas relações professor-aluno, aluno-aluno e ambos com o conhecimento. Assim, a atividade visa atender necessidades coletivas do professor e dos alunos enquanto grupo social com objetivo comum: a aprendizagem dos alunos. “É neste sentido que a atividade aparece como a unidade mínima que reproduz a sociedade como um todo.” (RADFORD, 2015a, p. 554).

Os métodos utilizados para a coleta de dados na Teoria da Objetificação envolvem a estrutura da atividade de sala de aula centrada na tríade objeto – objetivo – tarefa (problema). É a partir dessa tríade que se dá o planejamento da atividade envolvendo professores e pesquisadores. A participação dos professores que atuam em sala de aula onde se dará a coleta de dados é fundamental, pois, estes, além de conhecer a teoria, participam efetivamente ajudando inclusive na seleção de problemas que movimentarão a atividade.

A implementação da atividade de sala aula (Figura 3) dar-se primeiramente com a divisão dos alunos em pequenos grupos seguida pela apresentação do professor da tarefa (problema). Os alunos então discutem a tarefa nos pequenos grupos. O professor participa das discussões nos grupos movimentando o diálogo, questionando ao invés de fornecendo a solução para o problema. Na etapa seguinte, há a discussão geral com a participação de todos os grupos apresentando respostas para o problema, sugestões para a solução de outros grupos ou questionando a solução de outros. Se o objetivo da atividade não foi atingido então retoma-se o trabalho nos pequenos grupos e o processo se repete até que se alcance o objetivo.

Figura 2: Desenvolvimento da atividade de sala de aula



Fonte: Luis Radford (2015a, p. 556)

O processo ilustrado na Figura 2 é gravado em áudio e vídeo e devidamente transcrito. Além disso, todo o material utilizado pelo professor e pelos alunos (folha de cálculos, arquivos da lousa digital (*smart board*), etc.), bem como, as anotações realizadas pelos pesquisadores, é recolhido para análise posterior.

Na fase seguinte ocorre a análise dos vídeos e das transcrições para identificar os “*salient segments*” (RADFORD, 2015a, p. 561). Estas partes das gravações são analisadas minuciosamente a procura de provas, pistas, evidências (falas, gestos, expressões faciais,

desenhos, manipulação de artefatos, etc.) que aponte indícios sobre como e em qual exato momento a objetificação do conhecimento se concretizou e a aprendizagem realmente aconteceu.

Com relação às questões de pesquisa, enquanto teoria de aprendizagem, a teoria da objetificação apresenta seu ponto de vista sobre como a aprendizagem dos estudantes ocorre em situações de atividade, de prática social. Particularmente, a teoria em foco procura responder como os estudantes tomam consciência do conhecimento constituído historicamente e, ainda, como professores e alunos utilizam recursos semióticos para adquirirem o conhecimento e os significados da lógica cultural (pensar de acordo com saberes matemáticos, por exemplo) constituída historicamente.

Outra questão de pesquisa da Teoria da Objetificação diz respeito à concepção de objetos do conhecimento como entes abstratos, gerais que pertencem à categoria aristotélica das potencialidades ou possibilidades. Neste sentido, a Teoria da Objetificação também procura entender como o conhecimento é transformado de pura possibilidade a objeto da consciência. Em particular, como os estudantes tomam consciência dos objetos matemáticos?

Construtivismo Radical: uma síntese

A partir das últimas décadas do século XX os pressupostos teóricos da epistemologia genética influenciaram diversos pesquisadores no campo educacional. É o caso das teorias denominadas construtivistas de caráter piagetiano. Nestas teorias, O conhecimento é o produto da atividade cognitiva, experiencial e subjetiva do sujeito. Ou seja, “O conhecimento não nasce com o indivíduo, nem é dado pelo meio social. O sujeito constrói seu conhecimento na interação com o meio tanto físico como social.” (BECKER, 2001, p. 88). Isso significa que no construtivismo, o conhecimento é totalmente dependente do sujeito, de sua ação sobre o objeto e da situação em que ele é produzido.

Neste sentido, o construtivismo se diferencia de outras teorias de aprendizagem por admitir como pilar a ideia de que “o conhecimento não tem, e não pode ter, o propósito de produzir representações de uma realidade independente, mas antes tem uma função adaptativa” (VON GLASERSFELD, 1998a, p. 19, tradução nossa). Ou seja, o construtivismo não nega a existência de uma realidade anteriormente construída, um mundo independente do sujeito, mas considera que este faz experiências que lhe permitem viver com as limitações impostas pelo meio. É a construção do conhecimento através da adaptação cognitiva do sujeito ao ambiente.

Em uma das versões construtivistas, o

o construtivismo radical introduz uma nova relação, mais tangível entre conhecimento e realidade, que eu chamei de uma relação de "viabilidade". Simplificando, a noção de viabilidade significa que uma ação, operação, estrutura

conceitual, ou mesmo uma teoria, é considerada "viável", desde que seja útil na realização de uma tarefa ou para atingir um objetivo que alguém estabeleceu para si mesmo (VON GLASERSFELD, 1998b, p. 23, grifos do autor, tradução nossa).

Isto significa que o construtivismo radical substitui a ideia de conhecimento (ou verdade) como forma de representação de uma realidade objetiva, anterior e independente da experiência humana, pela concepção de viabilidade. A relação entre conhecimento, verdade e realidade diz respeito às estruturas conceituais construídas a partir do mundo experiencial do sujeito e que são viáveis, úteis para ele (RODRIGUES, 2015). Isto não significa que o construtivismo radical não reconheça a realidade objetiva. O que esta teoria preconiza é a impossibilidade de se alcançar uma representação verdadeira desta realidade.

Enquanto teoria – na concepção de Radford (2008d) – constituída por princípios, metodologia e questões de pesquisa, o construtivismo radical se fundamenta em dois princípios:

- 1) O conhecimento não é passivamente recebido, quer através dos sentidos ou por meio de comunicação, mas é ativamente construído pelo sujeito cognoscente.
- 2) A função da cognição é adaptativa e serve para a organização do mundo experiencial do sujeito, não a descoberta de uma realidade ontológica objetiva (VON GLASERSFELD, 1996, p. 24, tradução nossa).

Destes princípios nota-se a oposição do construtivismo radical a ideia de transmissão passiva do conhecimento, pois para esta teoria qualquer tipo de conhecimento deve ser construído ativamente pelo sujeito, pela sua própria atividade cognitiva. Além disso, esta teoria não se preocupa se há ou não uma realidade objetiva independente ou anterior ao sujeito. O construtivismo radical defende que o sujeito realiza experimentos cognitivos para se adaptar a uma disposição viável do mundo, uma realidade subjetiva constituída por suas experiências. “A experiência, nesse sentido, constitui o único mundo em que vivemos de forma consciente e ao qual temos acesso, não sendo possível transcendê-la” (RODRIGUES, 2015, p. 25).

Com relação aos aspectos metodológicos, o construtivismo radical caracteriza-se pelo seu enfoque conceitual em estabelecer princípios epistemológicos sobre a construção do conhecimento viável e não a respeito da representação de uma realidade ontológica, objetiva. Para o autor da teoria von Glasersfeld (2007), suas ideias forneceram uma base para a construção de novos métodos de investigação, pois o construtivismo radical não se apresenta como uma verdade, um modelo padrão a ser seguido por pesquisadores ou educadores, mas, como um instrumental que se bem adaptado pode contribuir com aplicações em práticas educacionais, principalmente, referente ao processo de ensino e aprendizagem.

No construtivismo radical, “A ideia é que o nosso conhecimento não requer a participação de qualquer realidade que está além de nossa subjetividade ou intersubjetividade” (GAETE, 2013, p. 2, tradução nossa). Partindo dessa premissa, as questões de pesquisa

podem ser resumidas na seguinte pergunta: como se dá o encontro das inúmeras subjetividades? Ou seja, como um determinado objeto do conhecimento construído por diferentes subjetividades pode ser compartilhado pelos diferentes sujeitos?

A ausência de ontologia do Construtivismo Radical

Em geral, as teorias de aprendizagem destacam posições filosóficas para sustentar suas concepções. Com relação à natureza dos entes matemáticos, há teorias embasadas no platonismo: os objetos do conhecimento são entes imutáveis, eternos, pertencentes ao reino das essências (ou das formas). Assim, os objetos matemáticos não podem pertencer à mente humana, porque eles estariam sujeitos às transformações que caracterizam o ser humano.

Há também teorias fundamentadas nos princípios racionalistas no qual os objetos matemáticos são criações da mente humana, independente dos sentidos e o reconhecimento de tais entidades é alcançada através da razão pela aplicação de regras lógicas.

Porém, além de não haver consenso entre os filósofos da matemática sobre a natureza dos entes matemáticos, tão pouco há consenso entre os pesquisadores em teorias de aprendizagem sobre incluir ou não, como elemento básico em sua teoria, a concepção ontológica dos objetos matemáticos.

Enquanto a Teoria da Objetificação elenca a concepção ontológica dos entes matemáticos como um dos princípios fundamentais de uma teoria de aprendizagem, há outras, como o Construtivismo Radical, por exemplo, que se eximem de qualquer discussão nesse âmbito. Aparentemente, “a concepção de uma ciência enquanto modelo possível de compreensão da realidade pode eximir-se de um comprometimento ontológico absoluto” (DEL VECCHIO JUNIOR, 2010, p. 183).

Em síntese, o Construtivismo Radical é uma teoria com base na premissa de que o conhecimento é o resultado das próprias operações cognitivas do indivíduo e não a influência de uma realidade que existe independentemente do ser humano. Nesse aspecto, para o construtivista radical, a construção do conhecimento não exige a participação de qualquer realidade além da subjetividade do indivíduo (GAETE, 2013).

Mesmo que uma realidade exterior ao indivíduo existia, ainda assim ela não desempenha qualquer papel na construção de seu conhecimento. De modo geral, no Construtivismo Radical, “o conhecimento não necessita ser “verdadeiro”, porque corresponde a uma realidade ontológica, ele apenas deve ser “viável” na realidade experiencial do conhecedor” (RODRIGUES, 2015, p. 73, grifos da autora).

Ou seja, diferentemente da Teoria da Objetificação, o Construtivismo Radical não enfoca a concepção ontológica dos objetos do conhecimento como um dos seus princípios.

Em particular, esta teoria se exime de qualquer discussão ontológica sobre os objetos matemáticos.

Algumas considerações

Como mencionado anteriormente, este trabalho é parte de pesquisa em construção sobre a Teoria da Objetificação do Conhecimento. Na trajetória de seu desenvolvimento procuramos princípios relevantes para devidas comparações entre algumas teorias de aprendizagem em Educação Matemática. De imediato nos deparamos com a questão da participação ou não da concepção ontológica dos objetos matemáticos como um princípio fundamental das teorias de aprendizagem.

Na busca por respostas, verificamos que não há um consenso entre diferentes autores de teorias de aprendizagem sobre o corpo de princípios constitutivos, os elementos primordiais que caracterizam uma teoria. De modo geral,

A maioria das teorias de investigação em Educação Matemática converge seu objeto de pesquisa em um ponto: é acerca de aspectos do ensino e da aprendizagem da matemática. Mas diferem nas situações que são consideradas, como exatamente estas situações são conceituadas teoricamente, nos métodos utilizados para a geração dos resultados para a construção da teoria e em seus objetivos (BIKNER-AHSBAHS; PREDIGER, 2006, p. 52, tradução nossa).

Ou seja, é possível, e até comum, que diferentes teorias de aprendizagem apresentem diferentes ideias com relação ao que é ou não primordial em uma teoria, de acordo com a concepção teórica dos seus idealizadores (um exemplo está no Quadro 1).

Quadro 1: Comparação de teorias

		Teoria da Objetificação	Construtivismo Radical
Princípios	Filosóficos	Materialismo dialético	Idealismo kantiano
	Ontológicos	Objetos conceituais são entidades sócio-histórico-culturais	Ausência de qualquer posição ontológica
	Epistemológicos	O conhecimento como potencialidade dialético-materialistas.	O sujeito constrói seu próprio conhecimento, sua realidade experimental viável
	Psicológicos	Prática social mediada	Estruturalismo piagetiano
Metodologia		A atividade em sala de aula como unidade de análise; A análise (multi-semiótica) do discurso, dos gestos, da utilização de artefatos, etc.	Não apresenta, pois, se considera um instrumento conceitual para o desenvolvimento de pesquisas e de práticas educacionais
Questões de pesquisa		Como os estudantes tomam consciência do conhecimento constituído historicamente? Como professores e alunos utilizam recursos semióticos para adquirir o conhecimento cultural constituído historicamente? Como o conhecimento é transformado de pura possibilidade a objeto da consciência?	Como as realidades subjetivas são compartilhadas? Por que as diferentes realidades são estáveis na vida social?

Fonte: Autoria própria

O quadro 1 aponta as principais características da Teoria da Objetificação e do Construtivismo Radical de acordo com a concepção de teoria anteriormente apresentada. Com relação à concepção ontológica dos objetos matemáticos como princípio de uma teoria de aprendizagem observa-se que é um dos princípios básicos na Teoria da Objetificação. Para esta teoria, os objetos do conhecimento não são entidades eternas, imutáveis, independentes da experiência humana. Em particular, os objetos matemáticos são entidades sócio-históricoculturais que surgem durante a atividade social (RADFORD, 2015b).

Por outro lado, no Construtivismo Radical, a concepção ontológica não é motivo de discussão visto que, para esta teoria, “o conhecimento é meramente um processo de auto-organização cognitiva do cérebro humano e, sendo assim uma construção, é impossível saber o quanto reflecte uma realidade ontológica” (MACHIAVELO, 2010, p. 9).

Portanto, os argumentos expostos nesse trabalho sobre o Construtivismo Radical e sobre a Teoria da Objetificação refletem o fato de que nem todas as teorias contemporâneas de aprendizagem em Educação Matemática discutem um posicionamento ontológico dos objetos matemáticos. Esta conclusão é relevante, a nosso ver, pois consideramos necessário chamar atenção dos educadores sobre as diferenças nas concepções subjacentes a cada teoria e sua utilidade na prática pedagógica além de apontar respostas para a seguinte questão: por que na prática de sala de aula as teorias de aprendizagem parecem sempre iguais?

A esse respeito, acreditamos que os professores deveriam conhecer a fundo as teorias de aprendizagem, seus elementos constituintes e as concepções filosóficas que as fundamentam. Afinal, a prática pedagógica exige muito mais do que saberes específicos da área de ensino a qual se dedica o professor. Exige uma gama de conhecimentos teóricos (didáticos/pedagógicos) que influenciam suas próprias crenças e valores sobre o ensino e a aprendizagem e a forma como a prática do professor se materializa em sala de aula.

Referências

BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BIKNER-AHSBAHS, A. et al. Networking of theories in mathematics education. In: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 34., 2010, Brasil. **Proceedings**... Belo Horizonte: PME, 2010. p. 145-178.

BIKNER-AHSBAHS, A.; PREDIGER, S. Diversity of Theories in Mathematics Education – How can we deal with it? **ZDM** The International Journal on Mathematics Education, Eggenstein-Leopoldshafen, Alemanha, DE. v. 38, n. 1, p. 52-57, 2006.

CHALMERS, A. F. **O que é ciência afinal?** Tradução de Raul Filker. 1. ed. São Paulo: Brasiliense, 1993.

DEL VECCHIO JÚNIOR, J. **Metafísica e racionalidades científica**: um ensaio sobre os fundamentos da matemática. 2010. 248f. Tese (Doutorado em Filosofia) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

D'AMORE, B.; GODINO, J. D. Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in Didattica della Matematica. **La matematica e la sua didattica**. v. 20, n. 1, p. 9-38, 2006. Disponível em: <<http://welles.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/548%20Punto%20di%20vista.pdf>>. Acesso em: 28 abril 2015.

GAETE, A. ¿Es sostenible el constructivismo radical? **Cinta moebio**, n. 46, p. 1-8, 2013. Disponível em: <<http://www2.facso.uchile.cl/publicaciones/moebio/46/index.htm>>. Acesso em: 15 maio 2015.

KIDRON, I. *et al.* Introduction to the papers and posters of WG 16: different theoretical perspectives and approaches in research in mathematics education. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 7., Rzeszów, 2010. **Proceedings...** Poland: ERME, 2011.

KIDRON, I. *et al.* Introduction to the papers and posters of wg 16: different theoretical perspectives and approaches in research in mathematics education. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 8., Ankara, 2010. **Proceedings...** Turkey: ERME, 2013.

LACROIX, L. N. **Learning mathematics for the workplace**: an activity theory study of pipe trades training. Vancouver: The University Of British Columbia, 2010. 213f. Tese (Doctor of Philosophy) - The Faculty of Graduate Studies, The University Of British Columbia, Vancouver, 2010.

MACHIAVELO, A. Sobre a natureza dos objetos matemáticos. **Gazeta de matemática**, Lisboa. LXXI, n. 161, p. 7-16, 2010. Disponível em: <<http://gazeta.spm.pt/get?gid=161>>. Acesso em: 12 abril 2015.

RADFORD, L. Elements of a cultural theory of objectification. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. México, D.F., n. especial, p. 103-129, 2006.

RADFORD, L. **Theories in Mathematics Education**: a brief inquiry into their conceptual differences. Working Paper. Prepared for the ICMI Survey Team 7. The notion and role of theory in mathematics education research. 2008a. Disponível em: <http://luisradford.ca/luisradford/?page_id=13#2008>. Acesso em: 2 abril 2015.

RADFORD, L. The ethics of being and knowing: towards a cultural theory of learning. In: RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. (Eds.). **Semiotics in Mathematics Education**: epistemology, history, classroom, and culture. Rotterdam: Sense Publishers, 2008b.

RADFORD, L. Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. **ZDM The International Journal on Mathematics Education**. Eggenstein-Leopoldshafen, Alemanha, DE, v. 40, n. 1, p. 83-96, 2008c.

RADFORD, L. Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. **ZDM The International Journal on Mathematics Education**. Eggenstein-Leopoldshafen, Alemanha, DE, v. 40, n. 2, p. 317-327, 2008d.

RADFORD, L. Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. **Educational Studies in Mathematics**. Dordrecht, Holanda, v. 70, n. 3, p. 111-126, 2009.

RADFORD, L. De la teoría de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**. San Juan de Pasto- Colombia, v. 7, n. 2, p. 132-150, 2014.

RADFORD, L. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 8, n.18, p. 547-567, 2015a.

RADFORD, L. The epistemological foundations of the theory of objectification. In: Laura Branchetti. Teaching and learning mathematics. Some past and current approaches to mathematics education. **Isonomia**. México, D.F., 2015b.

RODRIGUES, D. B. **As compreensões do construtivismo de Ernst von Glasersfeld e John Fossa: intermediando um diálogo em busca de novas significações**. 2015. 129f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.

SANTI, G. **Changes in meaning of mathematical objects due to semiotic transformations: a comparison between semiotic perspectives**. 2010. 227f. Tese (Dottorato di Ricerca). Università Di Palermo, Palermo, 2010.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

TOZONI-REIS, M. F. C. **Metodologia da pesquisa**. 2. ed. Curitiba: IESDE Brasil S. A., 2009.

VON GLASERSFELD, E. Aspectos del constructivismo radical (Aspects of radical constructivism). In: PAKMAN, M. (Ed.). **Construcciones de la experiencia humana** Barcelona, Spain: Gedisa Editorial, 1996. p. 23-49. Disponível em: <<http://www.univie.ac.at/constructivism/EvG/papers/191.pdf>>. Acesso em: 11 fev. 2014.

VON GLASERSFELD, E. Construtivismo: Aspectos Introdutórios. In: FOSNOT, C. T. (Org.). **Construtivismo: Teorias, Perspectivas e Práticas Pedagógicas**. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998a, p. 13-23.

VON GLASERSFELD, E. Why constructivism must be radical. In: LAROCHELLE, M.; BEDNARZ, N.; GARRISON, J. (Eds.). **Constructivism in education**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1998b. p. 23-28. Disponível em: <<http://www.univie.ac.at/constructivism/EvG/papers/165.1.pdf>>. Acesso em: 17 fev. 2014.

VON GLASERSFELD, E. **Key Works in Radical Constructivism**. Rotterdam: Sense Publishers, 2007.